Наука и Образование
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Сетевое научное издание
ISSN 1994-0408

Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана.
Электрон. журн. 2016. № 11. С. 153–161.

DOI: **10.7463/1116.0850737**

Представлена в редакцию: 09.10.2016
Исправлена: 23.10.2016

УДК 658.5

Риски портфеля производственных проектов с учетом случайного разброса рыночных цен и дисконтирования

Чернышев С. Л.[1,*]

[*]chernshv@bmstu.ru

[1]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Рассмотрена возможность соединить теорию портфеля Марковица с дисконтным подходом оценки доходности. Найдены выражения для разброса чистого приведенного дохода портфеля разных проектов. Найдена его дисперсия. Проанализирована связь чистого приведенного дохода портфеля с вероятностью риска. Свойства, характерные для дисперсии отдельной составляющей чистого приведенного дохода, сохраняются и для полной дисперсии портфеля. Рассмотрено влияние сроков проектов на вероятность риска. Показано, что средний чистый приведенный доход растет быстрее с увеличением сроков проектов, чем его дисперсия, что приводит к уменьшению вероятности риска.

Ключевые слова: чистый приведенный доход, портфель, дисконтирование, дисперсия, вероятность риска

Одним из важнейших критериев выбора состава портфеля производственных проектов при инвестировании является уменьшение риска капиталовложений. Методом, который при этом используется, является диверсификация портфеля проектов на основе теории Марковица [1-4], основанная на минимизации вероятности риска портфеля за счет минимизации дисперсии его дохода. Однако современный подход оценки доходности портфеля проектов основан на применении дисконтного метода [5], учитывающего временной фактор, а именно моменты времени, в которые осуществляются капиталовложения или поступления. Абсолютным показателем экономической эффективности является чистый приведенный доход NPV, равный разности между дисконтированными доходами от продаж и дисконтированными затратами. Учитывая долговременность производственных проектов и влияние на их доходность различных случайных факторов в течение их сроков, было бы целесообразным совместить теорию Марковица с дисконтным подходом оценки доходности, чему и посвящена настоящая статья.

Разброс чистого приведенного дохода

Имея статистику изменения цены на r-ый вид продукции можно найти ее тенденцию $\overline{R}_r(k)$ (k-моменты времени) и плотность распределения вероятностей $W_r(\varepsilon_{Rr})$ ее случайного разброса $\varepsilon_{Rr}(k)$. Если график продаж известен заранее, то учитывая, что среднее значение чистого приведенного дохода $\overline{NPV}$ соответствует тенденции изменения средней цены $\overline{R}_r(k)$, получаем:

$$NPV = \overline{NPV} + \sum_{k=0}^{T} \sum_{r=1}^{N} S_r(k)\varepsilon_{Rr}(k)(1+i)^{-k},$$

причем случайный разброс NPV равен

$$\sum_{k-0}^{T} \delta\, NPV(k) = \sum_{k=0}^{T} \sum_{r=1}^{N} S_r(k)\varepsilon_{Rr}(k)(1+i)^{-k},$$

где $S_r(k)$ - объемы продаж соответствующей продукции, i - процентная ставка дисконтирования, T - обозримый период времени, N - число видов выпускаемой продукции.

Предположим, что тенденция $\overline{R}_r(k)$ найдена с помощью такого метода экстраполяции, который дает наилучшее значение статистики Дарбина - Уотсона [6,7] DW = 2. В этом случае зависимость случайных отклонений ε_{Rr} от номера дня k не имеет никакой внутренней закономерности и корреляция между отклонениями, к примеру, вчерашней цены и сегодняшней цены отсутствует. Тогда, если дисперсия составляющей $\delta\, NPV(k)$ чистого приведенного дохода равна σ_k^2, то дисперсия всего NPV равна

$$\sigma_{NPV}^2 = \sum_{k=0}^{T} \sigma_k^2.$$

Найдем теперь значение σ_k^2. Оно определяется, как дисперсия суммы

$$\sum_{r=1}^{N} S_r(k)\varepsilon_{Rr}(k)(1+i)^{-k},$$

равной случайному отклонению $NPV(k) - \overline{NPV}(k)$ по всем видам продукции в k-ый день.

Рассмотрим вначале для простоты анализа упрощение, что дисперсии цен на одинаковые виды продукции не зависят от времени. В связи с тем, что отклонения цен на разные виды продукции в общем коррелированы между собой, дисперсия суммы случайных переменных в соответствии с теорией вероятностей определяется, как

$$\sigma_k^2=\{\sum_{r=1}^{N} S_r^2(k)\sigma_{Rr}^2+\sum_{m=1}^{N}\sum_{\substack{n=1\\ m\neq n}}^{N} r_{mn}S_m(k)S_n(k)\sigma_{Rm}\sigma_{Rn}\}(1+i)^{-2k}, \qquad (1)$$

где r_{mn} - коэффициент корреляции между ценами продажи продукции m-го и n-го видов, σ_{Rm} и σ_{Rn} - корень квадратный из их дисперсий. Из (1) видно, что дисперсия составляющей NPV уменьшается с отсрочкой продажи, то есть с ростом k, а также то, что при положительном коэффициенте корреляции r_{mn} между ценами на разные виды продукции дисперсия k-ой составляющей NPV растет, а при отрицательном - уменьшается. Кроме этого, с уменьшением дисперсии цен на разные виды продукции снижается и дисперсия чистого приведенного дохода, поэтому, конечно, для снижения риска в портфель нужно брать и менее рисковые производственные проекты.

Общее выражение для дисперсии NPV получаем в виде

$$\sigma_{NPV}^2=\sum_{k=0}^{T}\sigma_k^2=\sum_{r=1}^{N}\{\sigma_{Rr}^2\sum_{k=0}^{T}S_r^2(k)(1+i)^{-2k}\}+$$
$$+\sum_{m=1}^{N}\sum_{\substack{n=1\\ m\neq n}}^{N}\{r_{mn}\sigma_{Rm}\sigma_{Rn}\sum_{k=0}^{T}S_m(k)S_n(k)(1+i)^{-2k}\}.$$

Это выражение можно записать в следующем виде

$$\sigma_{NPV}^2=\sum_{r=1}^{N}\{\sigma_{Rr}^2S_{rd}^2+\sum_{m=1}^{N}\sum_{\substack{n=1\\ m\neq n}}^{N} r_{mn}\sigma_{Rm}\sigma_{Rn}S_{mnd}^2\}, \qquad (2)$$

где $S_{rd}^2=\sum_{k=0}^{T}S_r^2(k)(1+i)^{-2k}$ - взвешенная с соответствующей степенью коэффициента дисконтирования сумма квадратов натуральных объемов продаж продукции вида r в разные дни, $S_{mnd}^2=\sum_{k=0}^{T}S_m(k)S_n(k)(1+i)^{-2k}$ - взвешенная с определенной степенью коэффициента дисконтирования сумма попарных произведений натуральных объемов продаж продукции m-го и n-го видов в разные дни.

Чистый приведенный доход и вероятность риска

Как известно, связь дисперсии с рисками прямо-пропорциональная: чем больше дисперсия NPV, тем больше вероятность неблагоприятного события, заключающегося в том, что этот чистый приведенный доход при случайных колебаниях цен станет меньше предельно допустимой величины $NPV_{\min}$. Проиллюстрируем это графиком.

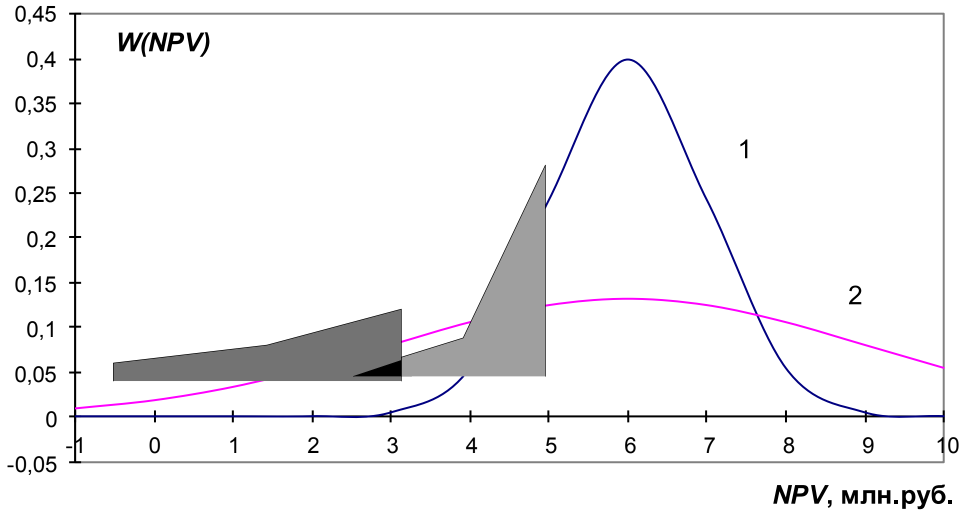

Рис.1. Плотности распределения вероятностей чистого приведенного дохода с разными дисперсиями

На рис.1 приведены нормальные плотности распределения вероятности чистого приведенного дохода двух портфелей проектов - кривая 1 с $\sigma_{NPV} = 1$ и кривая 2 с $\sigma_{NPV} = 3$ с одинаковым математическим ожиданием, равным 6 млн. руб. В первом случае вероятность риска, то есть вероятность того, что чистый приведенный доход окажется ниже средней ожидаемой величины на 1 млн. руб., то есть на σ_{NPV}, равна 0,159 (закрашенная площадь под кривой 1) а для второй кривой эта вероятность риска равна 0,371. Во втором случае вероятность риска, равная 0,159 соответствует случаю, когда чистый приведенный доход становится меньше математического ожидания более, чем на 3 млн. руб. (закрашенная площадь под кривой 2). Первому портфелю такой неблагоприятный случай (снижение на 3 млн. руб.) грозит лишь с ничтожной вероятностью риска 0,00135 (закрашенная черным площадь под кривой 1).

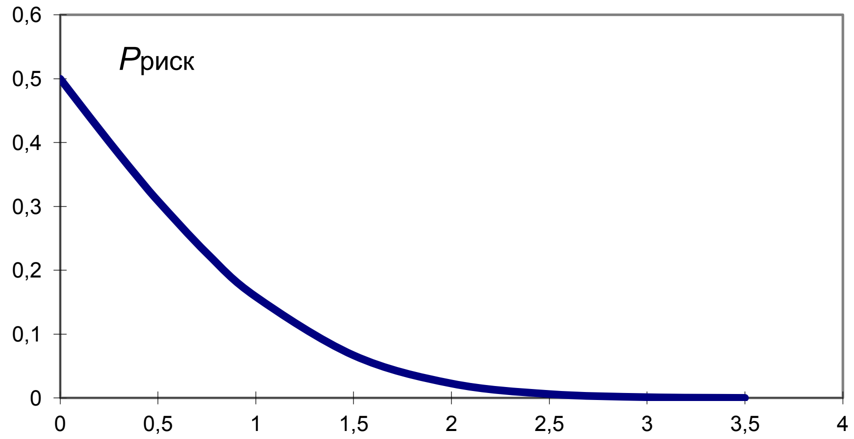

Рис.2. Вероятность риска

На рис.2 приведен график зависимости вероятности риска $P_{риск}$ от нижнего порога для нормального распределения плотности вероятности. По оси абсцисс отложены относительные значения допускаемого отклонения $\frac{(\overline{NPV}-NPV_{\min})}{\sigma_{NPV}}$. Из этого графика видно, что вероятность риска того, что нижний предел чистого приведенного дохода портфеля $NPV_{\min}$ будет равен его среднему значению $\overline{NPV}$, равна 0.5, что вполне понятно, так как при случайном разбросе NPV он равновероятно может оказаться как меньше, так и больше среднего значения. С уменьшением же $NPV_{\min}$ его расстояние от $\overline{NPV}$ растет и вероятность риска того, что NPV окажется меньше $NPV_{\min}$ уменьшается (см. график).

Из анализа выражения (2) следует, что свойства, характерные для дисперсии отдельной составляющей NPV, сохраняются и для ее полной дисперсии: при обратной корреляции цен ($r_{mn} < 0$) на разные виды продукции дисперсия NPV уменьшается, а при прямой корреляции ($r_{mn} > 0$) - увеличивается. Таким образом, можно добиться уменьшения риска снижения чистого приведенного дохода портфеля производственных проектов с помощью подбора соответствующего состава этого портфеля, то есть за счет диверсификации. Важно так подобрать входящие в него производственные проекты, чтобы они обладали обратной корреляцией цен, то есть имели отрицательный коэффициент корреляции r_{mn}. Выбор таких проектов нужно осуществлять на основе статистического анализа динамики цен на рынке товаров и услуг.

Влияние сроков проектов на риск

Анализ влияния сроков проектов на риски проведем для упрощенного случая некоррелированных цен и постоянных продаж постнумерандо $S_r(k)\overline{R}_r(k)=const$ и их дисперсий. Тогда по формуле (2) рассчитываем дисперсию NPV:

$$\sigma^2_{NPV} = \sum_{r=1}^{N} \sigma^2_{Rr} S^2_r \frac{1-(1+i)^{-2T}}{(1+i)^2-1},$$

и

$$\overline{NPV} = \sum_{r=1}^{N} S_r \overline{R}_r \frac{1-(1+i)^{-T}}{i}.$$

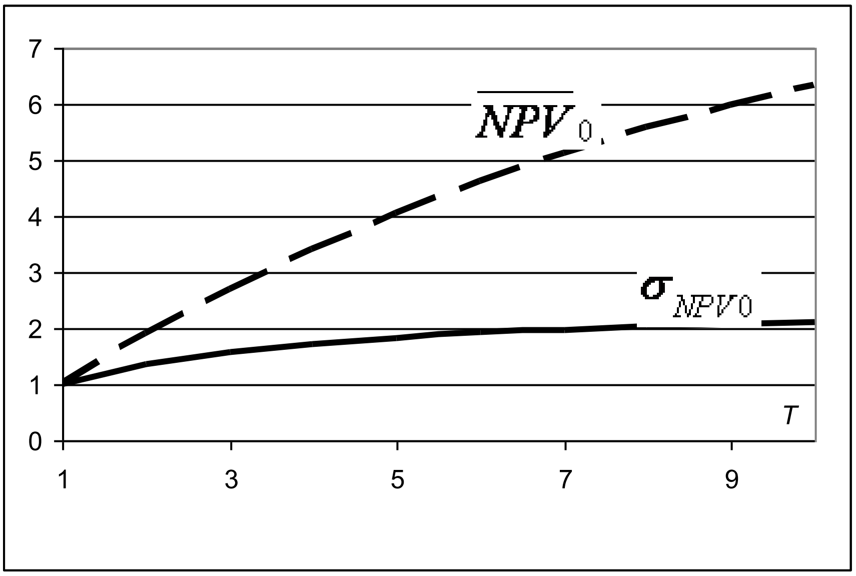

Рис.3. Зависимость нормированных *NPV* и дисперсии от срока проектов

На рис.3 приведены зависимости нормированных по значениям для срока в один год (T=1) стандартного отклонения NPV и среднего значения $\overline{NPV}$ от срока проектов для приближения одинаковых дисперсий цен в разные моменты времени при $i = 0{,}12$. Из рисунка видно, что с увеличением срока проектов в портфеле $\overline{NPV}$ растет быстрее, чем стандартное отклонение. Это свидетельствует о том, что в соответствии с рис.2 вероятность риска портфеля снижается из-за более сильного влияния дисконтирования на стандартное отклонение, чем на среднее значение $\overline{NPV}$.

Вернемся к определению дисперсии NPV для общего случая, когда дисперсии цен зависят от времени. В этом случае в связи с изменением со временем самих цен логично предположить, что и их стандартные отклонения будут изменяться по такому же закону, то есть $\sigma_{Rr}(k) = \sigma_{Rr}(1)\overline{R}_r(k)/\overline{R}_r(1)$. Тогда дисперсия NPV портфеля проектов будет определяться, как

$$\sigma^2_{NPV} = \sum_{k=0}^{T}\sigma^2_k = \sum_{r=1}^{N}\{\sigma^2_{Rr}(1)\sum_{k=0}^{T} S^2_r(k)\overline{R}^2_r(k)/R^2_r(1)(1+i)^{-2k}\} +$$

$$+\sum_{m=1}^{N}\sum_{\substack{n=1\\ m\neq n}}^{N}\{r_{mn}\sigma_{Rm}\sigma_{Rn}\sum_{k=0}^{T} S_m(k)S_n(k)\overline{R}_m(k)/R_m(1)\cdot\overline{R}_n(k)/R_n(1)(1+i)^{-2k}\}$$

В соответствии с этим выражением было проанализировано изменение σ_{NPV} и $\overline{NPV}$ для разных законов прироста цен со временем при изменении сроков проектов. Анализ показал, что при приросте цен скорость роста $\overline{NPV}$ с увеличением срока проектов становится еще больше по сравнению с ростом σ_{NPV}, и, соответственно, быстрее снижается вероятность риска.

Выводы

Рассмотрение рисков на основе теории Марковица в сочетании с дисконтным подходом позволило найти выражения для разброса чистого приведенного дохода портфеля разных проектов и его дисперсии. Свойства, характерные для дисперсии отдельной составляющей чистого приведенного дохода, сохраняются и для полной дисперсии портфеля. Средний чистый приведенный доход растет быстрее с увеличением сроков проектов, чем его дисперсия, что приводит к уменьшению вероятности риска.

Список литературы

1. Markowitz H.M. Foundations of portfolio theory // J. of Finance. 1991. Vol. 46. Iss. 2. Pp. 469-477. DOI: 10.1111/j.1540-6261.1991.tb02669.x
2. Guerard J.B. (Jr.), Markowitz H., GanLin Xu. Earnings forecasting in a global stock selection model and efficient portfolio construction and management // Intern. J. of Forecasting. 2015. Vol. 31. Iss. 2. Pp. 550-560. DOI: 10/1016/j.ijforecast.2-14.10.003
3. Guerard J.B., Markowitz H., Xu G. The role of effective corporate decisions in the creation of efficient portfolios // IBM J. of Research and Development. 2014. Vol. 58. Iss. 4. Pp. 6:1 – 6:11. DOI: 10.1147/JRD.2014.2326591
4. Fabozzi F.J. Theory of Portfolio Selection // Fabozzi F.J. Institutional Investment Management: Equity and Bond Portfolio Strategies and Applications. Hoboken: Wiley, 2009. Chapter 2. Pp. 13-40. DOI: 10.1002/9781118267059.ch2
5. Четыркин Е.М. Финансовая математика. 10-е изд. М.: Дело, 2011. 389 с.
6. Эконометрика: Учебник / Под ред. И.И. Елисеевой. 2-е изд. М.: Финансы и статистика, 2006. 574 с.
7. Чернышев С.Л. Моделирование экономических систем и прогнозирование их развития. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2003. 230 с.

Science & Education of the Bauman MSTU
Electronic journal
ISSN 1994-0408

Science and Education of the Bauman MSTU, 2016, no. 10, pp. 153–161.

DOI: **10.7463/1116.0850737**

Received: 09.10.2016
Revised: 23.10.2016

Industrial Portfolio Risks, Taking into Account the Random Variance of Market Prices and Discount

S.L. Chernyshev[1,*]

[*]chemshv@bmstu.ru

[1]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: net present value, portfolio, discounting, dispersion, probability of risk

The paper considers a possibility to combine the theory of Markowitz portfolio with a discount profitability value. With the statistics of price changes in the type of products we can find its trend and its probability density of random variance. If the sales schedule is known in advance then, taking into consideration that an average value of the net present value corresponds to the trend in the changing average price, there are the expressions for dispersion of the net present value for the portfolio of different projects. Its dispersion in terms of discounting was obtained. The paper analyses a relationship between net present value of the portfolio and risk probability and illustrates a dependence of the risk probability on dispersion of the net present value of the portfolio. Properties, which are specific for dispersion of a separate component of the net present value, remain unchanged for the full dispersion of the portfolio. The paper considers how the time of projects effect on the risk probability. It is shown that with increasing time of projects the average net present value grows faster than dispersion, resulting in reduced risk probability.

References

1. Markowitz H.M. Foundations of portfolio theory. *J. of Finance*, 1991, vol. 46, iss. 2, pp. 469-477. DOI: 10.1111/j.1540-6261.1991.tb02669.x
2. Guerard J.B. (Jr.), Markowitz H., GanLin Xu. Earnings forecasting in a global stock selection model and efficient portfolio construction and management. *Intern. J. of Forecasting*, 2015, vol. 31, iss. 2, pp. 550-560. DOI: 10/1016/j.ijforecast.2-14.10.003
3. Guerard J.B., Markowitz H., Xu G. The role of effective corporate decisions in the creation of efficient portfolios. *IBM J. of Research and Development*, 2014, vol. 58, iss. 4, pp. 6:1 – 6:11. DOI: 10.1147/JRD.2014.2326591
4. Fabozzi F.J. Theory of Portfolio Selection. *Fabozzi F.J. Institutional Investment Management: Equity and Bond Portfolio Strategies and Applications*. Hoboken: Wiley, 2009. Chapter 2. Pp. 13-40. DOI: 10.1002/9781118267059.ch2

5. Chetyrkin E.M. *Finansovaia matematika* [Financial mathematics]. 10th ed. Moscow: Delo Publ., 2011. 389 p. (in Russ.)
6. *Ekonometrika* [Econometrics] / Ed. I.I. Eliseeva. 2nd ed. Moscow: Finansy I Statistika Publ., 2006. 574 p. (in Russ.)
7. Chernyshev S.L. *Modelirovanie ekonomicheskikh system i prognozirovanie ikh razvitiia* [Modeling of economic systems and prediction of their development]. Moscow: BMSTU Publ., 2003. 230 p. (in Russ.)