

УДК 623.454.255.2

Возбуждение турбулентных флуктуаций неустойчивой дрейфовой волной в неоднородном течении плазмы

Карбушев Д. Н.¹, Хвесюк В. И.¹,
Чирков А. Ю.^{1,*}

*chirkov@bmstu.ru

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Сценарии формирования турбулентных возмущений относятся к кругу актуальных проблем физики турбулентности различных сред, включая потоки жидкости, газа и плазмы. Особый интерес представляет последовательная эволюция начальных возмущений в системе уже находящейся в турбулентном состоянии. Для случая плазмы в магнитном поле при определенных допущениях существует возможность проследить развитие малого возмущения, зарождающегося в результате неустойчивости дрейфового типа, до перехода в нелинейный режим. Рассматривается стадия формирования дрейфовой турбулентности плазмы на основе модели дрейфовой волны конечной амплитуды под воздействием сдвигового течения плазмы. Возможность рассмотрения эволюции определенных возмущений в условиях развитой дрейфовой турбулентности основана на экспериментальных данных о высокой корреляции спектров пульсаций с результатами линейной теории дрейфовых неустойчивостей. Предложена модель для оценки амплитуды возмущений, возникающих в результате эволюции такой волны.

Ключевые слова: турбулентность, дрейфовые волны, сдвиговые течения

Введение

Комплекс явлений, связанных с неустойчивостями, турбулентностью и транспортом плазмы поперек силовых линий магнитного поля, является одной из важнейших проблем физики плазмы в магнитных ловушках. Снижение уровня флуктуаций и турбулентного транспорта наблюдается при генерации сдвиговых течений в плазменном шнуре. Данному явлению посвящено большое количество экспериментальных и теоретических исследований [1–15]. Большинство теоретических моделей рассматривает снижение турбулентных флуктуаций и транспорта как следствие декорреляции сравнительно крупных возмущений под действием стационарных или квазистационарных сдвиговых течений [8–11]. Экспериментальные исследования турбулентности убедительно показывают связь таких определяющих возмущений с дрейфовыми неустойчивостями [12–15] – ионной температурно-градиентной (ITG) модой, модой запертых электронов

(ТЕМ), а также при определенных условиях с электронной температурно-градиентной (ЕТГ) модой.

Практическим условием существенного снижения транспорта, установленным экспериментально, является [16]

$$\gamma_s > \gamma, \quad (1)$$

где γ – характерный инкремент неустойчивости (как правило, инкремент ИТГ-моды), γ_s – параметр сдвига, в плоском слое $\gamma_s = \partial V / \partial x$, в цилиндрической геометрии $\gamma_s = r \partial(V/r) / \partial r$, V – скорость течения.

При отсутствии сдвигового течения коэффициент диффузии может быть оценен по выражению [17]

$$D_{\perp 0} = k_{\perp}^{-2} \gamma, \quad (2)$$

где k_{\perp} – характерное волновое число, γ – характерный инкремент неустойчивости.

Воздействие сдвигового течения приводит к зависимости [18]

$$D_{\perp} = \frac{D_{\perp 0}}{1 + (\gamma_s / \gamma)^2}. \quad (3)$$

Условие (1) отражает соотношение между скоростью нарастания возмущений и интенсивностью их разрушения под действием сдвигового течения. При отсутствии сдвиговых течений уменьшение флуктуаций может быть объяснено как результат действия других факторов, препятствующих росту крупных возмущений конечной амплитуды [12].

Исследования флуктуаций в работах [8–11] устанавливают отношение среднеквадратичного уровня флуктуаций при определенном значении параметра сдвига к уровню при нулевом сдвиге без рассмотрения стадии их формирования из начальных возмущений.

В настоящей работе рассматривается стадия нарастания начальных возмущений от состояния гармонической дрейфовой волны малой амплитуды до стадии распада. Под распадом понимается не мгновенное исчезновение нарастающей волны, а ее сильное искажение по сравнению с исходной гармонической формой. Таким образом, распад начального возмущения означает, что волна достигла определенного значения амплитуды, при котором возникшие неоднородности среды делают невозможным ее дальнейшее существование. Значение амплитуды при этом соответствует ограничению линейного роста возмущения и переходу к нелинейной стадии турбулентных флуктуаций. Такой подход позволяет предложить оценку абсолютных значений амплитуд флуктуаций. Главной целью работы является поиск и обоснование условия распада начального возмущения, адекватного наблюдаемому уровню турбулентности, как при наличии сдвиговых течений, так и без них.

Отметим, что проблема возникновения турбулентности является важным элементом классической теории турбулентности газов и жидкостей [19, 20]. В качестве возбудителей

турбулентности плазмы в магнитном поле могут рассматриваться неустойчивые дрейфовые волны [21].

Модель и результаты расчетов

Физическая модель для рассматриваемой задачи основывается на двух основных процессах – росте волны, связанным с ее неустойчивостью, и воздействием на нее сдвигового течения. В начальный момент амплитуда может быть очень мала, но в процессе роста амплитуда считается конечной.

Основные допущения заключаются в следующем. Рост волны характеризуется постоянным инкрементом. Для количественных оценок используется значение линейного инкремента ITG-моды. Предполагается, что волна нарастает до состояния, при котором граничные условия перестают быть физически корректными, то есть существование волны становится невозможным. Это состояние условно считается распадом волны. Условие распада ищется исходя из соображений определенного соответствия расчетных значений амплитуд значениям, наблюдаемым в экспериментах. Распад волны (начального возмущения) порождает отдельные, не связанные друг с другом локальные возмущения, которые и являются турбулентными флуктуациями. Амплитуда, соответствующая распаду, рассматривается как оценка уровня турбулентных флуктуаций. В этом случае влияние сдвигового течения на уровень флуктуаций определяется при варьировании соотношения между инкрементом волны γ и параметром сдвига γ_s .

Отметим, что явления, подобные рассматриваемому здесь действию сдвигового течения на дрейфовые волны, давно исследуются в рамках классической гидродинамики в приближении постоянства амплитуды [22, 23]. Они связаны не с воздействием внешнего потока, а с зависимостью фазовой скорости от величины локального возмущения, как например, для волн на мелкой воде [22] и звуковых волн конечной амплитуды в газе с учетом зависимости скорости звука от плотности [22, 23]. В указанных случаях решения предсказывают опрокидывание волны вследствие неоднородности скорости волны.

Существующая теория нелинейных волн [24] не в полной мере применима для моделирования дрейфовых волн конечной амплитуды. Во-первых, инкремент неустойчивой дрейфовой волны порядка действительной частоты (дрейфовая турбулентность является сильной), что подтверждается экспериментами [15]. Поэтому принципиально важно учитывать быстрое нарастание волны. Во-вторых, условием существования дрейфовых волн является неоднородность невозмущенных параметров плазмы, в то время как теория нелинейных волн обычно предполагает однородность невозмущенной среды. Так как дрейфовая волна распространяется почти перпендикулярно невозмущенным градиентам плотности и температуры плазмы и является поперечной, то при учете конечной амплитуды неоднородность возмущенной среды оказывается двумерной. В-третьих, в рассматриваемой нами задаче неоднородность скорости волны определяется неоднородностью течения среды, а не величиной возмущения.

Пример близкой картины возникновения турбулентности наблюдался в экспериментах с потоком жидкости вдоль обогреваемой пластины [20]. На начальном участке изотермы представляли собой прямые, параллельные поверхности пластины. Далее возникали волновые возмущения синусоидальной формы, амплитуда которых нарастала вдоль по потоку. Стадия формирования турбулентности завершалась опрокидыванием волн.

В нашей модели опрокидывание волны не рассматривается, так как для дрейфовой волны в плазме оно означало бы образование разрыва. Предполагается, что состояние, обозначенное как распад волны, соответствует условиям, близким к опрокидыванию. С этой точки зрения, экспериментально обнаруженное уменьшение уровня флуктуаций с ростом параметра сдвига [3–7] качественно объясняется более быстрой деформацией волны, а это значит, что опрокидывание должно наступать при меньшем значении амплитуды.

Рассмотрим дрейфовую волну в геометрии плоского слоя, схема которого показана на рис. 1.

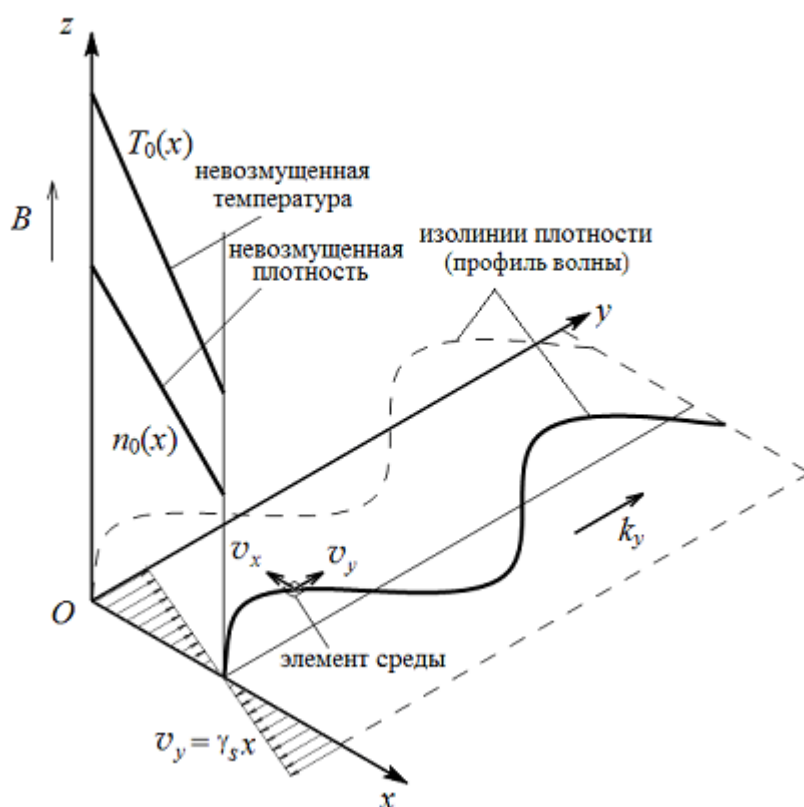


Рис. 1. Схема дрейфовой волны в геометрии плоского слоя

Магнитное поле направлено вдоль оси z , волна распространяется в направлении y , плотность и температура плазмы убывают в направлении x , скорость течения V изменяется в направлении x . Будем считать, что форма волны не зависит от x (по крайней мере, в пределах рассматриваемого слоя), что соответствует локальному приближению

[25]. Используем систему координат, движущуюся вместе с волной. В такой системе координат скорость среды равна нулю при $x = 0$. Если параметр сдвига постоянен в пределах рассматриваемого слоя, то скорость течения равна

$$V(x) = \gamma_s x. \quad (4)$$

В начальный момент времени форма волны $X(y, t)$ имеет вид синусоиды $X = a_0 \sin(k_y y)$, где a_0 – начальная амплитуда, $k_y = k_{\perp}$ – волновое число. Граничные условия: $X = 0$ при $y = \pm\pi/k_y, \pm 2\pi/k_y, \pm 3\pi/k_y, \dots$

Система уравнений базируется на следующих предположениях.

1) Рост возмущения плотности n^{\sim} из-за неустойчивости характеризуется постоянным инкрементом γ , оцениваемым из линейной теории (в данном случае для ITG-моды). Математически это выражается так: $dn^{\sim} / dt = \gamma n^{\sim}$.

2) Поле смещений элементов среды $X(y, t)$ связывается с возмущенной плотностью n^{\sim} с помощью невозмущенного градиента $dn_0 / dx = -n_0 / L_n$, где n_0 – невозмущенная плотность, L_n – пространственный масштаб неоднородности невозмущенной среды.

3) Считается, что для возмущения электронов выполняется больцмановское приближение, а колебания являются квазинейтральными.

Так как рассматривается начальное возмущение, то его амплитуда может считаться малой по сравнению с масштабом неоднородности L_n . Тогда указанным приближениям соответствует система уравнений в виде

$$\frac{dn^{\sim}}{dt} = \frac{\partial n^{\sim}}{\partial t} + v_y \frac{\partial n^{\sim}}{\partial y} = \gamma n^{\sim}, \quad (5)$$

$$n^{\sim} = -\frac{n_0}{L_n} X, \quad (6)$$

$$\frac{n^{\sim}}{n_0} = \frac{e\phi}{k_B T}, \quad (7)$$

где $v_y = V(X) = \gamma_s X$, ϕ – электрический потенциал волны.

Так как $X \propto n^{\sim} \propto \phi$, то для всех трех величин волна описывается одним уравнением, следующим из (5)–(7):

$$\frac{\partial X}{\partial t} + \gamma_s X \frac{\partial X}{\partial y} = \gamma X. \quad (8)$$

Уравнение (8) с нулевой правой частью следует из уравнений дрейфового движения частиц плазмы [26]. В этом случае оно совпадает с уравнением нелинейной дрейфовой волны, полученным в [27]. Такое уравнение также описывает возмущение в пучке невзаимодействующих частиц [28]. Подобное уравнение соответствует нелинейной звуковой волне без диссипации [23].

Без изменений уравнение (8) не полностью соответствует сформулированной модели. Так, при отсутствии сдвигового течения оно дает неограниченный рост амплитуды возмущения. Поэтому необходимо учесть диссипативный механизм,

ограничивающий рост при отсутствии сдвигового течения. Введем диффузионный оператор, в результате чего уравнение эволюции возмущения принимает вид

$$\frac{\partial X}{\partial t} + \gamma_s X \frac{\partial X}{\partial y} = \gamma X + D \frac{\partial^2 X}{\partial y^2}, \quad (9)$$

где D – коэффициент диффузии.

Уравнение (9) относится к тому же типу уравнений, что и уравнение Бюргерса [28], часто используемое в нелинейной акустике. Известны частные решения в виде однополярных импульсов.

Введение диффузионного оператора улучшает устойчивость численного решения даже при сравнительно малой величине D . Значение коэффициента диффузии D следует согласовать с физическим смыслом процесса, описываемого введенным диффузионным оператором. Кроме того, в случае слабого сдвига (или в пределе $\gamma_s \rightarrow 0$) значения амплитуд при выполнении условия распада должны быть адекватны экспериментальным данным. Для этого значение коэффициента D в уравнении (9) необходимо принять равным величине D_{\perp} по формуле (3).

Чтобы наглядно показать эффект сдвигового течения, рассмотрены решения уравнения (9) при $D \ll D_{\perp}$. Пример эволюции возмущения для этого случая приведен на рис. 2.

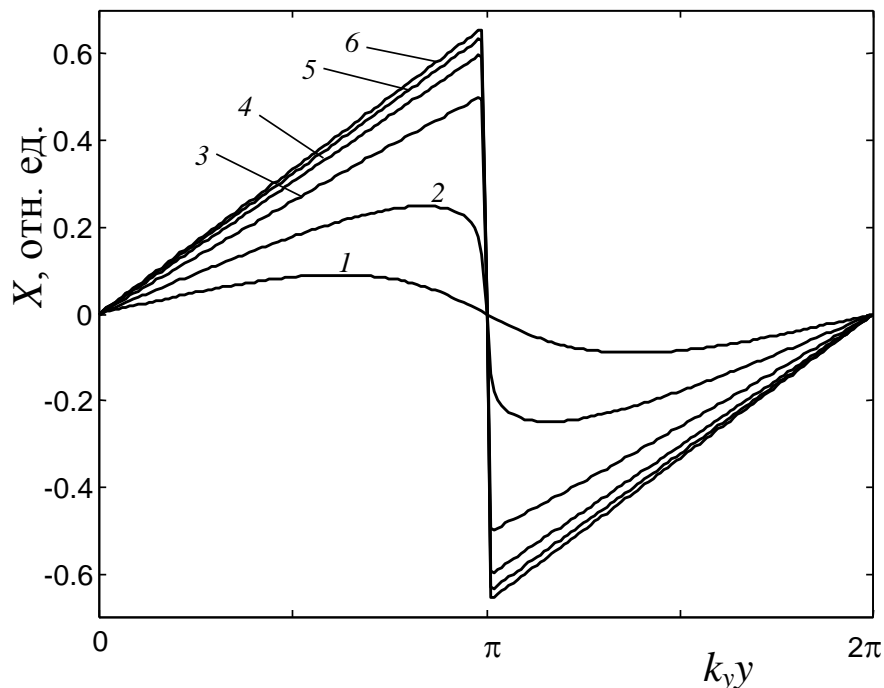


Рис. 2. Изменение во времени профиля волны при $D = 10^{-2} D_{\perp}$:

1 – $\gamma t = 2$; 2 – 3; 3 – 4; 4 – 5; 5 – 6; 6 – 20. $\gamma_s/\gamma = 1.5$

Действие сдвигового течения приводит к быстрому обострению профиля. С определенного момента времени (в случае рис. 2 это $\gamma t \approx 2$) наклон становится настолько

сильным, что формальное решение не соответствует физическим условиям существования волны. На рис. 3 показана эволюция возмущения при $D = D_{\perp}$. В этом случае профиль остается сравнительно гладким, но в результате также образуется область сильного наклона.

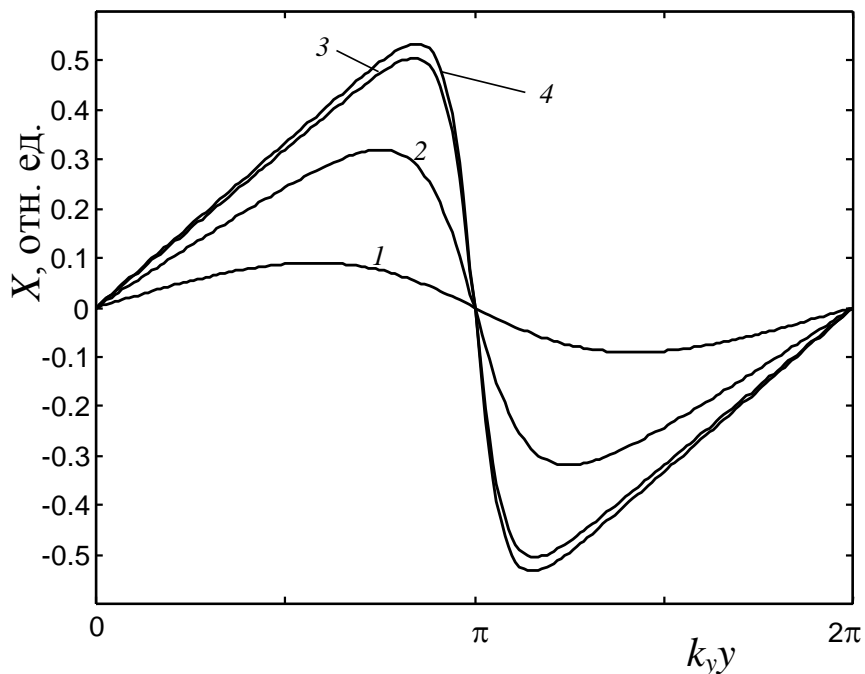
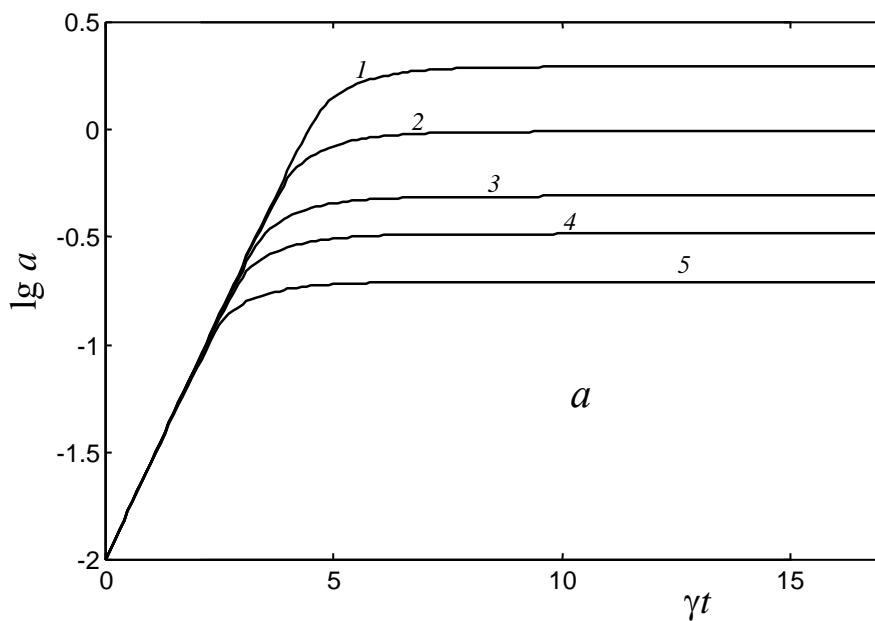


Рис. 3. Изменение во времени профиля волны при $D = D_{\perp}$: 1 – $\gamma t = 3$; 2 – 5; 3 – 7; 4 – 20. $\gamma_s/\gamma = 1.5$

Изменение амплитуды a показано на рис. 4.



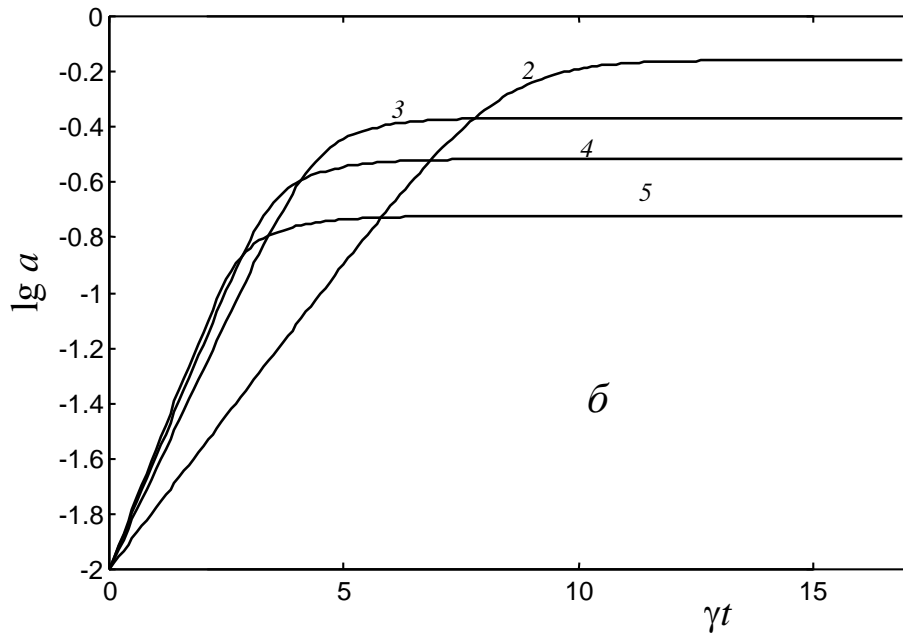


Рис. 4. Изменение амплитуды во времени при $D = 10^{-2}D_{\perp}$ (а) и $D = D_{\perp}$ (б):
 $1 - \gamma_s/\gamma = 0.5$; $2 - 1$; $3 - 2$; $4 - 3$; $5 - 5$

В начальные моменты времени амплитуда растет линейно. Затем устанавливаются стационарные профили. Соответствующие амплитуды можно рассматривать как характерные значения. Предполагается, что условия существования волны перестают выполняться на стадии перехода от линейного роста к этому постоянному уровню. Это соответствует предположению о распаде начального возмущения [21]. Амплитуда может быть оценена из условия того, что возмущенный градиент достигает уровня, сравнимого с невозмущенным градиентом [15, 21]:

$$\frac{\partial n^{\sim}}{\partial y} \sim \frac{dn_0}{dx}. \quad (10)$$

Это соотношение и является количественной оценкой условия распада.

При отсутствии сдвиговых течений из (10) следует $k_y \delta n \approx n_0 / L_n$, где δn – амплитуда возмущения плотности. Учитывая, что $\delta n = (n_0 / L_n) a$, получаем оценку амплитуды при $\gamma_s = 0$ в виде

$$\frac{a_0}{L_n} = \frac{\delta n}{n_0} \approx \frac{1}{k_y L_n}, \quad (11)$$

что соответствует экспериментальным данным [12, 14, 15].

При $\gamma_s = 0$ ограничение роста возмущения в нашей модели обеспечивается диффузионным оператором. Из равенства нулю правой части уравнения (9) в этом случае следует соотношение $\gamma = D / a^2$ (возмущение считается гармоническим). Используя для D выражение (2), приходим к (11). Таким образом, значение $D = D_{\perp}$ в уравнении (9) представляется нам вполне оправданным с точки зрения обсуждаемой физической

картины эволюции возмущений. При $\gamma_s \neq 0$ используем выражение (3) и получаем соотношение

$$\frac{a^2}{a_0^2} = \frac{1}{1 + (\gamma_s / \gamma)^2}, \quad (12)$$

где a – амплитуда с учетом сдвигового течения, $a_0 = 1/k_y$ – амплитуда в случае $\gamma_s = 0$.

Результаты расчетов отношения a^2/a_0^2 с использованием сформулированного критерия распада в зависимости от отношения γ_s/γ приведены на рис. 5.

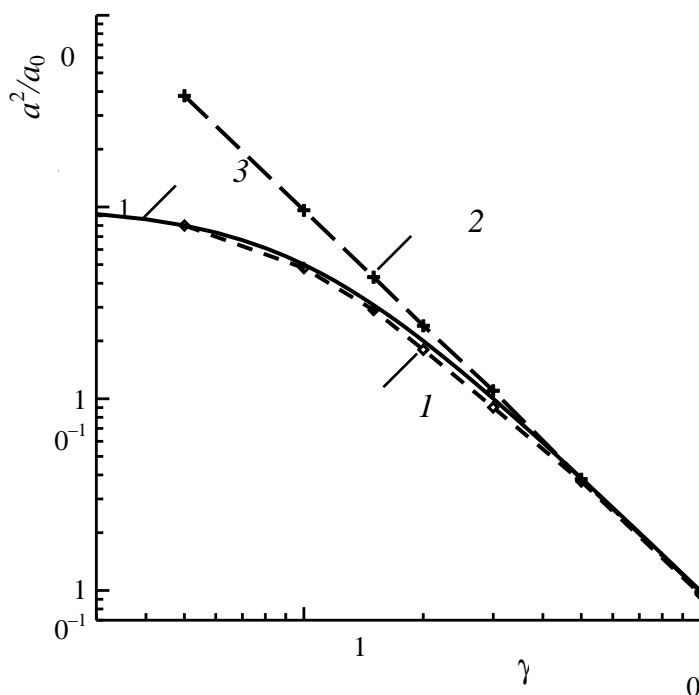


Рис. 5. Зависимость амплитуды возмущений от параметра сдвига в относительных переменных: 1 – результаты моделирования при $D = D_{\perp}$, 2 – результаты моделирования при $D = 10^{-2}D_{\perp}$, 3 – расчет по формуле (12)

Чтобы наглядно показать роль сдвигового течения, рассматривался случай $D \ll D_{\perp}$. Как можно видеть по рис. 5, при $D = D_{\perp}$ результаты расчетов практически совпадают с оценкой по формуле (14). Такое совпадение, по нашему мнению, свидетельствует о наличии механизма диссипации, связанного с диффузией поперек магнитного поля. Причем такая диффузия одновременно приводит как к переносу плазмы, так и к сглаживанию возмущений. Расчеты наглядно продемонстрировали два режима, соответствующих двум механизмам ограничения роста возмущений. В режиме со слабым сдвигом (или без сдвига) рост возмущений ограничивается диссипативным механизмом, представленным в нашей модели диффузионным оператором. При сильном сдвиге рост возмущений ограничен деформацией возмущенной среды. Диффузионный механизм практически не заметен на фоне сильной сдвиговой деформации.

Заключение

Предложенная упрощенная модель позволяет получить оценки абсолютных значений флуктуаций плотности. Но в силу упрощений полученные результаты имеют скорее качественный характер. Подчеркнем, что рассматривалась картина эволюции одной моды возмущения, в то время, как в действительности в турбулентной среде сосуществуют много мод. Оценка характерной амплитуды по формуле (12) предполагает использование параметров некоторой характерной моды с определенным характерным волновым числом k_y . В результате оценивается в определенном смысле средний уровень флуктуаций без распределения по волновым числам. В действительности одновременно существуют несколько мод. Поэтому для построения энергетического спектра возбуждаемой ими турбулентности недостаточно только оценки (12), необходим также учет взаимодействия мод [29]. Совместный анализ процессов возникновения турбулентных возмущений плазмы и их дальнейшей эволюции позволит получить более полную картину турбулентного состояния плазмы. Для получения количественных оценок также необходимо использовать значения параметров дрейфовых неустойчивостей с учетом особенностей конкретных конфигураций плазмы в магнитном поле [30–32] и рассматривать механизмы транспорта частиц [33–35].

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, задание № 13.2573.2014/К.

Список литературы

1. Wagner F., Becker G., Behringer K., Campbell D., Eberhagen A., Engelhardt W., Fussmann G., Gehre O., Gernhardt J., Gierke G. v., Haas G., Huang M., Karger F., Keilhacker M., Klüber O., Kornherr M., Lackner K., Lisitano G., Lister G.G., Mayer H.M., Meisel D., Müller E.R., Murmann H., Niedermeyer H., Poschenrieder W., Rapp H., Röhr H., Schneider F., Siller G., Speth E., Stäbler A., Steuer K.H., Venus G., Vollmer O., Yü Z. Regime of improved confinement and high beta in neutral-beam-heated divertor discharges of the ASDEX tokamak // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49. P. 1408-1412. DOI: [10.1103/PhysRevLett.49.1408](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.49.1408)
2. McKee G.R., Petty C.C., Waltz R.E., Fenzi C., Fonck R.J., Kinsey J.E., Luce T.C., Burrell K.H., Baker D.R., Doyle E.J., Garbet X., Moyer R.A., Rettig C.L., Rhodes T.L., Ross D.W., Staebler G.M., Sydora R., Wade M.R. Non-dimensional scaling of turbulence characteristics and turbulent diffusivity // Nucl. Fusion. 2001. Vol. 41. P. 1235–1242. DOI: [10.1088/0029-5515/41/9/312](https://doi.org/10.1088/0029-5515/41/9/312)
3. Boedo J.A., Gray D.S., Terry P.W., Jachmich S., Tynan G.R., Conn R.W., Textor-94 team. Scaling of plasma turbulence suppression with velocity shear // Nucl. Fusion. 2002. Vol. 42. P. 117–121. DOI: [10.1088/0029-5515/42/2/301](https://doi.org/10.1088/0029-5515/42/2/301)

4. Wagner F., Hirsh M., Hartfuss H.-J., Laqua H.P. H-mode and transport barriers in helical systems // Plasma Phys. Control. Fusion. 2006. Vol. 48. P. A217–A240. DOI: [10.1088/0741-3335/48/5A/S21](https://doi.org/10.1088/0741-3335/48/5A/S21)
5. Vershkov V.A., Shelukhin D.A., Soldatov S.V., Urazbaev A.O., Grashin, S.A., Eliseev L.G., Melnikov A.V., T-10 team. Summary of experimental core turbulence characteristics in ohmic and electron cyclotron resonance heated discharges in T-10 tokamak plasmas // Nucl. Fusion. 2005. Vol. 45. P. S203–S226. DOI: [10.1088/0029-5515/45/10/S17](https://doi.org/10.1088/0029-5515/45/10/S17)
6. Conway G.D., Angioni C., Ryter F., Sauter P., Vicente J., ASDEX Upgrade Team. Mean and Oscillating Plasma Flows and Turbulence Interactions across the L-H Confinement Transition // Phys. Rev. Lett. 2011. Vol. 106. Art. no. 065001 (4 pages).
7. Schmitz L., Holland C., Rhodes T.I., Wang G., Zeng L., White A.E., Hillesheim, Peebles W.A., Smith S.P., Prater R., McKee G.P., Yan Z., Solomon W.M., Burrell K.H., Holcomb C.T., Doyle E.J., DeBoo J.C., Austin M.E., deGrassie J.S., Petty C.C. Reduced electron thermal transport in low collisionality H-mode plasmas in DIII-D and the importance of TEM/ETG-scale turbulence // Nucl. Fusion. 2012. Vol. 52. Art. no. 023003 (15 pages). DOI: [10.1088/0029-5515/52/2/023003](https://doi.org/10.1088/0029-5515/52/2/023003)
8. Chuich T., Terry P.W., Diamond P.H., Sedlak J.E. Effects of a radial electric field on tokamak edge turbulence // Phys. Fluids. 1986. Vol. 29. P. 231–241. DOI: [10.1063/1.865979](https://doi.org/10.1063/1.865979)
9. Biglari H., Diamond P.H., Terry P.W. Influence of sheared poloidal rotation on edge turbulence // Phys. Fluids. 1990. Vol. B2. P. 1–4. DOI: [10.1063/1.859529](https://doi.org/10.1063/1.859529)
10. Shaing K.C., Crume E.C., B.A., Houlberg W.A. Bifurcation of poloidal rotation and suppression of turbulent fluctuations: A model for the L–H transition in tokamaks // Phys. Fluids. 1990. Vol. B2. P. 1492–1498. DOI: [10.1063/1.859473](https://doi.org/10.1063/1.859473)
11. Zhang Y.Z., Mahajan S.M. Edge turbulence scaling with shear flow // Phys. Fluids. 1992. Vol. B4. P. 1385–1387. DOI: [10.1063/1.860095](https://doi.org/10.1063/1.860095)
12. Conway G.D. Turbulence measurements in fusion plasmas // Plasma Phys. Control. Fusion. 2008. Vol. 50. Art. no. 124026 (11 pages). DOI: [10.1088/0741-3335/50/12/124026](https://doi.org/10.1088/0741-3335/50/12/124026)
13. Diamond P.H., Itoh S.-I., Itoh K., Hahm T.S. Zonal flows in plasma – a review // Plasma Phys. Control. Fusion. 2005. Vol. 47. P. R35–R161. DOI: [10.1088/0741-3335/47/5/R01](https://doi.org/10.1088/0741-3335/47/5/R01)
14. Tynan G.R., Fujisawa A., McKee G.R. A review of experimental drift turbulence studies // Plasma Phys. Control. Fusion. 2009. Vol. 51. Art. no. 113001 (77 pages). DOI: [10.1088/0741-3335/51/11/113001](https://doi.org/10.1088/0741-3335/51/11/113001)
15. Horton W. Turbulent Transport in Magnetized Plasmas. World Scientific, 2012. 400 p. DOI: [10.1142/8362](https://doi.org/10.1142/8362)
16. Burrell K.H. Effects of $E \times B$ velocity shear and magnetic shear on turbulence and transport in magnetic confinement devices // Phys. Plasmas. 1997. Vol. 4. P. 1499–1518.
17. Dupree T.H. Nonlinear theory of drift-wave turbulence and enhanced diffusion // Phys. Fluids. 1967. Vol. 10. P. 1049–1055. DOI: [10.1063/1.1762220](https://doi.org/10.1063/1.1762220)

18. Itoh K., Itoh S.-I. The role of the electric field in confinement // *Plasma Phys. Control Fusion*. 1996. Vol. 38. P. 1–49.
19. Бэтчелор Дж. Теория однородной турбулентности: пер. с англ. М.: Иностранная литература, 1955. 200 с.
20. Шлихтинг Г. Возникновение турбулентности: пер. с англ. М.: Иностранная литература, 1962. 204 с.
21. Khvesyuk V.I. Excitement of local non-uniformities in plasma by unstable ion-temperature-gradient waves // *J. Fusion Energy*. 2012. Vol. 31. P. 273–278. DOI: [10.1007/s10894-011-9467-3](https://doi.org/10.1007/s10894-011-9467-3)
22. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны: пер с англ. М.: Мир, 1977. 638 с.
23. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2003. 736 с.
24. Инфельд Э., Роуландс Дж. Нелинейные волны, солитоны и хаос: пер с англ. М.: Физматлит, 2006. 484 с.
25. Кролл Н., Трайвелпис А. Основы физики плазмы: пер с англ. М.: Мир, 1975. 525 с.
26. Хвесьюк В.И., Чирков А.Ю. Нелинейные явления, связанные с распространением дрейфовых волн в плазме // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика плазмы*. 2006. Т. 12, № 6. С. 112–114.
27. Tasso H. A non-linear equation for drift waves // *Phys. Lett. A*. 1997. Vol. 232. P. 247–251.
28. Кадомцев Б.Б., Карпман В.И. Нелинейные волны // *Успехи физических наук*. 1971. Т. 103, вып. 2. С. 193–232.
29. Chirkov A.Yu. The effect of trapped particles on gradient drift instabilities in finite pressure plasma with longitudinally nonuniform magnetic field // *J. Fusion Energy*. 2014. Vol. 33, no. 2. P. 139–144.
30. Khvesyuk V.I., Chirkov A.Yu. Peculiarities of collisionless drift instabilities in poloidal magnetic configurations // *Plasma Physics Reports*. 2010. Vol. 36, no. 13. P. 1112–1119.
31. Chirkov A.Yu., Khvesyuk V.I. Electromagnetic drift instabilities in high- β plasma under conditions of a field reversed configuration // *Phys. Plasmas*. 2010. Vol. 17, no. 1. Art. no. 012105 (8 pp).
32. Чирков А.Ю., Хвесьюк В.И. Особенности бесстолкновительных градиентных дрейфовых неустойчивостей в плазме с сильно неоднородным магнитным полем и высокими β // *Физика плазмы*. 2011. Т. 37, № 5. С. 473–483.
33. Хвесьюк В.И., Чирков А.Ю., Ковалев А.В. Некоторые особенности стохастической динамики частиц в замагниченной плазме // *Физика плазмы*. 2002. Т. 28, № 9. С. 854–857.
34. Хвесьюк В.И., Чирков А.Ю. Анализ закономерностей рассеяния частиц плазмы на нестационарных флуктуациях // *Журнал технической физики*. 2004. Т. 74, вып. 4. С. 18–26.

35. Чирков А.Ю. О влиянии слабых электростатических возмущений на траектории пролетных частиц в магнитном поле токамака // Журнал технической физики. 2004. Т. 74, вып. 12. С. 47–51.

Excitation of Turbulent Fluctuations by Unstable Drift Wave in Non-uniform Plasma Flow

D.N. Karbushev¹, V.I. Khvesyuk¹,
A.Yu. Chirkov^{1,*}

[*chirkov@bmstu.ru](mailto:chirkov@bmstu.ru)

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: turbulence, drift waves, shear flows

We consider a mechanism for forming the turbulent perturbations in non-uniform plasma due to the drift instability in the magnetic field. The finite amplitude drift waves are studied. Since experimental data on the drift turbulence show good compliance with the linear theory of drift instabilities, the instability growth rate is considered in the framework of the linear theory. The condition of decay of the initial perturbation is formulated. It is also the condition for the transition to the nonlinear stage. In the nonlinear regime, the conditions of existence of the wave are violated. There are two reasons for this. The first is the restriction of the amplitude growth. The second is the distortion of the initial wave profile under the action of sheared flow. In both cases, a region of large density gradient appears on the wave profile. The decay condition is quantitatively formulated as an equality of the maximum gradient of the density perturbation and unperturbed density gradient. Burgers-type differential equation is formulated for the evolution of the profile of density perturbation. Profile deformation under the action of shear flow is studied taking into account the spatial dependence of the flow velocity. To describe the decay of perturbation for the case of vanishing shear, the model diffusion operator is included to the profile evolution equation. Analysis of the physical meaning of the effective diffusion coefficient showed its conformity assessment based on the mixing length estimation proposed by Dupree. In this case, spatial scale is the inverse wave number. The time scale is the inversed instability growth rate. As the intensity of the shear flow increases the effective diffusion coefficient decreases. Numerical calculations showed that this decrease is well described by Itoh's factor. The resulting dependence is qualitatively consistent with the peculiarities of the turbulent transport in magnetized plasma (L and H modes). Quantitative estimates are also in reasonable agreement with the experimental data.

References

1. Wagner F., Becker G., Behringer K., Campbell D., Eberhagen A., Engelhardt W., Fussmann G., Gehre O., Gernhardt J., Gierke G. v., Haas G., Huang M., Karger F., Keilhacker M.,

- Klüber O., Kornherr M., Lackner K., Lisitano G., Lister G.G., Mayer H.M., Meisel D., Müller E.R., Murmann H., Niedermeyer H., Poschenrieder W., Rapp H., Röhr H., Schneider F., Siller G., Speth E., Stäbler A., Steuer K.H., Venus G., Vollmer O., Yü Z. Regime of improved confinement and high beta in neutral-beam-heated divertor discharges of the ASDEX tokamak. *Phys. Rev. Lett.*, 1982, vol. 49, pp. 1408-1412. DOI: [10.1103/PhysRevLett.49.1408](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.49.1408)
2. McKee G.R., Petty C.C., Waltz R.E., Fenzi C., Fonck R.J., Kinsey J.E., Luce T.C., Burrell K.H., Baker D.R., Doyle E.J., Garbet X., Moyer R.A., Rettig C.L., Rhodes T.L., Ross D.W., Staebler G.M., Sydora R., Wade M.R. Non-dimensional scaling of turbulence characteristics and turbulent diffusivity. *Nucl. Fusion*, 2001, vol. 41, pp. 1235–1242. DOI: [10.1088/0029-5515/41/9/312](https://doi.org/10.1088/0029-5515/41/9/312)
 3. Boedo J.A., Gray D.S., Terry P.W., Jachmich S., Tynan G.R., Conn R.W., Textor-94 team. Scaling of plasma turbulence suppression with velocity shear. *Nucl. Fusion*, 2002, vol. 42, pp. 117–121. DOI: [10.1088/0029-5515/42/2/301](https://doi.org/10.1088/0029-5515/42/2/301)
 4. Wagner F., Hirsh M., Hartfuss H.-J., Laqua H.P. H-mode and transport barriers in helical systems. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 2006, vol. 48, pp. A217–A240. DOI: [10.1088/0741-3335/48/5A/S21](https://doi.org/10.1088/0741-3335/48/5A/S21)
 5. Vershkov V.A., Shelukhin D.A., Soldatov S.V., Urazbaev A.O., Grashin, S.A., Eliseev L.G., Melnikov A.V., T-10 team. Summary of experimental core turbulence characteristics in ohmic and electron cyclotron resonance heated discharges in T-10 tokamak plasmas. *Nucl. Fusion*, 2005, vol. 45, pp. S203–S226. DOI: [10.1088/0029-5515/45/10/S17](https://doi.org/10.1088/0029-5515/45/10/S17)
 6. Conway G.D., Angioni C., Ryter F., Sauter P., Vicente J., ASDEX Upgrade Team. Mean and Oscillating Plasma Flows and Turbulence Interactions across the L-H Confinement Transition. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, vol. 106, art. no. 065001 (4 pages).
 7. Schmitz L., Holland C., Rhodes T.I., Wang G., Zeng L., White A.E., Hillesheim, Peebles W.A., Smith S.P., Prater R., McKee G.P., Yan Z., Solomon W.M., Burrell K.H., Holcomb C.T., Doyle E.J., DeBoo J.C., Austin M.E., deGrassie J.S., Petty C.C. Reduced electron thermal transport in low collisionality H-mode plasmas in DIII-D and the importance of TEM/ETG-scale turbulence. *Nucl. Fusion*, 2012, vol. 52, art. no. 023003 (15 pages). DOI: [10.1088/0029-5515/52/2/023003](https://doi.org/10.1088/0029-5515/52/2/023003)
 8. Chuich T., Terry P.W., Diamond P.H., Sedlak J.E. Effects of a radial electric field on tokamak edge turbulence. *Phys. Fluids*, 1986, vol. 29, pp. 231–241. DOI: [10.1063/1.865979](https://doi.org/10.1063/1.865979)
 9. Biglari H., Diamond P.H., Terry P.W. Influence of sheared poloidal rotation on edge turbulence. *Phys. Fluids*, 1990, vol. B2, pp. 1–4. DOI: [10.1063/1.859529](https://doi.org/10.1063/1.859529)

10. Shaing K.C., Crume E.C., B.A., Houlberg W.A. Bifurcation of poloidal rotation and suppression of turbulent fluctuations: A model for the L–H transition in tokamaks. *Phys. Fluids*, 1990, vol. B2, pp. 1492–1498. DOI: [10.1063/1.859473](https://doi.org/10.1063/1.859473)
11. Zhang Y.Z., Mahajan S.M. Edge turbulence scaling with shear flow. *Phys. Fluids*, 1992, vol. B4, pp. 1385–1387. DOI: [10.1063/1.860095](https://doi.org/10.1063/1.860095)
12. Conway G.D. Turbulence measurements in fusion plasmas. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 2008, vol. 50, art. no. 124026 (11 pages). DOI: [10.1088/0741-3335/50/12/124026](https://doi.org/10.1088/0741-3335/50/12/124026)
13. Diamond P.H., Itoh S.-I., Itoh K., Hahm T.S. Zonal flows in plasma – a review. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 2005, vol. 47, pp. R35–R161. DOI: [10.1088/0741-3335/47/5/R01](https://doi.org/10.1088/0741-3335/47/5/R01)
14. Tynan G.R., Fujisawa A., McKee G.R. A review of experimental drift turbulence studies. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 2009, vol. 51, art. no. 113001 (77 pages). DOI: [10.1088/0741-3335/51/11/113001](https://doi.org/10.1088/0741-3335/51/11/113001)
15. Horton W. *Turbulent Transport in Magnetized Plasmas*. World Scientific, 2012. 400 p. DOI: [10.1142/8362](https://doi.org/10.1142/8362)
16. Burrell K.H. Effects of $E \times B$ velocity shear and magnetic shear on turbulence and transport in magnetic confinement devices. *Phys. Plasmas*, 1997, vol. 4, pp. 1499–1518.
17. Dupree T.H. Nonlinear theory of drift-wave turbulence and enhanced diffusion. *Phys. Fluids*, 1967, vol. 10, pp. 1049–1055. DOI: [10.1063/1.1762220](https://doi.org/10.1063/1.1762220)
18. Itoh K., Itoh S.-I. The role of the electric field in confinement. *Plasma Phys. Control Fusion*, 1996, vol. 38, pp. 1–49.
19. Batchelor G.K. *The Theory of Homogeneous Turbulence*. Cambridge University Press, 1953. (Russ. ed.: Batchelor G.K. *Teoriya odnorodnoy turbulentnosti*. Moscow, Inostrannaya literatura Publ., 1955. 200 p.).
20. Schlichting H. *Boundary-layer Theory*. New York, McGraw-Hill, 1955. (Russ. ed.: Schlichting H. *Vozniknovenie turbulentnosti*. Moscow, Inostrannaya literatura Publ., 1962. 204 p.).
21. Khvesyuk V.I. Excitement of local non-uniformities in plasma by unstable ion-temperature-gradient waves. *J. Fusion Energy*, 2012, vol. 31, pp. 273–278. DOI: [10.1007/s10894-011-9467-3](https://doi.org/10.1007/s10894-011-9467-3)
22. Whitham G.B. *Linear and Nonlinear Waves*. NY, Wiley-Interscience, 1974. (Russ. ed.: Whitham G.B. *Lineynye i nelineynye volny*. Moscow, Mir Publ., 1977. 638 p.).
23. Landau L.D., Lifshits E.M. *Teoreticheskaya fizika. T. 6. Gidrodinamika* [Theoretical physics. Vol. 6. Hydrodynamics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2003. 736 p. (in Russian).
24. Infeld E., Rowlands G. *Nonlinear Waves, Solitons and Chaos*. 2nd ed. Cambridge, Cambridge University Press, 2000. (Russ. ed.: Infeld E., Rowlands G. *Nelineynye volny, solitony i khaos*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2006. 484 p.).
25. Krall N.A., Trivelpiece A.W. *Principles of Plasma Physics*. NY, McGraw-Hill, 1973. (Russ. ed.: Krall N.A., Trivelpiece A.W. *Osnovy fiziki plazmy*. Moscow, Mir Publ., 1975. 525 p.).

26. Khvesyuk V.I., Chirkov A.Yu. Nonlinear phenomena associated with the spread of drift waves in a plasma. *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Fizika plazmy*, 2006, vol. 12, no. 6, pp. 112–114. (in Russian).
27. Tasso H. A non-linear equation for drift waves. *Phys. Lett. A*, 1997, vol. 232, pp. 247–251.
28. Kadomtsev B.B., Karpman V.I. Nonlinear waves. *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 1971, vol. 103, no. 2, pp. 193-232. (English translation: *Soviet Physics Uspekhi*, 1971, vol. 14, no. 1, p. 40. DOI: [10.1070/PU1971v014n01ABEH004441](https://doi.org/10.1070/PU1971v014n01ABEH004441)).
29. Chirkov A.Yu. The effect of trapped particles on gradient drift instabilities in finite pressure plasma with longitudinally nonuniform magnetic field. *J. Fusion Energy*, 2014, vol. 33, no. 2, pp. 139–144.
30. Khvesyuk V.I., Chirkov A.Yu. Peculiarities of collisionless drift instabilities in poloidal magnetic configurations. *Plasma Physics Reports*, 2010, vol. 36, no. 13, pp. 1112–1119.
31. Chirkov A.Yu., Khvesyuk V.I. Electromagnetic drift instabilities in high- β plasma under conditions of a field reversed configuration. *Phys. Plasmas*, 2010, vol. 17, no. 1, art. no. 012105 (8 pages).
32. Chirkov A.Yu., Khvesyuk V.I. Distinctive features of collisionless gradient drift instabilities in a high- β plasma in a highly nonuniform magnetic field. *Fizika plazmy*, 2011, vol. 37, no. 5, pp. 473–483. (English translation: *Plasma Physics Reports*, 2011, vol. 37, iss. 5, pp. 437-446. DOI: [10.1134/S1063780X11040039](https://doi.org/10.1134/S1063780X11040039)).
33. Khvesyuk V.I., Chirkov A.Yu., Kovalev A.V. Some features of the stochastic particle dynamics in a magnetized plasma. *Fizika plazmy*, 2002, vol. 28, no. 9, pp. 854–857. (English translation: *Plasma Physics Reports*, 2002, vol. 28, no. 9, pp. 787-789. DOI: [10.1134/1.1508031](https://doi.org/10.1134/1.1508031)).
34. Khvesyuk V.I., Chirkov A.Yu. Analysis of the mechanisms for the scattering of plasma particles by non-steady-state fluctuations. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, 2004, vol. 74, no. 4, pp. 18–26. (English translation: *Technical Physics*, 2004, vol. 49, iss. 4, pp. 396-404. DOI: [10.1134/1.1736904](https://doi.org/10.1134/1.1736904)).
35. Chirkov A.Yu. Influence of weak electrostatic perturbations on the trajectories of circulating particles in a tokamak magnetic field. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, 2004, vol. 74, no. 12, pp. 47–51. (English translation: *Technical Physics*, 2004, vol. 49, iss. 12, pp. 1586-1590. DOI: [10.1134/1.1841407](https://doi.org/10.1134/1.1841407)).