

УДК 536.2

Сравнительный анализ подходов к описанию теплопереноса в композите с дисперсными включениями

Зарубин В. С.^{1,*}, Зарубин С. В.¹, Шишкина С. И.¹

* fn2@bmstu.ru

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Для композита с дисперсными включениями шаровой формы проведено сопоставление количественных оценок эффективного коэффициента теплопроводности, полученных с применением различных подходов. Выбран представительный элемент структуры такого композита, который использован при численном решении трехмерной задачи стационарной теплопроводности методом конечных элементов с контролируемой интегральной погрешностью вычислений, а также при построении двусторонних оценок этого коэффициента с привлечением электротепловой аналогии. Для данного коэффициента приведены двусторонние оценки, полученные на основе вариационного подхода, и расчетная формула, которая выведена методом самосогласования. Сравнительный анализ результатов расчетов позволил установить области определяющих параметров, в которых представленные расчетные зависимости обеспечивают надежный прогноз значений этого коэффициента в случае существенного различия коэффициентов теплопроводности матрицы и дисперсных включений.

Ключевые слова: композит; эффективный коэффициент теплопроводности; двусторонние оценки; дисперсные включения шаровой формы

Введение

В качестве конструкционных и строительных материалов, а также функциональных материалов в различных приборных устройствах находят широкое применение композиты, состоящие из матрицы и включений различной формы. К композитам можно отнести большинство применяемых в технике материалов, являющихся гетерогенными твердыми телами. Среди таких материалов большую группу составляют композиты с включениями в виде мелкодисперсных частиц. К ним следует отнести и различные наноструктурные частицы, перспектива использования которых связана с возможностью повышения механических характеристик композитов.

Для улучшения технологических характеристик полимерного связующего как составной части композита используют мелкодисперсные наполнители в виде порошка, чешуек или

волоконистых частиц [1, 2]. Это дает возможность получить экзотермический эффект в процессе отверждения связующего, уменьшить его усадку и улучшить механические, теплофизические, электромагнитные и другие эксплуатационные характеристики изготавливаемого композита. Вместе с тем наличие в связующем таких наполнителей может привести к возникновению его пористости, ухудшающей свойства композита. Возникновение пор также связано с усадкой связующего в процессе его отверждения, достигающей нескольких процентов (для эпоксидного и кремний-органического до 4 %, для фенольного до 7 %, а для полиэфирного даже до 15 % [1]). Размеры частиц могут изменяться от долей микрометра до нескольких десятков микрометров [3]. Можно ожидать аналогичного интервала изменения размеров пор.

Одной из характеристик композита, которая чувствительна к наличию в нем включений в виде пор и мелкодисперсных частиц, является эффективный коэффициент теплопроводности, в значительной степени определяющий область применения таких композитов. Расчетные формулы для оценки этого коэффициента в известных работах, детально проанализированных, например, в [4, 5], получены, как правило, либо в результате обработки экспериментальных данных применительно к конкретным материалам, либо путем априорного задания распределения температуры или теплового потока в моделях структуры гетерогенных тел. Вместе с тем количественное влияние объемной концентрации пор и мелкодисперсных частиц на этот коэффициент можно установить путем построения математических моделей, описывающих перенос тепловой энергии в композите.

В данной работе для композита с дисперсными включениями шаровой формы проведено сопоставление результатов количественной оценки эффективного коэффициента теплопроводности композита с дисперсными включениями шаровой формы, полученных с использованием различных подходов к описанию процесса теплопереноса в таком композите.

1. Основные допущения

Если включения в композите имеют близкие размеры во всех направлениях, то в первом приближении их можно рассматривать как шаровые, поскольку шар является статистически усредненной формой таких включений. Близкую к шаровой форму имеют некоторые наноструктурные частицы (в том числе фуллерены и образованные из них кластеры — фуллериты [6]), которые в последнее время рассматриваются как включения для композитов различного назначения.

Для композита с шаровыми включениями удастся построить адекватные математические модели, позволяющие достаточно достоверно прогнозировать зависимость его эффективного коэффициента теплопроводности от коэффициентов теплопроводности матрицы и включений и от объемной концентрации последних [7]. В силу электротепловой аналогии [8] математические модели, описывающие процесс теплопроводности в таком композите, могут быть применены для оценки электропроводности, диэлектрической проницаемости и

магнитной восприимчивости композита. Именно оценке электропроводности неоднородной среды с шаровыми включениями была посвящена первая известная в этом направлении работа [9], опубликованная К. Максвеллом еще в 1873 году.

Большинство известных подходов к построению математических моделей теплового взаимодействия матрицы композита с дисперсными включениями не учитывает взаимного расположения последних. Обычно предполагают, что включения распределены по объему композита равномерно, но их взаимное расположение является случайным (хаотическим). Сравнительный анализ таких подходов проведен в работах [7, 10]. В работах [11, 12] приведена методика построения двусторонних оценок эффективного коэффициента теплопроводности, основанная на рассмотрении процесса теплопереноса в представительном элементе изотропного композита матричной структуры. В случае шаровых включений обычно выделяют представительный элемент в виде куба, в центр которого помещают включение [12]. Такая конфигурация представительного элемента эквивалентна простой кубической кристаллической решетке. Повторяющаяся ячейка такой решетки показана на рис. 1. Эта ячейка имеет три плоскости симметрии, что приводит к изотропии композита по отношению к свойству теплопроводности и позволяет характеризовать это свойство одним значением λ эффективного коэффициента теплопроводности.

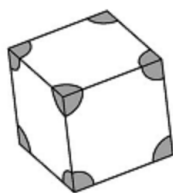


Рис. 1. Повторяющаяся ячейка матричной структуры композита

2. Двусторонние оценки для композита матричной структуры

Благодаря свойству симметрии повторяющейся ячейки (см. рис. 1) в качестве представительного элемента матричной структуры композита достаточно рассматривать лишь восьмую часть этой ячейки в виде куба с восьмой частью шарового включения, центр которого расположен в одной из вершин этого куба. Эту вершину поместим в начале прямоугольной системы координат $Ox_1x_2x_3$, приняв безразмерную длину ребра куба равной единице и направив координатные оси вдоль ребер, выходящих из этой вершины. При безразмерном радиусе $r \leq 1$ шарового включения наибольшая возможная объемная концентрация включений $C_V^\square = \pi/6 \approx 0,5236$, а для текущего значения r справедливо равенство $C_V = \pi r^2/6$.

Для получения верхней оценки эффективного коэффициента λ теплопроводности принимают предположение о расположении в представительном элементе изотермических плоскостей параллельно одной из граней куба. Такое распределение температуры является допустимым для минимизируемого функционала, входящего в вариационную формулировку

задачи стационарной теплопроводности [13] в рассматриваемом представительном элементе структуры композита, но оно не совпадает с истинным распределением, на котором этот функционал достигает минимума. Следовательно, вычисленная по этому распределению температуры тепловая проводимость представительного элемента будет выше истинной, что и приводит к верхней оценке эффективного коэффициента теплопроводности композита.

Нижняя оценка этого коэффициента соответствует предположению о перпендикулярности линий тока теплового потока той же грани куба. Такое распределение плотности теплового потока допустимо для максимизируемого функционала, но отличается от истинного распределения, на котором этот функционал достигает максимума. Поэтому вычисленная по этому распределению плотности теплового потока тепловая проводимость представительного элемента будет ниже истинной, что и обеспечивает получение нижней оценки эффективного коэффициента теплопроводности композита.

Коэффициент теплопроводности среды в представительном элементе может принимать значения λ_m или λ° , соответствующие коэффициентам теплопроводности материалов матрицы или включения. Следовательно, величина $\lambda(x_1, x_2, x_3)$ является функцией координат точки $M(x_1, x_2, x_3)$, принадлежащей в представительном элементе либо матрице, либо фрагменту включения. На рис. 2 представлено сечение представительного элемента плоскостью $x_3 = 0$. Грани $x_1 = 0, x_1 = 1$ и $x_3 = 0, x_3 = 1$ этого элемента примем идеально теплоизолированными, а на гранях $x_2 = 0$ и $x_2 = 1$ зададим температуры, равные соответственно нулю и T_0 .

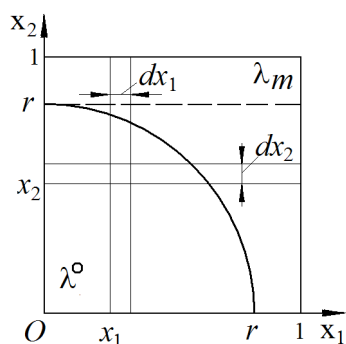


Рис. 2. Сечение представительного элемента структуры плоскостью $x_3 = 0$

Верхнюю оценку коэффициента теплопроводности композита можно в данном случае представить в виде $\lambda^+ = 1/R_*^-$, где R_*^- — нижняя оценка термического сопротивления рассматриваемого представительного элемента в случае, когда все изотермические поверхности в этом элементе параллельны координатной плоскости Ox_1x_3 . Оно последовательно включает термическое сопротивление $R_m = (1 - r)/\lambda_m$ слоя единичной площади толщиной $1 - r$ с коэффициентом теплопроводности λ_m и термическое сопротивление R_* слоя также единичной площади толщиной r , содержащего восьмую часть шара и фрагмент матрицы.

Для вычисления величины R_* выделим слой единичной площади с толщиной dx_2 , включающей два участка (см. рис. 2): площадью $1 - \pi(r^2 - x_2^2)/4$ с коэффициентом те-

площадью $\pi(r^2 - x_2^2)/4$ с коэффициентом теплопроводности λ° включения. Тогда для термического сопротивления этого слоя запишем

$$dR_* = \frac{dx_2}{\lambda^\circ \pi(r^2 - x_2^2)/4 + \lambda_m(1 - \pi(r^2 - x_2^2)/4)},$$

а для всего слоя толщиной r найдем

$$R_* = \frac{1}{\lambda_m} \int_0^r \frac{dx_2}{1 + b(r^2 - x_2^2)} = \frac{1}{2b\lambda_m\sqrt{a_1}} \ln \frac{\sqrt{a_1} + r}{\sqrt{a_1} - r}, \quad (1)$$

где $b = (\bar{\lambda} - 1)\pi/4$, $\bar{\lambda} = \lambda^\circ/\lambda_m$, $a_1 = 1/b + r^2$. Если $\bar{\lambda} < 1$, то $b < 0$ и вместо формулы (1) получим

$$R_* = \int_0^r \frac{dx_2}{1 + br^2 + |b|x_2^2} = \frac{1}{\lambda_m\sqrt{(1 + br^2)|b|}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{|b|r}}{\sqrt{1 + br^2}}.$$

Таким образом, нижняя оценка суммарного термического сопротивления представительного элемента составит $R_m + R_*$, а соответствующая верхняя оценка его тепловой проводимости, совпадающая в данном случае с верхней оценкой коэффициента теплопроводности, будет равна

$$\lambda^+ = \frac{1}{R_m + R_*} = \frac{\lambda_m}{1 - r + \lambda_m R_*}. \quad (2)$$

При построении нижней оценки коэффициента теплопроводности представительного элемента введем систему адиабатических плоскостей, параллельных координатной оси Ox_2 . Тогда термическая проводимость этого элемента будет суммой проводимостей $Y_m = \lambda_m(1 - r)$ блока единичной высоты с коэффициентом теплопроводности λ_m матрицы, имеющего площадь $1 - \pi r^2/4$ поперечного сечения, и Y_* блока также единичной высоты, но с площадью $\pi r^2/4$ поперечного сечения и содержащего восьмую часть шара и фрагмент матрицы.

Для вычисления величины Y_* выделим фрагмент кольцевого слоя единичной высоты толщиной dx_1 с внутренним радиусом x_1 , включающий два участка (см. рис. 2): высотой $\sqrt{r^2 - x_1^2}$ с коэффициентом теплопроводности λ° и высотой $1 - \sqrt{r^2 - x_1^2}$ с коэффициентом теплопроводности λ_m . Для тепловой проводимости этого слоя запишем

$$dY_* = \frac{\frac{\pi}{2}x_1 dx_1}{\frac{\sqrt{r^2 - x_1^2}}{\lambda^\circ} + \frac{1 - \sqrt{r^2 - x_1^2}}{\lambda_m}},$$

а для всего блока с площадью $\pi r^2/4$ поперечного сечения после интегрирования по x_1 в пределах от 0 до r получим

$$Y_* = \frac{\pi\lambda_m}{2} \int_0^r \frac{x_1 dx_1}{1 + b_1\sqrt{r^2 - x_1^2}} = \frac{\pi\lambda_m}{2b_1} \left(r - \frac{\ln(1 + b_1 r)}{b_1} \right),$$

где $b_1 = 1/\bar{\lambda}_1 - 1$. В итоге нижняя оценка коэффициента теплопроводности представительного элемента будет равна

$$\lambda^- = Y_m + Y_* = \lambda_m(1 - \pi r^2) + Y_*. \quad (3)$$

Если вместо шарового включения в кубическом представительном элементе рассматривать включение в форме куба, то безразмерные двусторонние оценки принимают вид [2]

$$\tilde{\lambda}_{\square}^{+} = \frac{\lambda_{\square}^{+}}{\lambda_m} = \frac{1 + (\bar{\lambda} - 1)C_V^{2/3}}{1 + (\bar{\lambda} - 1)C_V^{2/3}(1 - C_V^{1/3})}, \quad \tilde{\lambda}_{\square}^{-} = \frac{\lambda_{\square}^{-}}{\lambda_m} = \frac{1 - (\bar{\lambda} - 1)C_V^{1/3}(1 - C_V^{2/3})}{1 - (\bar{\lambda} - 1)C_V^{1/3}}. \quad (4)$$

3. Двусторонние оценки на основе вариационного подхода

Представленные выше двусторонние оценки целесообразно сопоставить с оценками, учитывающими лишь объемную концентрацию C_V включений. Из вариационной формулировки задачи стационарной теплопроводности в представительном элементе структуры композита, предполагая однородность градиента температурного поля и плотности теплового потока в пределах этого элемента, можно получить соотношения [7, 14]

$$\tilde{\lambda}_1^{+} = \frac{\lambda_1^{+}}{\lambda_m} = 1 - C_V + \bar{\lambda}C_V \geq \frac{\lambda}{\lambda_m} \geq \frac{1}{1 - C_V + C_V/\bar{\lambda}} = \frac{\lambda_1^{-}}{\lambda_m} = \tilde{\lambda}_1^{-}. \quad (5)$$

Такой же результат следует из смесевой модели процесса теплопереноса в композите [15]. При $C_V = 0$, $C_V = 1$ и $\bar{\lambda} = 1$ верхняя и нижняя оценки совпадают. Однако при большом отклонении параметра $\bar{\lambda}$ от единицы разность $\Delta\tilde{\lambda}_1 = (\tilde{\lambda}_1^{+} - \tilde{\lambda}_1^{-})/2$, характеризующая наибольшую возможную погрешность по отношению к среднеарифметическому значению $(\tilde{\lambda}_1^{+} + \tilde{\lambda}_1^{-})/2$ безразмерных оценок, для промежуточных значений C_V становится достаточно большой.

Вариационный подход позволяет сблизить двусторонние оценки [16]:

$$\begin{aligned} \tilde{\lambda}_2^{+} = \tilde{\lambda}_1^{+} - \frac{(\bar{\lambda} - 1)^2 C_V (1 - C_V)}{C_V + \bar{\lambda}(1 - C_V) + 2 \min(\bar{\lambda}, 1)} &\geq \frac{\lambda}{\lambda_m} \geq \\ &\geq \tilde{\lambda}_1^{+} - \frac{(\bar{\lambda} - 1)^2 C_V (1 - C_V)}{C_V + \bar{\lambda}(1 - C_V) + 2 \max(\bar{\lambda}, 1)} = \tilde{\lambda}_2^{-}. \end{aligned} \quad (6)$$

Ясно, что $\Delta\tilde{\lambda}_2 = (\tilde{\lambda}_2^{+} - \tilde{\lambda}_2^{-})/2 < \Delta\tilde{\lambda}_1$, но при $\bar{\lambda} \geq 10$ и $1/\bar{\lambda} \geq 10$ разность $\Delta\tilde{\lambda}_2$ остается значительной.

4. Результаты расчетов

Эффективный коэффициент теплопроводности рассматриваемого представительного элемента структуры композита можно найти путем численного решения трехмерной стационарной задачи теплопроводности в этом элементе при указанных выше граничных условиях. Суммарный тепловой поток Q_1 , проходящий через грань $x_2 = 1$ кубического представительного элемента с ребром единичной длины, вычисленный по результатам решения этой задачи, позволяет затем найти относительный эффективный коэффициент теплопроводности $\tilde{\lambda}^{\square} = \lambda^{\square}/\lambda_m = Q_1/(\lambda_m T_0)$ такого элемента. Погрешность численного решения данной задачи при $T_0 = 1$ и $\lambda_m = 1$ можно оценить интегрально по значению $\Delta\tilde{Q} = |1 - Q_0/Q_1|$, где Q_0 — суммарный тепловой поток на грани $x_2 = 0$ кубического

элемента. При допустимом с точки зрения точности значении $\Delta\tilde{Q}$ следует принять $\tilde{\lambda}^{\square} = (Q_1 + Q_0)/2$.

Первый этап решения задачи состоял в дискретизации трехмерной области, занятой представительным элементом, конечными элементами в виде десятиузловых тетраэдров с квадратичными функциями формы [17]. Область решения задачи была разбита на 92743 элемента с общим числом 93236 узлов. Значения $\Delta\tilde{Q}$ при решении задачи методом конечных элементов на указанных сетках возрастали по мере отклонения значения $\bar{\lambda}$ от единицы и увеличения относительного радиуса r включения, но при $\bar{\lambda} = 0,01$ и $\bar{\lambda} = 100$ не превысили 10^{-4} .

Результаты расчетов эффективного коэффициента теплопроводности, отнесенного к величине λ_1^+ при соответствующем значении C_V объемной концентрации дисперсных включений и обозначенного Λ , приведены на рис. 3 для значений $\bar{\lambda} = 10$ и $\bar{\lambda} = 0,1$, а на рис. 4 — для $\bar{\lambda} = 100$ и $\bar{\lambda} = 0,01$. Обозначения кривых на этих рисунках одинаковы. Сплошной кривой с кружками представлен график зависимости $\Lambda^{\square} = \lambda^{\square}/\lambda_1^+$ от C_V , построенный по результатам численного решения задачи стационарной теплопроводности методом конечных элементов. Тонкая сплошная кривая соответствует зависимости

$$\Lambda^* = \frac{\lambda^*}{\lambda_1^+} = \frac{2 - \bar{\lambda} + 3(\bar{\lambda} - 1)C_V + \sqrt{(2 - \bar{\lambda} + 3(\bar{\lambda} - 1)C_V)^2 + 8\bar{\lambda}}}{4\tilde{\lambda}_1^+},$$

полученной для композита с шаровыми включениями методом самосогласования [18]. Штрихпунктирные кривые построены по формулам (2) и (3), сплошные кривые с квадратами — по формулам (4), а штриховые линии — по формулам (6). Пунктирная линия соответствует зависимости от C_V отношения λ_1^-/λ_1^+ , которое определено соотношением (5). Абсцисса вертикальной штриховой линии равна $C_V^{\square} = \pi/6$.

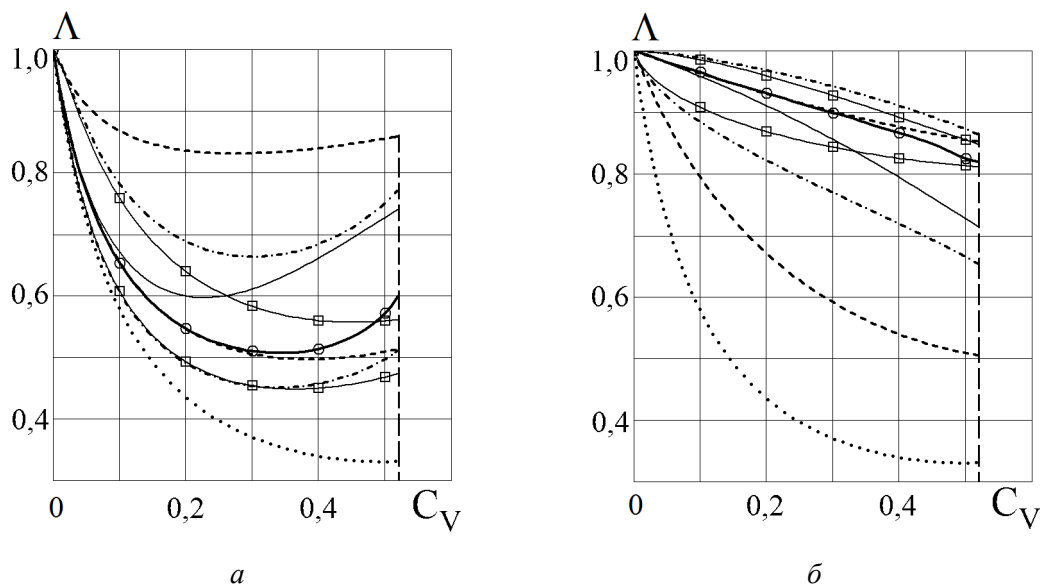


Рис. 3. Результаты расчетов эффективного коэффициента теплопроводности композита:
a — при $\bar{\lambda} = 10$; *б* — при $\bar{\lambda} = 0,1$

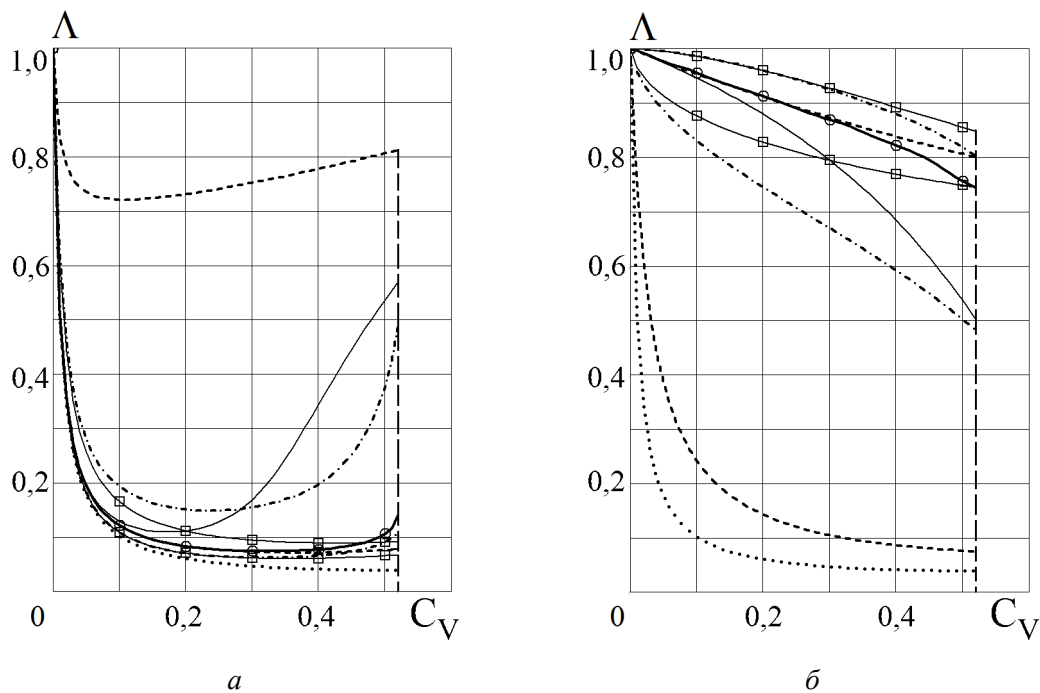


Рис. 4. Результаты расчетов эффективного коэффициента теплопроводности композита: a — при $\bar{\lambda} = 100$; b — при $\bar{\lambda} = 0,01$

При $C_V < 0,3$ в случае $\bar{\lambda} \geq 10$ результаты численного решения практически совпадают с нижней уточненной оценкой (см. рис. 3, a и рис. 4, a), а в случае $1/\bar{\lambda} \geq 10$ — с верхней уточненной оценкой (см. рис. 3, b и рис. 4, b). Во втором случае эти результаты полностью остаются в пределах полосы между двусторонними оценками, определяемыми формулами (4), тогда как в первом случае они выходят из этой полосы при значениях C_V , близких к C_V^{\square} . В обоих случаях уже при $C_V > 0,1$ заметно отличие результатов численного решения от оценки, полученной методом самосогласования. Следует отметить, что двусторонние оценки, определяемые формулами (2) и (3), ограничивают более узкую полосу по сравнению с уточненными оценками и в этой полосе полностью находятся результаты численного решения и одна из уточненных оценок, а при $C_V \leq 0,3$ и результаты вычислений по формулам (4) для всех значений $\bar{\lambda}$. При $C_V > 0,3$ из этой полосы выходят значения, определяемые первой формулой (4) при $\bar{\lambda} = 0,01$ и второй формулой (4) в случае $\bar{\lambda} \geq 10$.

Масштаб на рис. 3 и 4 не позволяет в полной мере выявить различие между результатами численного решения трехмерной стационарной задачи теплопроводности в представительном элементе структуры композита при предельных возможных величинах $\bar{\lambda} = 0$ и $\bar{\lambda} \rightarrow \infty$ (первая из них соответствует условиям идеальной теплоизоляции на поверхности шаровой поры, а вторая — идеальной теплопроводности шарового включения) и приведенными на этих рисунках графиками для достаточно малом $\bar{\lambda} = 0,01$ и достаточно большом $\bar{\lambda} = 100$ значениях. В табл. 1 проведено попарное сравнение полученных результатов расчетов $\tilde{\lambda}^{\square}$ (с округлением до четвертого десятичного знака) для различных значений безразмерного радиуса r .

Сравнение результатов вычислений

r	$\bar{\lambda} = 0,01$	$\bar{\lambda} = 0$	$\bar{\lambda} = 100$	$\bar{\lambda} \rightarrow \infty$
0,3	0,9803	0,9789	1,0396	1,0430
0,4	0,9522	0,9506	1,0990	1,1040
0,5	0,9070	0,9049	1,2020	1,2101
0,55	0,8790	0,8748	1,2720	1,2864
0,6	0,8426	0,8394	1,3681	1,3829
0,65	0,8019	0,7986	1,4866	1,5050
0,7	0,7571	0,7525	1,6337	1,6602
0,75	0,7059	0,7008	1,8248	1,8602
0,8	0,6479	0,6535	2,0793	2,1247
0,85	0,5869	0,5805	2,4209	2,4913
0,9	0,5169	0,5110	2,9337	3,0452
0,925	0,4808	0,4736	3,3080	3,4581
0,95	0,4421	0,4340	3,8410	4,0599
0,975	0,3986	0,3914	4,7418	5,1209
0,99	0,3732	0,3638	5,8404	6,5569
0,995	0,3656	0,3541	6,5694	7,6510
0,999	0,3590	0,3459	7,8516	10,1980

Из таблицы следует, что различие между значениями $\tilde{\lambda}^{\square}$ при $\bar{\lambda} = 0,01$ и $\bar{\lambda} = 0$ сравнительно мало, тогда как отличие этих значений при $\bar{\lambda} = 100$ и $\bar{\lambda} \rightarrow \infty$ становится существенным по мере возрастания безразмерного радиуса r .

Заключение

Двусторонние оценки эффективного коэффициента теплопроводности композита с дисперсными включениями шаровой формы, построенные для выбранного представительного элемента его структуры, ограничивают более узкую полосу возможных значений этого коэффициента по сравнению с двусторонними оценками, полученными на основе вариационных формулировок задачи стационарной теплопроводности в неоднородном твердом теле, не учитывающих взаимного расположения включений. В полосе, ограниченной первыми указанными двусторонними оценками, полностью расположены результаты численного решения методом конечных элементов с контролируемой интегральной погрешностью вычислений трехмерной задачи стационарной теплопроводности в выбранном представительном элементе структуры композита.

Проведенный сравнительный анализ результатов расчетов позволил выявить области параметров, в которых представленные расчетные зависимости могут быть использованы для надежного прогноза эффективного коэффициента теплопроводности композита, в том числе в случае значительного различия коэффициентов теплопроводности матрицы и включений.

Работа выполнена в рамках проекта 1712 в сфере научной деятельности в части государственного задания № 2014/104 Минобрнауки РФ, а также в рамках государственного задания по проекту № 1.2640.2014.

Список литературы

1. Калинин В.А., Ягодников Д.А. Технология производства ракетных двигателей твердого топлива. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 688 с.
2. Комков М.А., Тарасов В.А. Технология намотки композитных конструкций ракет и средств поражения. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 432 с.
3. Справочник по композиционным материалам. В 2 кн. Кн. 2 / Под ред. Дж. Любина: пер. с англ. М.: Машиностроение, 1988. 584 с.
4. Чудновский А.Ф. Теплофизические характеристики дисперсных материалов. М.: Физматгиз, 1962. 456 с.
5. Дульнев Г.Н., Заричняк Ю.П. Теплопроводность смесей и композиционных материалов. Л.: Энергия, 1974. 264 с.
6. Кац Е.А. Фуллерены, углеродные нанотрубки и нанокластеры. Родословная форм и идей. М.: Изд-во ЛКИ, 2008. 296 с.
7. Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н., Савельева И.Ю. Эффективный коэффициент теплопроводности композита с шаровыми включениями // Тепловые процессы в технике. 2012. № 10. С. 470–474.
8. Зарубин В.С. Моделирование. М.: Издательский центр «Академия», 2013. 336 с.
9. Maxwell C. Treatise on electricity and magnetism. In 2 vols. Oxford: Clarendon Press, 1873.
10. Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н., Савельева И.Ю. Сравнительный анализ оценок коэффициентов теплопроводности композита с шаровыми включениями // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. № 7. С. 299–318. DOI: [10.7463/0713.0569319](https://doi.org/10.7463/0713.0569319)
11. Jackson J.L., Coriell S.R. Transport coefficients of composite materials // J. Appl. Phys. 1968. Vol. 39, no. 5. P. 2349–2354. DOI: [10.1063/1.1656558](https://doi.org/10.1063/1.1656558)
12. Coriell S.R., Jackson J.L. Bounds on transport coefficients of two-phase materials // J. Appl. Phys. 1968. Vol. 39, no. 10. P. 4733–4736. DOI: [10.1063/1.1655828](https://doi.org/10.1063/1.1655828)
13. Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Двусторонние оценки термического сопротивления неоднородного твердого тела // Теплофизика высоких температур. 2013. Т. 51, № 4. С. 578–585.
14. Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н., Савельева И.Ю. Эффективный коэффициент теплопроводности многофазного композита с шаровыми включениями // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2013. № 6. С. 72–77.

15. Головин Н.Н., Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Смесевые модели механики композитов. Ч. 1. Термомеханика и термоупругость многокомпонентной смеси // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2009. № 3. С. 36–49.
16. Шермергор Т.Д. Теория упругости микронеоднородных сред. М.: Наука, 1977. 400 с.
17. Власова Е.А., Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Приближенные методы математической физики. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 700 с.
18. Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н., Савельева И.Ю. Оценка эффективной теплопроводности композита с шаровыми включениями методом самосогласования // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. №9. С. 435–444. DOI: [10.7463/0913.0601512](https://doi.org/10.7463/0913.0601512)

A Comparative Analysis of Approaches to Heat Transfer Description in a Disperse Inclusions Composite

Zarubin V. S.^{1,*}, Zarubin S. V.¹, Shishkina S. I.¹

[*fn2@bmstu.ru](mailto:fn2@bmstu.ru)

¹Bauman Moscow State Technical University, Russia

Keywords: composite, effective thermal conductivity coefficient, two-sided estimates, dispersions
enable the spherical shape

Composites comprising a matrix with multishaped inclusions are widely used as the engineering structural, building, and functional materials in a variety of instrumentation devices. Among the composites a majority of materials used in engineering are heterogeneous solids. Among these materials there is a large group of composites that have inclusions in the form of fine particles. Those should also include a variety of nanostructured particles with the outlook for their using to provide a capability to enhance mechanical properties of composites.

To improve processability of the binder polymer as a component part of the composite are used fine fillers in the form of powder, flakes or fibrous particles. This makes it possible to receive the exotherm during the curing of the binder, to reduce its shrinkage, and improve the mechanical, thermal, electromagnetic and other operational characteristics of the produced composite. However, such fillers available in the binder can cause porosity that impaires the composite properties. The pore emergence is also caused by a long binder shrinkage during its solidification reaching several percent. Particle sizes can vary from a fraction of micrometer to several tens of micrometers. One would expect a similar range of variation of pore sizes.

One of the composite characteristics, which is sensitive to inclusions available therein as pores and fine particles, is an effective thermal conductivity that is significant in terms of defining the scope of use for such composites. Calculation formulas for evaluating this factor obtained in the prior art, as a rule, either as a result of experimental data processing in relation to specific materials, or by setting a priori distribution of temperature and heat flow in models of heterogeneous body structure. However, building the mathematical models of a heat transfer process in the composite allows us to define a quantitative effect of the concentration of pore volume and fine particles on this coefficient.

This study compares the quantitatively estimated results of the effective thermal conductivity of the spherically-shaped disperse inclusions composite obtained using various approaches to describing the process of heat transfer in such a composite.

References

1. Kalinchev V.A., Yagodnikov D.A. *Tekhnologiya proizvodstva raketnykh dvigateley tverdogo topliva* [Technology of production of solid-propellant rocket engines]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2011. 688 p. (in Russian).
2. Komkov M.A., Tarasov V.A. *Tekhnologiya namotki kompozitnykh konstruksii raket i sredstv porazheniia* [Technology of winding of composite structures of missiles and weapons of destruction]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2011. 432 p. (in Russian).
3. Lubin G., ed. *Handbook of composites*. Van Nostrand Reinold Company, New York, 1982. (Russ. ed.: Lubin G., ed. *Spravochnik po kompozitsionnym materialam: V 2 kn. Kn. 2*. Moscow, Mashinostroenie, 1988. 584 p.).
4. Chudnovskii A.F. *Teplofizicheskie kharakteristiki dispersnykh materialov* [Thermophysical properties of dispersed materials]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1962. 456 p. (in Russian).
5. Dul'nev G.N., Zarichniak Iu.P. *Teploprovodnost' smesei i kompozitsionnykh materialov* [Thermal conductivity of mixtures and composite materials]. Leningrad, Energiia, 1974. 264 p. (in Russian).
6. Kats E.A. *Fullereny, uglerodnye nanotrubki i nanoklastery. Rodoslovnaya form i idey* [Fullerenes, carbon nanotubes and nanoclusters. Genealogy forms and ideas]. Moscow, LKI Publ., 2008. 296 p. (in Russian).
7. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N., Savel'eva I.Iu. The Effective Coefficients of Thermal Conductivity of Composites with Spherical Inclusions. *Teplovye protsessy v tekhnike = Thermal Processes in Engineering*, 2012, no. 10, pp. 470–474. (in Russian).
8. Zarubin V.S. *Modelirovanie* [Modelling]. Moscow, Publ. center “Akademia”, 2013. 336 p. (in Russian).
9. Maxwell C. *Treatise on electricity and magnetism. In 2 vols*. Oxford, Clarendon Press, 1873.
10. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N., Savel'eva I.Iu. Comparative analysis of estimations of heat conduction of a composite with ball inclusions. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2013, no. 7, pp. 299–318. DOI: [10.7463/0713.0569319](https://doi.org/10.7463/0713.0569319) (in Russian).
11. Jackson J.L., Coriell S.R. Transport coefficients of composite materials. *J. Appl. Phys.*, 1968, vol. 39, no. 5, pp. 2349–2354. DOI: [10.1063/1.1656558](https://doi.org/10.1063/1.1656558)
12. Coriell S.R., Jackson J.L. Bounds on transport coefficients of two-phase materials. *J. Appl. Phys.*, 1968, vol. 39, no. 10, pp. 4733–4736. DOI: [10.1063/1.1655828](https://doi.org/10.1063/1.1655828)

13. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. Two-sided estimates for thermal resistance of an inhomogeneous solid body. *Teplofizika vysokih temperatur*, 2013, vol. 51, no. 4, pp. 578–585. (English version of journal: *High Temperature*, 2013, vol. 51, no. 4, pp. 519–525. DOI: [10.1134/S0018151X1304024X](https://doi.org/10.1134/S0018151X1304024X)).
14. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N., Savel'eva I.Yu. Effective Thermal Conductivity Coefficient of Multi-phase Composite With Spherical Inclusions. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie = Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2013, no. 6, pp. 72–77. DOI: [10.18698/0536-1044-2013-6-72-77](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2013-6-72-77) (in Russian).
15. Golovin N.N., Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. Mixture Models of Composite Mechanics. P. 1. Thermal Mechanics and Thermoelasticity of Multicomponent Mixture. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennyye nauki = Herald of the Bauman MSTU. Ser. Natural science*, 2009, no. 3, pp. 36-49. (in Russian).
16. Shermergor T.D. *Teoriia uprugosti mikroneodnorodnykh sred* [Theory of elasticity of microinhomogeneous media]. Moscow, Nauka, 1977. 400 p. (in Russian).
17. Vlasova E.A., Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. *Priblizhennyye metody matematicheskoy fiziki* [Approximate methods of mathematical physics]. Moscow, Bauman MSTU Publ, 2001. 700 p. (in Russian).
18. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N., Savel'eva I.Yu. Evaluation of effective thermal conductivity of composites with ball inclusions by the method of self-consistency. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2013, no. 9, pp. 435–444. DOI: [10.7463/0913.0601512](https://doi.org/10.7463/0913.0601512) (in Russian).