

УДК 629.7.031.7

Определение эффективной силы светового давления на деформированный роторный солнечный парус

Зимин В. Н.¹, Неровный Н. А.^{1,*}

* nick.nerovny@bmstu.ru

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В работе рассмотрен вопрос определения деформированной формы лопасти роторного солнечного паруса и анализа влияния зависимости оптических характеристик материала паруса от продольных механических напряжений на его деформированную форму и на величину главного вектора силы светового давления. Было получено аналитическое выражение для поперечного прогиба лопасти роторного паруса с учетом и без учета подобной зависимости. В качестве примера был выбран материал ПЭТФ, для которого была проанализирована степень влияния данной зависимости на величину прогиба концевое сечения. Для лопасти перспективного солнечного паруса была рассчитана проекция главного вектора светового давления на ось вращения с учетом и без учета данной зависимости.

Ключевые слова: солнечный парус; роторный парус; коэффициент отражения

Введение

В настоящее время активно развиваются прикладные исследования, связанные с использованием солнечных парусов, например, для сведения спутников с орбиты Земли (работы С.П. Трофимова [1, 2]), для прогнозирования движения реальных космических аппаратов (Г.К. Боровин, М.В. Захваткин и др. [3]), для управления ориентацией космических аппаратов (Н. Кислов, С.И. Шматов, А.С. Мордвинкин, Е.Н. Чумаченко, А.В. Малашкин, А.Н. Федоренко и др. [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]), для других направлений [12, 13, 14, 15].

Первоочередной задачей в области солнечных парусов является отработка их раскрытия и анализ динамики их последующего поведения. Вместе с тем, для создания крупногабаритных солнечных парусов в будущем, необходимо провести анализ влияния различных факторов на оптические и механические характеристики материалов и, следовательно, на эффективность целевого применения конструкции, на его прочность и тепловой режим. Такими факторами могут являться: эффекты радиационной и температурной деградации, неидеальность формы поверхности, зависимость оптических и термодинамических характеристик от механических напряжений, другие эффекты [16, 17]. Анализом различных фак-

торов, влияющих на величину светового давления на космические конструкции, занимался Д. Ширс с соавторами [18, 19, 20, 21, 22].

Целью работы является анализ влияния оптических несовершенств материала полотна солнечного паруса роторного типа в виде зависимости коэффициента отражения от продольной деформации на его деформированную форму и на эффективную силу светового давления, понимаемую как проекцию главного вектора светового давления на ось, направленную вдоль оси вращения роторного солнечного паруса. В первой части работы записывается дифференциальное уравнение равновесия бесконечно малого элемента лопасти солнечного паруса, во второй части данное уравнение решается в стандартной постановке без учета зависимости коэффициента отражения от продольных напряжений, в третьей части данное уравнение решается с учетом линейной зависимости коэффициента отражения от напряжений, в четвертой части рассматривается численный пример определения максимального прогиба конечного сечения роторного солнечного паруса при некоторых реалистичных допущениях, в пятой части сравнивается значение проекции главного вектора силы светового давления на ось вращения паруса с учетом и без учета зависимости оптических характеристик от деформаций.

Данная работа является продолжением исследований авторов [23, 24, 25].

1. Постановка задачи об определении деформированной формы

Рассмотрим лопасть роторного солнечного паруса (гелиоротора) в рамках нитяного подхода [26, 27]. Пусть лопасть солнечного паруса имеет ширину b и толщину материала h . Пусть длина лопасти L намного больше ее ширины и толщины. Лопасть закреплена одним концом на оси вращения, второй же конец является свободным. Плотность материала лопасти равна m . Лопасть нагружена центробежными силами и световым давлением. Расчетная схема для определения деформированной формы ленты солнечного паруса представлена на рис. 1.

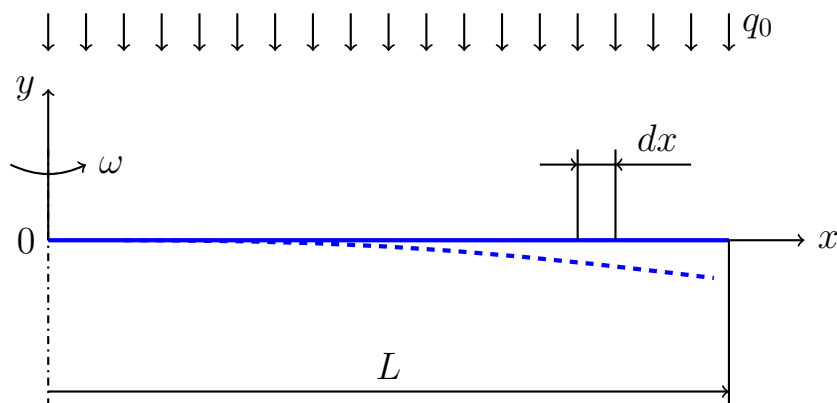


Рис. 1. Лопасть роторного солнечного паруса в поле центробежных сил

Запишем уравнения равновесия бесконечно малого элемента лопасти в проекциях на оси координат. Принимая углы поворота торцевых сечений малыми, в проекции на ось Ox

получим:

$$-\sigma(x)bh + bhm\omega^2 x dx + \left(\sigma(x) + \frac{d\sigma(x)}{dx} dx\right)bh = 0; \quad (1)$$

в проекции на ось Oy имеем

$$-\sigma(x)bh \frac{dw(x)}{dx} + p_n(x)b dx + \left(\sigma(x) + \frac{d\sigma(x)}{dx} dx\right) \left(\frac{dw(x)}{dx} + \frac{d^2w(x)}{dx^2} dx\right)bh = 0, \quad (2)$$

где $\sigma(x)$ — растягивающие напряжения; ω — угловая скорость вращения; p_n — световое давление; w — величина поперечного прогиба бесконечно малого элемента.

Преобразовав (1), используя граничное условие на конце лопасти

$$\sigma(L) = 0,$$

найдем выражение для внутренних растягивающих напряжений в ленте лопасти:

$$\sigma(x) = \frac{1}{2}m\omega^2(L^2 - x^2). \quad (3)$$

Уравнение (2) запишем в следующем виде:

$$p_n(x)b dx + \frac{d\sigma(x)}{dx} \frac{dw(x)}{dx} bh dx + \sigma(x) \frac{d^2w(x)}{dx^2} h dx + \frac{d\sigma(x)}{dx} \frac{d^2w(x)}{dx^2} bh dx^2 = 0. \quad (4)$$

Необходимо установить вид зависимости $p_n(x)$. В данном случае примем, что степень черноты освещенной и теневой сторон лопасти одинакова, пропускание света отсутствует, а отражение является полностью зеркальным. Используя принятое допущение о малости угла наклона торцевого сечения, будем считать, что свет падает на площадку по нормали к ее поверхности. В наших допущениях получим:

$$p_n(x) = \frac{[1 + \rho(\sigma(x))]q_0}{c}. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4) и пренебрегая величинами второго порядка малости, получаем уравнение равновесия лопасти:

$$\frac{[1 + \rho(\sigma(x))]q_0}{c} + \frac{d}{dx} \left(\sigma(x) \frac{dw(x)}{dx} \right) = 0. \quad (6)$$

2. Решение задачи при отсутствии зависимости коэффициента отражения от напряжений

В случае, когда коэффициент отражения ρ не зависит от механических напряжений, уравнение (6) можно представить в следующем виде:

$$\frac{(1 + \rho)q_0}{hc} = -\frac{d}{dx} \left(\sigma(x) \frac{dw(x)}{dx} \right).$$

Интегрируя данное уравнение и используя граничное условие на свободном конце

$$\sigma(L) \frac{dw(L)}{dx} = 0, \quad (7)$$

получаем

$$\frac{dw(x)}{dx} = \frac{2(1 + \rho)q_0}{hcm\omega^2(L + x)}.$$

Интегрируя данное уравнение еще раз, с учетом граничного условия на закрепленном конце

$$w(0) = 0, \quad (8)$$

находим выражение для прогиба лопасти роторного солнечного паруса в постановке отсутствия зависимости коэффициента отражения от растягивающих напряжений:

$$w(x) = \frac{2(1 + \rho)q_0}{hcm\omega^2} \ln \frac{L + x}{L}. \quad (9)$$

3. Решение задачи при линейной зависимости коэффициента отражения от напряжений

Рассмотрим теперь случай, когда коэффициент отражения линейно зависит от растягивающих напряжений, т.е.

$$\rho(\sigma) = \rho_0 - k\sigma,$$

где ρ_0 — коэффициент отражения при нулевом растягивающем напряжении, которое использовалось при выводе соотношения (9); k — некоторый коэффициент пропорциональности. Выражение (6) запишем в следующем виде:

$$\frac{[1 + (\rho_0 - k\sigma(x))] q_0}{hc} = -\frac{d}{dx} \left(\sigma(x) \frac{dw_1(x)}{dx} \right). \quad (10)$$

Подставляя в левую часть (10) выражение (3) и используя граничные условия (7) и (8), получаем:

$$w_1(x) = \frac{2q_0}{hcm\omega^2} \left[\left(1 + \rho_0 - \frac{1}{3}km\omega^2 L^2 \right) \ln \frac{L + x}{L} + \frac{1}{12}km\omega^2 x^2 \right].$$

Найдем теперь разницу между перемещениями, рассчитанными в предположении наличия зависимости коэффициента отражения от растягивающих напряжений и без этой зависимости. Сначала найдем абсолютную разницу

$$\Delta w(x) = w_1(x) - w(x) = \frac{kq_0}{hc} \left(\frac{1}{6}x^2 - \frac{2}{3}L^2 \ln \frac{L + x}{L} \right).$$

Наибольшее отличие величины перемещения будет наблюдаться на закрепленном конце лопасти солнечного паруса. Действительно,

$$\frac{d\Delta w(x_{\max})}{dx} = \frac{kq_0}{3hc} \frac{x^2 + Lx - 2L^2}{L + x} = 0, \quad x_{\max} = L.$$

В таком случае выражение для максимального значения разницы перемещений примет вид:

$$\Delta w_{\max} = \frac{q_0 k L^2}{6hc} (4 \ln 2 - 1). \quad (11)$$

Как следует из формулы (11), максимальное значение разницы перемещений зависит только от размеров лопасти и степени зависимости коэффициента отражения от растягивающих напряжений.

4. Обсуждение результатов

Запишем выражение для разницы перемещений в отношении к перемещению, рассчитанному без учета влияния зависимости коэффициента отражения от напряжений, то есть получим относительную разницу:

$$\frac{\Delta w_{\max}}{w(L)} = \frac{4 \ln 2 - 1}{12 \ln 2} \frac{kL^2 m \omega^2}{1 + \rho}. \quad (12)$$

Примем следующие параметры паруса: $L = 1000$ м; $\omega = 0,403 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. Параметры полотна зададим как для металлизированной пленки из полиимидного материала [28]: $\rho_0 = 0,95$; $m = 1420 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Будем считать, что материал ленты паруса является линейно-упругим. Данная гипотеза является достаточно обоснованной, так как линейный характер кривой нагружения сохраняется примерно до половины от предельного удлинения при разрыве пленочного образца [29]. Зададим верхнюю границу диапазона для $k = 2 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$, что соответствует уменьшению коэффициента отражения от 0,95 до 0,94 при относительной деформации 2%. Значение угловой скорости было выбрано таким, чтобы в точке закрепления лопасти величина растягивающих напряжений составляла бы 0,5 от предельной прочности при разрыве, равной для полиимидной пленки приблизительно 231 МПа [28].

Из соотношения (12) следует, что в случае линейной зависимости коэффициента отражения от растягивающих напряжений, максимальный прогиб также линейно изменяется в зависимости от коэффициента k . На рис. 2 видно, что деформированная форма лопасти роторного солнечного паруса может значительно отличаться от идеальной: при минимальном значении коэффициента k в рассматриваемом диапазоне прогиб концевой точки увеличился приблизительно на 0,5%. Вследствие этого значение главного вектора светового давления на неидеальный солнечный парус должен уменьшиться, что повлияет на его баллистические параметры.

Ранее при анализе мы считали, что материал не пропускает свет, только отражает или поглощает его. Выведенные в частях 1 и 2 соотношения не учитывают коэффициент про-

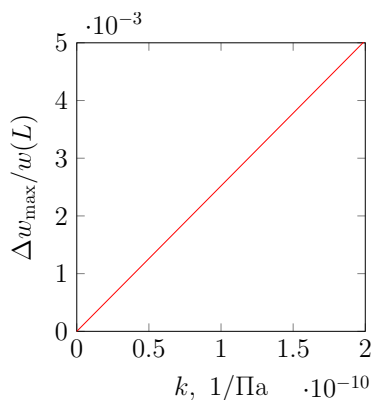


Рис. 2. Результаты расчета значения максимального относительного прогиба в зависимости от коэффициента пропорциональности k

пускания света, однако существует приближенный метод учета коэффициента пропускания в случае, если он мал [30]. В рамках такого подхода считают, что коэффициент пропускания уменьшает силу светового давления, для плоского элемента соотношение можно записать следующим образом:

$$d\mathbf{F} = P(R)(1 + \rho - \tau)(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})\hat{\mathbf{s}} dA.$$

Рассмотрим следующую гипотезу: увеличение коэффициента пропускания с деформацией в точности соответствует уменьшению коэффициента отражения. Другими словами, не будем учитывать изменение коэффициента поглощения света. Примем, что с ростом деформации от 0 до 20% коэффициент отражения уменьшается на 5% [29].

Примем модуль Юнга для ПЭТФ равным 2,7 ГПа [29, 31]. В таком случае при удлинении образца на 20% напряжения составили 540 МПа, поэтому коэффициент k можно принять равным $k \approx 9,3 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$.

Плотность материала ПЭТФ составляет $1400 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ [32]. Для лопасти солнечного паруса длиной 1000 м, вращающейся вокруг центра со скоростью $0,5 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, получим, что увеличение прогиба на конце лопасти составит 0,3%.

5. Определение проекции главного вектора силы светового давления

Определим величину проекции вектора светового давления на ось вращения роторного солнечного паруса. Для этого примем, что деформированная форма солнечного паруса определяется функцией $w_1(x)$, а сила светового давления связана с продольными напряжениями. Для элементарной силы запишем выражение:

$$dF_3 = \frac{q_0(1 + \rho_0 - k\sigma(x))}{c} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dw_1(x)}{dx}\right)^2}} b dx. \quad (13)$$

Задавая толщину $h = 20$ мкм и ширину $b = 0,5$ м для рассматриваемой лопасти паруса, численно интегрируя (13) в пакете Wolfram Mathematica [33], получаем

$$F_3 = 0,004528 \text{ Н.}$$

С другой стороны, рассчитаем величину составляющей главного вектора в предположении искривленного солнечного паруса, форма которого описывается соотношением $w(x)$ и коэффициент отражения которого не зависит от деформаций

$$F'_3 = 0,004553 \text{ Н,}$$

т.е. величина проекции главного вектора силы светового давления на ось вращения уменьшится приблизительно на 0,5%, что сопоставимо с относительным увеличением прогиба концевой сечения лопасти.

В литературе ранее рассматривался вопрос о влиянии малых изменений характеристик солнечных парусов на их движение, при этом результаты моделирования указали на высокую чувствительность баллистических параметров к изменению величины силы светового давления (см., например, [34, 17]). Так, изменение величины светового давления на 1% по отношению к идеальному парус приводит к невозможности достижения некоторых целевых орбит. Тем не менее, требуется углубленный анализ динамики центра масс космического аппарата с роторным солнечным парусом с несовершенством оптических параметров такого же типа, как указано в данной работе.

Заключение

Мы получили аналитические выражения для поперечного прогиба роторного солнечного паруса в двух постановках: с учетом зависимости коэффициента отражения материала паруса от продольных напряжений и без учета этой зависимости. Для имеющихся данных о тонкопленочных материалах были получены численные значения эффективной силы светового давления на лопасть перспективного роторного солнечного паруса. Полученные значения показали важность необходимости учета рассматриваемого эффекта изменения оптических характеристик в зависимости от напряжений в лопасти.

Данная публикация выполнена в ходе работы над космическим экспериментом «Парус-МГТУ» [35].

Список литературы

1. Трофимов С.П. Динамически инвариантное масштабирование массогабаритных параметров каркасных парусных систем. М., 2015. № 31. 16 с. (Препринт / РАН, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша)
2. Трофимов С.П. Увод малых космических аппаратов с низких околоземных орбит: дис. . . . канд. физ.-мат. наук. М., Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2015. 125 с.
3. Боровин Г.К., Захваткин М.В., Степаньянц В.А., Тучин А.Г. Определение и прогнозирование параметров движения космической миссии «Радиоастрон» // *Mathematica Montisnigri*. 2014. Т. XXX. С. 76–98.
4. Kislov N. Variable Reflectance/Transmittance Coatings for Solar Sail Altitude Control and Three Axis Stabilization // *AIP Conf. Proc.* 2004. Vol. 699,. P. 103–111. DOI: [10.1063/1.1649563](https://doi.org/10.1063/1.1649563)
5. Шматов С.И., Мордвинкин А.С. Комбинированная система компенсации возмущающего момента от солнечного давления для геостационарного спутника // *Вестник НПО им. С.А. Лавочкина*. 2013. Т. 19, № 3. С. 30–36.

6. Чумаченко Е.Н., Малашкин А.В., Федоренко А.Н. Моделирование использования солнечного ветра для орбитальных маневров космических аппаратов // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2011. Т. 7, № 11-2. С. 71–75.
7. Чумаченко Е.Н., Данхэм Д.У., Назиров Р.Р., Кулагин В.П., Малашкин А.В., Эйсмонт Н.А., Федоренко А.Н. О задаче моделирования и управления шарообразными космическими парусами // Вестник Тамбовского государственного технического университета. 2011. № 4. С. 1044–1052.
8. Назиров Р.Р., Эйсмонт Н.А., Чумаченко Е.Н., Данхэм Д.У., Логашина И.В., Федоренко А.Н. Управление группировкой космических аппаратов в окрестности Солнечно-Земных коллинеарных точек либрации с помощью солнечного паруса // Вестник машиностроения. 2013. № 02. С. 43–46.
9. Чумаченко Е.Н., Назиров Р.Р., Данхэм Д.У., Федоренко А.Н. Управление космическими аппаратами с помощью солнечного излучения // Космические исследования. 2014. Т. 52, № 3. С. 257–263.
10. Артюшкин В.И., Малашкин А.В. Математическое моделирование конструкции солнечных парусов системы ориентации орбитального космического аппарата // Новые информационные технологии в автоматизированных системах. 2015. № 18. С. 174–177.
11. Артюшкин В.И. Орбитальная ориентация космических аппаратов с помощью сферических солнечных парусов // Научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых специалистов НИУ ВШЭ им. Е.В. Арменского: Материалы конференции. М.: Московский институт электроники и математики НИУ ВШЭ, 2015. С. 12.
12. Bobylev A.V., Yaroshevskii V.A., Zashchirinskii A.M., Pichkhadze K.M. Experimental Flight of a Spacecraft with Solar Sail // Cosmic Research. 2003. Vol. 41, iss. 6. P. 612–627. DOI: [10.1023/B:COSM.0000007961.72706.cd](https://doi.org/10.1023/B:COSM.0000007961.72706.cd)
13. Дегтярь В.Г. Использование практических пусков БРПЛ для научных исследований и создания новых технологий // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2015. № 3(29). С. 64–68.
14. Хабибуллин Р.М. Исследование потенциально-опасных астероидов с помощью малого космического аппарата с солнечным парусом // Научные исследования в современном мире: Международная (заочная) научно-практическая конференция: материалы / Под ред. Д.А. Ефремова. Нефтекамск.: НИЦ «Наука и образование», 2015. С. 22–28.
15. Рожков М.А., Старинова О.Л. Освещение поверхности Марса с помощью солнечного паруса // XIII Королёвские чтения: Международная молодёжная научная конференция: сборник трудов. Самара: Самарский государственный аэрокосмический университет имени С.П. Королёва (НИУ), 2015. С. 51–52.
16. Райкунов Г.Г., Комков В.А., Мельников В.М., Харлов Б.Н. Центробежные бескаркасные крупногабаритные космические конструкции. М.: АНО Физматлит, 2009. 448 с.

17. Spencer H., Carroll K.A. Real Solar Sails are Not Ideal, and Yes It Matters // *Advances in Solar Sailing* / Ed. by M. Macdonald. Springer Berlin Heidelberg, 2014. Springer Praxis Books. P. 921–940.
18. Rios-Reyes L., Scheeres D.J. Generalized Model for Solar Sails // *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2005. Vol. 42, no. 1. P. 182–185. DOI: [10.2514/1.9054](https://doi.org/10.2514/1.9054)
19. Scheeres D.J. The dynamical evolution of uniformly rotating asteroids subject to YORP // *Icarus*. 2007. Vol. 188, no. 2. P. 430–450. DOI: [10.1016/j.icarus.2006.12.015](https://doi.org/10.1016/j.icarus.2006.12.015)
20. McMahon J.W., Scheeres D.J. New Solar Radiation Pressure Force Model for Navigation // *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. 2010. Vol. 33, no. 5. P. 1418–1428. DOI: [10.2514/1.48434](https://doi.org/10.2514/1.48434)
21. McMahon J.W., Scheeres D.J. General Solar Radiation Pressure Model for Global Positioning System Orbit Determination // *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. 2014. Vol. 37, no. 1. P. 325–330. DOI: [10.2514/1.61113](https://doi.org/10.2514/1.61113)
22. McMahon J.W., Scheeres D.J. Improving Space Object Catalog Maintenance Through Advances in Solar Radiation Pressure Modeling // *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. 2015. Vol. 38, no. 8. P. 1366–1381. DOI: [10.2514/1.G000666](https://doi.org/10.2514/1.G000666)
23. Неровный Н.А., Зимин В.Н. Об определении силы светового давления на солнечный парус с учетом зависимости оптических характеристик материала паруса от механических напряжений // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*. 2014. № 3(96). С. 61–78.
24. Зимин В.Н., Неровный Н.А. Анализ влияния зависимости коэффициента отражения материала лопасти роторного солнечного паруса от механических напряжений на его деформированную форму // *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. 2015. № 1. С. 11–16. DOI: [10.18698/0536-1044-2015-11-171-17](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2015-11-171-17)
25. Зимин В.Н., Неровный Н.А. К расчету главного вектора и главного момента сил светового давления на солнечный парус // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*. 2016. № 1(106). С. 17–28. DOI: [10.18698/0236-3941-2016-1-17-28](https://doi.org/10.18698/0236-3941-2016-1-17-28)
26. Попов А.С., Тененбаум С.М. Определение допустимого момента дораскручивания роторного солнечного паруса // *Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн.* 2012. № 12. С. 197–218. DOI: [10.7463/1212.0493439](https://doi.org/10.7463/1212.0493439)
27. Тененбаум С.М. Математическая модель сматывания нити с катушки // *Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн.* 2014. № 5. С. 102–120. DOI: [10.7463/0514.0704634](https://doi.org/10.7463/0514.0704634)
28. Agag T., Koga T., Takeichi T. Studies on thermal and mechanical properties of polyimide-clay nanocomposites // *Polymer*. 2001. Vol. 42, no. 8. P. 3399–3408. DOI: [10.1016/S0032-3861\(00\)00824-7](https://doi.org/10.1016/S0032-3861(00)00824-7)

29. Мураева О.А., Панаева Т.Д. О влиянии металлизации на деформационно-прочностные и микроскопические свойства пленок ПЭТФ и ПМ // Коммунальное хозяйство городов. 2013. № 110. С. 118–125.
30. McInnes C.R. *Solar Sailing: Technology, Dynamics and Mission Applications*. Springer Science & Business Media, 2004. 332 p.
31. Зуев В.В., Успенская М.В., Олехнович А.О. *Физика и химия полимеров*. СПб.: СПбГУ ИТМО. 2010. 48 с.
32. Табаев Б.В., Хлесткин Р.Н., Масленников Е.И. Особенности кристаллизации аморфного полиэтилентерефталата в твердой фазе в условиях механических деформаций // Башкирский химический журнал. 2010. Т. 17, № 4. С. 29–31.
33. Wolfram Research, Inc., *Mathematica, Version 9.0*, Champaign, Illinois, USA. 2012.
34. Dachwald B., Seboldt W., Macdonald M., Mengali G., Quarta A.A., McInnes C.R., Rios-Reyes L., Scheeres D.J., Wie B., Görlich M. Potential solar sail degradation effects on trajectory and attitude control // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*. Vol. 6172. 2005. 21 p.
35. Rachkin D., Tenenbaum S., Dmitriev A., Nerovnyy N., Kotsur O., Vorobyov A. 2-blades deploying by centrifugal force solar sail experiment (IAC-11, E2, 3, 8, x9437) // *Proceedings of 62nd International Astronautical Congress*. Cape Town, SA, 2011. P. 9128–9142.

Determination of effective solar pressure force on the deformed heliogyro solar sail

Zimin V. N.¹, Nerovny N. A.^{1,*}

*nick.nerovny@bmstu.ru

¹Bauman Moscow State Technical University, Russia

Keywords: solar sail; heliogyro; reflectivity

This paper presents a review of the references on solar sails, which implies that this subject is relevant and actively developed by various researchers from around the globe. It points out that an important role is played by various imperfections, which would affect the parameters of real solar sails compared to the ideal model. The differential equilibrium equations of the blades of a heliogyro solar sail considering small deformations are written at the beginning of the article. The blade is loaded by light pressure and centrifugal forces, and is fixed at one end in the rotation axis while the other end is free. The differential equation for the blade deflection is obtained. This equation is solved in a statement that the reflection coefficient is independent on the mechanical stress. The deflection function has a simple analytical formulation.

The differential equation for the transverse deflection of the solar sail blade is also solved analytically in the formulation of the linear dependence of the reflection coefficient on the tensile stress. The results obtained in both derivations are compared at the maximum amount of deflection of the blade of heliogyro solar sail. It is proved that the maximum difference in the magnitude of the deflection is achieved at tip section. An analytical expression for the relative change in the maximum deflection of the sail blades is given. The chart of this dependency is given for the blade of perspective solar sail with a length of 1000m and made from PET material, which is considered in the linear-elastic formulation.

To calculate the projection of the resultant vector of light pressure on the axis of rotation the hypothesis is introduced that the decrease of the reflection coefficient of the material exactly equals to the increase in the transmittance, and vice versa. Considering this hypothesis for PET material the proportionality factor is found, showing a decrease of the reflection coefficient with increasing tensile stress.

The expression for the infinitesimal light pressure force on the blades of the element of blade of a solar sail in the projection on the axis of rotation is given. This expression is numerically integrated by two formulations for the ideal and non-ideal solar sail. The numerical value characterizing the

reduction of the projection of the main vector of the light pressure force for the non-ideal solar sail is obtained. By analyzing the references it is shown that the obtained difference in the light pressure is substantial and can lead to a change in ballistic performance of solar sails.

References

1. Trofimov S.P. *Dinamicheski invariantnoe masshtabirovanie massogabaritnykh parametrov karkasnykh parusnykh sistem* [Dynamically Invariant Scaling of Square Solar Sail Systems]. RAN, Institut prikladnoy matematiki im. M.V. Keldysha, Preprint, 2015, no. 31. 16 p. (in Russian).
2. Trofimov S.P. *Uvod malykh kosmicheskikh apparatov s nizkikh okolozemnykh orbit. Kand. diss.* [Deorbiting of small spacecrafts from low Earth orbit. Cand. diss.] Moscow, Institut prikladnoy matematiki im. M.V. Keldysha RAN, 2015. 125 p. (in Russian).
3. Borovin G.K., Zakhvatkin M.V., Stepan'yants V.A., Tuchin A.G. Determination and prediction of orbital parameters of the "Radioastron" mission. *Mathematica Montisnigri*, 2014, vol. XXX, pp. 76–98. (in Russian).
4. Kislov N. Variable Reflectance/Transmittance Coatings for Solar Sail Altitude Control and Three Axis Stabilization. *AIP Conf. Proc.*, 2004, vol. 699, pp. 103–111. DOI: [10.1063/1.1649563](https://doi.org/10.1063/1.1649563)
5. Shmatov S.I., Mordvinkin A.S. The combined compensating system of the disturbing torque induced by solar pressure for geostationary satellite. *Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina = Herald of Lavochkin SPA*, 2013, vol. 19, no. 3, pp. 30–36. (in Russian).
6. Chumachenko E.N., Malashkin A.V., Fedorenko A.N. Modelling of use of a solar wind for orbital maneuvers of space vehicles. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = The Bulletin of Voronezh State Technical University*, 2011, vol. 7, no. 112, pp. 71–75. (in Russian).
7. Chumachenko E.N., Dankhem D.U., Nazirov R.R., Kulagin V.P., Malashkin A.V., Eysmont N.A., Fedorenko A.N. On the problem of modeling and control of a spherical space sails. *Vestnik Tambovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Bulletin of Tambov state technical University*, 2011, no. 4, pp. 1044–1052. (in Russian).
8. Nazirov R.R., Eysmont N.A., Chumachenko E.N., Dankhem D.U., Logashina I.V., Fedorenko A.N. The control of spacecraft formation in the neighbor of sun-earth collinear libration points using a light sail. *Vestnik mashinostroeniya = Bulletin of mechanical engineering*, 2013, no. 02, pp. 43–46. (in Russian).
9. Chumachenko E.N., Nazirov R.R., Dankhem D.U., Fedorenko A.N. Controlling spacecraft by means of solar radiation. *Kosmicheskie issledovaniya*, 2014, vol. 52, no. 3. pp. 257–263 (English version: *Cosmic Research*, 2014, vol. 52, no. 3, pp. 244–249).
10. Artyushkin V.I., Malashkin A.V. Mathematical modeling of solar sail attitude control system orbital spacecraft. *Novye informatsionnye tekhnologii v avtomatizirovannykh sistemakh = New information technologies in automated systems*, 2015, no. 18, pp. 174–177. (in Russian).
11. Artyushkin V.I. Orbital'naya orientatsiya kosmicheskikh apparatov s pomoshch'yu sfericheskikh solnechnykh parusov [The orbital orientation of the spacecraft with spherical solar

- sails]. *Nauchno-tehnicheskaya konferentsiya studentov, aspirantov i molodykh spetsialistov NIU VShE im. E.V. Armenskogo: Materialy konferentsii* [Scientific-technical conference of students, postgraduates and young professionals HSE them. E.V. Armenian. The materials of the conference]. Moscow, Moskovskiy institut elektroniki i matematiki NIU VShE, 2015. pp. 12. (in Russian).
12. Bobylev A.V., Yaroshevskii V.A., Zashchirinskii A.M., Pichkhadze K.M. Experimental Flight of a Spacecraft with Solar Sail. *Cosmic Research*, 2003, vol. 41, iss. 6, pp. 612–627. DOI: [10.1023/B:COSM.0000007961.72706.cd](https://doi.org/10.1023/B:COSM.0000007961.72706.cd)
 13. Degtyar' V.G. Usage of submarine ballistic rockets practical launches for scientific studies and creation of new technologies. *Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina = Herald of Lavochkin SPA*, 2015, no. 3(29), pp. 64–68. (in Russian).
 14. Khabibullin R.M. Issledovanie potentsial'no-opasnykh asteroidov s pomoshch'yu malogo kosmicheskogo apparata s solnechnym parusom [The study of potentially hazardous asteroids using small spacecraft with a solar sail]. *Nauchnye issledovaniya v sovremennom mire: Mezhdunarodnaya (zaochnaya) nauchno-prakticheskaya konferentsiya: materialy* [Research in the modern world. International (correspondence) scientific and practical conference: materials]. Neftekamsk: NITs Nauka i obrazovanie, 2015. pp. 22–28. (in Russian).
 15. Rozhkov M.A., Starinova O.L. Osveshchenie poverkhnosti marsa s pomoshch'yu solnechnogo parusa [Lighting the surface of Mars using solar-sails] *XIII Korolevskie chteniya. Mezhdunarodnaya molodezhnaya nauchnaya konferentsiya: sbornik trudov* [XII Korolev reading. International youth scientific conference: proceeding]. Samara, Samarskiy gosudarstvennyy aerokosmicheskii universitet imeni akademika S.P. Koroleva (NAU), 2015. pp. 51–52. (in Russian).
 16. Raykunov G.G., Komkov V.A., Mel'nikov V.M., Kharlov B.N. *Tsentrobezhnye beskarkasnye krupnogabaritnye kosmicheskie konstruksii* [Centrifugal frameless large space design]. Moscow, ANO Fizmatlit Publ., 2009. 448 p. (in Russian).
 17. Spencer H., Carroll K.A. Real Solar Sails are Not Ideal, and Yes It Matters. *Advances in Solar Sailing*. Ed. by M. Macdonald. Berlin Heidelberg, Springer Praxis Books, 2014, pp. 921–940.
 18. Rios-Reyes L., Scheeres D.J. Generalized Model for Solar Sails. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2005, vol. 42, no. 1, pp. 182–185. DOI: [10.2514/1.9054](https://doi.org/10.2514/1.9054)
 19. Scheeres D.J. The dynamical evolution of uniformly rotating asteroids subject to YORP. *Icarus*, 2007, vol. 188, no. 2, pp. 430–450. DOI: [10.1016/j.icarus.2006.12.015](https://doi.org/10.1016/j.icarus.2006.12.015)
 20. McMahon J.W., Scheeres D.J. New Solar Radiation Pressure Force Model for Navigation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2010, vol. 33, no. 5. pp. 1418–1428. DOI: [10.2514/1.48434](https://doi.org/10.2514/1.48434)
 21. McMahon J.W., Scheeres D.J. General Solar Radiation Pressure Model for Global Positioning System Orbit Determination. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2014, vol. 37, no. 1, pp. 325–330. DOI: [10.2514/1.61113](https://doi.org/10.2514/1.61113)
 22. McMahon J.W., Scheeres D.J. Improving Space Object Catalog Maintenance Through Advances in Solar Radiation Pressure Modeling. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2015, vol. 38, no. 8, pp. 1366–1381. DOI: [10.2514/1.G000666](https://doi.org/10.2514/1.G000666)

23. Nerovnyi N.A., Zimin V.N. Determination of the Radiation Pressure Force Acting on a Solar Sail Taking into Account Stress-Dependent Optical Parameters of Sail Material. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie = Herald of the Bauman MSTU. Ser. Mechanical Engineering*, 2014, no. 3(96), pp. 61–78. (in Russian).
24. Zimin V.N., Nerovnyy N.A. Analysis of the deformed shape of a heliogyro solar sail blade taking into account stress-dependent reflectivity of the material. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie = Proceeding of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2015, no.1, pp. 11–16. DOI: [10.18698/0536-1044-2015-11-171-17](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2015-11-171-17) (in Russian).
25. Zimin V.N., Nerovnyy N.A. To the calculation of the main vector and the main momentum of light pressure force on a solar sail. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie = Herald of the Bauman MSTU. Ser. Mechanical Engineering*, 2016, no. 1(106), pp. 17–28. DOI: [10.18698/0236-3941-2016-1-17-28](https://doi.org/10.18698/0236-3941-2016-1-17-28) (in Russian).
26. Popov A.S., Tenenbaum S.M. Determination of admissible variable for additional deployment of rotor-type solar sail. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2012, no. 12, pp. 197–218. DOI: [10.7463/1212.0493439](https://doi.org/10.7463/1212.0493439) (in Russian).
27. Tenenbaum S.M. The mathematical model of thread unrolling from a bobbin. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2014, no. 5, pp. 102–120. DOI: [10.7463/0514.0704634](https://doi.org/10.7463/0514.0704634) (in Russian).
28. Agag T., Koga T., Takeichi T. Studies on thermal and mechanical properties of polyimide-clay nanocomposites. *Polymer*, 2001, vol. 42, no. 8, pp. 3399–3408. DOI: [10.1016/S0032-3861\(00\)00824-7](https://doi.org/10.1016/S0032-3861(00)00824-7)
29. Muraeva O.A., Panaetova T.D. On the influence of metallization on the deformation-strength and microscopic properties of films of PET and PM. *Kommunal'noe khozyaystvo gorodov = Utilities cities*, 2013, no. 110, pp. 118–125. (in Russian).
30. McInnes C.R. *Solar Sailing: Technology, Dynamics and Mission Applications*. Springer Science & Business Media, 2004. 332 p.
31. Zuev V.V., Uspenskaya M.V., Olekhovich A.O. *Fizika i khimiya polimerov* [Physics and chemistry of polymers]. SPb., SPbGU ITMO, 2010. 48 p. (in Russian).
32. Tabaev B.V., Khlestkin R.N., Maslennikov E.I. Characteristics of crystallization of amorphous polyethylene terephthalate in solid state under strain conditions. *Bashkirskiy khimicheskiy zhurnal = Bashkir Chemical Journal*, 2010, vol. 17, no. 4, pp. 29–31. (in Russian).
33. Wolfram Research, Inc., Mathematica, Version 9.0, Champaign, Illinois, USA. 2012.
34. Dachwald B., Seboldt W., Macdonald M., Mengali G., Quarta A.A., McInnes C.R., Rios-Reyes L., Scheeres D.J., Wie B., Görlich M. Potential solar sail degradation effects on trajectory and attitude control. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, vol. 6172, 2005. 21 p.
35. Rachkin D., Tenenbaum S., Dmitriev A., Nerovnyy N., Kotsur O., Vorobyov A. 2-blades deploying by centrifugal force solar sail experiment (IAC-11,E2,3,8,x9437). *Proceedings of 62nd International Astronautical Congress*, Cape Town, SA, 2011, pp. 9128–9142.