

**О неопределённости собственной частоты дроссельного гидропривода  
# 07, июль 2011**

авторы: Попов Д. Н., Княжанский А. А.

УДК.62-523.3

МГТУ им. Н.Э. Баумана

[popov@bmstu.ru](mailto:popov@bmstu.ru)[knant@yandex.ru](mailto:knant@yandex.ru)

В шестидесятых годах XX в. вследствие возрастающего применения гидравлических систем управления всё большее внимание исследователей привлекают вопросы расчёта динамических характеристик гидроприводов [1,2,3]. При этом обнаруживается трудность получения линеаризованных математических моделей гидроприводов с дроссельным регулированием. Классический метод линеаризации, основанный на математическом описании процессов при малых приращениях переменных, в данном случае строго не может быть использован, так как функции, с помощью которых определяются расходно-перепадные характеристики золотникового распределителя, являются существенно нелинейными. Замена указанных функций приближёнными выражениями позволяет построить линейную математическую модель дроссельного гидропривода. Однако в результате неоднократно повторявшихся испытаний, которые проводились на лабораторной установке кафедры «Гидромеханика, гидромашин и гидро-, пневмоавтоматика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, было установлено, что экспериментальные значения собственных частот дроссельного гидропривода в 1,5 раза меньше рассчитанных по его линейной модели. О возможности такого расхождения указывалась ещё в работах [4] и [5], а в работе [6] рекомендуется вычислять параметр, от которого зависит собственная частота дроссельного гидропривода, уменьшая в 2 раза модуль объёмной упругости жидкости. Вычисленные с учётом такой рекомендации переходные процессы подтверждают эксперименты [7].

Для выяснения причин возможного изменения собственной частоты гидропривода с помощью волновой модели течения было исследовано влияние сжимаемости рабочей жидкости в полостях гидроцилиндра. При этом были применены передаточные функции вида [8]:

$$\frac{P_K(s, l)}{P_H(s, 0)} = \frac{1}{Z_{2,1}(s) \operatorname{sh}[\varphi(s)l] / Z_K(s) + \operatorname{ch}[\varphi(s)l]}$$

где  $Z_{в.л}(s) = \frac{Z_{в}(s)}{S_{п}}$  - импеданс полости гидропривода, заменяемой отрезком цилиндрической гидролинии, поперечное сечение которой  $S_{п} = S_{н}$ ,  $Z_{в}(s)$  - операторное волновое сопротивление жидкости,  $S_{н}$  - рабочая площадь поршня гидроцилиндра,  $\vartheta(s)$  - операторный коэффициент распространения возмущений в жидкости;  $l$  - расстояние между начальным "н" и конечным "к" сечениями, ограничивающими выделенные отрезки цилиндрических гидролиний;  $Z_{к}(s)$  - операторное сопротивление устройства, подключённого к концевому сечению рассматриваемого отрезка цилиндрической гидролинии,  $p_{н}(s, 0)$  и  $p_{к}(s, l)$  - изображения по Лапласу приращений давления в начальном и конечном сечениях отрезков цилиндрической линии соответственно.

Рассматривая первую гармонику колебаний жидкости, можно принять

$$sh[\vartheta(s)l] = \vartheta(s)l, ch[\vartheta(s)l] = 1.$$

Если не учитывать трение в жидкости, то

$$Z_{в}(s) = \sqrt{\rho B},$$

где  $\rho$  - плотность жидкости;  $B$  - модуль объёмной упругости жидкости.

Уравнение движения выходного звена дроссельного гидропривода, записанное в изображениях по Лапласу, принято следующим [8]:

$$(ms^2 + k_{мп}s)y_{umm}(s) = S_{н}(p_{1к}(s) - p_{2н}(s)),$$

где  $m$  - приведённая к выходному звену гидропривода (штоку гидроцилиндра) масса перемещаемых устройств;  $k_{мп}$  - коэффициент гидравлического трения, создаваемого уплотнениями гидроцилиндра и внешней нагрузкой;  $p_{1к}(s)$  и  $p_{2н}(s)$  - изображения по Лапласу приращений давления на поверхности поршня со стороны полости гидроцилиндра, в которую поступает жидкость под давлением (в концевом сечении 1к первого отрезка гидролинии) и на поверхности поршня со стороны полости гидроцилиндра, из которой жидкость поступает на слив (в начальном сечении 2н второго отрезка гидролинии);  $y_{umm}(s)$  - изображение по Лапласу перемещения штока гидроцилиндра;  $s$  - переменная в преобразовании Лапласа.

Приращения давлений  $p_{1к}(s)$  и  $p_{2н}(s)$  зависят от расхода жидкости, протекающей через окна золотникового распределителя гидропривода. Аппроксимированное уравнение, описывающее этот расход, в изображениях по Лапласу, можно представить в виде

$$Q_{zi}(s) = k_{qx1}x_z(s) - k_{qpi}(p_{1k}(s) - p_{2k}(s)),$$

где  $i=1$  - для "наливных" окон,  $i=2$  - для "сливных" окон.

Для упрощения предварительного исследования далее принято, что

$$k_{qx1} = k_{qx2} = k_{qx} \text{ и } k_{qpi} = 0.$$

По условию неразрывности течения в гидроцилиндре скорости  $v_{1k}, v_{2k}$  жидкости при соприкосновении с поршнем подчиняются соотношениям

$$v_{1k} = sy, \quad v_{2k} = sy.$$

При этом концевой импеданс для полости гидроцилиндра, в которую жидкость под давлением поступает от золотника, определяется как

$$Z_{1k}(s) = \frac{p_{1k}(s)}{s_{\pi}v_{1k}(s)},$$

а концевой импеданс на выходе из сливной полости гидроцилиндра принят  $Z_{2k}(s) = 0$ .

Рассматривая совместно приведённые выше уравнения и соотношения, можно получить уравнение, описывающее линейную модель дроссельного гидропривода в виде

$$\frac{s_{\pi}}{k_{qx}}(T_{\zeta}^2 s^2 + 2\zeta_{\zeta} T_{\zeta} s + 1)y_{um}(s) = k_{qx}x_z(s),$$

где  $T_{\zeta} = \sqrt{\frac{mV_0}{\beta s_{\pi}^2}}$  - постоянная времени, определяющая собственную частоту гидроцилиндра;  $\zeta_{\zeta}$  - коэффициент относительного демпфирования, гидроцилиндра.

Формула для вычисления постоянной времени  $T_{\zeta}$  отличается от часто используемых тем, что не содержит, под квадратным корнем множителя, равного двум. Следовательно, согласно рассмотренной волновой модели жидкости в гидроцилиндре влияние сжимаемости жидкости проявляется только в той полости, в которую жидкость поступает от золотникового распределителя, а вытесняемая на слив из противоположной полости жидкость близка к несжимаемой при  $k_{qp2} = 0$ . Последнее условие выполняется, если при истечении жидкости через окна золотникового распределителя возникает кавитация.

Чтобы провести более подробное исследование влияния характеристик истечения жидкости на динамические свойства дроссельного гидропривода, была составлена нелинейная математическая модель, в которой силовая часть гидропривода без учёта упругих механических связей представлена следующей системой уравнений [8]:

$$\frac{dy_{штм}}{dt} = v_{штм};$$

$$\frac{dv_{штм}}{dt} = \frac{S_1}{m} \cdot p_1 - \frac{S_2}{m} \cdot p_2;$$

при  $x_з \geq 0$ ,

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{k_{з1} \cdot B_{жс1}}{V_1 + V_{1л}} \cdot x_з \sqrt{|p_n - p_1|} \cdot \text{sign}(p_n - p_1) - \frac{S_1 \cdot B_{жс1}}{V_1 + V_{1л}} \cdot v_{штм};$$

$$\frac{dp_2}{dt} = -\frac{k_{з2} \cdot B_{жс2}}{V_2 + V_{2л}} \cdot x_з \sqrt{|p_2 - p_{сл}|} \cdot \text{sign}(p_2 - p_{сл}) + \frac{S_2 \cdot B_{жс2}}{V_2 + V_{2л}} \cdot v_{штм};$$

при  $x_з < 0$ ,

$$\frac{dp_1}{dt} = -\frac{k_{з1} \cdot B_{жс1}}{V_1 + V_{1л}} \cdot x_з \sqrt{|p_1 - p_{сл}|} \cdot \text{sign}(p_1 - p_{сл}) + \frac{S_1 \cdot B_{жс1}}{V_1 + V_{1л}} \cdot v_{штм};$$

$$\frac{dp_2}{dt} = \frac{k_{з2} \cdot B_{жс2}}{V_2 + V_{2л}} \cdot x_з \sqrt{|p_n - p_2|} \cdot \text{sign}(p_n - p_2) - \frac{S_2 \cdot B_{жс2}}{V_2 + V_{2л}} \cdot v_{штм};$$

В приведённых уравнениях применены следующие обозначения переменных и параметров:

$x_з$  - смещение золотника от нейтрального положения;  $k_{з1}; k_{з2}; k_{з3}; k_{з4}$  - удельные проводимости окон золотника, принятые равными  $k_з$ ;  $p_1, p_2$  - давление в полостях гидроцилиндра;  $p_n$  - давление питания;  $p_{сл}$  - давление слива;  $S_1 = S_2 = S_n$  - рабочая площадь поршня гидроцилиндра;  $v_{штм}$  - скорость движения штока гидроцилиндра;  $B_{жс1}, B_{жс2}$  - модуль объемной упругости рабочей жидкости в полостях гидроцилиндра;  $V_1, V_2$  - объем полостей гидроцилиндра;  $V_{1л}, V_{2л}$  - объем каналов, сообщенных с полостями гидроцилиндра;  $y_{штм}$  - перемещение штока;  $m$  - масса, приведенная к штоку.

По приведённым уравнениям была построена структурная схема исследуемой нелинейной модели электрогидравлического следящего привода (ЭГСП) (рис. 1). Электрогидравлический усилитель (ЭГУ) представлен линейной моделью. Также в эту схему входят блоки  $p_1-p_2$  и  $p_2-p_1$ , с помощью которых во время численных экспериментов осуществляется расчёт перепада давления во всём диапазоне смещений золотника. Структурная схема блоков " $p_1-p_2$ " и " $p_2-p_1$ " представлена в двух вариантах (рис. 2 и 3). В схеме рис. 2 изменение частоты автоколебаний реализуется с помощью изменения модуля объемной упругости рабочей жидкости в полости, сообщённой со сливом. Условием этого переключения служит падение отношения давления после кромки золотника к давлению

до неё ниже 0,5. В схеме рис. 3 это изменение частоты реализовано с помощью ограничения давлений в полостях гидроцилиндра давлением насыщенных паров и давлением питания.

В результате численных экспериментов, проведённых с нелинейными моделями ЭГСП, при отсутствии трения ( $k_{тр}=0$ ) получены процессы, в которых имеют место автоколебания с частотой 41 Гц. При этих расчётах не учитывались ограничения давления в полостях гидроцилиндра. Значение полученных автоколебаний практически совпадают с собственной частотой линейной модели ЭГСП. Уменьшение модуля объёмной упругости жидкости в два раза привело к снижению частоты колебаний с 41 Гц до 29 Гц. Такое изменение значения модуля объёмной упругости жидкости соответствует часто применяемому на практике при расчётах дроссельных гидроприводов, объясняемое учётом возможного наличия в жидкости нерастворённого воздуха.

Кроме указанной выше причины, снижение собственной частоты ЭГСП предположительно могло быть вызвано кавитацией в золотниковом распределителе, которая сопровождается уменьшением коэффициента расхода [9]. Данное предположение проверялось путём численных экспериментов, выполняемых с учётом изменения коэффициента расхода, когда отношение давлений после и до дросселирующего потока окон золотникового распределителя равнялось 0,5. Результаты численного эксперимента показали, что при этом частота автоколебаний снижается незначительно. Следовательно, кроме изменения коэффициента расхода, с кавитацией могут быть связаны другие факторы, влияющие на собственную частоту гидропривода, что соответствует рассмотренной выше волновой модели гидроцилиндра.

При всех численных экспериментах регистрировались как перемещения штока ЭГСП, так и значения давлений в полостях гидроцилиндра. Вычисления показали, что в полости, сообщённой со сливом, разрежение достигает нереального значения, а давление в полости, сообщённой с каналом питания ЭГСП, поднимается выше давления питания. Чтобы привести изменения давлений к реальным значениям, были введены ограничения на максимально и минимально возможные давления в полостях гидроцилиндра, структурная схема представлена на рис. 3. Нелинейная модель с учётом этих ограничений показала уменьшение частоты автоколебаний в 1,52 раза по сравнению с собственной частотой, рассчитанной без таких ограничений. При этом значение модуля объёмной упругости жидкости не изменялось.

Результаты численных экспериментов, иллюстрирующих влияние рассмотренных выше факторов на частоту автоколебаний в гидроприводе с дроссельным регулированием, даны в таблице.

## Результаты численных экспериментов.

№	Вид математической модели	Частота, Гц	$f_1/f_i$
1	Линейная модель с идентичными процессами в "наливной" и "сливной" полостях гидроцилиндра	41	1
2	Линейная модель с одной предварительно отключённой полостью гидроцилиндра	29	1,41
3	Нелинейная модель без ограничения давлений в полостях гидроцилиндра	41	1
4	Нелинейная модель с ограничением максимального давления в полостях гидроцилиндра (не более давления питания 27 МПа)	33	1,24
5	Нелинейная модель с ограничением минимального избыточного давления в полостях гидроцилиндра (не менее 0 Па)	39	1,05
6	Нелинейная модель, учтены оба ограничения в полостях гидроцилиндра согласно пунктам 4 и 5	27	1,52
7	Нелинейная модель, без ограничения давления в полостях гидроцилиндра; принято, что в сливной полости при $p_{сл}/p_{2к} < 0,5$ сжимаемость жидкости не учитывается	29	1,41

$f_1$  – частота автоколебаний гидропривода близкая к собственной частоте, вычисленной по формуле  $f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mV_0}{2BS_0^2}}$ , указана в строке 1.

$f_i$  – частота автоколебаний в гидроприводе при указанных в  $i$ -ой строке условиях ( $i=1,2,3,4,5,6,7$ ).

Из таблицы следует, что близкие значения частоты автоколебаний получены при использовании моделей, приведённых в строках 2, 6 и 7. Это, по-видимому связано с определяющим влиянием на собственную частоту гидроцилиндра сжимаемости жидкости в его сливной полости.

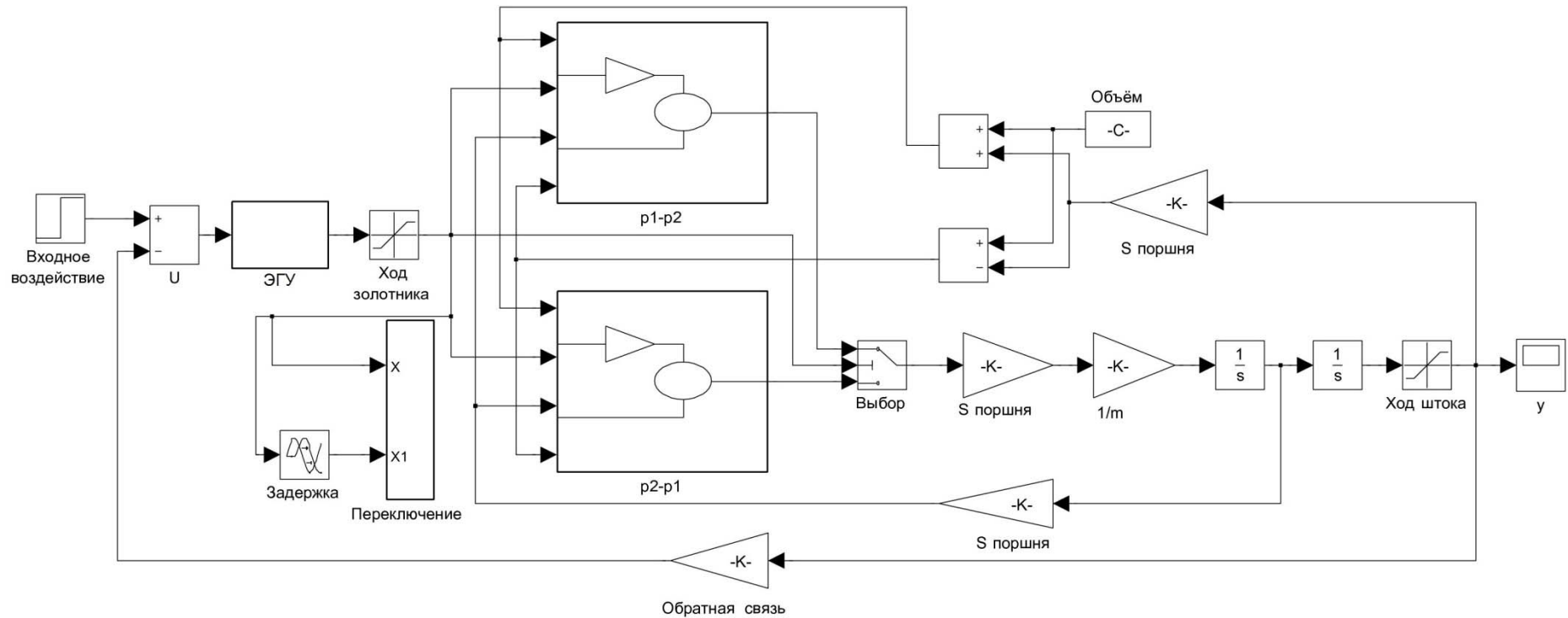


Рис. 1. Общая структурная схема нелинейной математической модели электрогидравлического следящего привода

Обозначения на схеме:  $U$  - сумматор главной обратной связи, "Переключение" - модуль определяющий проход золотника через "ноль", "Ход золотника" - ограничение хода золотника,  $S$  поршня - площадь поршня исполнительного гидроцилиндра,  $1/m$  - деление на массу приведённую к выходному звену, "Ход штока" - ограничение хода исполнительного гидроцилиндра, "Объём" - половина объёма гидроцилиндра

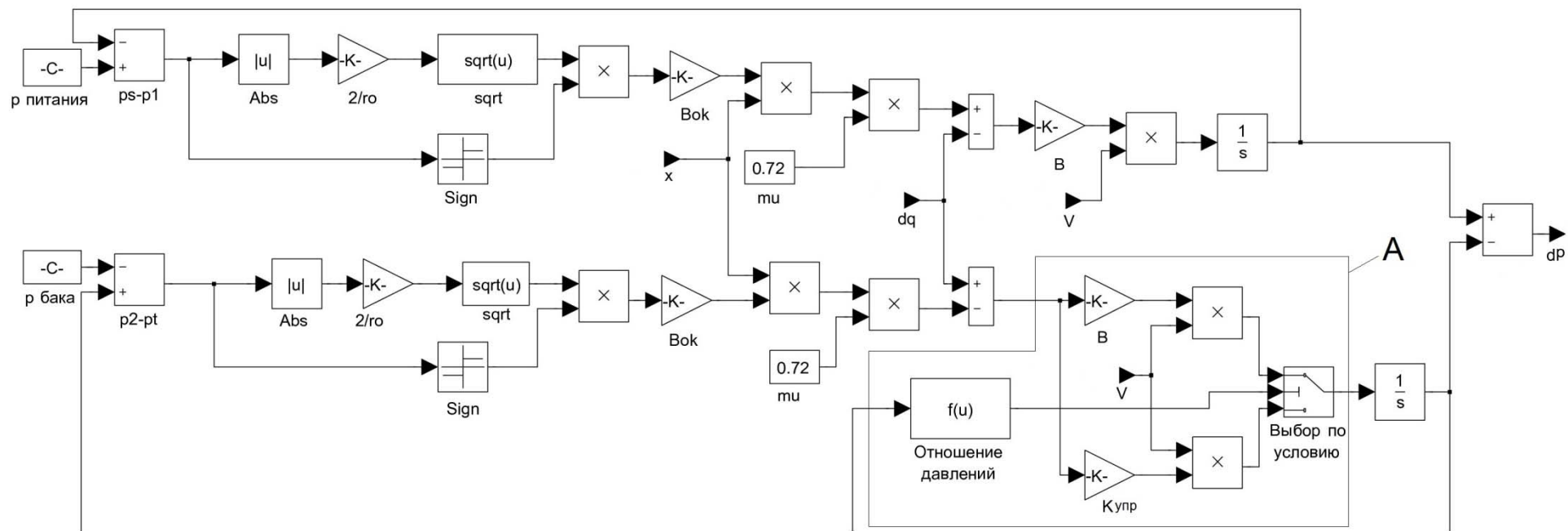


Рис. 2. Структурная схема математической модели ЭГСП без учёта сжимаемости жидкости в полости гидроцилиндра, сообщённой со сливом (это условие реализовано в блоке обведенном тонким контуром А)

Обозначения для рис. 2 и 3:  $p$  питания - давление питания,  $p$  бака - давление в сливном трубопроводе,  $ps-p1$  - из давления питания вычитается давление в полости сообщённой с ним,  $p2-pt$  - давление в сливном трубопроводе вычитается из давления в полости сообщённым с ним,  $2/\rho_0$  - величина умножается на 2 и делится на плотность рабочей жидкости,  $B_{ок}$  - суммарная площадь окон золотника,  $x$  - положение золотника,  $\mu$  - коэффициент расхода,  $dq$  - расход связанный с перемещением поршня гидроцилиндра,  $V$  - объём полости левой или правой,  $B$  - модуль объёмной упругости жидкости,  $K_{упр}$  - коэффициент учитывающий изменение упругости жидкости в полости сообщённой со сливом,  $dP$  - перепад давления в гидроциindre, "Отношение давлений" - расчёт отношения давлений до и после сопротивления.



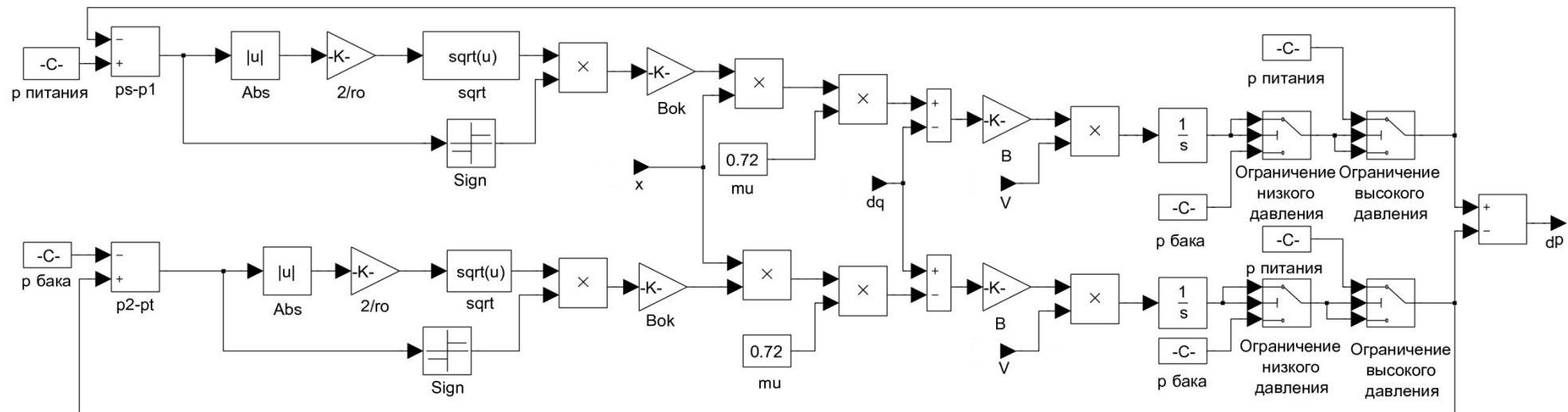


Рис. 3. Структурная схема математической модели ЭГСП с ограничением максимального и минимального избыточного давлений в полостях гидроцилиндра

Переходный процесс, соответствующий нелинейной модели, в которой в сливной полости при  $p_{сл}/p_{2к} < 0,5$  сжимаемость жидкости не учитывается, показан на рис. 4

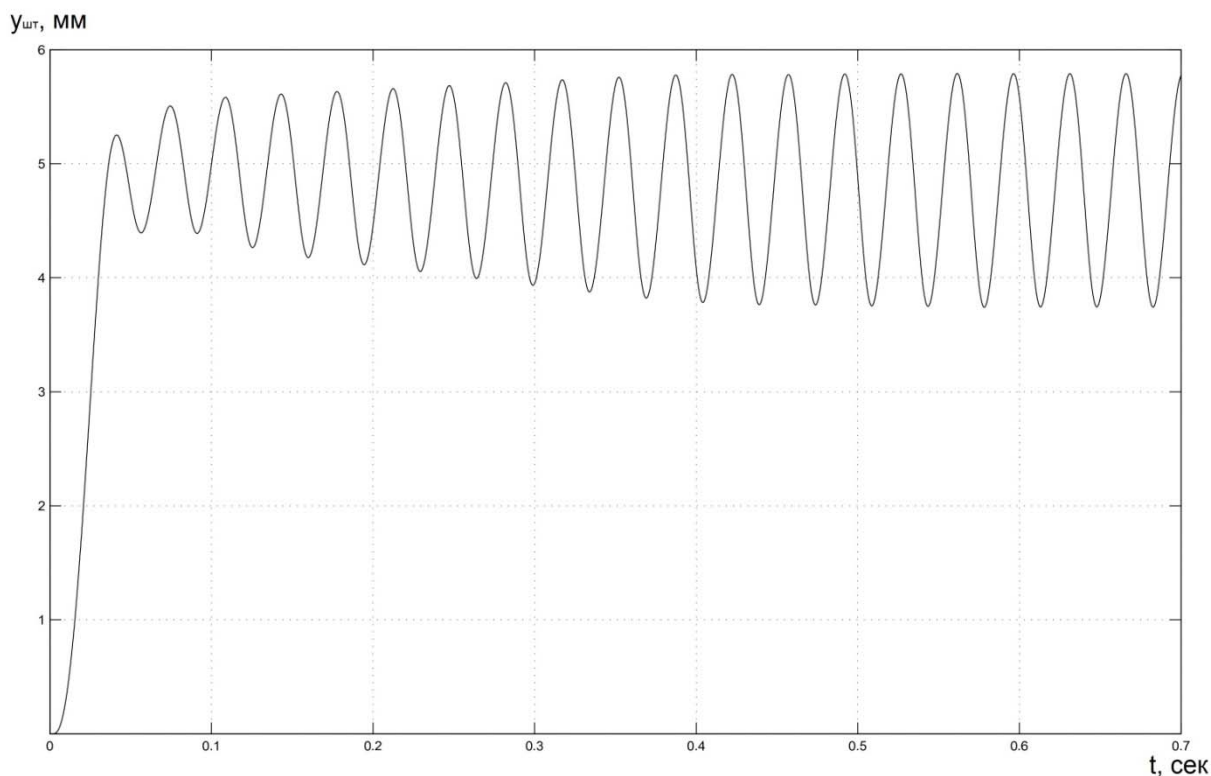


Рис. 4. Автоколебания выходного звена гидропривода

Результаты расчёта собственных частот ЭГСП соответствуют полученным при испытаниях реального гидропривода указанных в начале статьи. При испытаниях частота автоколебаний оказалась равной 5,4 Гц, по расчёту 8,3 Гц (с учётом сжимаемости жидкости в обеих полостях по линейной математической модели).

Выводы:

1. Результаты численных экспериментов, проведённых с помощью различных математических моделей ЭГСП с дроссельным регулированием, показывают, что нелинейные закономерности истечения жидкости через окна золотникового распределителя могут быть причиной существенного уменьшения собственной частоты дроссельного гидропривода.
2. Влияние рассмотренных нелинейностей на собственную частоту гидропривода следует учитывать при оценке амплитудных и фазовых искажений сигналов управления гидроприводом.
3. Вследствие недостаточной определённости факторов, влияющих на отмеченную неопределённость гидродинамических характеристик дроссельного гидропривода, целесообразно разрабатывать адаптивные алгоритмы управления таким приводом.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Носов Ю.А., Попов Д.Н., Рождественский С.Н.** Некоторые вопросы расчёта и конструирования авиационных гидравлических систем. –М.: ГНТИ, Оборонгиз , 1962. 232 с.
2. **Гамынин Н.С.** Гидравлический привод систем управления. –М.: Машиностроение, 1972. 376 с.
3. **Лещенко В.А.** Гидравлический следящий привод станков с программным управлением. –М.: Машиностроение, 1975. 288 с.
4. **Гидравлические и пневматические силовые системы управления:** пер. с англ. Под ред. Дж. Блекборна и др. –М.: Иностранная литература. 1962. 614 с.
5. **Льюис Э., Стерн Х.** Гидравлические системы управления. –М: Изд-во «Мир», 1966. 407 с.
6. **Арендт В.Р.** Практика следящих систем. –М.: Госэнергоиздат, 1960. 556 с.
7. **Бокарев В.А., Ермаков С.А., Селиванов М.П.** и др. Анализ динамических процессов в дроссельных гидравлических приводах с параллельным резервированием. Сб. «Пневматика и гидравлика. Приводы и системы управления». Вып. 3, –М.: Машиностроение, 1976. С. 25-34.
8. **Попов Д.Н.** Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем. Учебник. 2-е изд. – М.: Машиностроение, 1987. 464 с.
9. **Фомичёв В.М.,** д.т.н., Проектирование характеристик золотниковых распределителей в области "нуля"// Гидравлика и пневматика. Информационно-технический журнал. №20('05). С. 49-54.