

## Динамический гаситель колебаний как средство управления динамическим состоянием вибро-защитной системы

# 08, август 2011

автор: Елисеев С. В.

УДК 652.72

НИИ современных технологий, системного анализа и моделирования, ИрГУПС,  
г. Иркутск  
[eliseev\\_s@inbox.ru](mailto:eliseev_s@inbox.ru)

**Введение.** В динамике машин вопросам влияния вибраций на обеспечение надежности и безопасности рабочих процессов и созданию условий для операторов уделяется значительное внимание [1, 2]. Известны и достаточно широко применяются различные методы построения математические, в том числе на основе мехатронных интерпретаций [3], что создает предпосылки для обобщенных подходов в задачах поиска и разработки соответствующих способов и средств управления динамическим состоянием механических колебательных систем. В этом плане динамические гасители колебаний, как некоторые дополнительные устройства, вводимые в исходные расчетные схемы виброзащитных систем, могут рассматриваться как одно из средств управления состоянием объекта защиты.

**I. Рассмотрим динамический гаситель колебаний в составе виброзащитной системы, обеспечивающей защиту объекта от вибраций со стороны основания и сочленение в  $m.A$  [4]. На рис. 1 а, б, где приняты следующие обозначения:  $P(t)$  - внешнее силовое возмущение;  $z(t)$  - внешнее кинематическое возмущение;  $m_1$  - масса объекта защиты;  $m_2$  и  $m_3$  - массы настраиваемых элементов;  $k_1, k_2, k_3$  - коэффициенты жесткости упругих элементов;  $\varphi$  - угол поворота рычага относительно объекта защиты;  $l_1, l_2$  - длины плеч рычага;  $y_1, y_2, y_3$  - координаты массоинерционных элементов в абсолютном движении. Предполагается, что колебательные движения в системе относительно положения равновесия достаточно малы, что позволяет использовать упрощенные линейные представления; считается также, что силы трения малы.**

**II. Постановка задачи. Упрощенный подход.** Целью исследования является изучение возможностей создавать в системе режимы динамического гашения, которые могут регулироваться настроечными параметрами, такими как длины плеч рычага и величины масс элементов  $m_2$  и  $m_3$ . Конструктивные варианты построения систем изменения названных параметров представляются вполне реализуемыми, также как и схемы сбора и обработки информации о динамическом состоянии системы. Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{y}_3^2, \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z)^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2} k_3 (y_3 - y_1)^2. \quad (2)$$

Введем ряд соотношений между координатами  $y_2 = y_1 + \phi l_1$ ,  $y_3 = y_1 - \phi l_2$ , где учтены особенности рычага второго рода в отношении изменения входного сигнала и по величине и по направлению. Будем полагать, что элементы  $m_2$  и  $m_3$  имеют вертикальные движения, а изгиб рычага в первом приближении, не принимается во внимание (хотя это не так и конфигурация расположения  $l_1$  и  $l_2$  имеет значение). С учетом связи между координатами  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$  и  $\phi$  выражения (1) и (2) можно записать в виде

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{y}_1 + \dot{\phi} l_1)^2 + \frac{1}{2} m_3 (\dot{y}_1 - \dot{\phi} l_2)^2, \quad (3)$$

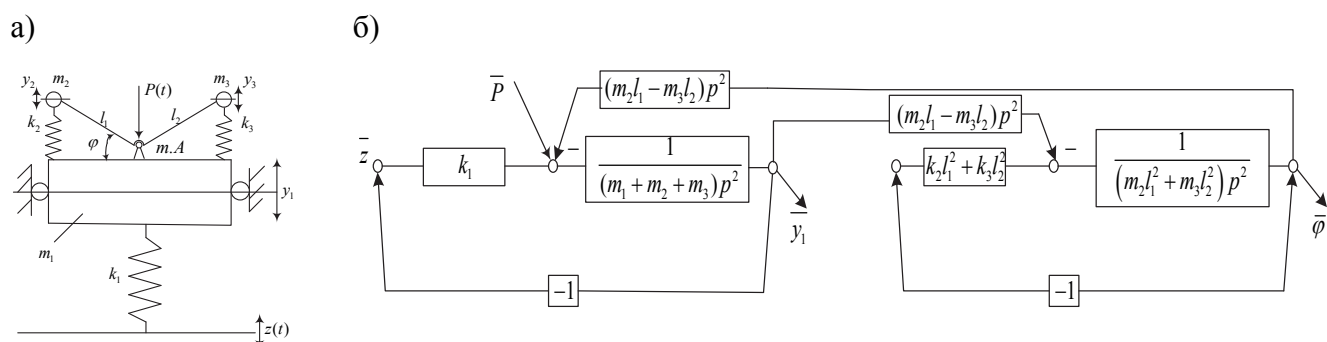
$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z)^2 + \frac{1}{2} k_2 (-\phi l_1)^2 + \frac{1}{2} k_3 (\phi l_2)^2. \quad (4)$$

Используя обобщенное уравнение Лагранжа 2 рода, получим уравнения движения системы

$$\ddot{y}_1 (m_1 + m_2 + m_3) + \ddot{\phi} (m_2 l_1 - m_3 l_2) + k_1 y_1 = k_1 z + P, \quad (5)$$

$$\ddot{\phi} (m_2 l_1^2 + m_3 l_2^2) + \dot{y}_1 (m_2 l_1 - m_3 l_2) + \phi (k_2 l_1^2 + k_3 l_2^2) = 0. \quad (6)$$

Структурная схема эквивалентной системы автоматического управления (САУ) показана на **рис. 1б**; из ее анализа следует, что между парциальными системами существует упругая связь, которая при выполнении условий симметрии может «обнуляться» и сделать движения парциальных систем независимыми.



**Рис. 1. Расчетная (а) и структурная (б) схемы виброзащитной системы с динамическим гасителем и дополнительными связями**

Найдем передаточную функцию системы при кинематическом возмущении

$$W_1 = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{\left[ (m_2 l_1^2 + m_3 l_2^2) p^2 + k_2 l_1^2 + k_3 l_2^2 \right] \cdot k_1}{\left[ (m_1 + m_2 + m_3) p^2 + k_1 \right] \times \dots} \dots \times \frac{\left[ (m_2 l_1^2 + m_3 l_2^2) p^2 + k_2 l_1^2 + k_3 l_2^2 \right] - (m_2 l_1 - m_3 l_2)^2 p^4}{\dots} \quad (7)$$

Из выражения (7) можно найти частоту динамического гашения при кинематическом возмущении

$$\omega_{дин}^2 = \frac{k_2 l_1^2 + k_3 l_2^2}{m_2 l_1^2 + m_3 l_2^2} = \frac{k_2 + k_3 i^2}{m_2 + m_3 i^2}, \quad (8)$$

где  $i = l_2/l_1$  - передаточное отношение рычага второго рода (знак учтен при составлении выражения для потенциальной энергии). Частота собственных колебаний системы может быть найдена из характеристического уравнения

$$\left[ (m_1 + m_2 + m_3) p^2 + k_1 \right] \left[ (m_2 l_1^2 + m_3 l_2^2) p^2 + k_2 l_1^2 + k_3 l_2^2 \right] - (m_2 l_1 - m_3 l_2)^2 p^4 = 0. \quad (9)$$

**III. Введение дополнительных связей.** С целью расширения возможностей изменения динамического состояния в систему можно ввести дополнительные связи в виде элементарных звеньев двойного дифференцирования, как показано на **рис. 2 а, б**. Расчетная схема (**рис. 2а**) имеет также устройства с передаточными функциями  $L_1 p^2 \div L_3 p^2$  во всех задачах [1].

В этом случае выражения для кинетической энергии примет вид

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} L_1 (\dot{y}_1 - \dot{z})^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2 + \frac{1}{2} L_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{y}_3^2 + \frac{1}{2} L_3 (\dot{y}_3 - \dot{y}_1)^2, \quad (10)$$

а потенциальная энергия определится из выражения (2).

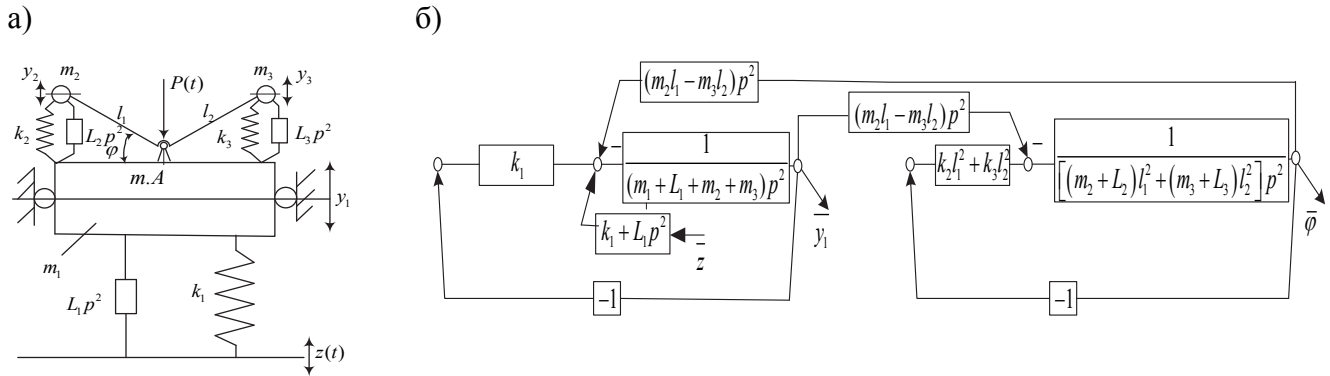
Учитывая соотношения (3), запишем выражение для кинетической энергии системы

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} L_1 (\dot{y}_1 - \dot{z})^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{y}_1 + \dot{\phi}_1)^2 + \frac{1}{2} L_2 (-\dot{\phi}_1)^2 + \frac{1}{2} m_3 (\dot{y}_1 - \dot{\phi}_2)^2 + \frac{1}{2} L_3 (\dot{\phi}_2)^2. \quad (11)$$

Система дифференциальных уравнений движения примет вид

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 (m_1 + L_1 + m_2 + m_3) + \ddot{\phi} (m_2 l_1 - m_3 l_2) + k_1 y_1 &= \ddot{z} L_1 + k_1 z; \\ \ddot{\phi} (m_2 l_1^2 + L_2 l_1^2 + m_3 l_2^2 + L_1 l_2^2) + \dot{y}_1 (m_2 l_1 - m_3 l_2) + \phi (k_2 l_1^2 + k_3 l_2^2) &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Структурная схема эквивалентной САУ приведена на **рис. 2 б.**; из структурной схемы следует, что введение устройств с преобразованием движения  $L_1, L_2, L_3$  изменяют свойства системы:  $L_1$  влияет на характер внешнего воздействия, а система приобретает дополнительный режим динамического гашения и «запирание» на высоких частотах; введение  $L_2$  и  $L_3$  – снижают частоты собственных колебаний парциальных систем.



**Рис. 2. Структурная схема эквивалентной САУ, соответствующей рис. 3**

Передаточная функция системы при кинематическом возмущении системы имеет вид:

$$W_1 = \frac{\bar{y}_1}{z} = \frac{(k_1 + L_1 p^2) \{ [(m_2 + L_2) l_1^2 + (m_3 + L_3) l_2^2] p^2 + k_2 l_1^2 + k_3 l_2^2 \}}{[(m_1 + L_1) + m_2 + m_3] p^2 + k_1 \{ [(m_2 + L_2) l_1^2 + (m_3 + L_3) l_2^2] p^2 + k_2 l_1^2 + k_3 l_2^2 \} - (m_2 l_1 - m_3 l_2)^2 p^4}, \quad (13)$$

Для исследования преобразуем (13) и получим:

$$W_1 = \frac{\bar{y}_1}{z} = \frac{(k_1 + L_1 p^2) \{ [m_2 + L_2 + (m_3 + L_3) i^2] p^2 + k_2 + k_3 i^2 \}}{[(m_1 + L_1) + m_2 + m_3] p^2 + k_1 \{ [m_2 + L_2 + (m_3 + L_3) i^2] p^2 + k_2 + k_3 i^2 \} - (m_2 - m_3 i^2)^2 p^4}, \quad (13')$$

где  $i = l_2/l_1$  – отношение плеч рычага второго рода. Введем ряд обозначений: пусть

$$r_2 = m_2 + L_2 + (m_3 + L_3) i^2, r_1 = m_1 + m_2 + m_3 + L_1, r_3 = m_2 - m_3 i^2, \quad \text{тогда}$$

$$A_1 = (k_1 + L_1 p^2)(r_2 p^2 + k_2 + k_3 i^2) - \text{числитель (13)}.$$

Исследуем характеристическое уравнение передаточной функции (13')

$$A_2 = (r_1 p^2 + k_1)(r_2 p^2 + k_2 + k_3 i^2) - r_3^2 p^4 = (r_1 r_2 - r_3^2) p^4 + [r_2 k_1 + r_1 (k_2 + k_3 i^2)] p^2 + k_1 (k_2 + k_3 i^2) = 0,$$

откуда найдем частоты собственных колебаний

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{r_2 k_1 + r_1 (k_2 + k_3 i^2)}{2(r_1 r_2 - r_3^2)} \pm \sqrt{\frac{[r_2 k_1 + r_1 (k_2 + k_3 i^2)]^2 - 4(r_1 r_2 - r_3^2)[k_1 (k_2 + k_3 i^2)]}{4(r_1 r_2 - r_3^2)^2}}. \quad (13'')$$

Если  $r_1 r_2 - r_3^2 = [m_2 + L_2 + (m_3 + L_3)i^2](m_1 + m_2 + m_3 + L_1) - (m_2 - m_3 i)^2$ , то разность будет иметь вид  $\Delta = -m_2^2 + 2m_2 m_3 i - m_3^2 i^2 + m_2^2 + m_3^2 i^2 + R$ , где  $R$  – положительный остаток, то есть всегда выполняется  $\Delta > 0$ . Если подкоренное выражение (13'') будет равно нулю, то частоты собственных колебаний совпадают и АЧХ системы будут иметь вид, характерный для систем с одной степенью свободы. Из выражения (13') следует, что возможен режим когда  $\omega_{дин1}^2 = \omega_{дин2}^2$ , что выполняется при  $\frac{k_1}{L_1} = \frac{k_2 + k_3 i^2}{m_2 + L_2 + (m_3 + L_3)i^2}$ , тогда условие совпадения частот динамического гашения имеет вид:

$$k_1 = \frac{L_1(k_2 + k_3 i^2)}{m_2 + L_2 + (m_3 + L_3)i^2} \quad (13''')$$

$$\text{или } L_1 = \frac{k_1[m_2 + L_2 + (m_3 + L_3)i^2]}{k_2 + k_3 i^2}. \quad (14)$$

При выполнении  $i \rightarrow \infty$  получим предельные соотношения; при этом между значениями параметров должны выполняться соотношения:

$$k_1 = \frac{k_3 L_1}{m_3 + L_3}, \quad (15)$$

$$L_1 = \frac{k_1(m_3 + L_3)}{k_3}. \quad (16)$$

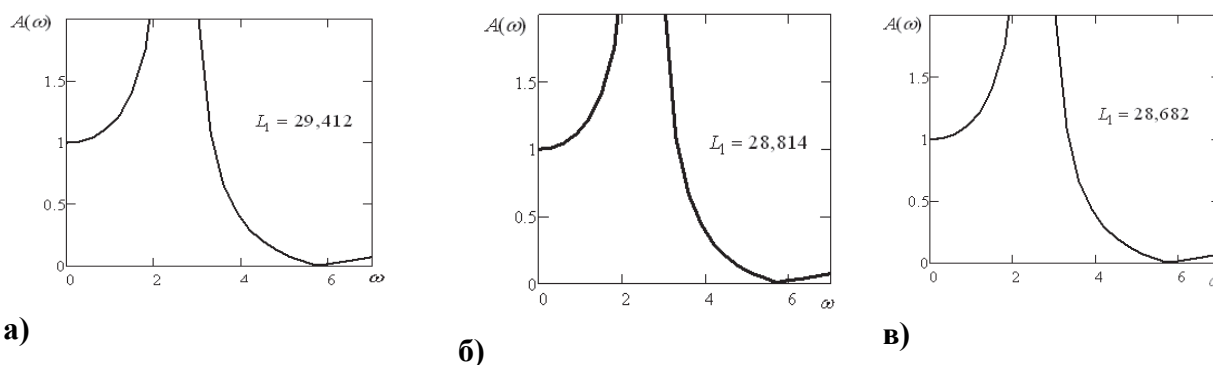
В свою очередь, при  $i \rightarrow 0$  получим

$$k_1 = \frac{k_2 L_1}{m_2 + L_2}, \quad (17)$$

$$L_1 = \frac{k_1(m_2 + L_2)}{k_2}. \quad (18)$$

Если выполняется условия (13''') и (14), то система с двумя степенями свободы будет иметь вид АЧХ, как показано на **рис. 5**, то есть будет вести себя как система с одной степенью свободы. Расчетным путем могут быть найдены значения  $L_1$  (14), соответствующие графикам на **рис. 3** при  $m_1 = 100 \text{ кг}$ ,  $m_2 = m_3 = 10 \text{ кг}$ ,  $i = 2, 4, 6$ ,  $L_2 = 10 \text{ кг}$ ,  $L_3 = 10 \text{ кг}$ ,  $k_2 = 600 \text{ Н/м}$ ,  $k_3 = 700 \text{ Н/м}$ ,  $k_1 = 1000 \text{ Н/м}$ .

В таблице 1 представлены соответствующие значения частот собственных колебаний и динамического гашения. Для оценки динамических свойств системы передаточная функция, которой представлена выражением (13') при параметрах модельной задачи  $m_1 = 100\text{кг}$ ,  $m_2 = m_3 = 10\text{кг}$ ,  $i = 4$ ,  $L_2 = 10\text{кг}$ ,  $L_3 = 10\text{кг}$ ,  $k_2 = 600\text{Н/м}$ ,  $k_3 = 700\text{Н/м}$ ,  $k_1 = 1000\text{Н/м}$ .



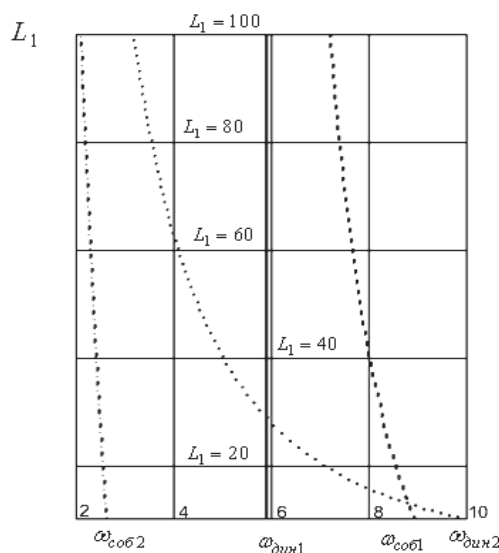
**Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики при условии равенства выражений (13''') и (14) при соответствующих значениях  $L_1$ , в качестве изменяемого параметра выбрана величина  $i$ : а)  $i = 2$ ; б)  $i = 4$ ; в)  $i = 6$ .**

Таблица 1

Значения частот собственных колебаний и динамического гашения

Значение $L_1$	Частота собственных колебаний	Частоты динамического гашения
	$\omega_{соб}$	$\omega_{дин}$
$L_1 = 29,412; i = 2$	2.585	5.831
	5.855	5.831
$L_1 = 28,682; i = 6$	2.586	5.907
	5.989	5.907
$L_1 = 28,814; i = 4$	2.587	5.891
	5.957	5.891

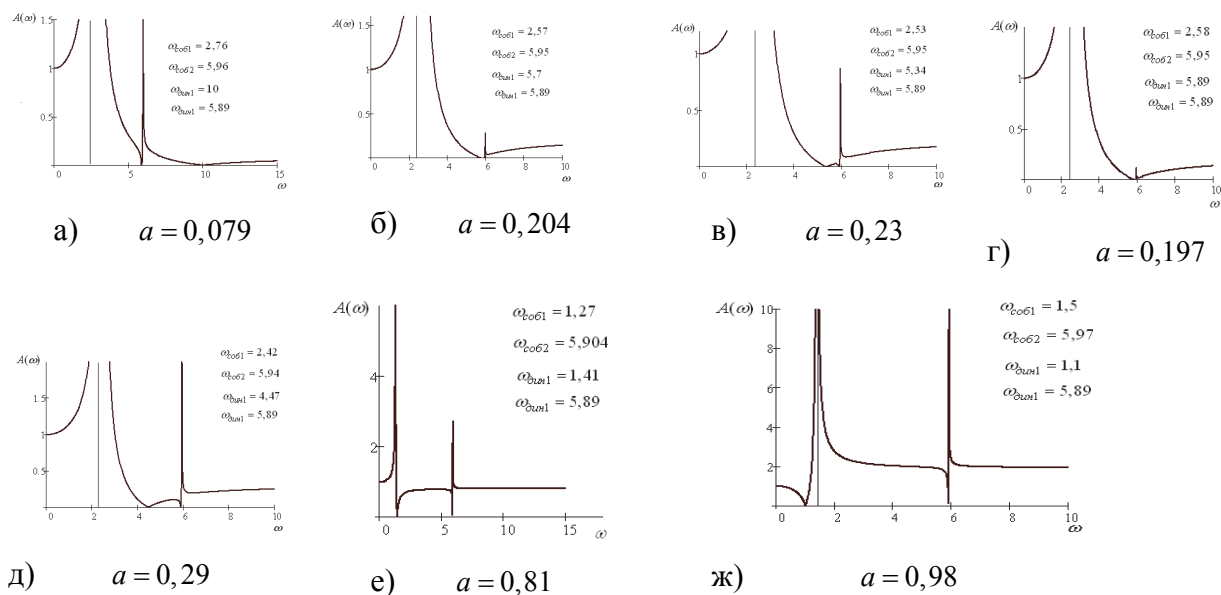
На рис. 4 приведена диаграмма поведения частот динамического гашения и собственных колебаний. В общем случае, учитывая одинаковый порядок частотных уравнений числителя и знаменателя (13'), можно полагать в зависимости от значений параметров, в частности  $L_1$ , что соотношения между частотами, а также формы АЧХ системы, будут  $i = 2$  изменяться существенным образом.



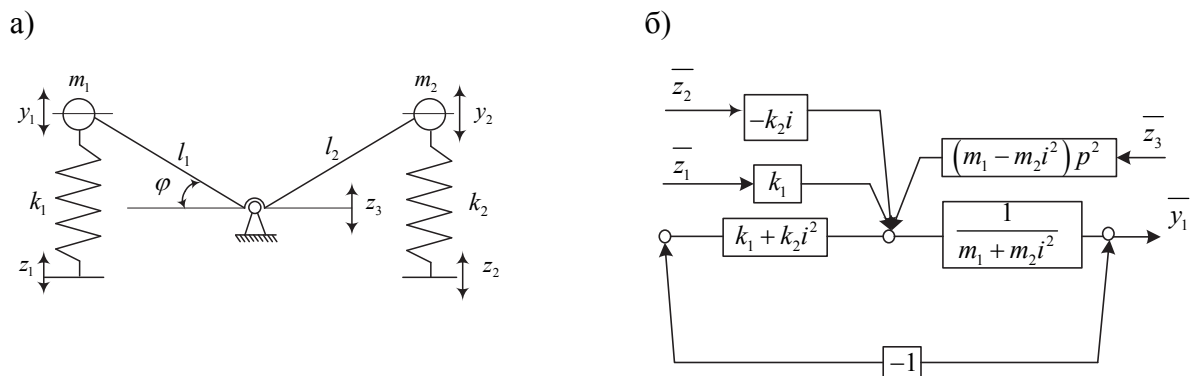
**Рис. 4. Диаграмма поведения частот динамического гашения и собственных колебаний при изменении параметра  $L_1$**

На **рис. 5** показано, что при изменении  $L_1$  возможны характеристики с двумя режимами динамического гашения и двумя резонансами. Однако, в системе возможны случаи совпадения частот динамического гашения между собой, а также совпадение с частотами собственных колебаний. Для расчетов использовались средства программного пакета Matchad 11. В области высоких частот происходит «запирание» системы. Значение коэффициента передачи амплитуды колебаний при увеличении частоты определяется из выражения (13') при условии, что  $p \rightarrow \infty$ . Если обозначить эту величину через  $a$  (бесконечность), то значения этого параметра будут зависеть от  $L_1$ . На рис. 5 приведена соответствующая информация на вариантах  $a, \bar{b}, \bar{v}, \bar{z}, \bar{d}, e, \bar{ж}$ . Особенностью амплитудно-частотных характеристик на **рис. 5** в ее различных вариантах является то обстоятельство, что система с двумя степенями свободы практически ведет себя как система с одной степенью свободы, что обеспечивается определенными значениями приведенной массо-инерционной характеристики  $L_1$ , находимой из выражения (14). Близость резонансных частот создает зону неустойчивых движений повышенного уровня, за пределами которой система имеет вид АЧХ с одной степенью свободы. В качестве изменяемого параметра было, в частности, выбрано передаточное отношение плеч рычажной связи  $i$ . В модельном примере  $L_1 = 29,412$  соответствует  $i = 4$ ,  $L_1 = 28,814$  соответствует  $i = 6$  (**рис. 5**). Для АЧХ характерны два участка, на которых коэффициент передачи амплитуды колебаний равен 1 в диапазоне частот  $0 \div \omega_{1cob} 1/c$ . В диапазоне частот  $\omega_{1cob} - \infty$  коэффициент передачи амплитуды колебаний меньше единицы, что определяет возможное направление использования системы в задачах виброзащиты.

**IV. Особенности динамических свойств.** Характер внешнего воздействия на объект защиты имеет важное значение, поскольку изменяется система динамических связей. Рассмотрим систему, состоящую из двух массоинерционных элементов  $m_1$  и  $m_2$ , разнесенных с помощью Г-образного рычага с плечами  $l_1$  и  $l_2$ , как показано на **рис. 6**. Такая расчетная схема может быть отнесена к одному из двух массоинерционных элементов  $m_1$  и  $m_2$ , разнесенных с помощью Г-образного рычага с плечами  $l_1$  и  $l_2$ , как показано на **рис. 6**. Такая расчетная схема может быть отнесена к одному из вариантов вышерассмотренного динамического гасителя при условии, что такой гаситель может либо прикрепляться, либо сниматься с объекта защиты.



**Рис. 5.** АЧХ для выражения (13') при различных значениях  $L_1$ : а) при  $L_1 = 10$ ; б) при  $L_1 = 13,5$ ; в) при  $L_1 = 25$ ; г) при  $L_1 = 28,8$  - критическое значение ( $\omega_{\text{дин}1} = \omega_{\text{дин}2}$ ); д) при  $L_1 = 50$ ; е) при  $L_1 = 200$ ; ж) при  $L_1 \rightarrow \infty$



**Рис. 6.** Расчетная (а) и структурная (б) схемы виброзащитной системы с разнесенными массами гасителей



Конструктивное использование такого присоединения может быть построено на использовании магнитной подставки. Кинетическая и потенциальная энергия системы (**рис. 2**) может быть записана в виде

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m_1 (\dot{y}_1 - \dot{z}_3)^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{y}_2 - \dot{z}_3)^2, \\ \Pi &= \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_2 - z_2)^2. \end{aligned} \quad (19)$$

Используя соотношение  $y_2 = -iy$ , где  $i = l_2/l_1$  и представляет собой отношение плеч рычага при малых углах  $\varphi$  и без учета наклона стержней, запишем дифференциальное уравнение движения системы

$$\ddot{y}_1 (m_1 + i^2 m_2) + y_1 (k_1 + i^2 k_2) = \ddot{z}_3 (m_1 - m_2 i) + k_1 z_1 - k_2 i z_2. \quad (20)$$

Структурная схема системы приведена на **рис. 6б**, откуда может быть найдена частота собственных колебаний

$$\omega_{\text{соб}}^2 = \frac{k_1 + k_2 i^2}{m_1 + m_2 i^2}. \quad (21)$$

Из структурной схемы на **рис. 6б** можно заметить, что внешние воздействия образуют систему, в которой внешние воздействия в силу конструктивных особенностей может действовать в противофазе и создавать нулевое воздействие на любой частоте при  $k_1 - k_2 i = 0$  при  $z_1 = z_2$ . Кроме того при  $m_1 - m_2 i^2 = 0$  для внешнего воздействия  $z_3$  создается условие «блокирования». Что касается режимов динамического гашения и собственных частот, то необходимо принять во внимание соотношения параметров внешнего кинематического возмущения. Так, например, если  $z_3 = z_1 = z_2 = z$ , то частота динамического гашения определится по формуле

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_1 - k_2 i}{m_1 - m_3 i}. \quad (21')$$

Полагая, что режимы динамического гашения связаны с оценкой числителя передаточной функции, получаемой из структурной схемы на **рис. 6б**, представим возможные варианты в таблице 2.

Виды передаточных функций при различных видах внешних возмущениях

№ п/п	Сочетание параметров внешнего возмущения	Вид передаточной функции	Примечание
1	2	3	4
1	$z_3 = z_2 = z_1 = z$	$W(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{(m_1 - m_2 i)p^2 + k_1 - k_2 i}{(m_1 + m_2 i^2)p^2 + k_1 + k_2 i^2}$	$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_1 - k_2 i}{m_1 - m_2 i}$
2	$z_3 = 0, z_1 = z_2 = z$	$W(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{k_1 - k_2 i}{(m_1 + m_2 i^2)p^2 + k_1 + k_2 i^2}$	спец. режим $k_1 = k_2 i$
3	$z_1 = 0, z_2 = 0, z_3 \neq 0$	$W(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{(m_1 - m_2 i)p^2}{(m_1 + m_2 i^2)p^2 + k_1 + k_2 i^2}$	спец. режим $m_1 = m_2 i$
4	$z_1 = 0, z_3 = z_2 \neq 0$	$W(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{(m_1 - m_2 i)p^2 - k_2 i}{(m_1 + m_2 i^2)p^2 + k_1 + k_2 i^2}$	$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_2 i}{m_1 - m_2 i}$
5	$z_2 = 0, z_1 = z_3 \neq 0$	$W(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{(m_1 - m_2 i)p^2 + k_1}{(m_1 + m_2 i^2)p^2 + k_1 + k_2 i^2}$	$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_2}{m_1 - m_2 i}$
6	$z_3 = 0, z_1 = 0, z_2 \neq 0$	$W(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{-k_2 i}{(m_1 + m_2 i^2)p^2 + k_1 + k_2 i^2}$	Режима динамического гашения нет
7	$z_3 = 0, z_2 = 0, z_1 \neq 0$	$W(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{k_1}{(m_1 + m_2 i^2)p^2 + k_1 + k_2 i^2}$	Режима динамического гашения нет

Анализ данных, приведенных в таблице 2, позволяет сделать заключение о том, что режимы динамического гашения встречаются достаточно часто, однако, их появление зависит от особенности конструктивного оформления виброзащитной системы и особенностей системы внешних воздействий.

**Заключение.** Если в виброзащитную систему (рис.3) ввести дополнительные связи  $L_1 p^2$  и  $L_2 p^2$ , то есть элементарные звенья с передаточными функциям дифференцирования второго рода, то дифференциальное уравнение движения примет вид

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 (m_1 + i^2 m_2 + L_1 + L_2 i^2) p^2 + k_1 + i^2 k_2 = \\ = z_3 (m_1 - m_2 i) p^2 + (k_1 + L_1 p^2) z_1 - (L_2 p^2 + k_2) z_2. \end{aligned} \quad (22)$$

Возможный спектр ситуаций, в которых, так или иначе, отражаются свойства режимов динамического гашения, можно оценить, используя уравнение (22). Так, например, при  $z_3 = z_1 = z_2 = z$ , получим, что

$$\omega_{дин}^2 = \frac{k_1 - k_2 i}{(m_1 - m_2 i) + (L_1 - iL_2)}. \quad (23)$$

Отличие выражения (22) от (23) заключается в том, что режим динамического гашения определяется параметрами  $L_1$  и  $L_2$  устройств для преобразования движения, что расширяет возможности соответствующей настройки виброзащитных систем. Введение сочленений может существенным образом изменять вид амплитудно-частотных характеристик, в том числе обеспечить несколько режимов динамического гашения, включая режимы динамического гашения, выбираемые в дорезонансной области.

#### Библиографический список

1. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П., Засядко А.А. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов. – Иркутск: Изд-во Ирк. гос. ун-та, 2008. – 523 с.
2. Галиев И.И., Нехаев В.А., Николаев В.А. Методы и средства виброзащиты железнодорожных экипажей. – М.: ГОУ «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте», 2010. – 340 с.
3. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике упругих колебательных систем. – Новосибирск: Наука. 2010. – 436 с.
4. Елисеев С.В. Возможности сочленения твердых тел в цепных механических системах / С.В. Елисеев, Ю.В. Ермошенко, И.В. Фомина // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование – Иркутск: ИрГУПС, №3 (27). – 2010. – С. 146 – 152.