НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ МГТУ ИМ. Н. Э. БАУМАНА
НАУКА и ОБРАЗОВАНИЕ
Эл № ФС77 - 48211. ISSN 1994-0408

Анализ влияния зависимости теплофизических свойств воздуха от температуры на точность расчета параметров турбулентных течений при различных видах осреднения уравнений Навье-Стокса

08, август 2014
DOI: 10.7463/0814.0725648

Клюквин А. Д.[1,a]

УДК 532.5 : 519.6

[1]Россия, МГТУ им. Баумана
[a]aklyukvin@yandex.ru

Проведено исследование влияния зависимости теплофизических воздуха от температуры на точность решения задач теплообмена в турбулентном потоке при использовании различных методов осреднения уравнений движения в форме Навье-Стокса. Получена форма дополнительных членов, возникающих в осредненных уравнения Навье-Стокса в случае учета пульсаций теплофизических свойств воздуха. На примере затопленной подогретой струи проведена оценка погрешностей при определении интенсивности процессов переноса, возникающих при пренебрежении зависимостью теплофизических свойств воздуха от температуры осредненного потока. Проведено сравнение эффективности использования различных методов осреднения уравнений Навье-Стокса при учете переменности теплофизических свойств воздуха.

Ключевые слова: уравнения Навье-Стокса, осреднение по Фавру, осреднение по Рейнольдсу, метод расчета больших вихрей, теплофизические свойства воздуха.

Введение

Одной из насущных задач современной теплотехники является численное моделирование процессов теплообмена в турбулентных течениях. При решении данного класса задач необходимо учитывать, что в исследуемых течениях возникает поток энергии, непрерывно передаваемой от осредненного потока к мелкомасштабным пульсациям, в которых, в основном, происходит диссипация энергии (ее переход в теплоту) [1]. Таким образом, для наиболее точного описания процессов теплообмена в турбулентном потоке необходима подробная информация о пространственном положении энергосодержащих структур турбулентного потока.

Однако эта информация принципиально не может быть получена с помощью подходов RANS (Reynolds-averaged Navier-Stocks equations – уравнения Навье-Стокса, осредненные по Рейнольдсу) или FANS (Favre-averaged Navier-Stocks equations – уравнения Навье-Стокса, осредненные по Фавру) [1], в рамках которых происходит моделирование всех, в том числе и самых крупных масштабов турбулентности. Основное ограничение данного подхода заключается в том, что крупные вихри имеют анизотропную структуру и сильно зависят от геометрических параметров течения [2].

К примеру, в работе [3] показано, что RANS дают неудовлетворительный результат в возвратно-рециркуляционной зоне исследуемого течения.

Наиболее полную информацию о турбулентном потоке можно получить, применяя прямое численное моделирование (Direct numerical simulation, DNS), однако при существующем сегодня уровне развития вычислительной техники этот подход может быть реализован только в условиях простой геометрии и низких чисел Рейнольдса.

Учитывая, с одной стороны, важность детального описания турбулентного движения жидкости при анализе процессов теплообмена, а, с другой, - возрастающую при детализации вычислительную сложность, возникает необходимость в подходах, более универсальных и строгих, чем RANS/FANS, и менее дорогостоящих в вычислительном плане, чем DNS.

Одним из таких подходов является моделирование крупных вихрей (Large eddy simulation, LES) – метод, основанный на наложении на осредненную картину движения крупных и мелких вихрей. Крупные вихри, находящиеся под прямым воздействием граничных условий и несущие в себе максимум рейнольдсовых напряжений, рассчитываются. Мелкомасштабная турбулентность считается изотропной и имеющей универсальные характеристики, а потому более легко поддающейся моделированию. Взаимодействия между крупными и мелкими вихрями аппроксимируются только по крупным вихрям с использованием подсеточных моделей. Иначе говоря, принимается гипотеза о статистической независимости крупных и мелких вихрей.

В то время как DNS отображает весь диапазон размеров вихрей, в LES считаются наиболее важными крупные вихри.

Решение, полученное с помощью LES, содержит более подробную информацию по сравнению с решением на основе уравнений Рейнольдса, и, следовательно, позволяет более точно описать процесс теплообмена с окружающей средой.

Однако, несмотря на меньшую вычислительную сложность LES в сравнении с DNS, применение этого метода также ограничивается относительно низкими числами Рейнольдса. Так, в работе [4] показано, что для расчета работы турбины с помощью LES потребовалось в 1750 раз больше машинного времени, чем с помощью RANS.

Постановка задачи

В отличие от DNS, при решении задач вычислительной гидродинамики с помощью LES или RANS/FANS теплоемкость, теплопроводность и вязкость воздуха обычно принимаются постоянными в рамках исследуемой системы [5]. Однако опытные данные показывают, что эти характеристики зависят от температуры и давления воздуха (зависимость от давления обычно оказывается очень слабой [6]) в системе и могут существенно колебаться в случае больших градиентов температуры.

В данной работе рассматривается влияние переменности теплофизических параметров воздуха на результат фильтрации и осреднения уравнений Навье-Стокса. Причем это влияние разбивается на две составляющие:

появление дополнительных моделируемых слагаемых в осредненных и фильтрованных уравнениях Навье-Стокса, вызванных пульсациями параметров потока;

зависимость теплофизических параметров воздуха от температуры осредненного потока.

В качестве исходной принимается система уравнений Навь-Стокса в индексной форме записи (под ψ_j, ψ_j, ψ_m, ψ_n понимается суммирование по повторяющемуся индексу, $j,k,m,n=1,2,3$).

1. Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho v_j\right)=0\,, \tag{1}$$

где ρ - плотность газа, кг/м^3; t - время, с; x_j - декартова координата, м; v_j - проекция вектора скорости газа, м/с;

2. Уравнение движения

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho v_i\right)+\frac{\partial\left(\rho v_i v_j\right)}{\partial x_j}=f_i-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_j}, \tag{2}$$

где
$$\tau_{ij}=\mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j}+\frac{\partial v_j}{\partial x_i}-\frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial v_k}{\partial x_k}\right),$$

f_i - проекция единичного вектора объемных сил; Н/м^3, p - статическое давление газа, Па; τ_{ij} - составляющая тензора вязких напряжений, Па; μ- молекулярная вязкость, Па*с; δ_{ij} - оператор Кронекера;

3. Общее уравнение сохранения энергии

$$\frac{\partial\left(\rho e\right)}{\partial t}+\frac{\partial\left(\rho e v_j\right)}{\partial x_j}=-\frac{\partial(p v_j)}{\partial x_j}-\frac{\partial q_j}{\partial x_j}+\frac{\partial\left(\tau_{ij}v_j\right)}{\partial x_j}, \tag{3}$$

где
$$q_j=-\lambda\frac{\partial T}{\partial x_j},$$

e - удельная внутренняя энергия газа, Дж/кг; q_j - проекция теплопроводной компоненты теплового потока, Дж/м^3; s_{ij} - составляющая тензора скоростей деформации, с$^{-1}$; λ - коэффициент теплопроводности, Вт/(м*К); T - температура газа, К.

Осреднение уравнений Навье-Стокса

В рамках данной работы наибольший интерес представляют течения воздуха с существенными градиентами температуры, где воздух ведет себя как сжимаемый газ. При работе с течениями такого вида может использоваться как осреднение по Рейнольдсу, так и осреднение по Фавру. Однако при учете сжимаемости воздуха последнее позволяет получать уравнения в более компактной форме, чем при использовании первого и с меньшим количеством дополнительных неизвестных [1].

В рамках данного раздела будем использовать следующие обозначения: ψ, φ - функции, осредненные по Фавру, ψ'', φ'' - величины пульсаций функций, осредненных по Фавру, $\overline{\psi}$, $\overline{\varphi}$ - функции, осредненные по Рейнольдсу, ψ', φ' - величины пульсаций функций, осредненных по Рейнольдсу, $\hat{\psi}$ - величина, осредненная по всем потоку.

Проведя математические выкладки (аналогично работам, [1] и [6]), получим осредненные по Фавру уравнения Навье-Стокса:

1. Осредненное уравнение неразрывности (1)

$$\frac{\partial\overline{\rho}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho}\tilde{v}_j\right)=0; \tag{4}$$

2. Осредненное уравнение движения (2)

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho}\tilde{v}_i\right)+\frac{\partial\left(\overline{\rho}\tilde{v}_i\tilde{v}_j\right)}{\partial x_j}=\overline{f}_i-\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\tilde{\tau}_{ij}-\overline{\rho}v_iv_j\right]; \tag{5}$$

3. Осредненное уравнение сохранения энергии (3)

$$\frac{\partial\left(\overline{\rho}e\right)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\overline{\rho}e+\overline{p}\right)v_j\right]=-\frac{\partial q_j}{\partial x_j}+\frac{\partial\left(\tau_{ij}v_j\right)}{\partial x_j}-\frac{\partial}{\partial x_j}\left(Q_j+\overline{\rho}D_j\right), \tag{6}$$

где

$$\tau_{ij}=\hat{\mu}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j}+\frac{\partial v_j}{\partial x_i}-\frac{2}{3}\frac{\partial v_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right),$$

$$q_j=-\hat{\lambda}\frac{\partial T}{\partial x_j},$$

$$Q_j=-c_p\overline{\rho}\left(v_jT+\tilde{v}_jT\right),$$

$$D_j=\frac{1}{2}\left(v_jv_kv_k-\tilde{v}_jv_kv_k\right),$$

Q_j - проекция конвективного подсеточного теплового потока, Дж/м^3; c_p - удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении, Дж/(кг*К).

Получение дополнительных членов в FANS

Уравнения (4) - (6) были получены без учета изменения теплофизических свойств воздуха при изменении его температуры. Рассмотрим слагаемые, зависящие от этих свойств воздуха, и определим дополнительные члены, возникающие при учете зависимости теплопроводности, теплоемкости и вязкости воздуха от его температуры.

1. Осреднение по Фавру компонент теплопроводной составляющей теплового потока.

Проекция теплопроводной компоненты теплового потока описывается уравнением Фурье

$$q_j = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j}.$$

Представим величины, входящие в правую часть данного уравнения как сумму средней величины и пульсационной составляющих по Рейнольдсу

$$q_j = -\left(\overline{\lambda}+\lambda'\right)\frac{\partial\left(\overline{T}+T'\right)}{\partial x_j} = -\left(\overline{\lambda}\frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j}+\lambda'\frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j}+\overline{\lambda}\frac{\partial T'}{\partial x_j}+\lambda'\frac{\partial T'}{\partial x_j}\right).$$

Учитывая, что $\overline{\varphi'\overline{\psi}} = 0$, выделим из выражения, полученного выше, пульсационную (q_j') и осредненную ($\overline{q_j}$) по Рейнольдсу составляющие q_j:

$$\overline{q_j} = -\left(\overline{\lambda}\frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j}+\overline{\lambda'\frac{\partial T'}{\partial x_j}}\right),$$

$$q_j' = -\left(\lambda'\frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j}+\overline{\lambda}\frac{\partial T'}{\partial x_j}\right).$$

Средние и пульсационные величины по Рейнольдсу и по Фавру связаны следующим соотношением **[1]**:

$$\psi = \overline{\psi} + \frac{\overline{\rho'\psi'}}{\overline{\rho}},$$

С его помощью получим среднюю по Фавру величину проекции теплопроводной компоненты теплового потока

$$q_j = -\left(\overline{\lambda}\frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j}+\overline{\lambda'\frac{\partial T'}{\partial x_j}}+\frac{\overline{\rho'\lambda'}}{\overline{\rho}}\frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j}+\frac{\overline{\lambda}}{\overline{\rho}}\frac{\overline{\rho'\partial T'}}{\partial x_j}\right).$$

Определим величину дополнительных членов, возникающих при учете пульсаций теплопроводности воздуха:

$$q_j - q_j\Big|_{\lambda=\overline{\lambda}} = -\left(\overline{\lambda'\frac{\partial T'}{\partial x_j}}+\frac{\overline{\rho'\lambda'}}{\overline{\rho}}\frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j}\right), \qquad (7)$$

где $q_j\Big|_{\lambda=\overline{\lambda}}$ - проекция теплопроводной компоненты теплового потока без учета пульсаций теплопроводности.

2. Прибегая к аналогичной логике рассуждений, получим дополнительные члены, возникающие при осреднении вязких напряжений

$$\tau_{ij} - \tau_{ij}\Big|_{\mu=\overline{\mu}} = \overline{\mu'\left(\frac{\partial v_i'}{\partial x_j}+\frac{\partial v_j'}{\partial x_i}-\frac{2}{3}\frac{\partial v_k'}{\partial x_k}\delta_{ij}\right)}+\frac{\overline{\rho'\mu'}}{\overline{\rho}}\left(\frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_j}+\frac{\partial \overline{v_j}}{\partial x_i}-\frac{2}{3}\frac{\partial \overline{v_k}}{\partial x_k}\delta_{ij}\right), \qquad (8)$$

где $\tau_{ij}\big|_{\mu=\bar{\mu}}$ - составляющая тензора вязких напряжений без учета пульсаций молекулярной вязкости.

3. Получим дополнительные члены, возникающие при осреднении конвективных компонент теплового потока

$$Q_j - Q_j\big|_{c_p=\overline{c_p}} = -\left(2\overline{c_p{}'\rho'}\overline{v_j}\overline{T} + \overline{c_p{}'v_j{}'}\overline{\rho}\overline{T} + \overline{c_p{}'T'}\overline{\rho}\overline{v_j}\right), \tag{9}$$

где $Q_j\big|_{c_p=\overline{c_p}}$ - конвективная компонента теплового потока без учета пульсаций теплоемкости при постоянном давлении.

Фильтрация уравнений Навье-Стокса

Как было сказано во введении, одним из подходов к расчету параметров турбулентных течений является LES, при использовании которого происходит разделение вихрей на крупные и мелкие. Математическим эквивалентом такого разделения является операция фильтрации. Ее свойства (общие, а также в приложении к уравнениям Навье-Стокса) подробно рассмотрены в работе [1].

Применим оператор фильтрации к уравнениям Навье-Стокса (в рамках данного раздела и далее под ψ будем понимать величину, фильтрованную со взвешиванием по плотности, под $\bar{\psi}$ - величину, фильтрованную без взвешивания по плотности, под $\hat{\psi}$ - величину, осредненную по всем потоку, а под ψ' - пульсации соответствующих величин). Выполним математические преобразования аналогично работе [5], получим фильтрованные уравнения Навье-Стокса.

1. Фильтрованное уравнение неразрывности (1)

$$\frac{\partial\overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho}\tilde{v}_j\right) = 0; \tag{10}$$

2. Фильтрованное уравнение движения (2)

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho}\tilde{v}_i\right) + \frac{\partial\left(\overline{\rho}\tilde{v}_i\tilde{v}_j\right)}{\partial x_j} = \overline{f}_i - \frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\tilde{\tau}_{ij} - \tau_{ij}^{SGS}\right], \tag{11}$$

$$\tau_{ij}^{SGS} = \bar{\mu}\left[v_i v_j - v_i v_j\right],$$

где τ_{ij}^{SGS} - величина подсеточных напряжений;

3. Фильтрованное уравнение сохранения полной энергии (3)

$$\frac{\partial\left(\overline{\rho}e\right)}{\partial t} + \frac{\partial\left(\overline{\rho}ev_j\right)}{\partial x_j} = -\frac{\partial\overline{p}v_j}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \frac{\partial\left(\tau_{ij}v_j\right)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j}\left(Q_j + \overline{\rho}D_j\right) + \\ + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\overline{\rho}\left(R_{ij} + L_{ij} + S_{ij}\right)\right], \tag{12}$$

$$q_j = -\bar{\lambda}\frac{\partial T}{\partial x_j},$$

$$R_{ij} = v_i' v_j',$$

$$L_{ij} = v_i v_j - \tilde{v}_i \tilde{v}_j,$$

$$S_{ij} = v_i v_j' + v_i' v_j,$$

$$Q_j = -\overline{c_p}\,\overline{\rho}\left(v_j T + \tilde{v}_j T\right).$$

Получение дополнительных членов при фильтрации уравнений Навье-Стокса

Аналогично осреднению по Фавру получим дополнительные члены, возникающие при фильтровании (при выводе моменты пульсаций второго порядка и выше считались пренебрежимо малыми):

1. теплопроводных компонент теплового потока

$$q_j - q_j\Big|_{\lambda=\bar{\lambda}} = -\left(\lambda' \frac{\partial T}{\partial x_j}\right); \tag{13}$$

2. вязких напряжений

$$\tau_{ij} - \tau_{ij}\Big|_{\mu=\bar{\mu}} = \mu'\left(2s_{ij} - \frac{2}{3}s_{kk}\delta_{ij}\right); \tag{14}$$

3. конвективных компонент теплового потока

$$Q_j - Q_j\Big|_{c_p=\overline{c_p}} = -c_p{}'\rho v_j T\ . \tag{15}$$

Выражения (7) – (9) и (13) – (15) представляют собой дополнительные члены, которые возникают в случае учета пульсаций теплофизических свойств газа при осреднении и фильтрации уравнений Навье-Стокса, соответственно.

Проблема влияния данных членов на точность получаемых расчетов в литературе освещена весьма слабо, поэтому количественная оценка их важности затруднительна. Однако структура полученных выражений позволяет утверждать, что их учет будет наиболее оправдан в случае расчета интенсивно охлаждаемых потоков газа, где пульсации теплоемкости, теплопроводности и вязкости могут достигать довольно больших значений.

Расчет изменения теплофизических параметров воздуха для неизотермической подогреваемой затопленной струи

В предыдущем разделе проводился анализ влияния дополнительных членов, возникающих при осреднении и фильтрации уравнений Навье-Стокса вследствие учета пульсаций теплофизических свойств воздуха. В данном разделе, будет исследована зависимость теплофизических параметров воздуха от температуры осредненного потока.

Проведем оценку изменения теплофизических параметров воздуха на примере истечения неизотермической дозвуковой струи из круглого сопла, расчет которого приведен в [5]. Для этого, пользуясь данными [7], разложим теплоемкость, теплопроводность и вязкость воздуха в ряд Тейлора в районе 400 К (данная температура принимается за среднюю по всему потоку). В результате получим

$$\lambda(T')\cdot 10^5 = 3{,}365 + 7{,}096\cdot 10^{-3}T' + 3{,}884\cdot 10^{-6}T'^2 - 1{,}735T'^3 + \ldots,$$
$$c_p(T')\cdot 10^{-3} = 1{,}014 + 1{,}250\cdot 10^{-4}T' - 3{,}187\cdot 10^{-7}T'^2 + 4{,}731T'^3 + \ldots,$$
$$\mu(T')\cdot 10^5 = 4{,}846 + 4{,}155\cdot 10^{-3}T' - 3{,}643\cdot 10^{-6}T'^2 - 3{,}575T'^3 + \ldots,$$

где T' - отклонение температуры от среднего значения.

Определим в процентном соотношении величину изменения теплофизических свойств газов в случае колебаний температуры на 160 К (характерная величина изменения осредненной температуры).

$$\frac{c_p{}'}{\hat{c}_p} = 3{,}7\,\%,\ \frac{\lambda'}{\hat{\lambda}} = 31{,}3\%,\ \frac{\mu'}{\hat{\mu}} = 32{,}0\,\%$$

Из уравнений (7) - (9) и (13) - (15) следует, что максимальная относительная погрешность, вызванная переменностью теплофизических свойств воздуха, имеет величины:

$$\frac{\tau_{ij} - \tau_{ij}\big|_{\mu=\hat{\mu}}}{\tau_{ij}\big|_{\mu=\hat{\mu}}} = \frac{\mu'}{\hat{\mu}} = 32{,}0\,\%, \tag{16}$$

$$\frac{Q_j - Q_j\big|_{c_p=\hat{c}_p}}{Q_j\big|_{c_p=\hat{c}_p}} = \frac{c_p{}'}{\hat{c}_p} = 3{,}7\,\%, \tag{17}$$

$$\frac{q - q\big|_{\lambda=\hat{\lambda}}}{q\big|_{\lambda=\hat{\lambda}}} = \frac{\lambda'}{\hat{\lambda}} = 31{,}3\,\%, \tag{18}$$

где $\tau_{ij}\big|_{\mu=\hat{\mu}}$, $Q_j\big|_{c_p=\hat{c}_p}$ и $q\big|_{\lambda=\hat{\lambda}}$ - составляющая тензора вязких напряжений, конвективная и теплопроводная компоненты теплового потока при постоянных вязкости, теплоемкости и давлении, соответственно.

Качественная оценка влияния зависимости теплофизических свойств воздуха от температуры осредненного потока на точность получаемого решения

Начнем с анализа вязких напряжений. Как видно из выражения (16), принятие гипотезы о постоянстве вязкости воздуха ведет к недооценке величины вязких напряжений вплоть до 32 %. Данный эффект наиболее сильно проявляется в непосредственной близости от границы ядра подогретой струи, так как при удалении от него происходит активное перемешивание масс газа различной температуры, и она довольно быстро выравнивается. Однако, как показано в [8], в данной области силы молекулярной вязкости малы в сравнении с силами инерции. Следовательно, учет зависимости их величины от температуры воздуха не приведет к значительному повышению результатов расчета.

Из формулы (17) видно, что учет зависимости теплоемкости от температуры газа приводит к уточнению величины конвективной компоненты теплового потока лишь на 3,7%, что находится в рамках допустимой погрешности. То есть в данном случае гипотеза о постоянстве теплоемкости воздуха при постоянном давлении оказывается оправданной.

Далее рассмотрим переменность коэффициента теплопроводности. Как можно видеть из (18), в случае принятия его постоянным по всему течению, модуль теплопроводной составляющей теплового потока может быть недооценен на 31,3%. С одной стороны, даже такие большие колебания интенсивности процессов теплопроводности не должны оказывать заметного влияния на процессы теплообмена в газе при больших числах Рейнольдса (в этом случае наиболее важную роль играют процессы конвективного теплообмена).

Но в то же время, одним из специфических свойств рассматриваемого случая является доминирующая роль крупных турбулентных структур в зоне смешивания подогретой струи газа с окружающей средой. Таким образом, большие массы газа оказываются связанными крупными вихрями и более слабо подвергаются процессам теплообмена за счет уменьшения конвективной составляющей теплового потока. Следовательно, повышается важность процессов теплопередачи, и возникает возможность существенного уточнения решения задач теплообмена с помощью учета температурной зависимости теплопроводности воздуха. Однако проведение такого уточнения практически невозможно с помощью RANS/FANS, так эти методы плохо описывают зоны газа с крупномасштабными турбулентными структурами.

То есть при попытках уточнения расчетов процессов теплообмена в турбулентном потоке путем учета реальных теплофизических свойств воздуха перед нами встает вопрос о переходе от RANS/FANS к более сложным методам, что вызвано необходимостью учета поведения крупномасштабных турбулентных структур потока.

Однако использование более сложных методов расчета влечет за собой увеличение требуемых вычислительных мощностей, что не всегда является возможным и целесообразным как с технической, так и с экономической точки зрения.

Заключение

В рамках данной работы был проведен качественный анализ влияния температурной зависимости теплофизических свойств воздуха на форму осредненных и фильтрованных уравнений Навье-Стокса и точность получаемого численного решения.

В результате была определена форма добавочных членов в исследуемых уравнениях, обусловленных пульсациями вязкости, теплопроводности и теплоемкости воздуха.

Показано, что учет распределения теплофизических свойств по осредненному потоку может оказать существенное влияние на результат решения задач теплообмена в турбулентном течении. При этом, согласно проведенным расчетам, погрешности, вызванные пренебрежением этим влиянием, могут достигать

1. 3,7 % для теплоемкости при постоянном давлении и конвективной составляющей теплового потока;
2. 31,3 % для коэффициента теплопроводности и теплопроводной составляющей теплового потока;
3. 32 % для динамической вязкости и вязких напряжений.

Список литературы

1. Солодов В.Г. Моделирование турбулентных течений. Расчет больших вихрей. Харьков: ХНАДУ, 2011. 168 с.
2. Носатов В.В., Семёнов П.А. Расчетно-экспериментальное исследование сверхзвукового турбулентного отрывного течения и локальной теплоотдачи в плоском канале с внезапным расширением // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. № 9. С. 551-556. DOI: 10.7463/0913.0605814
3. Hong J., Katz J., Meneveau C., Schultz M.P. Coherent structures and associated subgrid-scale energy transfer in a rough-wall turbulent channel flow // Journal of Fluid Mechanics. 2012. Vol. 712. P. 92 -128. DOI: 10.1017/jfm.2012.403
4. Gourdain N., Gicquel L.Y.M., Collado E. Comparison of RANS simulation and LES for the Prediction of Heat Transfer in a Highly Loaded Turbine Guide Vane // CERFACS: website. Available at: http://www.cerfacs.fr/~cfdbib/repository/TR_CFD_11_93.pdf , accessed 02.05.2014.
5. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений / под ред. В.С. Ярунина. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 364 с.
6. Rathakrishnan E. Theoretical Aerodynamics. NewYork: Wiley, 2013. 560 p.
7. Dry Air Properties // The Engineering ToolBox: website. Available at: http://www.engineeringtoolbox.com/dry-air-properties-d_973.html , accessed 12.05.14.
8. Гиргидов А.Д. Техническая механика жидкости и газа. СПб.: Изд-во СПбГУ, 1999. 394 с.

SCIENTIFIC PERIODICAL OF THE BAUMAN MSTU

SCIENCE and EDUCATION

EL № FS77 - 48211. ISSN 1994-0408

Analysis of Influence of the Thermal Dependence of Air Thermophysical Properties on the Accuracy of Simulation of Heat Transfer in a Turbulent Flow in Case of Applying Different Methods of Averaging Navier-Stokes Equations

08, August 2014

DOI: 10.7463/0814.0725648

A.D. Kliukvin[1,a]

[1]Bauman Moscow State Technical University, 105005, Moscow, Russian Federation

[a]aklyukvin@yandex.ru

Keywords: Naviек-Stokes equations, Favre averaging, Reynolds averaging, large eddy simulation, thermophysical properties of the air

There is theoretically investigated the influence of thermal dependence of air thermophysical properties on accuracy of heat transfer problems solution in a turbulent flow when using different methods of averaging the Navier-Stokes equations.

There is analyzed the practicability of using particular method of averaging the Navier-Stokes equations when it's necessary to clarify the solution of heat transfer problem taking into account the variability of air thermophysical properties.

It's shown that Reynolds and Favre averaging (the most common methods of averaging the Navier-Stokes equations) are not effective in this case because these methods inaccurately describe behavior of large scale turbulent structures which strongly depends on geometry of particular flow. Thus it's necessary to use more universal methods of turbulent flow simulation which are not based on averaging of all turbulent scales.

In the article it's shown that instead of Reynold and Favre averaging it's possible to use large eddy simulation whereby turbulent structures are divided into small-scale and large-scale ones with subsequent modelling of small-scale ones only. But this approach leads to the necessarity of increasing the computational power by 2-3 orders.

For different methods of averaging the form of additional terms of averaged Navier-Stokes equations in case of accounting pulsation of thermophysical properties of the air is obtained.

On the example of a submerged heated air jet the errors (which occur when neglecting the thermal dependence of air thermophysical properties on averaged flow temperature) in determination of convectional and conductive components of heat flux and viscous stresses are evaluat-

ed. It’s shown that the greatest increase of solution accuracy can be obtained in case of the flows with high temperature gradients.

Finally using infinite Teylor series it’s found that underestimation of convective and conductive components of heat flux and viscous stresses can reach 3,7%, 31,3% and 32%, respectively.

References

1. Solodov V.G. *Modelirovanie turbulentnykh techenii. Raschet bol'shikh vikhrei* [Modeling of turbulent flows. Calculation of large vortices]. Khar'kov, KhNADU Publ., 2011. 168 p. (in Russian).
2. Nosatov V.V., Semenov P.A. Numerical and experimental study of a supersonic separated turbulent flow and local heat transfer in a flat channel with sudden expansion. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU,* 2013, no. 9, pp. 551-556. DOI: pp. 551-556. DOI: 10.7463/0913.0605814 (in Russian).
3. Hong J., Katz J., Meneveau C., Schultz M.P. Coherent structures and associated subgrid-scale energy transfer in a rough-wall turbulent channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 2012, vol. 712, pp. 92 -128. DOI: 10.1017/jfm.2012.403
4. Gourdain N., Gicquel L.Y.M., Collado E. *Comparison of RANS simulation and LES for the Prediction of Heat Transfer in a Highly Loaded Turbine Guide Vane*. CERFACS: website. Available at: http://www.cerfacs.fr/~cfdbib/repository/TR_CFD_11_93.pdf , accessed 02.05.2014.
5. Volkov K.N., Emel'ianov V.N. *Modelirovanie krupnykh vikhrei v raschetakh turbulentnykh techenii* [Large-eddy simulation of turbulent flows]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2007. 364 p. (in Russian).
6. Rathakrishnan E. *Theoretical Aerodynamics*. NewYork, Wiley, 2013. 560 p.
7. Dry Air Properties. The Engineering ToolBox: website. Available at: http://www.engineeringtoolbox.com/dry-air-properties-d_973.html , accessed 12.05.14.
8. Girgidov A.D. *Tekhnicheskaia mekhanika zhidkosti i gaza* [Engineering fluid mechanics]. St. Petersburg, SPbSU Publ., 1999. 394 p. (in Russian).