

УДК 620.97

## Численное моделирование влияния числа Прандтля газа и схемы течения на эффективность работы устройства безмашинного энергоразделения

Егоров К. С.<sup>1,2,\*</sup>, Рогожинский К. С.<sup>1,2</sup>

\*[blackbird05@mail.ru](mailto:blackbird05@mail.ru)

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

<sup>2</sup>Институт Механики МГУ им. М.В. Ломоносова

---

В работе представлены результаты численного моделирования устройства безмашинного энергоразделения (трубы Леонтьева) в программном комплексе OPENFOAM. Показано влияние теплофизического параметра – ламинарного числа Прандтля на эффективность устройства безмашинного энергоразделения. Показано, что при уменьшении числа Прандтля от 0,7 до 0,2 эффективность энергоразделения увеличивается примерно в 2 раза. Также моделирование показало, что основной проблемой при увеличении эффективности трубы Леонтьева является небольшой коэффициент теплопередачи, что не позволяет полностью передать имеющееся потенциальное тепло (которое определяется коэффициентом восстановления температуры) от дозвукового потока газа к сверхзвуковому.

**Ключевые слова:** Число Прандтля, устройство безмашинного энергоразделения, труба Леонтьева, коэффициент восстановления температуры, труба Ранка-Хилша, труба Гартмана-Шпренгера

---

### Введение

На сегодняшний день известны несколько эффектов, на которых основаны различные устройства безмашинного энергоразделения. Суть эффекта энергоразделения состоит в том, что в устройство подается поток газа с одинаковой температурой, а на выходе получаются два потока с разными температурами, одна из которых выше исходной, а вторая ниже исходной.

Первый – это эффект Ранка-Хилша, на основании которого разработана вихревая труба Ранка-Хилша [1], в котором происходит энергоразделение в результате вихревого движения двух разных потоков газа.

Вторая группа устройств – это устройства основанные на эффекте Гартмана-Шпренгера [1]. Этот эффект представляет собой пульсационные и резонансные акустические процессы в движущимся газе.

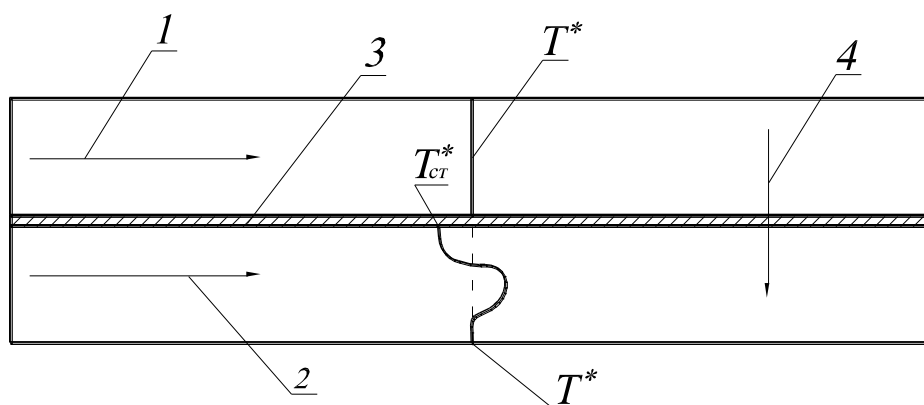
К сожалению, адекватной физической модели для двух вышеописанных эффектов до сих пор не построено.

Третий тип устройств энергоразделения предложен А.И. Леонтьевым и основан на возникающей разнице температур между термодинамической температурой и адиабатной температурой стенки в сверхзвуковом потоке, из-за которого и происходит теплообмен между дозвуковым и сверхзвуковым потоком в устройстве. В отличие от первых двух методов этот физический эффект поддается анализу и хорошо известен, так как подробно изучался в связи с вопросами охлаждения ракетных и авиационных двигателей [2], [3]. Это позволяет изучить все влияющие на эффективность этого устройства безмашинного энергоразделения факторы с целью его повышения. Также преимуществом этого метода энергоразделения является сохранения полного давления в дозвуковом потоке газа в отличие от первых двух устройств.

В МГТУ им. Н.Э. Баумана и МГУ им. М.В. Ломоносова ведутся многолетние исследования устройств подобного типа [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10]. Экспериментально впервые данный эффект был получен С.А. Бурцевым при использовании в качестве рабочего тела природного газа [4], [5]. Эффект был получен небольшой, на уровне 10-15 °С. В настоящий момент коллективом и в том числе авторами статьи [10] ведутся активные работы по увеличению эффективности устройства безмашинного энергоразделения.

## 1. Труба Леонтьева

Устройство безмашинного энергоразделения представляет собой теплообменник типа труба в трубе по внутренней части которого течет сверхзвуковой поток газа, а снаружи дозвуковой поток (рис.1) того же газа. Полные температуры  $T^*$  этих двух потоков равны. В сверхзвуковом потоке [11], как известно, температура теплоизолированной стенки отличается от термодинамической температуры. За счет этого эффекта между этими потоками происходит передача тепла от дозвукового потока к сверхзвуковому потоку, при числе Прандтля ( $Pr$ ) меньше 1,0.



**Рис. 1.** Схема устройства безмашинного энергоразделения. 1 – дозвуковой поток газа, 2 – сверхзвуковой поток газа, 3 – разделительная стенка, 4 – направление теплового потока

Разность между температурой теплоизолированной стенки и термодинамической температурой определяется коэффициентом восстановления температуры:

$$r = \frac{T_{ст}^* - T_0}{T^* - T_0}, \quad (1)$$

где  $T_{cm}^*$  – температура адиабатной стенки,  $T_0$  – термодинамическая температура потока,  $T_0^*$  – полная температура потока.

При турбулентном течении для продольно обтекаемой плоской пластины справедливо соотношение:

$$r = \sqrt[3]{Pr}, \quad (2)$$

где  $Pr$  – число Прандтля. Эта формула справедлива для газов с числом Прандтля около 0,7. Для газов, с числом Прандтля меньше 0,5 [12], рекомендуется следующая зависимость:

$$r = 0,9 \cdot Pr^{0,1}. \quad (3)$$

Таковыми значениями чисел Прандтля характеризуются смеси инертных газов, такие как He-Xe, He-Ar [13]. Практическое применение таких смесей связано прежде всего применением их в качестве рабочих тел замкнутых газотурбинных установок [14].

Соответственно, количество переданного тепла определяется по формуле:

$$Q = KF\Delta T, \quad (4)$$

где  $K$  – коэффициент теплопередачи,  $F$  – площадь теплообмена,  $\Delta T$  – разность термодинамических температур между дозвуковым и сверхзвуковым потоком.

Таким образом, на количество переданного тепла влияет 3 фактора – площадь поверхности теплообмена, интенсивность теплообмена (коэффициент теплопередачи  $K$ ) и перепад температур  $\Delta T$ .

Число Прандтля газа влияет на разность температур  $\Delta T$  через коэффициент восстановления температуры, согласно формулам (1), (2), (3).

Число Прандтля газа также влияет на коэффициент теплопередачи через коэффициенты теплоотдачи между стенкой и потоками газа согласно формуле [11]:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{do} \cdot d_{do}} + \frac{1}{2\lambda_{cm}} \ln\left(\frac{d_{do}}{d_{ce}}\right) + \frac{1}{\alpha_{ce} \cdot d_{ce}}}, \quad (5)$$

где  $\alpha_{do}$  – коэффициент теплоотдачи между стенкой и дозвуковым потоком,  $d_{do}$  – диаметр трубы по дозвуковой части,  $\lambda_{cm}$  – коэффициент теплопроводности стенки,  $d_{ce}$  – диаметр трубы по сверхзвуковой части,  $\alpha_{ce}$  – коэффициент теплоотдачи между стенкой и сверхзвуковым потоком.

Влияние числа Прандтля на коэффициенты теплоотдачи для газовых смесей с низким числом Прандтля при турбулентном стабилизированном течении в трубах определяется зависимостью Петухова и Попова [15]:

$$Nu = \frac{\frac{\xi}{8} \cdot Re \cdot Pr}{K_1(\xi) + K_2(Pr) \sqrt{\frac{\xi}{8} \left( Pr^{\frac{2}{3}} - 1 \right)}} \quad (6)$$

где  $Nu$  – число Нуссельта,  $Re$  – число Рейнольдса,  $\xi = (1,82 \cdot \log Re - 1,64)^{-2}$ ,  $K_1(\xi) = 1,34\xi$ ,

$K_2(Pr) = 11,7 + 1,8Pr^{-\frac{1}{3}}$ .

Определяющей температурой является температура газа, определяющим размером – внутренний диаметр трубы, определяющей скоростью – среденерасходная.

Эксперименты в работе [15] проводились для смесей газов с числами Прандтля в диапазоне от 0,2 до 0,5. Однако отметим, что эта зависимость экспериментально проверена лишь для сильно дозвуковых течений.

С учетом вышеизложенного провести полный достоверный анализ на основе имеющихся данных влияния числа Прандтля и других факторов на эффективность устройства газодинамического разделения представляется невозможным. Проведение физических экспериментов является дорогим (с учетом высокой стоимости высокочистых смесей инертных газов) мероприятием, кроме того, малоэффективным, так как оптимизация должна проводиться по многим параметрам. Поэтому в данной работе используется метод численного моделирования с помощью пакета OPENFOAM с предварительной верификацией его на тестовой задаче.

Целью данной работы являлось рассмотрение влияния на эффективность работы устройства следующих факторов – числа Маха (скорости течения газа), числа Прандтля и схемы течения (противоток или прямоток). Влияние площади теплообмена достаточно тривиально – эффективность устройства растет прямо пропорционально площади согласно формуле (4). Противоточная схема течения должна быть эффективней прямоточной, однако требуется уточнить насколько введение противоточной схемы целесообразно, так как это еще зависит от разности термодинамических температур между дозвуковым и сверхзвуковым потоком  $\Delta T$  [3].

Уменьшение числа Прандтля должно приводить к увеличению эффективности устройства – за счет уменьшения коэффициента восстановления температуры согласно формулам (2), (3) и за счет увеличения коэффициента теплоотдачи согласно формуле (6).

Увеличение числа Маха сверхзвукового потока (скорости потока) приводит с одной стороны к увеличению разности термодинамических температур между дозвуковым и сверхзвуковым потоком  $\Delta T$ , а с другой стороны приводит к уменьшению интенсивности теплоотдачи. Отсюда следует, что существует оптимальное значение числа Маха, что позволит увеличить эффективность устройства безмашинного энергоразделения.

## 2. Математическая модель

Решение строится на основе математической модели, состоящей из дифференциальных уравнений неразрывности, системы уравнений Рейнольдса, состояния, энергии для теплоносителя и уравнений, описывающих модель турбулентности [16]. Указанная выше система дифференциальных уравнений дополняется геометрическими, граничными условиями однозначности, а также физическими условиями однозначности, которые определяют теплофизические свойства газа и стенок, уравнением Менделеева-Клайперона.

Принятые допущения:

- задача стационарная;
- рабочее вещество – газ, считается ньютоновской жидкостью, вязкой и сжимаемой средой (в аэродинамическом смысле);
- задача решается в трехмерной постановке (для тестовой задачи – в двумерной постановке), течение турбулентное.

Для моделирования процессов турбулентного переноса выбрана двухпараметрическая модель –  $k - \varepsilon$ . Турбулентным числом Прандтля принято равным  $Pr_t = 0,9$  [17] для газов с числом Прандтля от 0,6 до 0,7.

Для учета влияния числа Прандтля для газов ниже 0,6 турбулентное число Прандтля для модели турбулентности принято равным  $Pr_t = 1,1$  в соответствии с рекомендациями работы [18].

Теплопроводность стенки принята равной  $\lambda_{cm} = 395 \frac{Вт}{м \cdot К}$ , как для меди. Это сделано с целью нивелировать влияние теплового сопротивления стенки в формуле (4).

Теплофизические свойства рабочего тела (газа) приняты постоянными: показатель адиабаты равен  $k = 1,67$ , молекулярная масса принята равной  $M_r = 39,94 \frac{кг}{кмоль}$ , динамическая вязкость  $\mu = 3,31 \cdot 10^{-5} Па \cdot с$ , теплоемкость при постоянном давлении  $C_p = 520 \frac{Дж}{кг \cdot К}$ . Изменение числа Прандтля достигается изменением теплопроводности газа. Их значения приведены в таблице 1.

**Таблица 1.** Теплофизические свойства рабочего тела устройства газодинамического энергоразделения

№ п/п	Число Прандтля	Теплопроводность газа, $\frac{Вт}{м \cdot К}$
1	0,7	0,025
2	0,6	0,029
3	0,5	0,034
4	0,4	0,043
5	0,3	0,057
6	0,2	0,086
7	0,1	0,172
8	0	1000

Для тестовой (верификационной) задачи зависимость физических свойств газов (удельной теплоёмкости при постоянном давлении, коэффициента теплопроводности и динамической вязкости) от температуры учтена с использованием экспериментальных данных [19], [20], [21].

Для решения используется хорошо известный метод контрольного объема [16].

### 3. Тестовая задача

В целях проверки применимости программного пакета OPENFOAM для численного расчёта процессов, рассматриваемых в данной статье, выполняется тестовое моделирование обтекания теплоизолированной пластины сверхзвуковым потоком газа. Рассматриваются два газа с разными числами Прандтля: аргон, а также смесь гелия и ксенона с молярной массой, равной молярной массе аргона:  $M_r = 39,94 \frac{кг}{кмоль}$ . Результаты расчёта сопоставляются со значениями, полученными по известным эмпирическим зависимостям коэффициента восстановления от числа Прандтля.

Основными целями тестовой задачи являются:

1. расчёт температуры адиабатной стенки и коэффициента восстановления полной температуры для двух типов газа; построение профиля полной температуры потока вблизи пластины, а также графика изменения температуры адиабатной стенки вдоль направления потока;

2. сопоставление полученных значений коэффициента восстановления со значениями, вычисленными по известным зависимостям коэффициента восстановления от числа Прандтля.

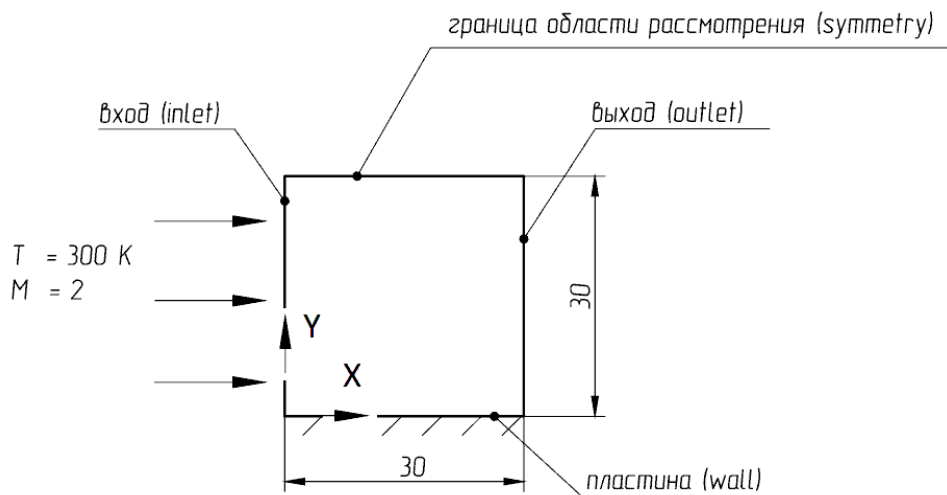


Рис.2. Схема расчётной модели

В рамках тестовой задачи рассматривается область потока длиной 30 мм и шириной 30 мм (рис.2), с одной стороны ограниченный теплоизолированной пластиной. Количество расчетных ячеек равно  $9 \cdot 10^5$ , при этом сетка существенно уплотняется в пограничном слое у стенки. Входящий в рассматриваемую область газ имеет статическую температуру  $T = 300\text{ K}$  и число Маха  $M = 2,0$ .

Ниже приведены графические результаты (рис.3 и 4). Для построения профилей полной температуры газа было выбрано сечение в конце рассматриваемого участка в сечении  $x = 29\text{ мм}$ .

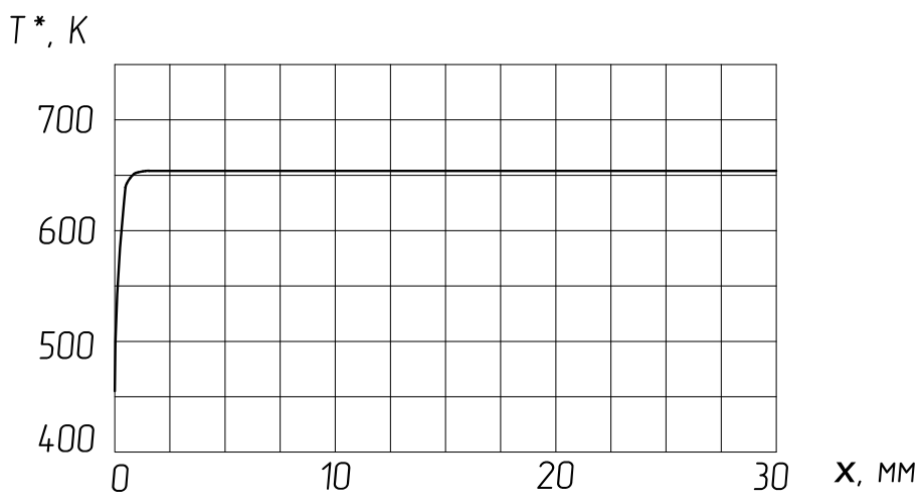
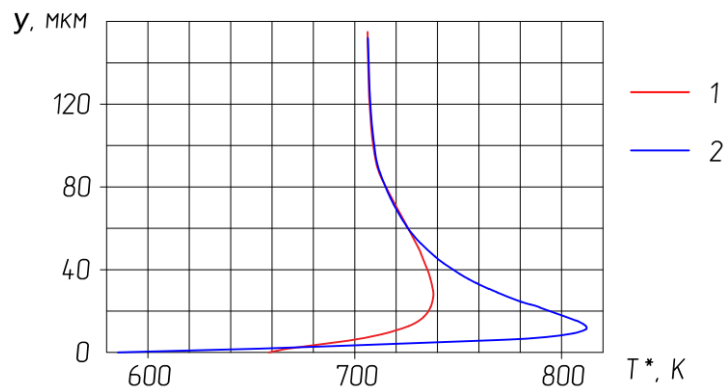


Рис. 3. График изменения температуры адиабатной стенки вдоль течения



**Рис. 4.** Профили полной температуры газа. 1 – профиль полной температуры для аргона ( $Pr \approx 0,7$ ),  
2 – для смеси гелия и ксенона ( $Pr \approx 0,2$ )

Коэффициент восстановления температуры  $r$  вычисляется по формуле (1).

Полученные в результате моделирования значения коэффициента восстановления занесены сопоставлены с расчётными значениями коэффициента восстановления  $r_{расч}$ , вычисленными по формуле (2) для аргона и по формуле (3) (табл.2).

**Табл. 2.** Сопоставление значений коэффициента восстановления полученные моделированием в программе OPENFOAM и по формулам (2) и (3)

	$Pr$	$r_{расч}$	$r$
Ar	0,67	0,875	0,892
He-Xe	0,2	0,766	0,710

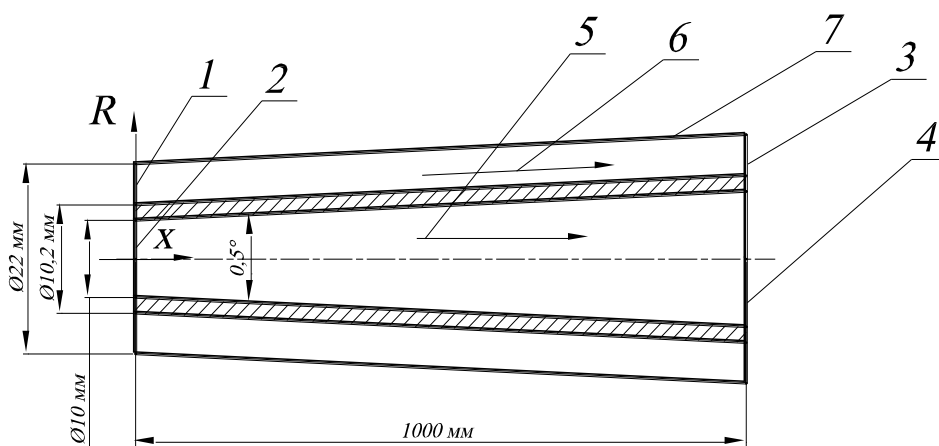
Таким образом, погрешность расчёта коэффициента восстановления, выполненного с помощью численного моделирования, относительно расчёта по известным формулам составила 1,9 % для аргона и 7,3 % для смеси гелия и ксенона.

#### 4. Модель трубы Леонтьева

Геометрические размеры и граничные условия модели устройства газодинамического разделения приведено на рис. 5. Оно представляет собой теплообменный аппарат с двумя коаксиально расположенными трубками и разделяющей их твердой медной стенкой толщиной 0,1 мм. Для сохранения числа Маха постоянным в сверхзвуковом (внутреннем) канале труба выполнена с углом раскрытия  $0,5^\circ$ . Дозвуковой (внешний) канал имеет постоянную площадь поперечного сечения.

На входе в сверхзвуковой поток область задаются постоянная скорость величиной от 1,5 до 5,0 чисел Маха; плотность, соответствующая давлению в канале 0,5 МПа и термодинамическая температура, которая соответствует полной температуре  $T_0^* = 700 K$ . Число Прандтля газа изменялось в пределах от 0,1 до 0,7.

На входе в дозвуковой поток область задаются постоянная скорость величиной 60,0 м/с; плотность величиной  $6,73 \text{ кг/м}^3$  и термодинамическая температура величиной 698,0 К (которое также соответствует полной температуре газа  $T_0^* = 700 K$ ). На выходе из сверхзвукового и дозвукового канала задаются “мягкие” граничные условия (Outlet).

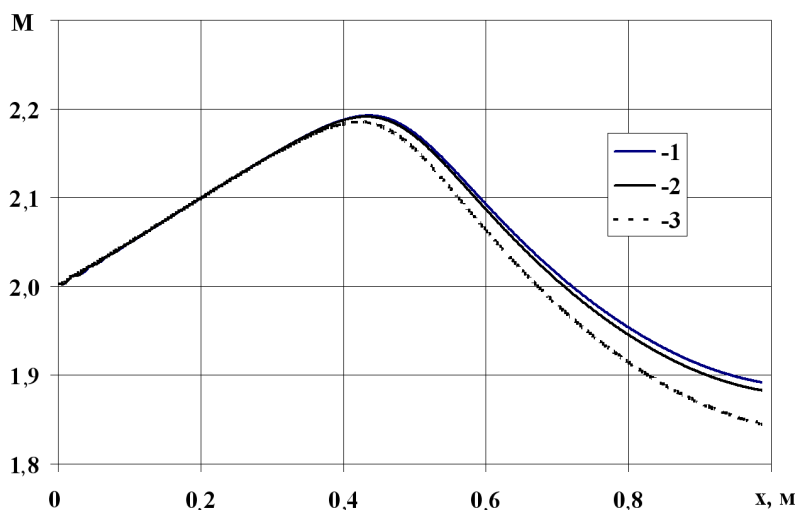


**Рис. 5.** Геометрические размеры и граничные условия устройства газодинамического энергоразделения. 1 – граничное условие Inlet для дозвукового потока, 2 – граничное условие вход (Inlet) для сверхзвукового потока, 3 – граничное условие выход (Outlet) для дозвукового потока, 4 – граничное условие выход(Outlet) для сверхзвукового потока, 5 – сверхзвуковой поток газа, 6 – дозвуковой поток газа, 7 – адиабатная стенка (Wall)

На границе сопряжения твердого тела и газа задается условие прилипания и равенство потоков теплоты. На внешней границе дозвукового канала задается условие адиабатной стенки (Wall).

## 5. Результаты

На рисунке 6 представлены зависимости числа Маха на оси сверхзвукового канала вдоль длины канала при разных числах Маха при различных числах Прандтля газа. Координата  $x$  отсчитывается от начала канала (рис.6).



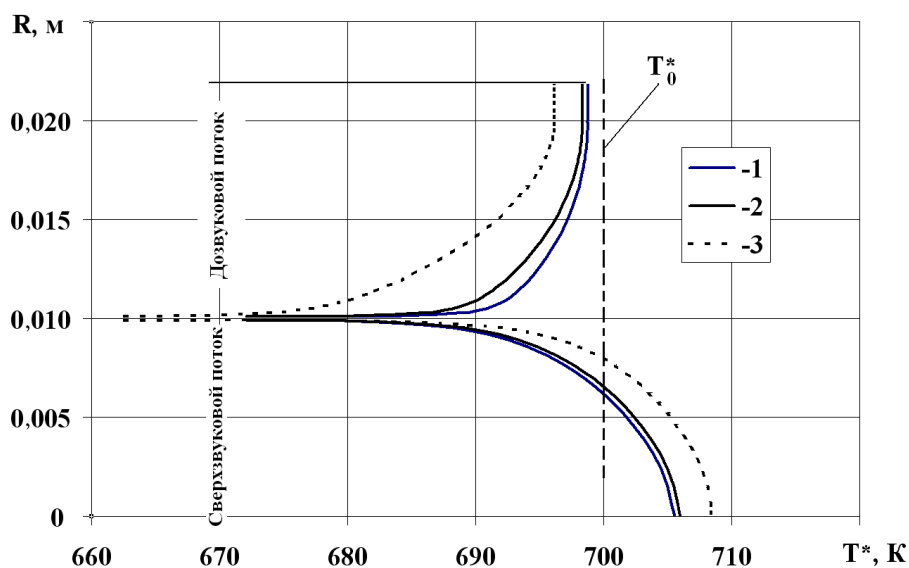
**Рис. 6.** Зависимость числа Маха на оси сверхзвукового канала устройства энергоразделения в зависимости от длины канала. 1 –  $Pr = 0,7$ , 2 –  $Pr = 0,4$ , 3 –  $Pr = 0,1$

Как видно, число Маха в канале изменяется, но не очень существенно, в пределах 20%. К сожалению, точно подобрать криволинейный профиль канала для сохранения



постоянного Маха в канале сложно, так как одновременно изменяются температура газа за счет теплопритока и нарастает динамический пограничный слой.

На рисунке 7 представлены профили полных температур по радиусу устройства для сечения  $x = 0,99$  м от входа в канал при разных числах Прандтля.



**Рис. 7.** Профиль полных температур для сечения  $x = 0,99$  м от начала канала. 1 –  $Pr = 0,7$ , 2 –  $Pr = 0,4$ ,  
3 –  $Pr = 0,1$ ,  $T_0^* = 700$  K

Этот график показывает, что наибольшее тепловое сопротивление в формуле (4) составляют теплоотдача между газом и твердой стенкой, причем коэффициент теплоотдачи в сверхзвуковом потоке меньше чем в дозвуковом. Тепловое сопротивление твердой стенки минимально. Отсюда следует, что для повышения эффективности трубы Леонтьева, кроме увеличения перепада температур  $\Delta T$ , который зависит от коэффициента восстановления температуры  $\gamma$  и числа Маха, необходимо интенсифицировать теплообмен, особенно это актуально для сверхзвукового потока.

По результатам расчетов были построены зависимости относительного увеличения эффективности устройства газодинамического разделения, которое рассчитывалось как:

$$\bar{Q} = \frac{Q}{Q_0},$$

где  $Q$  – количество переданного тепла в устройстве газодинамического разделения,  $Q_0$  – количество переданного тепла в устройстве газодинамического разделения при использовании газа с  $Pr = 0,7$ . Результаты представлены на рисунке 8, где представлена зависимость  $\bar{Q}$  от числа Прандтля в диапазоне от 0,1 до 0,7. Представлено 2 графика – для прямоточной схемы течения и противоточной схемы течения.

Из представленных результатов видно, что эффективность устройства безмашинного энергоразделения возрастает примерно в 2 раза при уменьшении числа Прандтля от 0,7 до 0,2.

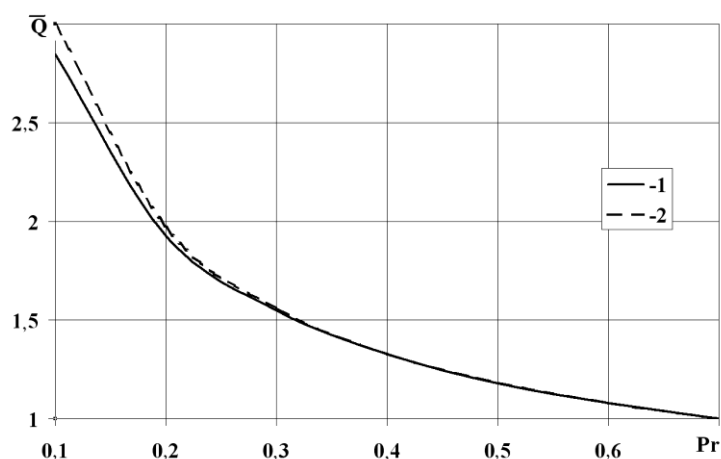


Рис. 8. Зависимость  $\bar{Q}$  от числа Прандтля. 1 – прамоток, 2 – протivotок

На рисунке 9 представлена зависимость теплового потока, отнесенного к расходу через сверхзвуковой канал  $\bar{Q}_G = \frac{Q}{G}$  ( $G$  – массовый расход, кг/с) от числа Маха при разных числах Прандтля рабочего тела.

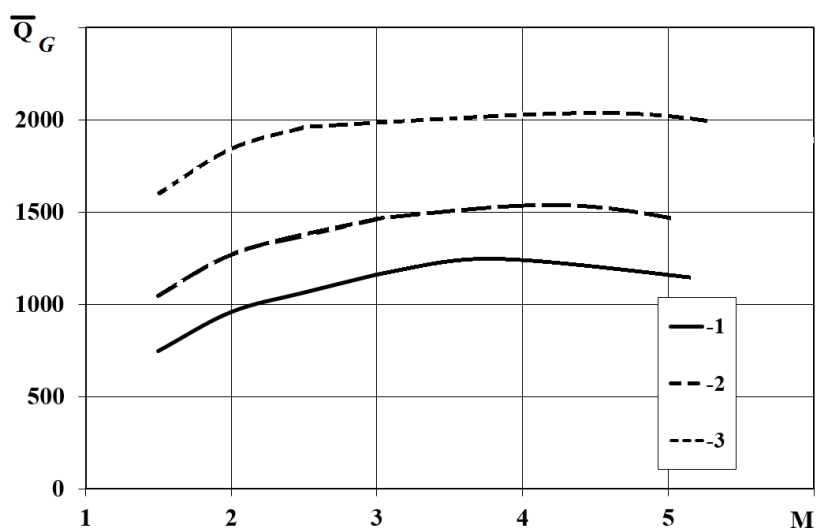


Рис. 9. Зависимость  $\bar{Q}_G$  от числа Маха при разных числах Прандтля. 1 –  $Pr = 0,7$ , 2 –  $Pr = 0,5$ ,  
3 –  $Pr = 0,2$

Из представленных результатов видно, что оптимальное число Маха находится в пределах от 3,5 – 4,0, причем увеличивается с уменьшением числа Прандтля, что связано с увеличением интенсивности теплообмена.

### Заклучение

Была обоснована возможность применения программ вычислительной газодинамики и теплообмена (CFD), в частности OPENFOAM, для моделирования устройства газодинамического энергоразделения (трубы Леонтьева).

Было проведено моделирование трубы Леонтьева при числе Маха  $M = 1,5 - 5,0$ , число Прандтля газа менялось в пределах от 0,1 до 0,7. В результате было показано, что эффективность трубы Леонтьева увеличивается приблизительно в 2 раза при уменьшении числа Прандтля от 0,7 до 0,2 и практически не зависит от схемы течения. Оптимальное число Маха по максимальному тепловому потоку находится в пределах от 3,5 – 4,0, причем увеличивается с уменьшением числа Прандтля.

Также было подтверждено, что для увеличения эффективности трубы Леонтьева необходимо увеличивать интенсивность теплообмена (например, введением системы косых скачков [22]) без уменьшения коэффициента восстановления температуры и уменьшать коэффициент восстановления температуры  $r$  (например, уменьшением числа Прандтля газа [23] или использование вдува и отсоса газа [24]), что является предметом дальнейших исследований.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда. Грант № 14-19-00699.

### Список литературы

1. Бурцев С.А., Леонтьев А.И. Исследование влияния диссипативных эффектов на температурную стратификацию в потоках газа (обзор) // Теплофизика высоких температур. 2014. Т. 52, № 2. С. 310-322. DOI: [10.7868/S0040364413060069](https://doi.org/10.7868/S0040364413060069)
2. Кутателадзе С.С., Леонтьев А.И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энегтоатомиздат, 1985. 496 с.
3. Грязнов Н.Д., Епифанов В.Л., Манушин Э.А. Теплообменные устройства газотурбинных и комбинированных установок: учеб. пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности «Турбостроение». М.: Машиностроение, 1985. 360 с.
4. Леонтьев А.И., Бурцев С.А., Визель Я.М., Чижиков Ю.В. Экспериментальное исследование газодинамической температурной стратификации природного газа // Газовая промышленность. 2002. № 11. С. 72-75.
5. Бурцев С.А. Исследование температурного разделения в потоках сжимаемого газа: дис. ... канд. техн. наук. М., МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 124 с.
6. Бурцев С.А. Исследование устройства температурной стратификации при работе на природном газе // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2004. № 9. DOI: [10.7463/0904.0516097](https://doi.org/10.7463/0904.0516097)
7. Бурцев С.А. Исследование работы устройства температурной стратификации на воде и природном газе // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2005. № 5. DOI: [10.7463/0505.0529473](https://doi.org/10.7463/0505.0529473)
8. Здитовец А.Г., Титов А.А. Экспериментальное исследование газодинамического метода безмашинного энергоразделения воздушных потоков // Тепловые процессы в технике. 2013. № 9. С. 391-397.
9. Виноградов Ю.А., Здитовец А.Г., Стронгин М.М. Экспериментальное исследование температурной стратификации воздушного потока, протекающего через сверхзвуковой канал, с центральным телом в виде пористой проницаемой трубки // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2013. № 5. С. 134-145.

10. Виноградов Ю.А., Егоров К.С., Попович С.С., Стронгин М.М. Исследование тепломассообмена на проницаемой поверхности в сверхзвуковом пограничном слое // Тепловые процессы в технике. 2010. № 1. С. 7-9.
11. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача: учеб. для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Энергия, 1975. 488 с.
12. Макаров М.С. Газодинамическая температурная стратификация в сверхзвуковых потоках: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Новосибирск, 2007. 16 с.
13. Tournier J.P., Mohamed S.E. Properties of noble gases and binary mixtures for closed Brayton Cycle application // Energy Conversion and Management. 2008. Vol. 49, iss. 3. P. 469-492. DOI: [10.1016/j.enconman.2007.06.050](https://doi.org/10.1016/j.enconman.2007.06.050)
14. Tournier J.P., Mohamed S.E. Noble gas binary mixtures for gas-cooled reactor power plants // Nuclear Engineering and Design. 2008. Vol. 238, iss. 6. P. 1353-1372. DOI: [10.1016/j.nucengdes.2007.10.021](https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2007.10.021)
15. Taylor M.F., Bauer K.E., McEligot D.M. Internal forces convection to low-Prandtl-number gas mixtures // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1988. Vol. 31, no.1. P. 13-25. DOI: [10.1016/0017-9310\(88\)90218-9](https://doi.org/10.1016/0017-9310(88)90218-9)
16. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с. [Patancar S. Numerical heat transfer and fluid flow. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1980. 124 p.]
17. Белов И.А., Исаев С.А. Моделирование турбулентных течений: учеб. пособие. СПб.: Изд-во Балт. гос. техн. ун-та, 2001. 108 с.
18. McEligot D.M., Taylor M.F. The turbulent Prandtl number in the near-wall region for low-Prandtl-number gas mixtures // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1996. Vol. 39, no. 6. P. 1287-1295. DOI: [10.1016/0017-9310\(95\)00146-8](https://doi.org/10.1016/0017-9310(95)00146-8)
19. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.
20. Бурцев С.А., Кочуров Д.С., Щеголев Н.Л. Исследование влияния доли гелия на значение критерия Прандтля газовых смесей // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 5. С. 314-329. DOI: [10.7463/0514.0710811](https://doi.org/10.7463/0514.0710811)
21. Johnson P.K. A Method of Calculating Viscosity and Thermal Conductivity of Helium-Xenon Gas Mixture. Technical Report NASA/CR-2006-214394. NASA, 2006. 13 p.
22. Попович С.С. Экспериментальное исследование влияния падающего скачка уплотнения на адиабатную температуру стенки в сверхзвуковом потоке сжимаемого газа // Тепловые процессы в технике. 2014. № 3. С. 98-104.
23. Здитовец А.Г., Виноградов Ю.А., Стронгин М.М., Титов А.А., Медвецкая Н.В. Экспериментальное исследование особенностей теплообмена при вдуве гелия через проницаемую поверхность в сверхзвуковой поток аргона // Тепловые процессы в технике. 2012. № 6. С. 253-261.
24. Леонтьев А.И., Лущик В.Г., Макарова М.С. Численное исследование течения в трубе с отсосом газа через проницаемые стенки // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2014. № 3. С. 74-81.

## **Numerically Simulated Impact of Gas Prandtl Number and Flow Model on Efficiency of the Machine-less Energetic Separation Device**

K.S. Egorov<sup>1,2,\*</sup>, K.S. Rogozhinsky<sup>1,2</sup>

\*[blackbird05@mail.ru](mailto:blackbird05@mail.ru)

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

<sup>2</sup>Institute of Mechanics Lomonosov Moscow State University,  
Moscow, Russia

---

**Keywords:** Prandtl number, machineless energy separation device, Leontiev pipe, temperature recovery coefficient, Rank-Hilsch vortex tube, Hartman-Schprenger pipe

---

The presented paper regards the influence of one of similarity criteria – the Prandtl number of gas ( $Pr$ ) - on the efficiency of the machine-less energetic separation device (Leontiev pipe), using numerical modeling in ANSYS software. This device, equally as Rank-Hilsch and Hartman-Schprenger pipes, is designed to separate one gas flow into two flows with different temperatures. One flow (supersonic) streams out of the pipe with a temperature higher than initial and the other (subsonic) flows out with a temperature lower than initial. This direction of energetic separation is true if the Prandtl number is less than 1 that corresponds to gases.

The Prandtl number affects the efficiency of running Leontiev pipe indirectly both through a temperature difference on which a temperature recovery factor has an impact and through a thermal conductivity coefficient that shows the impact of heat transfer intensity between gas and solid wall.

The Prandtl number range in the course of research was from 0.1 to 0.7. The Prandtl number value equal to 0.7 corresponds to the air or pure gases (for example, inert argon gas). The Prandtl number equal to 0.2 corresponds to the mixtures of inert gases such as helium-xenon.

The numerical modeling completed for the supersonic flow with Mach number 2.0 shows that efficiency of the machine-less energetic separation device has been increased approximately 2 times with the Prandtl number decreasing from 0.7 to 0.2. Moreover, for the counter-flow scheme this effect is a little higher due to its larger heat efficiency in comparison with the straight-flow one.

Also, the research shows that the main problem for the further increase of the Leontiev pipe efficiency is a small value of thermal conductivity coefficient, which requires an intensification of the heat exchange, especially in the supersonic flow. It can be obtained, for example, by using a system of oblique shock waves in the supersonic channel.

## References

1. Burtsev S.A., Leont'ev A.I. Study of the influence of dissipative effects on the temperature stratification in gas flows (Review). *Teplofizika vysokikh temperatur*, 2014, vol. 52, no. 2, pp. 310-322. DOI: [10.7868/S0040364413060069](https://doi.org/10.7868/S0040364413060069) (English version of journal: *High Temperature*, 2014, vol. 52, iss. 2, pp. 297-307. DOI: [10.1134/S0018151X13060060](https://doi.org/10.1134/S0018151X13060060) ).
2. Kutateladze S.S., Leont'ev A.I. *Teplomassoobmen i trenie v turbulentnom pograničnom sloe* [Heat and mass exchange and friction in turbulent boundary layer]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1985. 320 p. (in Russian).
3. Gryaznov N.D., Epifanov V.L., Manushin E.A. *Teploobmennye ustroistva gazoturbinnnykh i kombinirovannykh ustanovok* [Heat Exchangers of Gas Turbines and Combined Units]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1985. 360 p. (in Russian).
4. Leont'ev A.I., Burtsev S.A., Vizel' Ia.M., Chizhikov Iu.V. Experimental investigation of gas dynamic temperature stratification of natural gas. *Gazovaia promyshlennost' = Gas Industry*, 2002, no. 11, pp. 72-75. (in Russian).
5. Burtsev S.A. *Issledovanie temperaturnogo razdeleniia v potokakh szhimaemogo gaza. Kand. diss.* [The research of temperature separation in coercible gas flows. Cand. diss.]. Moscow, Bauman MSTU, 2001. 124 p. (in Russian, unpublished).
6. Burtsev S.A. Investigation of the operation of temperature lamination device working on the natural gas. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2004, no. 9. DOI: [10.7463/0904.0516097](https://doi.org/10.7463/0904.0516097) (in Russian).
7. Burtsev S.A. Investigation of the operation of temperature lamination device working on the water and natural gas. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2005, no. 5. DOI: [10.7463/0505.0529473](https://doi.org/10.7463/0505.0529473) (in Russian).
8. Zditovets A.G., Titov A.A. Experimental Study of a Gas-Dynamic Method for an Air Stream Energy Separation. *Teplovyie protsessy v tekhnike = Thermal Processes in Engineering*, 2013, no. 9, pp. 391-397. (in Russian).
9. Vinogradov Y.A., Zditovets A.G., Strongin M.M. Experimental investigation of the temperature stratification of an air flow through a supersonic channel with a central body in the form of a porous permeable tube. *Izvestiya RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 2013, no. 5, pp. 134-145. (English version of journal: *Fluid Dynamics*, 2013, vol. 48, no. 5, pp. 687-696. DOI: [10.1134/S0015462813050128](https://doi.org/10.1134/S0015462813050128) ).
10. Vinogradov U.A., Egorov K.S., Popovich S.S., Stongin M.M. Heat and Mass Research on Permeable Surface in Supersonic Boundary Layer. *Teplovyie protsessy v tekhnike = Thermal Processes in Engineering*, 2010, no. 1, pp. 7-9. (in Russian).
11. Isachenko V.P., Osipova V.A., Sukomel A.S. *Teplperedacha* [Heat transfer]. Moscow, Energiya Publ., 1975. 488 p. (in Russian).
12. Makarov M.S. *Gazodinamicheskaya temperaturnaya stratifikatsiya v sverkhzvukovykh potokakh. Avtoreferat kand. diss.* [Gas dynamic method of temperature stratification in supersonic. Abstract of cand. diss.]. Novosibirsk, 2007. 16 p. (in Russian, unpublished).

13. Tournier J.P., Mohamed S.E. Properties of noble gases and binary mixtures for closed Brayton Cycle application. *Energy Conversion and Management*, 2008, vol. 49, iss. 3, pp. 469-492. DOI: [10.1016/j.enconman.2007.06.050](https://doi.org/10.1016/j.enconman.2007.06.050)
14. Tournier J.P., Mohamed S.E. Noble gas binary mixtures for gas-cooled reactor power plants. *Nuclear Engineering and Design*, 2008, vol. 238, iss. 6, pp. 1353-1372. DOI: [10.1016/j.nucengdes.2007.10.021](https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2007.10.021)
15. Taylor M.F., Bauer K.E., McEligot D.M. Internal forces convection to low-Prandtl-number gas mixtures. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1988, vol. 31, no.1, pp. 13-25. DOI: [10.1016/0017-9310\(88\)90218-9](https://doi.org/10.1016/0017-9310(88)90218-9)
16. Patancar S. *Numerical heat transfer and fluid flow*. New York, Hemisphere Publishing Corporation, 1980. 124 p. (Russ. ed.: Patancar S. *Chislennyye metody resheniya zadach teploobmena i dinamiki zhidkosti*. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1984. 152 p).
17. Belov I.A., Isaev S.A. *Modelirovanie turbulentnykh techenii* [Modeling of turbulent flows]. St. Petersburg, Baltic State Tech. University Publ., 2001. 108 p. (in Russian).
18. McEligot D.M., Taylor M.F. The turbulent Prandtl number in the near-wall region for low-Prandtl-number gas mixtures. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1996, vol. 39, no. 6, pp. 1287-1295. DOI: [10.1016/0017-9310\(95\)00146-8](https://doi.org/10.1016/0017-9310(95)00146-8)
19. Vargaftik N.B. *Spravochnik po teplofizicheskim svoistvam gazov i zhidkosti* [Catalogue of thermophysical properties of gases and liquids]. Moscow, Nauka Publ., 1972. 720 p. (in Russian).
20. Burtsev S.A., Kochurov D.S., Schegolev N.L. Investigation of the helium proportion influence on the Prandtl number value of gas mixtures. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2015, no. 5, pp. 314-329. DOI: [10.7463/0514.0710811](https://doi.org/10.7463/0514.0710811) (in Russian).
21. Johnson P.K. *A Method of Calculating Viscosity and Thermal Conductivity of Helium-Xenon Gas Mixture*. Technical Report NASA/CR-2006-214394. NASA, 2006. 13 p.
22. Popovich S.S. Experimental Study of Influence of Falling Shock Wave on Adiabatic Wall Temperature of a Supersonic Air Flow around Plane Surface. *Teplovye protsessy v tekhnike = Thermal Processes in Engineering*, 2014, no. 3, pp. 98-104. (in Russian).
23. Zditovetz A.G., Vinogradov Yu. A., Strongin M.M., Titov A.A., Medvetskaya N.V. Experimental Study of Heat Transfer Features at Helium Injection through a Permeable Surface in Supersonic Argon Flow. *Teplovye protsessy v tekhnike = Thermal Processes in Engineering*, 2012, no. 6, pp. 253-261. (in Russian).
24. Leont'ev A.I., Lushchik V.G., Makarova M.S. Numerical investigation of tube flow with suction through permeable walls. *Izvestiya RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 2014, no. 3, pp. 74-81. (English version of journal: *Fluid Dynamics*, 2014, vol. 49, iss. 3, pp. 362-368. DOI: [10.1134/S0015462814030077](https://doi.org/10.1134/S0015462814030077) ).