НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ МГТУ ИМ. Н.Э. БАУМАНА
НАУКА и ОБРАЗОВАНИЕ
Эл № ФС 77 - 48211. Государственная регистрация №0421200025. ISSN 1994-0408
электронный научно-технический журнал

Алгоритм декомпозиции формальной модели сложного дискретного устройства.

05, май 2012
DOI: 10.7463/0512.0369895

Рудаков И. В.

УДК 681.31

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана
irudakov@yandex.ru

При анализе и проектировании структур сложных дискретных устройств таких, как микропроцессорные и робототехнические системы, системы управления технологическими процессами, комплексные автоматизированные системы используется блочно-иерархический метод [1], который предусматривает расчленение процесса проектирования на ряд последовательных уровней и сведение задачи большей размерности к совокупности задач значительно меньшей размерности.

Метод анализа дискретных устройств, формализованных логической сетью, в рамках иерархических уровней проектирования недостаточен, так как не позволяет учитывать такие характеристики дискретного устройства как, например, временные параметры элементов, входящих в модель, а, следовательно, выполнять надежную верификацию проекта. В работах по многоуровневому анализу [2, 3, 4] используется принцип рассмотрения схемы устройства с разной степенью детализации. Предлагаемый в работе метод декомпозиции [5] модели сложной структуры, формализованной в виде функционального блока, позволяет выполнить анализ правильности функционирования сложного дискретного устройства путем автоматического перехода на более низкий иерархический уровень.

Для декомпозиции сложной дискретной структуры необходимо выбрать ортогональное множество разбиений [5].

Поставим в соответствие каждому разбиению π_i функцию $F_i: A \times Z \to \pi_i$, такую, что $F_i(a_m, z_f, p) = \pi_i\left(\delta(a_m, z_f, p)\right)$, т.е. значение функции F_i на паре

(a_m, z_f) равно блоку π_i, в котором содержится состояние $a_s = \delta(a_m, z_f, p)$, a_m, $a_s \in A$, $z_f \in Z, p \in [0;1]$.

Образуем на множествах A и Z соответственно разбиения τ_i и η_i, так что:

1. a_m и a_s находятся в одном блоке разбиения $\tau_i(a_m \equiv a_m(\tau_i))$, если и только если для любого $z_f \in Z$ справедливо: $F_i(a_m, z_f, p) = F_i(a_s, z_f, p)$, иначе

$$\tau_i = \{a \in A : \forall z \in Z, p \in [0;1], F_i(a,z,p) = r_i\}$$

2. z_f и z_t находятся в одном блоке разбиения η_i $(z_f \equiv z_t(\eta_i))$, если и только если для любого $a_m \in A$ справедливо: $F_i(a_m, z_f, p) = F_i(a_m, z_t, p)$, иначе

$$\eta_i = \{z \in Z : \forall a \in A, p \in [0;1], F_i(a,z,p) = r_i\}$$

Полученные таким образом (τ_i, π_i) – пара разбиений, т.е. каждый блок τ_i отображается любым входным сигналом в некоторый блок π_i. При этом τ_i – максимальное разбиение, образующее пару (τ_i, π_i).

Построим логическую сеть $N = (Z_N, \{S_i\}, W_N, \{f_i\}, \{\psi_i\}, g)$, для чего определим все компоненты кортежа *N*.

1. Полагаем $Z_N = Z$.

2. Полагаем $W_N = W$.

3. Построим функциональные блоки $S_i = (A_i, Z_i, \delta_i)$, $1 \le i \le n$, т.е. определим базис сети.

a. Полагаем $A_i = \pi_i$.

b. Для определения входного алфавита функционального блока Z_i воспользуемся построенными разбиениями τ_i и η_i. Напомним, что

$$Z_i = \begin{cases} Z_i' \times Z_i'' \text{ при } Z_i' \neq \emptyset, \\ Z_i'' \text{ при } Z_i' = \emptyset. \end{cases} \qquad (1)$$

Здесь Z_i' и Z_i'' – соответственно внутренний и внешний входные алфавиты блока S_i.

Если на вход функции f_i поступают $\pi_{i_1}, \pi_{i_1}, \dots, \pi_{i_r}$ – выходы функциональных блоков $S_{i_1}, S_{i_1}, \dots, S_{i_r}$, то $(\pi_{i_1 i_2 \dots i_r i}, \pi_i)$ – пара разбиений, где $\pi_{i_1 i_2 \dots i_r i} \le \tau_i$, так как τ_i – максимальное разбиение, образующее пару с π_i. Нетрудно также доказать, что

$\pi_{i_1 i_2 \dots i_r i} = \pi_{i_1}\pi_{i_1} \dots \pi_{i_r}\pi_i$. Таким образом, для нахождения блоков, выходы которых присоединяются ко входу f_i, необходимо найти такое произведение $\pi_{i_1}\pi_{i_1} \dots \pi_{i_r}\pi_i = \pi_i \prod_{j=i}^{i_r} \pi_i$, которое не превосходит τ_i, и тогда выходы $S_{i_1}, S_{i_1}, \dots, S_{i_r}$ должны быть соединены со входом f_i.

Определим разбиение ε_i следующим образом:

$$\xi_i = \prod_{j=i}^{i_r} \pi_i\,,\ i \neq j,$$

т. е. π_i не входит в это произведение, так как ко входу f_i могут присоединяться выходы других, отличных от S_i, функциональных блоков.

В блоке S_i полагаем $Z_i' = \varepsilon_i$, $Z_i'' = \eta_i$, а Z_i определяется согласно равенствам (1).

c. Определим функцию переходов функционального блока $\delta_i : \pi_i \times Z_i \times p \to \pi_i$.

Пусть α, β и $\gamma -$ соответственно блоки разбиений π_i, ε_i и η_i $(\alpha \in \pi_i,\ \beta \in \varepsilon_i,\ \gamma \in \eta_i)$. Если $\varepsilon_i = Z_i' = \emptyset$, т. е. $\pi_i \leq \tau_i$ (π_i –СП-разбиение), то

$$\delta_i(\alpha, \gamma, p) = B_{\pi_i}\big(\delta(\alpha, \gamma, p)\big).$$

Таким образом, значение функции переходов δ_i равно блоку разбиения π_i, содержащему $\delta(\alpha,\ \gamma,\ p)$. Здесь $\delta -$ функция переходов декомпозируемого блока $S = (A,\ Z,\ W,\ \delta,\ \lambda)$.

Если же $\varepsilon_i = Z_i' \neq \emptyset$, то

$$\delta_i(\alpha, (\beta, \gamma), p) = \begin{cases} B_{\pi_i}\big(\delta(\alpha \cap \beta, \gamma, p)\big), & \text{если } \alpha \cap \beta \neq \emptyset; \\ \text{не определена, т. е. равно произвольному блоку} & \\ \text{разбиения } \pi_i, & \text{если } \alpha \cap \beta = \emptyset. \end{cases}$$

4. Построим функции соединения функционального блока $f_i\!: \times_{j=i}^{i_r} A_i \to Z_i'$; иначе (в терминах разбиений) $f_i\!: \times_{j=i}^{i_r} \pi_i \to \varepsilon_i$.

Пусть $\pi_{i_1} \times \pi_{i_2} \times \dots \times \pi_{i_r} = T_i$. Образуем множество $T_i' \subseteq T_i, t_s \in T_i',\ t_s = \big(t_{s_1}, t_{s_2}, \dots, t_{s_r}\big)$, такое, что $\bigcap_{j=1}^{r} t_{s_j} \neq \emptyset$. Таким образом, в T_i' попадают только те векторы из T_i, у которых пересечение всех компонентов не пусто.

Такое пересечение $\bigcap_{j=1}^{r} t_{s_j}$ имеет место, так как компоненты $t_{s_1}, t_{s_2}, \dots, t_{s_r}$ — блоки разбиений, т.е. множества.

Функция f_i реализует отображение $T_i' \to \varepsilon_i$. Значение f_i определим следующим образом:

$$f_i(t_{s_1}, t_{s_2}, \dots, t_{s_r}) = p_k \in \varepsilon_i, \text{если} \bigcap_{j=1}^{r} t_{s_j} \subseteq p_k,$$

т.е. значение функции f_i равно тому блоку разбиения ε_i, в который входит пересечение компонентов $t_{s_1}, t_{s_2}, \dots, t_{s_r}$.

На множестве $T_i \backslash T_i'$ функция f_i не определена.

5. Определим множество входных функций следующим образом:

$$\psi_i(z_f) = B_{\eta_i}(z_f), i = 1, \dots, n,$$

т. е. значение функции ψ_i на $z_f \in Z$ равно блоку разбиения η_i, содержащему z_f. Отсюда ясно, что автомат S_i не различают тех букв входного алфавита Z, которые входят в один блок разбиения η_i.

6. Построим выходную функцию сети $g: (\times_{i=1}^{n} A_i) \times Z \to W$, иначе (в терминах разбиений) $g: (\times_{i=1}^{n} \pi_i) \times Z \to W$.

Пусть $\pi_1 \times \pi_2 \times \dots \times \pi_n = H$. Образуем множество $H' \subseteq H$, $h_m \in H'$, $h_m = (h_{m_1}, \dots, h_{m_i}, \dots, h_{m_n})$, такое, что $\bigcap_{i=1}^{n} h_{m_i} \neq \emptyset$. Таким образом, в H' попадают только те векторы из H, у которых пересечение всех компонентов не пусто.

Функция g реализует отображение $H' \times Z \to W$. Значение g определим следующим образом:

$$g\left((h_{m_1}, \dots, h_{m_i}, \dots, h_{m_n}), z_f, p\right) = \lambda\left(\bigcap_{i=1}^{n} h_{m_i}, z_f, p\right),$$

т. е. значение выходной функции сети совпадает со значением функции выхода λ декомпозируемого блока S на паре (a_m, z_f), где a_m — состояние, попавшее в пересечение компонентов вектора $h_m \in H'$.

На множестве $H \backslash H'$ функция g не определена.

В работе [5] показано, что построенная таким образом сеть реализует исходный функциональный блок S.

Разбиения τ_i и η_i однозначно определяется разбиением π_i (с помощью функции F_i); τ_i показывает, какие блоки воздействуют на автомат S_i, а η_i определяет классы неразличимых автоматом S_i букв входного алфавита Z.

Таким образом, (π_i, τ_i, η_i) – характеристическая тройка блока S_i. Стоит отметить, что τ_i и η_i являются наибольшими разбиениями, причем, чем больше τ_i, тем меньше выходов других блоков воздействует на S_i. Чем больше η_i, тем проще зависимость δ_i от внешнего входа Z. Использование разбиений τ_i и η_i при построении S_i является, таким образом, необходимым условием для построения сети N наименьшей сложности.

Рассмотрим алгоритм декомпозиции на примере модели сложного дискретного устройства, функционирование которого задано в табличном виде (таблица 1).

Таблица 1.

Пример функционирования дискретного устройства, заданного в виде.

	a1	a2	a3	a4	a5	a6
z1	(a1, w2) - 0,5	(a5, w2) - 0,3	(a1, w1) - 0,6	(a6, w1) - 1	(a1, w3) - 1	(a2, w2) - 0,6
	(a2, w1) - 0,5	(a1, w2) - 0,2	(a2, w1) - 0,2			(a1, w2) - 0,1
		(a2, w2) - 0,3				(a3, w3) - 0,1
						(a4, w3) - 0,1
						(a5, w1) - 0,1
z2	(a6, w2) - 1	(a1, w1) - 0,2	(a5, w3) - 0,8	(a2, w2) - 0,8	(a1, w1) - 0,3	(a6, w2) - 1
		(a2, w2) - 0,2	(a2, w3) - 0,1		(a2, w2) - 0,7	
		(a3, w3) - 0,2				
		(a4, w3) - 0,2				
z3	(a6, w1) - 1	(a1, w1) - 1	(a5, w1) - 0,9	(a2, w2) - 0,6	(a2, w3) - 0,8	(a5, w3) - 0,7
			(a6, w1) - 0,1		(a3, w3) - 0,2	(a6, w3) - 0,3
z4	(a2, w3) - 1	(a5, w3) - 0,7	(a1, w1) - 0,5	(a6, w3) - 1	(a4, w1) - 0,9	(a3, w1) - 1
		(a6, w2) - 0,3	(a2, w2) - 0,5			

Устройство содержит в себе как полностью определённые переходы (сумма вероятностей всех возможных исходов из данного состояния при указанном входном символе равна единице) так и частично определённые (сумма вероятностей меньше единицы).

10.7463/0512.0369895

Множество состояний данного устройства $S = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$, входной алфавит устройства $Z = \{z_1, z_2, z_3, z_4\}$, выходной алфавит $W = \{w_1, w_2, w_3\}$.

В качестве множества ортогональных разбиений возьмём множество $P = \{p_1, p_2, p_3\}$, где

$$p_1 = \{\{a_1, a_2\}, \{a_3, a_4\}, \{a_5, a_6\}\},$$

$$p_2 = \{\{a_1, a_2, a_3\}, \{a_4, a_5, a_6\}\},$$

$$p_3 = \{\{a_1, a_3\}, \{a_2, a_5\}, \{a_4, a_6\}\}.$$

В результате декомпозиции получаем логическую сеть, представленную на рисунке 1.

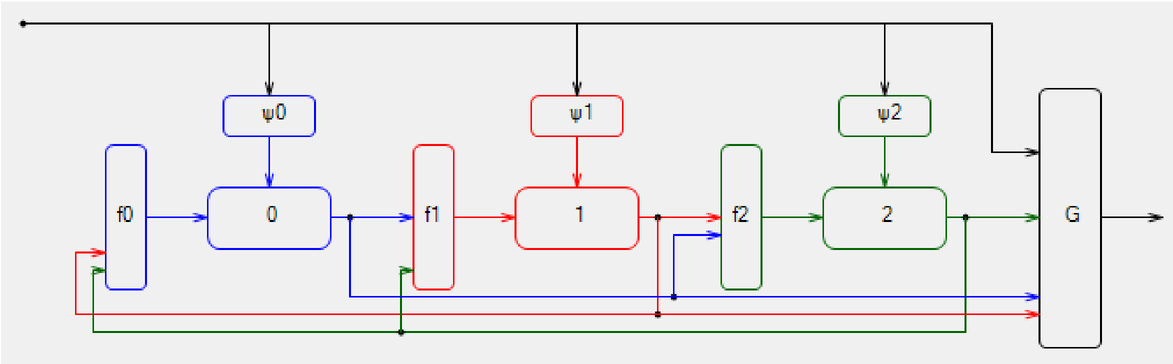

Рисунок 1. Логическая сеть сложного дискретного устройства.

Стоит отметить, что в результате декомпозиции сформировались следующие состояния:

$$S_1 = \{b_1, b_2, b_3\} = p_1,$$

$$S_2 = \{c_1, c_2\} = p_2,$$

$$S_3 = \{d_1, d_2, d_3\} = p_3.$$

Разработанный алгоритм и основные сущности, связанные с предметной областью, были реализованы в виде .NET-библиотеки, что позволяет использовать её в составе программных комплексов, предназначенных для анализа дискретных систем.

Результаты исследований показали, что в целом алгоритм декомпозиции сложных дискретных устройств обладает необходимой эффективностью. Анализ результатов подтвердил, что при достаточной сложности и определенной топологии системы алгоритм уменьшает время анализа процесса функционирования такого класса устройств в среднем на 25 %, причем также уменьшается общая вероятность ошибки в системе (порядка 30%) в силу подробного просмотра и анализа каждой подструктуры.

Данный алгоритм декомпозиции практически использовался при моделировании автомобильного потока для анализа чрезвычайных ситуаций в туннелях транспортного типа.

Литература

1. Норенков И.П. Основы автоматизированного проектирования: Учеб. для вузов.-М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.- 360 с.

2. Воротников С.А. Информационные устройства робототехнических систем. Уч. пособие – .-М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005.- 384 с

3. Рудаков И.В., Смирнов А.А. Исследование сложных дискретных систем на базе агентного метода. Статья. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана – Сер. Приборостроение.-М.: МГТУ, 2009.-№3-С. 33-41.

4. Рудаков И.В., Давудпур М. Алгоритм декомпозиции формальной модели функционального блока дискретного устройства. Статья. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана – Сер. Приборостроение.-М.: МГТУ, 2006.-№1-С. 90-98

5. Рудаков И.В., Давудпур М. Декомпозиционный метод исследования дискретных устройств. Статья. Информационные технологии.-М.2006.-№2-С.44-49

SCIENTIFIC PERIODICAL OF THE BAUMAN MSTU
SCIENCE and EDUCATION
EL № FS 77 - 48211. №0421200025. ISSN 1994-0408
electronic scientific and technical journal

Algorithms of decomposition of complex discrete device formal model

05, May 2012
DOI: 10.7463/0512.0369895

Rudakov I.V.

Russia, Bauman Moscow State Technical University
irudakov@yandex.ru

Modern CAD systems in mechanical engineering are increasingly used for design of microprocessor and robotic systems. The major component of modern CAD systems is creation of mathematical software for hierarchical cut-through design of complex devices. Simulation of complex technical systems is a high dimension problem, so one of the methods of investigating such systems is the decomposition method that allows to break the studied diagram into parts by checking the correctness of functioning both as a single functional unit and as the whole complex device at large.

Publications with keywords: decomposition, complex technical systems, discrete devices, logic network
Publications with words: decomposition, complex technical systems, discrete devices, logic network

References

1. Norenkov I.P. *Osnovy avtomatizirovannogo proektirovaniia* [Fundamentals of computer aided design].Moscow, Bauman MSTU Publ., 2000. 360 p.

2. Vorotnikov S.A. *Informatsionnye ustroistva robototekhnicheskikh system* [Information devices of robotic systems]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2005. 384 p.

3. Rudakov I.V., Smirnov A.A. Issledovanie slozhnykh diskretnykh sistem na baze agentnogo metoda [The study of complex discrete systems on the basis of the agent method]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Priborostroenie* [Herald of the Bauman MSTU. Ser. Instrumentation], 2009, no. 3, pp. 33-41.

4. Rudakov I.V., Davudpur M. Algoritm dekompozitsii formal'noi modeli funktsional'nogo bloka diskretnogo ustroistva [Algorithm for decomposition of a formal model of the functional block of the discrete devices]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Priborostroenie* [Herald of the Bauman MSTU. Ser. Instrumentation], 2006, no. 1, pp. 90-98.

5. Rudakov I.V., Davudpur M. Dekompozitsionnyi metod issledovaniia diskretnykh ustroistv [Decomposition method for studying the discrete devices]. *Informatsionnye tekhnologii*, 2006, no. 2, pp.44-49.