

УДК 519.007.5

Фиксированная геометрическая структура строя в задаче управления движением строя роботов с динамически изменяющимся количеством роботов в группе

Морозова Н. С.^{1,*}

* natalia.s.morozova@gmail.com

¹ МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Данная статья посвящена частной подзадаче, возникающей при решении более общей задачи обеспечения децентрализованного управления движением строя для группы роботов. В статье рассматривается базовое правило управления, решающее задачу управления строем с динамическим выбором наиболее подходящей геометрической структуры строя в зависимости от количества агентов в группе. Предлагаемое правило управления основывается на подходе с использованием виртуальных лидеров и использует набор возможных геометрических структур в качестве входного параметра управления. Затем в статье рассматривается ситуация, когда целевая геометрическая структура строя фиксирована и количество агентов не обязательно совпадает с размером целевой геометрической структуры строя. Предлагается модификация правила управления для двух случаев: количество агентов больше количества точек в целевой геометрической структуре строя, количество агентов меньше количества точек в целевой геометрической структуре строя. Также приводятся результаты компьютерного моделирования для предложенных модификаций.

Ключевые слова: мультиагентная система; движение строем; децентрализованное управление; виртуальные лидеры

Введение

Статья посвящена задаче формирования строя и обеспечения движения строем для группы агентов, моделирующих мобильных роботов. Рассматривается модификация правила управления, которая позволяет обеспечить формирование строя, соответствующего целевой геометрической структуре строя фиксированного размера даже в случаях, когда количество агентов непредсказуемо изменяется.

Задача управления строем имеет широкое практическое применение в робототехнике для мобильных наземных роботов, подводных автономных аппаратов, беспилотных летательных аппаратов. Для равномерного покрытия области, поддержания устойчивой связи друг с другом и избежания столкновений роботы должны при движении соблюдать некоторую геометрическую структуру строя (определенное расположение агентов относительно друг

друга или относительно их центра масс, образующее геометрическую фигуру). Роботы автономны и при помощи сенсоров могут получать только локальную информацию (в пределах действия сенсоров). Для управления агентами используется децентрализованное управление (единый управляющий центр отсутствует). Помимо децентрализованного управления могут быть использованы централизованный и комбинированный подходы (основные черты каждого из подходов, а также примеры реализации разобраны в книге И. А. Каляева [1]).

Хронологически одним из первых широко распространенных децентрализованных методов управления движением группы роботов стали методы, основанные на принципах консенсуса, т. е. усреднения [2, 3], и потенциальных функций [4, 5, 6]. Данные методы используются для решения задач «стадного» движения к определенной цели. При своей простоте и устойчивости к выходу из строя любого из агентов, метод потенциальной функции имеет существенные ограничения: трудно предсказать каким будет установившееся взаимное расположение агентов, так как это зависит от конкретных обстоятельств, метод может быть использован для решения лишь ограниченного набора задач, в которых не требуется детерминизма в вопросе об относительном расположении агентов и траектории их движения.

Для равномерного распределения в зоне выполнения миссии, поддержания устойчивой связи внутри группы и избежания столкновений роботы должны при движении соблюдать некоторую геометрическую структуру строя (определенное расположение относительно друг друга или относительно центра масс группы, образующее определенную геометрическую фигуру). Возникает необходимость разработать децентрализованное правило управления и алгоритм, которые бы позволили осуществлять эффективное управление движением агентов с сохранением геометрической формы строя при условиях полной автономности агента и возможности получения информации только от своих ближайших соседей.

На данный момент в литературе в большинстве случаев для решения указанной задачи используются следующие подходы: первый — задать заранее желаемое расстояние между парами агентов и применить теорию жесткости графов [7, 8]; второй — задать желаемое положение агента относительно его соседей через вектора и воспользоваться правилами консенсуса (усреднения) [9, 10, 11]; третий — в каждый момент времени передавать агентам информацию о положении и направлении движения виртуальной формации, на основании чего каждый агент может сконструировать виртуального лидера и следовать за ним [12, 13, 14].

Существующие подходы к решению задачи управления движением строем имеют ограниченную применимость при возникновении внештатных ситуаций. Частичное устранение данных недочетов обычно достигается дополнительными ограничениями и зачастую громоздкими модификациями исходного правила управления, например [15, 16].

Автор статьи представил в печатных работах [17, 18] правило управления, изначально рассчитанное на автономную обработку внештатных ситуаций наподобие выхода некоторых агентов из строя. В разработанном правиле управления реализована возможность адаптации

к изменению количества агентов в группе, динамического выбора геометрической структуры строя в зависимости от количества агентов, а также динамического изменения положения агента в строю. Некоторые практические задачи (например, транспортировка), тем не менее, могут требовать сохранения фиксированной структуры строя даже в случае изменения количества агентов. Эта ситуация рассматривается подробно в данной статье. Работоспособность подхода исследована в при помощи компьютерного моделирования.

1. Постановка задачи

Основные определения. Пусть W — ограниченное открытое связное подмножество \mathbb{R}^2 . Введем в W неподвижную прямоугольную систему координат OXY . Допустим, что $T^* \in W$ — текущая целевая точка, в которую должна прийти группа агентов (метод легко обобщается на случай существования упорядоченного конечного набора целевых точек $T_i \in W$, где $i = 1, \dots, h$).

Обозначим как A_1, \dots, A_n голономных агентов, моделирующих роботов, имеющих в момент времени t координаты $p_1(t), \dots, p_n(t)$ соответственно. Агенты считаются материальными точками, начальные позиции n агентов — $p_1(t_0), \dots, p_n(t_0)$ задаются произвольно и заранее неизвестны. В данной статье рассматривается следующая модель динамики агентов: $\dot{p}_i(t) = u_i(t)$, где u_i — управление для i -го агента (одна из наиболее распространенных динамик в задачах на мультиагентные системы [19]).

Введем понятие радиуса слышимости r : агенты i и j могут обмениваться информацией напрямую, если $\|p_i - p_j\| \leq r$. Также, если агенты i и j не находятся в прямой слышимости, они могут обмениваться информацией опосредованно через других агентов, находящихся в прямой слышимости, например, если $\|p_i - p_k\| \leq r$ и $\|p_k - p_j\| \leq r$, то передача информации между i и j возможна. Назовем возможность передачи информации о своем местоположении между агентами отношением слышимости. Отношение слышимости обладает свойством транзитивности. Под группой связности будем понимать группу агентов, в которой каждый агент находится в отношении слышимости с любым другим, $N_p = A_{i_1}, \dots, A_{i_k}$ — рассматриваемая группа связности размера k .

Пусть Δt — временной промежуток, требуемый для выполнения агентами одного цикла управления: снятие показаний сенсоров, вычисления с использованием полученной от сенсоров информации и выполнение передвижения в соответствии с выполненными вычислениями, V_{\max} — максимальная скорость агентов.

Предположения и ограничения. В данной статье задача рассматривается в среде без препятствий при условиях отсутствия ошибок измерения, предполагается, что обмен информацией между агентами, а также переход из одного скоростного режима в другой происходят мгновенно. Считаем, что скорость не может превышать V_{\max} , $\|u_i(t)\|$ — кусочно-постоянная ограниченная функция. Ограничения быстроедействия систем управления мо-

делируются изменением значений $\|u_i(t)\|$ через равные промежутки времени в моменты $t = q\Delta t, q = 0, 1, \dots$

Геометрическая структура строя. Целевые геометрические структуры (ЦГС) строя для групп связности всевозможных допустимых размеров задаются одинаково для всех агентов перед началом выполнения миссии, при этом отсутствует жесткая привязка агента к определенной позиции в целевой геометрической структуре. Определим ЦГС как совокупность наборов F_k из k точек с координатами, заданными в произвольной системе координат, масштаб которой совпадает с масштабом мировой системы координат, для каждого возможного размера группы связности от 1 до n . Для упрощения F_k задается таким образом, чтобы для каждого фиксированного k центр масс системы точек из F_k был строго в центре системы координат, в которой задается ЦГС.

Виртуальные лидеры. Под виртуальными лидерами понимается набор из k точек в W , координаты которых рассчитаны агентом A_j . Предлагается, что каждый агент, зная k — число агентов в группе связности, рассчитывает самостоятельно координаты k виртуальных лидеров. Каждому агенту A_i и ЦГС из k точек $\{F_k^1; \dots; F_k^k\}$ будет соответствовать группа из k лидеров $\{L_{k,i}^1, \dots, L_{k,i}^k\}$ ($F_k^j; A_i$) $\leftrightarrow L_{k,i}^j, L_{k,i}^j \in \mathbb{R}^2$. Правило расчета положения виртуальных лидеров описывается в разделе 3.

Формализация постановки задачи. Обозначим A_{cm} центр масс агентов из рассматриваемой группы связности, т.е.

$$A_{cm}(t) = \frac{1}{k} \sum_{A_i \in N_p} p_i(t).$$

Миссия для агентов A_1, \dots, A_n считается выполненной, если в некоторый момент времени $t' < \infty$ выполнены следующие условия:

- условие достижения целевой точки $\|A_{cm}(t') - T^*\| \leq V_{max} \Delta t$;
- начиная с определенного момента $t^* < t'$, для каждого агента A_i существует виртуальный лидер $L_{k,i}^{j^*}$, который находится в δ -окрестности A_i и $\delta \leq V_{max} \Delta t$ (это условие соблюдения заданной структуры строя).

Лидер $L_{k,i}^{j^*}$ — это один из набора k лидеров ($L_{k,i}^1, \dots, L_{k,i}^k$) агента A_i . Зависимость $j^* = j(i, t)$ подчеркивает то, что для каждого агента i существует «избранный» лидер с индексом j^* из его набора лидеров и что j^* может изменяться по мере движения.

2. Базовое правило управления (динамический выбор целевой структуры строя)

Правило расчета положения виртуальных лидеров. Для расчета $L_{k,i}^j$ предлагается выполнить ортогональные преобразования над координатами F_k^j , что повлечет за собой изоморфность виртуальной структуры и структуры, которую образуют виртуальные лидеры для каждого агента.

Пусть угол между направлением $A_{cm}T^*$ и осью OY будет характеризоваться углом

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{(A_{cm}T^*)_y}{(A_{cm}T^*)_x} - \frac{\pi}{2}.$$

Обозначим матрицу поворота на угол β как R_β . Пусть $L_{k,i}^j = R_\beta(F_k^j + D_u) + A_{cm}$ — правило расчета положения j -го виртуального лидера для i -го агента в мировой системе координат на основании координат точек ЦГС над точками которой выполнен параллельный перенос на управляющий параметр вектор D_u , поворот на угол β и параллельный перенос на радиус вектор центра масс агентов из группы связности N_p . Управляющий параметр D_u необходим для того, чтобы не сложилось такой ситуации, что координаты агента сравнялись с координатами виртуального лидера и произошло прекращение движения прежде, чем целевая точка будет достигнута группой.

При изложенном способе расчета положения виртуальных лидеров в условиях отсутствия ошибок измерений расположение виртуальных лидеров для любых двух агентов A_i и A_j из одной группы связности будет одинаковым.

Итоговое правило управления имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{p}_i = q_i \frac{V_{\max}}{\|\vartheta_i\|} \vartheta_i, & p_i(t_0) = p_{i0}, \\ \vartheta_i = \sum_{j=1}^k c_{ij} (L_{k,i}^j - p_i), & L_{k,i}^j = R_\beta(F_k^j + D_u) + A_{cm}. \end{cases} \quad (1)$$

В правило управления введены коэффициенты приоритета виртуальных лидеров c_{ij} (см. следующий пункт ниже), нормировочный коэффициент $\frac{V_{\max}}{\|\vartheta_i\|}$ для учета ограничения скорости и понижающий коэффициент $q \in (0; 1]$ отличный от единицы только в случае, если в δ -окрестности ($\delta \leq V_{\max} \Delta t$) i -го агента находится некоторый виртуальный лидер $L_{k,i}^{j*}$ (будем говорить в подобных случаях, что лидер находится в прямом преследовании агентом). В этом случае $q_i = \|L_{k,i}^{j*} - p_i\|/V_{\max}$, это понижение скорости необходимо, чтобы агент не оказался впереди лидера.

Определение для агента значений коэффициентов приоритета виртуальных лидеров. Коэффициенты-приоритеты виртуальных лидеров для агента c_{ij} (i — номер агента, а j — номер лидера) определяют матрицу $C \subset \mathbb{R}^{k \times k}$, их предлагается выбирать следующим образом:

$$c_{ij} = \begin{cases} 0, & L_{k,i}^j \text{ в прямом преследовании агентом } A_l, \quad l \neq i; \\ 0, & \text{агент } A_i, \text{ ближайший для } L_{k,i}^l, \quad l \neq j; \\ 1, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Коэффициент единица получает либо только первый из лидеров, не находящихся в прямом преследовании, к которому агент A_i является ближайшим из всех агентов, либо все лидеры,

не находящиеся в прямом преследовании, для которых агент A_i не является ближайшим агентом.

Алгоритм управления был улучшен следующими эвристиками:

- если A_i — ближайший агент к лидеру $L_{k,i}^j$, то c_{ij} должен быть равен 1, а коэффициенты этого же лидера для других агентов (c_{lj} , $l \neq i$) должны быть равны нулю для того, чтобы данный лидер оказывался в прямом преследовании ближайшим к нему агентом. При чем, если $L_{k,i}^j$ — не находящийся в прямом преследовании лидер, то при вычислении ближайшего к нему агента следует исключить из рассмотрения агентов, которые уже прямо преследуют других лидеров;

- если несколько лидеров находятся на одинаковом расстоянии от агента, то агент должен брать в расчет только одного из них и проигнорировать остальных (соответствующие коэффициенты $c_{ij} = 0$).

Вычисление C по указанным правилам зависит от порядка вычисления и описывается в виде алгоритма.

Формальное обоснование. Пусть количество агентов в группе связности — $k = \text{const}$, D_u — фиксированный параметр управления, характеризующий сдвиг виртуальных лидеров относительно агентов, $D_u = (D_x, D_y)^T \in \mathbb{R}^2$. Пусть L^j — j -й виртуальный лидер из числа рассчитанных агентом (индекс k опущен, индекс i также можно опустить, так как наборы виртуальных лидеров, рассчитанные агентами i' и i'' из одной группы связности, идентичны в отсутствие помех и ошибок измерений).

Теорема 1. Пусть $D_u = (0, D_y)^T$, где $0 < D_y \leq V_{\max}\Delta t$, и для каждого агента A_i из группы связности N_p ($|N_p| = k$) в некоторый момент времени t^* нашелся единственный виртуальный лидер L^{j_i} , находящийся в прямом преследовании ($\|L^{j_i}(t^*) - p_i(t^*)\| \leq V_{\max}\Delta t$). Пусть имеет место взаимно однозначное соответствие $\{A_i\}_{i=1}^k \leftrightarrow \{L^{j_i}\}_{j_i=1}^k$, т.е. агенту с номером i соответствует «свой» виртуальный лидер с номером j_i и, наоборот, каждому виртуальному лидеру соответствует единственный агент. Тогда при предложенном правиле управления:

1) найдется такой момент $t' \geq t^*$, $t' < \infty$, начиная с которого будет выполнено условие достижения группой целевой точки

$$\|T^* - A_{\text{cm}}\| \leq V_{\max}\Delta t, \quad t \geq t';$$

2) при $t \geq t^*$ для каждого агента i будет выполнено условие соблюдения строя

$$\|L^{j_i} - p_i\| \leq V_{\max}\Delta t; \quad e = \sum_{A_i \in N_p} \|p_i - L^{j_i} + R_{\beta}D_u\| = 0,$$

где e — ошибка соблюдения строя.

Следствие 1. После первичного формирования строя в момент времени t^* при $D_u = (0, D_y)^T$ агенты далее движутся так, что их центр масс движется вдоль вектора $A_{\text{cm}}(t^*)T^*$.

Следствие 2. Движение агентов к целевой точке происходит по эллипсоидальной кривой при $D_x \neq 0$ и в направлении от целевой точки при $D_y < 0$. При $D_y > V_{\max}\Delta t$ ошибка строя превышает допустимые значения, так как агенты не успевают оказаться на расстоянии $V_{\max}\Delta t$ от виртуального лидера. В случае, когда $D_u = (0, 0)^T$, движение прекращается после того, как строй впервые будет сформирован.

Утверждение 1. Пусть $D_x = 0$, $D_y \leq V_{\max}\Delta t$ и расстояние между каждыми двумя точками ЦГС не менее величины $2V_{\max}\Delta t$ и не более r . Пусть в момент времени $t = 0$ агенты A_i ($i = 1, \dots, k$) образуют группу связности N_p ($|N_p| = k$) и имеют координаты $p_i(0) = p_{i0}$. Тогда в некоторый момент $t^* > 0$ для каждого агента A_i найдется единственный виртуальный лидер L^{j_i} , находящийся в прямом преследовании только агентом A_i , т. е. $\|L^{j_i}(t^*) - p_i(t^*)\| \leq V_{\max}\Delta t$, и имеет место взаимно однозначное соответствие $\{A_i\}_{i=1}^k \leftrightarrow \{L^{j_i}\}_{j_i=1}^k$.

Более подробно с приведенными выше результатами можно ознакомиться в работах [17, 18]. Найденные аналитически закономерности подтверждается моделированием.

3. Необходимость рассмотрения фиксированной структуры строя

В предыдущем разделе рассматривалось правило управления, реализующее автоматический выбор ЦГС, которая бы по количеству точек точно соответствовала текущему количеству агентов в группе связности. Это обеспечивало одинаковое количество виртуальных лидеров и агентов, при выходе в устоявшийся режим движения образовывалось взаимно однозначное соответствие «агент» — виртуальный лидер». Тем не менее целесообразно предусмотреть обработку ситуаций, когда ЦГС и, соответственно, количество виртуальных лидеров фиксированы и не обязательно совпадают с количеством агентов в группе связности. К таким ситуациям можно отнести следующие:

- количество агентов в группе связности в ходе движения может возрасти (обретение связи с очередным агентом или слияние нескольких групп связности) или снизиться (выход из строя) до такого количества, что ЦГС для такого размера группы связности не предусмотрена;
- миссия требует сохранения одной и той же ЦГС в ходе движения (например, «лишние» агенты должны следовать за агентами, выстроившими строй соответствующий ЦГС, и должны выполнять функцию подстраховки в случае выхода из строя одного из агентов «основного состава»).

Примерами миссий, требующих соблюдения фиксированной ЦГС, могут служить транспортировка крупногабаритного груза и разминирование.

При транспортировке груза может быть предусмотрено фиксированное количество точек крепления с оптимальным расположением на поверхности объекта, поэтому после занятия каждым агентом «своей» точки крепления и начала движения строем прочие агенты должны следовать за группой и занять место агента, пришедшего в неисправность, если потребуется.

Если агентов стало меньше, чем точек крепления, то агенты должны занять определенное подмножество всех точек крепления.

При разминировании может стоять задача равномерного покрытия определенного коридора с фиксированной шириной. Параметры наиболее эффективной для решения задачи геометрической структуры строя будут зависеть от радиуса действия поискового устройства на каждом агенте и от ширины коридора, т. е. они будут фиксированными. Из-за большого числа агентов может быть не удобно задавать для этих целей отдельную ЦГС на каждое возможное число агентов в группе связности и более простым решением может быть следующее: задать одну фиксированную ЦГС, отражающую покрытие ширины коридора минимальным количеством агентов, а «лишние» агенты должны следовать за «основным составом» и подменить неисправного агента в случае такой необходимости.

4. Фиксированная структура строя: агентов меньше, чем точек ЦГС

Будем рассматривать одну группу связности размера n : $N_p = \{A_1, \dots, A_n\}$. Рассмотрим ситуацию, когда задана ЦГС $F_m = \{F_1, \dots, F_m\}$, количество агентов в группе связности меньше, чем количество точек в ЦГС, т. е. $n < m$.

Рассмотрим для примера простейшую ЦГС «квадрат»:

$$F_4 = \{(-1, 1), (1, -1), (1, 1), (-1, -1)\}.$$

Попытаемся использовать ее для группы связности из трех агентов при помощи простого игнорирования избыточных точек ЦГС: после того, как каждый агент будет находиться в состоянии прямого преследования одного из виртуальных лидеров (т. е. три виртуальных лидера будут в прямом преследовании «своим» агентом), четвертый виртуальный лидер будет проигнорирован, как будто соответствующей точки ЦГС нет. В этом случае центр масс учтенных точек ЦГС будет уже не в $(0, 0)$. Моделирование показывает, что в таком случае при использовании правила управления (1) движение группы к целевой точке происходит по спиральной траектории. Вследствие движения по спиральной траектории из-за высокой угловой скорости, агенты могут оказаться слишком большой дистанции от виртуальных лидеров, что ведет к выходу ошибки строя за допустимые границы и к нецелесообразному изменению места агента в геометрической структуре строя.

Утверждение 2. Невозможно добиться такой же скорости достижения целевой точки группой связности $N_p = \{A_1, \dots, A_n\}$ как при классическом решении задачи при ЦГС $F_m = \{F_1, \dots, F_m\}$, такой что $n < m$ и $F_x^j \neq 0$ при $j = 1, \dots, m$ методом игнорирования агентами $m - n$ выборочно взятых точек из F_m .

Доказательство. Доказательство поведем методом от противного. Допустим, утверждение неверно, тогда при четном n и нечетном $m = n + 1$ задача управления строем должна успешно решаться для ЦГС, в которой ни одна точка не лежит на осях координат.

при $m \bmod 2 = 0$

$$F^j = \left((-1)^j ((j+1) \div 2) \eta V_{\max}, 0 \right), \quad j = 1, \dots, m;$$

при $m \bmod 2 \neq 0$

$$F^j = \begin{cases} (0, 0), & j = 1; \\ \left((-1)^j (j \div 2) \eta V_{\max}, 0 \right), & j = 2, \dots, m. \end{cases}$$

Здесь $2 \leq \eta \leq \frac{r}{V_{\max}}$ — произвольный коэффициент для соблюдения минимально необходимого расстояния между агентами (расстояние между точками ЦГС должно быть не менее $2V_{\max}\Delta t$ и не более r). Задаваемая таким образом ЦГС формирует строй геометрической формы «шеренга».

На рис. 1 показан снимок с экрана среды моделирования для ситуации, когда $m = 6$, а $n = 4$. Виртуальные лидеры, рассчитанные на основании ЦГС F_6 , будут преследоваться только если количество агентов не менее 6. При количестве агентов менее 6 будет использоваться автоматически рассчитывающаяся ЦГС простейшей формы («шеренга»). На рисунке для сравнения изображены виртуальные лидеры для случая стандартной ЦГС при $m = 6, n = 6$.

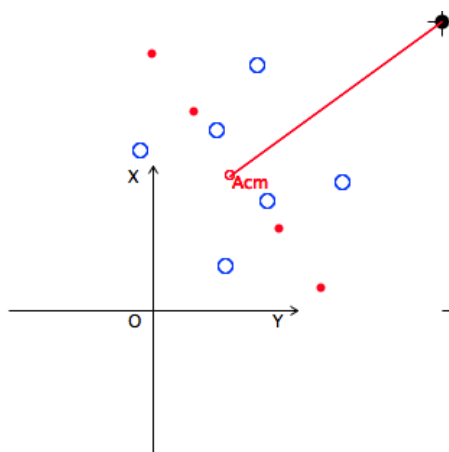


Рис. 1. Количество агентов меньше количества точек ЦГС ($n = 4, m = 6$), случай, когда ЦГС рассчитывается агентами. Незакрашенные круги небольшого размера — виртуальные лидеры, которые были бы рассчитаны, если бы количество агентов и количество точек ЦГС совпадали (для сравнения). Закрашенные круги меньшего размера — агенты, их центр масс A_{cm} соединен с целевой точкой

Результаты реализации первого подхода. Моделирование показало, что первый подход может решить задачу управления движением строя, когда количество точек ЦГС меньше количества агентов. Однако решение в рамках данного подхода не отличается принципиально от исходного, его преимущество заключается только в том, что нет необходимости задавать ЦГС для всех $k = 1, \dots, n$ (можно ограничиться заданием ЦГС для $k = k' + 1, \dots, n$; $1 \leq k' \leq n - 1$, а при количестве агентов менее k' агенты сами построят недостающие ЦГС).

Данный подход не дает большой гибкости, заложенное правило для расчета ЦГС не обязательно задает самую удачную геометрическую форму строя.

Подход второй: сдвиг избранных точек ЦГС. Первый подход, изложенный выше, предполагал простейший способ сконструировать ЦГС формы «шеренга» в ходе движения. Но в некоторых задачах необходимо все же зафиксировать конкретную ЦГС. Если количество агентов n меньше числа точек ЦГС m , то должен быть построен строй, соответствующий набору подмножества ЦГС $\{F_{i1}, \dots, F_{in}\} \subset \{F_1, \dots, F_m\}$. Выбор n точек из m должен быть выполнен одинаково всеми агентами (иначе, единая геометрическая структура не может быть реализована строем). Например, может быть использован следующий подход: поскольку точки ЦГС одинаково упорядочены для всех агентов, то агенты могут проигнорировать точки с индексами выше n . Кроме того, можно отранжировать точки ЦГС (например, каждой точке ЦГС присвоить приоритет от 1 до m) в смысле порядка отказа от учета точки ЦГС при управлении. Можно также договориться, что изначальный порядковый номер точки ЦГС выбран в соответствии с указанным ранжированием.

Рассмотрим случай, когда была задана фиксированная ЦГС $F = F_1, \dots, F_m$, при управлении были учтены точки ЦГС $\tilde{F} = F_1, \dots, F_n$, $n < m$. Назовем совокупность этих точек урезанной ЦГС. Пусть \tilde{F}_{cm} — центр масс урезанной ЦГС, т. е.

$$\tilde{F}_{cm} = \frac{1}{n}(F_1 + \dots + F_n).$$

Чтобы избежать проблемы, связанной с тем, что $\tilde{F}_{cm} \neq (0, 0)$, необходимо, чтобы агенты выполнили сдвиг точек урезанной ЦГС в ходе расчетов, чтобы свести решение задачи к случаю, когда центр масс ЦГС находится в $(0, 0)$. Правило управления по скорости с учетом данного сдвига будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{p}_i = \frac{q_i V_{\max}}{\|\vartheta_i\|} \vartheta_i, \\ \vartheta_i = \sum_{j=1}^n c_{ij} (L_{n,i}^j - p_i), \\ L_{n,i}^j = R_\beta (\tilde{F}_n^j - \tilde{F}_{cm} + D_u) + A_{cm}, \\ p_i(t_0) = p_{i0}. \end{cases} \quad (4)$$

Аналогичным образом модификация вводится и в правило управления по ускорению.

Результаты реализации второго подхода. Описанный выше подход был проверен при помощи моделирования. Моделирование показало, что модификация правила управления (4) позволяет сохранить строй, соответствующий урезанной ЦГС, в случае выхода из строя нескольких агентов и последующем увеличении числа агентов в группе связности с сохранением неравенства $n < m$ (например, зафиксирована ЦГС размера 6, из 6 агентов 3 выходят из строя, а затем к строю добавляются 2 агента). На рис. 2, представляющем собой

снимок с экрана среды моделирования, проиллюстрирована обработка ситуации выхода из строя одного агента при фиксированной ЦГС размера $m = 6$. В рамках адаптации группы к урезанной ЦГС, центр масс которой не находится в $(0, 0)$, происходит сдвиг виртуальных лидеров относительно центра масс агентов: центр масс виртуальных лидеров и центр масс агентов более не находятся на едином луче $A_{cm}T^*$. В момент выхода агента из строя центр масс агентов группы связности резко сдвигается, что влечет за собой смещение виртуальных лидеров.

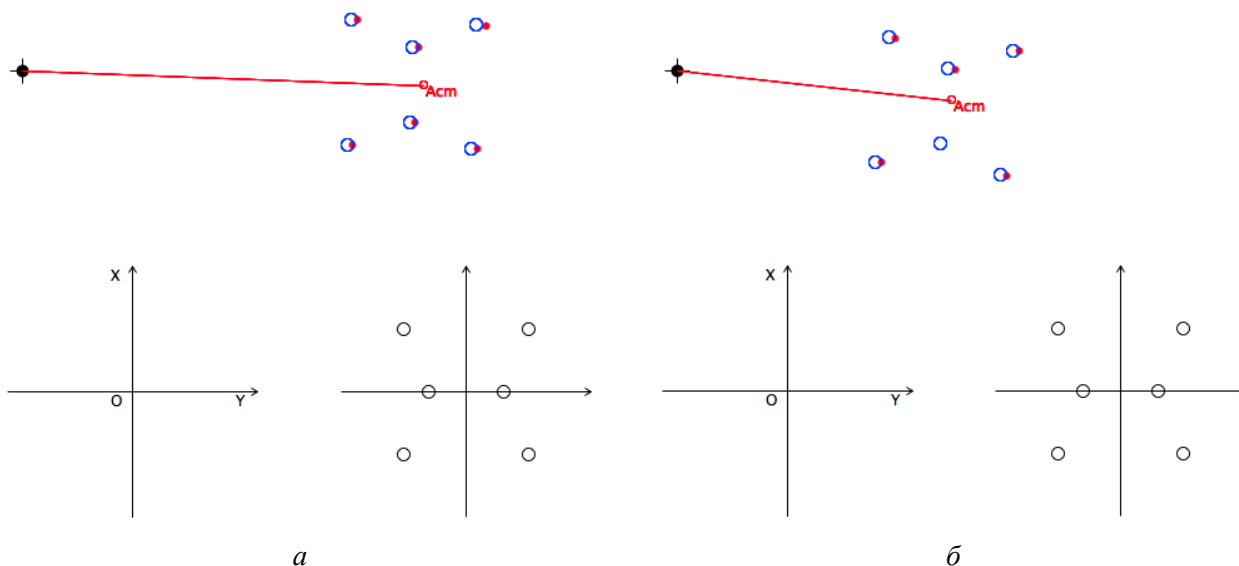


Рис. 2. Пример реакции строя на выход из строя одного агента при фиксированном размере ЦГС: *a* — $n = 6$, $m = 6$; *б* — $n = 5$, $m = 6$. Справа от осей координат приводится неурезанная ЦГС для пояснения. Закрашенные круги меньшего размера — агенты, незакрашенные круги большего размера — виртуальные лидеры, центр масс агентов A_{cm} соединен с целевой точкой

При этом при четных m и нечетном числе агентов n всегда наблюдается сдвиг виртуальных лидеров относительно центра масс группы связности (наблюдаем сдвиг не вдоль луча $A_{cm}T^*$, а в ортогональном ему направлении). Данный сдвиг отсутствует при четных m и n , если игнорируются симметричные точки фиксированной ЦГС (рис. 3).

5. Фиксированная структура строя: количество агентов больше числа точек ЦГС

Будем рассматривать одну группу связности размера n : $N_p = \{A_1, \dots, A_n\}$. Рассмотрим ситуацию, когда задана ЦГС $F_m = F_1, \dots, F_m$, количество агентов в группе связности больше, чем количество точек в ЦГС, $n > m$.

В данном случае возможны два варианта решения задачи: либо задать правило, по которому сами агенты будут достраивать ЦГС до необходимого количества точек, либо добавить в исходное правило управления эвристику, позволяющую «лишним» агентам следовать за теми m агентами, каждый из которых преследует виртуального лидера, соответствующего точке ЦГС.

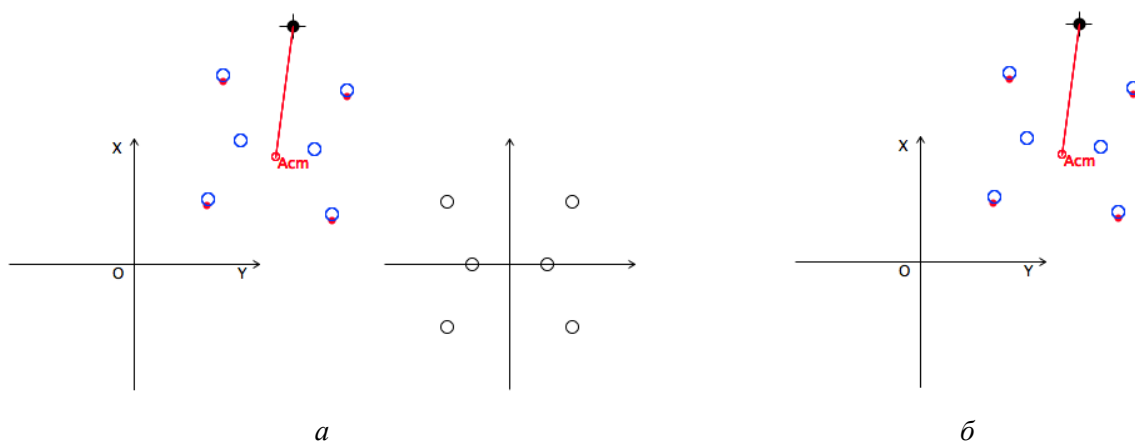


Рис. 3. Примеры строя при фиксированном размере ЦГС: *a* — $n = 3$, $m = 6$, сдвиг центра масс виртуальных лидеров относительно центра масс A_{cm} сильно выражен; *б* — $n = 4$, $m = 6$, сдвиг отсутствует. Виртуальные лидеры — незакрашенные круги синего цвета, агенты — покрашенные круги красного цвета, A_{cm} соединен линией с целевой точкой T^* , справа от осей координат (см. *a*) — ЦГС для пояснения

При реализации первого варианта должна учитываться специфика конкретной практической задачи, центр масс итоговой ЦГС должен быть в центре координат, геометрическая форма исходной ЦГС (чтобы, например, добавляемые точки не нарушали требований к взаимному расположению точек ЦГС). В данной работе был реализован второй вариант, как наиболее универсальный.

В правило управления добавлена следующая эвристика: на очередном шаге агент идентифицирует себя как «избыточного» по отношению к текущей ЦГС, если $n > m$ и между m его соседей по группе связности и m точками ЦГС установилось взаимно-однозначное отношение прямого преследования. Если агент избыточен, то для него вместо стандартных эвристик для определения коэффициентов приоритета виртуальных лидеров, действует следующее одно правило: $c_{ij} = 1$ для всех виртуальных лидеров. «Избыточный» по отношению к фиксированной ЦГС агент движется к центру масс всех виртуальных лидеров.

Правило управления для агента, вычислившего, что он является «избыточным»:

$$\begin{cases} \dot{p}_i = \frac{q_i V_{\max}}{\|\vartheta_i\|} \vartheta_i, \\ \vartheta_i = \sum_{j=1}^k (L_{k,i}^j - p_i), \\ L_{k,i}^j = R_\beta (F_k^j + D_u) + A_{cm}, \\ p_i(t_0) = p_{i0}. \end{cases} \quad (5)$$

Из правила уравнения (5) наглядно видно, что $\dot{p}_i \sim \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k L_{k,i}^j - p_i$, т. е. движение будет носить характер преследования центра масс виртуальных лидеров.

Моделирование показывает, что если между агентами не активировано избежание коллизий (более подробно о вопросе избежания коллизий см. [20]), то «излишние» агенты могут

собраться очень кучно вблизи центра масс виртуальных лидеров. Если между агентами активировано избегание коллизий, то вблизи центра масс виртуальных лидеров они выстраиваются в колонну вдоль линии, соединяющей центр масс и целевую точку, рис. 4. В целом же, моделирование показывает, что предложенная модификация позволяет справиться с ситуацией превышения количества агентов над размером максимальной по количеству точек ЦГС.

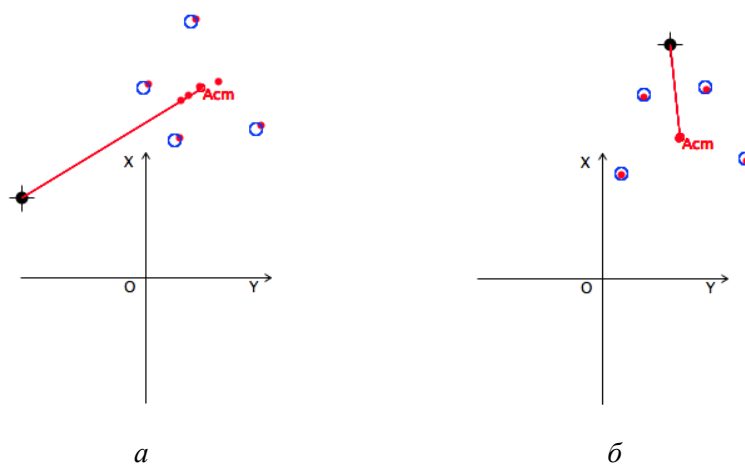


Рис. 4. Пример поведения строя при фиксированной ЦГС, $m - n = 4$ при установившемся режиме движения: *a* — с избеганием коллизий; *б* — без избегания коллизий. Виртуальные лидеры — незакрашенные круги синего цвета, агенты — закрасненные круги красного цвета, центр масс A_{cm} соединен линией с целевой точкой T^*

6. Переходы между фиксированной и динамической ЦГС

Обработка ситуаций неравенства количества агентов в группе связности количеству точек в ЦГС выполнена таким образом, что возможно осуществить переход от выполнения миссии с фиксированным ЦГС к динамическому выбору ЦГС агентами из заранее заданного набора. Такой переход возможен как по внешнему сигналу (директива отмены фиксации ЦГС), так и автоматически при изменении количества агентов (например, вследствие выхода из строя число агентов сравнялось с числом точек в ЦГС). При моделировании были проверены ситуации, когда принудительное изменение количества агентов автоматически приводит к смене используемой логики:

- если агентов меньше, чем размер наименьшей по количеству точек заданной ЦГС, то агенты либо (в зависимости от выбранного режима) сами конструируют ЦГС необходимого размера, либо адаптируют ЦГС заданного фиксированного размера к своему количеству при помощи учета выборочных точек ЦГС и их сдвига;
- если количество агентов совпадает с размером одной из заданных заранее ЦГС, то используется динамический выбор ЦГС из уже заданных (также возможен режим поддержания одной и той же ЦГС вне зависимости от наличия заданных ЦГС, в точности соответствующих количеству агентов);

• если количество агентов выше, чем размер максимальной по количеству точек ЦГС, то «лишние» агенты следуют за центром масс виртуальных лидеров.

Возможность подобных автоматических переходов в момент выполнения миссии является несомненным преимуществом предложенных подходов (рис. 5).

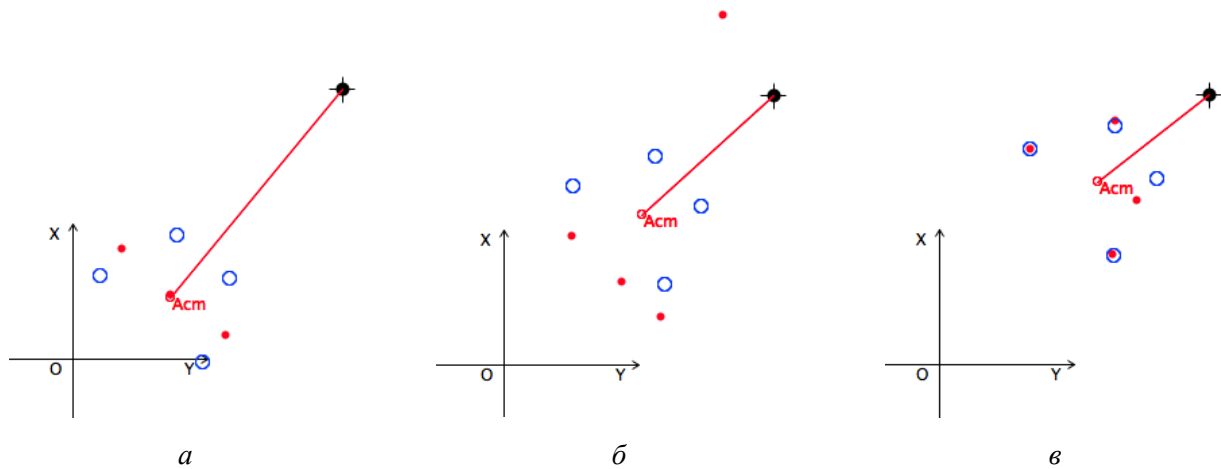


Рис. 5. Пример автоматического перехода от фиксированного размера ЦГС ($m = 3$, первый подход) к динамической при изменении числа агентов с $n = 3$ до $n = 4$. Виртуальные лидеры — незакрашенные круги синего цвета, агенты — покрашенные круги красного цвета, центр масс A_{cm} соединен линией с целевой точкой T^*

Заключение

В статье рассмотрен частный случай решения более общей задачи управления движением строя из группы роботов, в котором количество роботов может меняться, но необходимо обеспечить соответствие строя фиксированной структуре строя. Приведено правило управления для решения базовой задачи движения строя с динамической адаптацией в случае изменения количества агентов, а затем изложены модификации, позволяющие решить частную задачу. Рассмотрены случаи, когда количество точек в геометрической структуре строя больше или меньше количества агентов в группе связности, предложены модификации для каждого из случаев, а также приведены результаты моделирования, которые позволяют убедиться в работоспособности предложенных модификаций.

Список литературы

1. Каляев И.А., Гайдук А.Р., Капустян С.Г. Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 280 с.
2. Reynolds C. Flocks, birds, and schools: A distributed behavioural model // ACM SIGGRAPH Computer Graphics, 1987. Vol. 21, no. 4, P. 25–34. DOI: [10.1145/37401.37406](https://doi.org/10.1145/37401.37406)
3. Vicsek T., Czirók A., Ben-Jacob E., Cohen I., Shochet O. Novel type of phase transitions in system of self-driven particles // Physical Review Letters. 1995. Vol. 75. No. 6. P. 122–1229. DOI: [10.1103/PhysRevLett.75.1226](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.75.1226)

4. Tanner H.G., Jadbabaie A., Pappas G.J. Flocking in Teams of Nonholonomic Agents // In: Cooperative control / ed. by V. Kumar, N. Leonard, A.S. Morse. Springer Berlin Heidelberg, 2005. P. 229–239. DOI: [10.1007/978-3-540-31595-7_13](https://doi.org/10.1007/978-3-540-31595-7_13) (Ser. Lecture Notes in Control and Information Science; vol. 309).
5. Hengster-Movric K., Bogdan S., Draganjac I. Multi-Agent Formation Control Based on Bell-Shaped Potential Functions // Intelligent Robotic Systems. 2010. Vol. 58, no. 2. P. 165–189. DOI: [10.1007/s10846-009-9361-7](https://doi.org/10.1007/s10846-009-9361-7)
6. Yang J., Lu Q., Lang X. Flocking shape analysis of multi-agent systems // Science China Technological Sciences. 2010. Vol. 53, no. 3. P. 741–747. DOI: [10.1007/s11431-010-0072-x](https://doi.org/10.1007/s11431-010-0072-x)
7. Eren T., Belhumeur P.N., Anderson B.D, Morse A.S. A framework for maintaining formation based on rigidity // Proceedings of the 15th Triennial World Congress, Barcelona, Spain. IFAC, 2002. P. 2752–2757.
8. Rodrigues J., Figueira D., Neves C., Ribeiro M. Leader-following graph-based distributed formation control // Robotica. 2009. No. 75, P. 8–14.
9. Olfari-Saber R., Fax J.A., Murray R.M. Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems // Proceedings of the IEEE. 2007. Vol. 95, no. 1. P. 215–233. DOI: [10.1109/JPROC.2006.887293](https://doi.org/10.1109/JPROC.2006.887293)
10. Wang J., Nian X., Wang H. Consensus and formation control of discrete-time multi-agent systems // Journal of Central South University of Technology. 2011. Vol. 18, no. 4. P. 1161–1168. DOI: [10.1007/s11771-011-0818-z](https://doi.org/10.1007/s11771-011-0818-z)
11. Wu Z., Guan Z., Wu X., Li T. Consensus Based Formation Control and Trajectory Tracing of Multi-Agent Robot Systems // Journal of Intelligent Robotic Systems. 2007. Vol. 48, no. 3. P. 397–410. DOI: [10.1007/s10846-006-9108-7](https://doi.org/10.1007/s10846-006-9108-7)
12. Lalish E., Morgansen K., Tsukamaki T. Formation tracking control using virtual structures and deconfliction // Proceedings of the 2006 IEEE Conference on Decision and Control. IEEE Publ., 2006. P. 5699–5705. DOI: [10.1109/CDC.2006.377187](https://doi.org/10.1109/CDC.2006.377187)
13. Zhou Z., Yuan J., Zhang W., Zhao H., Zhao J. Formation control based on a virtual-leader-follower hierarchical structure for autonomous underwater vehicles // International Journal of Advancements in Computing Technology. 2012. Vol. 4, no. 2. P. 111–121.
14. Lewis M.A., Tan K. High precision formation control of mobile robots using virtual structures // Autonomous Robots. 1997. Vol. 4, no. 4. P. 387–403. DOI: [10.1023/A:1008814708459](https://doi.org/10.1023/A:1008814708459)
15. Eren T., Morse A.S., Belhumeur P.N. Closing ranks in vehicle formations based on rigidity // Proc. of the 41st IEEE Conference on Decision and Control. Vol. 3. IEEE Publ., 2002. P. 2959–2964. DOI: [10.1109/CDC.2002.1184306](https://doi.org/10.1109/CDC.2002.1184306)
16. Xue D., Yao J., Wang J. H_∞ Formation Control and Obstacle Avoidance for Hybrid Multi-Agent Systems // Journal of Applied Mathematics. 2013. Vol. 2013. Art. ID 123072. DOI: [10.1155/2013/123072](https://doi.org/10.1155/2013/123072)

17. Морозова Н.С. Виртуальные формации и виртуальные лидеры в задаче о движении строем группы роботов // Вестник Санкт-Петербургского ун-та. Сер. 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2015. № 1. С. 135–149.
18. Морозова Н.С. Управление движением строя для мультиагентной системы, моделирующей автономных роботов // Вестник Московского ун-та. Сер. 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2015. № 4. С. 31–39.
19. Gazi V., Fidan B. Coordination and Control of Multi-agent Dynamic Systems: Models and Approaches // In: Swarm Robotics / ed. by E. Sahin, W.M. Spears, A.F.T. Winfield. Springer Berlin Heidelberg, 2007. P. 71–102. DOI: DOIURL10.1007/978-3-540-71541-2_6 (Ser. Lecture Notes in Computer Science; vol. 4433).
20. Морозова Н.С. Огибание препятствий при децентрализованном управлении движением строя роботов // Устойчивость и процессы управления: матер. III международной конференции (Санкт-Петербург, 5-9 октября 2015 г.). СПб.: Изд. дом Фёдоровой Г.В., 2015. С. 537–538.

Fixed geometric formation structure in formation control problem for group of robots with dynamically changing number of robots in the group

Morozova N. S.^{1,*}

[*natalia.s.morozova@gmail.com](mailto:natalia.s.morozova@gmail.com)

¹Bauman Moscow State Technical University, Russia

Keywords: multiagent system, formation control, decentralised control, virtual leaders

The article considers a problem of the decentralization-based approach to formation control of a group of agents, which simulate mobile autonomous robots. The agents use only local information limited by the covering range of their sensors. The agents have to build and maintain the formation, which fits to the defined target geometric formation structure with desired accuracy during the movement to the target point. At any point in time the number of agents in the group can change unexpectedly (for example, as a result of the agent failure or if a new agent joins the group).

The aim of the article is to provide the base control rule, which solves the formation control problem, and to develop its modifications, which provide the correct behavior in case the agent number in the group is not equal to the size of the target geometric formation structure. The proposed base control rule, developed by the author, uses the method of involving virtual leaders. The coordinates of the virtual leaders and also the priority to follow the specific leader are calculated by each agent itself according to specific rules.

The following results are presented in the article: the base control rule for solving the formation control problem, its modifications for the cases when the number of agents is greater/less than the size of the target geometric formation structure and also the computer modeling results proving the efficiency of the modified control rules. The specific feature of the control rule, developed by the author, is that each agent itself calculates the virtual leaders and each agent performs dynamic choice of the place within the formation (there is no predefined one-to-one relation between agents and places within the geometric formation structure). The results, provided in this article, can be used in robotics for developing control algorithms for the tasks, which require preserving specific relational positions among the agents while moving. One of the possible approaches for future development in this sphere can be a more complex agent dynamics model (considering the case of concrete robot) and additional analysis involving the experiments with real robots.

References

1. Kalyaev I.A., Gaiduk A.R., Kapustyan S.G. *Modeli i algoritmy kollektivnogo upravleniya v gruppakh robotov* [Models and algorithms of collective control in groups of robots]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009. 280 p. (in Russian).
2. Reynolds C. Flocks, birds, and schools: A distributed behavioural model. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 1987, vol. 21, no. 4, pp. 25–34. DOI: [10.1145/37401.37406](https://doi.org/10.1145/37401.37406)
3. Vicsek T., Czirók A., Ben-Jacob E., Cohen I., Shochet O. Novel type of phase transitions in system of self- driven particles. *Physical Review Letters*, 1995, vol. 75, no. 6, pp. 1226–1229. DOI: [10.1103/PhysRevLett.75.1226](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.75.1226)
4. Tanner H.G., Jadbabaie A., Pappas G.J. Flocking in Teams of Nonholonomic Agents. In: Kumar V., Leonard N., Morse A.S., eds. *Cooperative control*. Springer Berlin Heidelberg, 2005, pp. 229–239. DOI: [10.1007/978-3-540-31595-7_13](https://doi.org/10.1007/978-3-540-31595-7_13) (Ser. *Lecture Notes in Control and Information Science*; vol. 309).
5. Hengster-Movric K., Bogdan S., Draganjac I. Multi-Agent Formation Control Based on Bell-Shaped Potential Functions. *Intelligent Robotic Systems*, 2010, vol. 58, no. 2, pp. 165–189. DOI: [10.1007/s10846-009-9361-7](https://doi.org/10.1007/s10846-009-9361-7)
6. Yang J., Lu Q., Lang X. Flocking shape analysis of multi-agent systems. *Science China Technological Sciences*, 2010, vol. 53, no. 3, pp. 741–747. DOI: [10.1007/s11431-010-0072-x](https://doi.org/10.1007/s11431-010-0072-x)
7. Eren T., Belhumeur P.N., Anderson B.D.O, Morse A.S. A framework for maintaining formation based on rigidity. *Proceedings of the 15th Triennial World Congress*, Barcelona, Spain. IFAC, 2002, pp. 2752–2757.
8. Rodrigues J., Figueira D., Neves C., Ribeiro M. Leader-following graph-based distributed formation control. *Robotica*, 2009, vol. 75, pp. 8–14.
9. Olfari-Saber R., Fax J.A., Murray R.M. Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems. *Proceedings of the IEEE*, 2007, vol.95, no.1, pp. 215–233. DOI: [10.1109/JPROC.2006.887293](https://doi.org/10.1109/JPROC.2006.887293)
10. Wang J., Nian X., Wang H. Consensus and formation control of discrete-time multi- agent systems. *Journal of Central South University of Technology*, 2011, vol. 18, no. 4, pp. 1161–1168. DOI: [10.1007/s11771-011-0818-z](https://doi.org/10.1007/s11771-011-0818-z)
11. Wu Z., Guan Z., Wu X., Li T. Consensus Based Formation Control and Trajectory Tracing of Multi-Agent Robot Systems. *Journal of Intelligent Robotic Systems*, 2007, vol. 48, no. 3, pp. 397–410. DOI: [10.1007/s10846-006-9108-7](https://doi.org/10.1007/s10846-006-9108-7)
12. Lialish E., Morgansen K., Tsukamaki T. Formation tracking control using virtual structures and deconfliction. *Proceedings of the 2006 IEEE Conference on Decision and Control*. IEEE Publ., 2006, pp. 5699–5705. DOI: [10.1109/CDC.2006.377187](https://doi.org/10.1109/CDC.2006.377187)

13. Zhou Z., Yuan J., Zhang W., Zhao H., Zhao J. Formation control based on a virtual-leader-follower hierarchical structure for autonomous underwater vehicles. *International Journal of Advancements in Computing Technology*, 2012, vol. 4, no. 2, pp. 111–121.
14. Lewis M.A., Tan K. High precision formation control of mobile robots using virtual structures. *Autonomous Robots*, 1997, vol. 4, no. 4, pp. 387–403. DOI: [10.1023/A:1008814708459](https://doi.org/10.1023/A:1008814708459)
15. Eren T., Morse A.S., Belhumeur P.N. Closing ranks in vehicle formations based on rigidity. *Proc. of the 41st IEEE Conference on Decision and Control. Vol. 3.* IEEE Publ., 2002, pp. 2959–2964. DOI: [10.1109/CDC.2002.1184306](https://doi.org/10.1109/CDC.2002.1184306)
16. Xue D., Yao J., Wang J. H_∞ Formation Control and Obstacle Avoidance for Hybrid Multi-Agent Systems. *Journal of Applied Mathematics*, 2013, vol. 2013, art. ID 123072. DOI: [10.1155/2013/123072](https://doi.org/10.1155/2013/123072)
17. Morozova N.S. Virtual formations and virtual leaders in formation control problem for group of robots. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Ser. 10. Prikladnaya matematika. Informatika. Protsessy upravleniya = Vestnik of St. Petersburg State University. Ser. 10. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2015, no. 1, pp. 135–149. (in Russian).
18. Morozova N.S. Formation motion control for a multi-agent system simulating autonomous robots. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Ser. 15. Vychislitel'naya matematika i kibernetika*, 2015, no. 4, pp. 23–31. (English version of journal: *Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics*, 2015, vol. 39, iss. 4, pp. 175–183. DOI: [10.3103/S027864191504007X](https://doi.org/10.3103/S027864191504007X)).
19. Gazi V., Fidan B. Coordination and Control of Multi-agent Dynamic Systems: Models and Approaches. In: Sahin E., Spears W.M., Winfield A.F.T., eds. *Swarm Robotics*. Springer Berlin Heidelberg, 2007, pp. 71–102. DOI: [10.1007/978-3-540-71541-2_6](https://doi.org/10.1007/978-3-540-71541-2_6) (Ser. Lecture Notes in Computer Science; vol. 4433).
20. Morozova N.S. Rounding obstacles with decentralized formation control for robots. *Ustoychivost' i protsessy upravleniya: mater. 3 mezhdunarodnoi konferentsii* [Proc. of the 3rd International Conference “Stability and Control Processes”]. St. Petersburg, October 5-9, 2015. St. Petersburg, Fedorova G.V. Publishing House, 2015, pp. 537–538. (in Russian).