Наука и Образование
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Сетевое научное издание
ISSN 1994-0408

Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2016. № 11. С. 88–98.

DOI: **10.7463/1116.0850169**

Представлена в редакцию: 16.10.2016
Исправлена: 30.10.2016

© МГТУ им. Н.Э. Баумана

УДК 537. 8

Об особенностях волновых процессов в устройствах радиоэлектроники с анизотропной рабочей средой

Макаров А. М.[1], **Лунёва Л. А.**[1,*], **Макаров К. А.**[1]

[*]lunevala2008@rambler.ru

[1]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Достижения современной радиоэлектроники и техники во многом определяют уровень и результативность человеческой деятельности. Исследование особенностей распространения электромагнитных волн в средах со специфическими электрическими и магнитными свойствами представляет интерес в теоретическом отношении. Рассмотрено явление распространения плоской гармонической электромагнитной волны (амплитудная форма представления решения) в однородной анизотропной проводящей среде, выявлены специфические свойства решений в безграничном пространстве и уточнены условия возможности исключения из полной системы уравнений Максвелла дивергентных уравнений: тензор проводимости и тензор диэлектрической проницаемости среды должны быть пропорциональны друг другу, квадрики этих тензоров должны быть подобны и подобно расположены. При выполнении отмеченного условия объёмная плотность электрического заряда обращается в нуль.

Ключевые слова: плоские гармонические электромагнитные волны, однородная проводящая анизотропная среда

Введение

Достижения современной радиоэлектроники и техники во многом определяют уровень и результативность человеческой деятельности. Рабочие процессы, например в СВЧ-устройствах с распределёнными параметрами, имеют волновой характер. Особенности распространения электромагнитных волн в средах со специфическими электрическими и магнитными свойствами необходимо учитывать при создании и использовании СВЧ-устройств. Современное изложение основ радиоэлектроники сверхвысоких частот содержится в работах [1-2].

Исследование распространения электромагнитных волн в анизотропных средах является одним из перспективных и востребованных направлений развития классической электродинамики. Результаты, получаемые в этих исследованиях, не только играют важ-

ную роль в сфере материального производства, но и представляют интерес в теоретическом отношении.

Работы последних лет [3-6] являются обзорами современного состояния исследований в области взаимодействия электромагнитных волн с анизотропной средой, в работах [7-8] обсуждаются специфические физические явления, сопутствующие рассматриваемому процессу. В работе [9] обсуждается анизотропия пространства скоростей электромагнитного излучения в движущихся средах, работа [10] посвящена рассеянию электромагнитных волн на анизотропных плоских структурах, в работе [11] рассмотрено явление обращенного (отрицательного) преломления электромагнитной волны в анизотропной среде.

По содержанию работ [12-13] – проблемы поиска полезных ископаемых, работы [14] – физика плазмы, работ [15-17] – проблемы радиотехники, работы [18] – исследование турбулентности, работы [19] – проблемы измерительной техники, можно судить об области применения и значении обсуждаемого раздела классической электродинамики.

Система уравнений классической электродинамики всесторонне описана в учебнике Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица [20]. При описании распространения плоских гармонических электромагнитных волн в анизотропной проводящей среде в учебной и научной литературе [21-26] существуют различные мнения о структуре системы уравнений Максвелла, достаточной для описания рассматриваемого явления. Речь идёт о том, что в изотропной проводящей или непроводящей среде и в анизотропной непроводящей среде дивергентные уравнения классической электродинамики можно рассматривать как следствия роторных уравнений. В работах [21-23] это утверждение распространяется на общий случай анизотропной среды с помощью введения понятия комплексной диэлектрической проницаемости. В работах [24-26] уравнение, связывающее объёмную плотность электрического заряда с дивергенцией вектора электрического смещения, считается одним из значимых уравнений системы уравнений Максвелла. По сути дела проблема сводится к исследованию свойств векторов объёмной плотности тока проводимости и тока смещения в законе полного тока, поскольку дивергенция вектора электрического смещения связана в первую очередь с током смещения.

Вопрос о структуре уравнений классической электродинамики при описании плоских гармонических электромагнитных волн в анизотропной проводящей среде с учётом поляризованности среды рассмотрен в книге М. Борна и Э. Вольфа «Основы оптики» [27]. Авторами этого научного труда сформулировано условие, при выполнении которого дивергентные уравнения системы уравнений Максвелла являются следствием соответствующих роторных уравнений. Условие М. Борна и Э. Вольфа сводится к требованию, чтобы главные направления тензора диэлектрической проницаемости и тензора проводимости среды совпадали между собой.

Целью настоящей работы является уточнение предложенного условия: упомянутые тензоры должны быть пропорциональны друг другу, их квадрики должны быть подобными и подобно расположенными. Ниже предложено доказательство этого утверждения.

Рассмотрим систему уравнений электродинамики для случая однородной анизотропной проводящей среды:

$$div\vec{B} = 0\,; \tag{1}$$

$$div\vec{D} = \rho\,; \tag{2}$$

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\,; \tag{3}$$

$$rot\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\,; \tag{4}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \hat{\mu} \cdot \vec{H}\,,\ \vec{D} = \varepsilon_0 \hat{\varepsilon} \cdot \vec{E}\,,\ \vec{j} = \hat{\sigma} \cdot \vec{E}\,, \tag{5}$$

где треугольная крышка над символом физической величины означает тензор второго ранга. Физический смысл соотношений (5) не требует особых пояснений, заметим только, что коэффициенты пропорциональности в материальных уравнениях анизотропной среды могут являться функциями круговой частоты электромагнитной волны ω.

Предметом обсуждения в настоящей работе являются следующие вопросы. При каких условия плоская электромагнитная волна возбуждает отличную от нуля волну объемной плотности стороннего электрического заряда, т.е. при каких условиях величина ρ в правой части уравнения (2) отлична от нуля. Второй вопрос связан с первым: при каких условиях дивергентные уравнения системы уравнений классической электродинамики можно рассматривать как тривиальное следствие роторных уравнений.

Предположим, что физические величины $\vec{B}$, $\vec{D}$, $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{j}$ и ρ - векторные поля и скалярное поле - пропорциональны комплексному выражению

$$\exp\left(i \cdot (\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega \cdot t)\right), \tag{6}$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор точки наблюдения, t – время, $\vec{k}$ – волновой вектор, ω – круговая частота волны. Для постоянных комплексных амплитуд упомянутых выше физических величин из системы (1)-(4) с учетом выражения (6) получаем систему уравнений:

$$i \cdot \vec{k} \cdot \vec{B} = 0\,, \tag{7}$$

$$i \cdot \vec{k} \cdot \vec{D} = \rho\,, \tag{8}$$

$$i \cdot \vec{k} \times \vec{E} = i \cdot \omega \cdot \vec{B}\,, \tag{9}$$

$$i \cdot \vec{k} \times \vec{H} = \vec{j} - i \cdot \omega \cdot \vec{D}\,. \tag{10}$$

При записи системы уравнений (7)-(10) специального обозначения для комплексной амплитуды физической величины не вводилось. Система уравнений (7)-(10) имеет место и для мгновенных реализаций рассматриваемых полей физических величин. Соотношения (5) – материальные уравнения среды - справедливы и для системы (7)-(10) с учетом физического смысла символа.

Плоская гармоническая электромагнитная волна является специфическим физическим процессом. В рассматриваемом случае направление частной производной по време-

ни от векторного поля оказывается параллельным направлению исходного векторного поля. Для этого процесса, как легко видеть, уравнение (7) является следствием уравнения (9) и поэтому может быть исключено из дальнейшего рассмотрения. Что же касается уравнения (8), то вопрос о его значимости в системе основных уравнений плоских гармонических электромагнитных волн требует обсуждения. Перепишем уравнения (8) и (10) с использованием материальных уравнений среды (5) в амплитудной форме:

$$i \cdot \vec{k}\left(\varepsilon_0 \hat{\varepsilon} \cdot \vec{E}\right) = \rho\,, \tag{11}$$

$$i \cdot \vec{k} \times \vec{H} = \left(\hat{\sigma} - i \cdot \omega \cdot \varepsilon_0 \hat{\varepsilon}\right) \cdot \vec{E}\,. \tag{12}$$

Из уравнения (12) следует:

$$i \cdot \vec{k} \cdot \left(\hat{\sigma} - i \cdot \omega \cdot \varepsilon_0 \hat{\varepsilon}\right) \cdot \vec{E} = 0\,. \tag{13}$$

Дальнейший анализ затруднителен без конкретизации физического смысла тензорных величин $\hat{\sigma}$ и $\hat{\varepsilon}$. Для прозрачной анизотропной среды компоненты тензора $\hat{\sigma}$ обращаются в нуль, а компоненты тензора $\hat{\varepsilon}$ являются действительными величинами. В этом случае уравнение (13) принимает вид

$$i \cdot \vec{k} \cdot \left(\varepsilon_0 \hat{\varepsilon} \cdot \vec{E}\right) = i \cdot \vec{k} \cdot \vec{D} = 0, \tag{14}$$

но тогда из уравнения (14) однозначно вытекает требование $\rho = 0$ и дивергентное уравнение (2) можно рассматривать как следствие уравнения (4).

Заметим, что из уравнения сохранения электрического заряда

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\vec{j} = 0 \tag{15}$$

для плоской гармонической электромагнитной волны следует соотношение

$$\rho = \frac{\vec{k} \cdot \vec{j}}{\omega}. \tag{16}$$

Оказывается, что для выполнения условия $\rho = 0$ требуется взаимная ортогональность волнового вектора $\vec{k}$ и вектора объёмной плотности тока проводимости $\vec{j}$.

В прозрачной среде $(\vec{j} = 0)$ не возникает волны объемной плотности стороннего электрического заряда. Этот факт широко известен и давно стал привычным явлением. Заметим дополнительно, что в рассматриваемом случае по уравнению (14) вектор $\vec{D}$ ортогонален волновому вектору $\vec{k}$.

При выполнении условия

$$\hat{\sigma} = \alpha \cdot \hat{\varepsilon}\,, \tag{17}$$

где скалярная постоянная $\alpha \neq i\omega\varepsilon_0$, уравнение (13) для проводящей анизотропной среды $(\vec{j} \neq 0)$ переходит в уравнение

$$\frac{a - i \cdot \omega \cdot \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \cdot i \cdot \vec{k} \cdot \left(\varepsilon_0 \hat{\varepsilon} \cdot \vec{E}\right) = \frac{a - i \cdot \omega \cdot \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \cdot i \cdot \vec{k} \cdot \vec{D} = 0, \tag{18}$$

что снова означает отсутствие волны объемной плотности ρ стороннего электрического заряда. Условие (17) накладывает на тензоры $\hat{\sigma}$ и $\hat{\varepsilon}$ ограничения более жесткие, чем простое совпадение главных направлений, как это отмечено в работе [27]. Действительно, если главные направления тензоров $\hat{\sigma}$ и $\hat{\varepsilon}$ совпадают, то в соответствующей системе координат оба тензора являются диагональными, но условие (17) будет выполнено, если при этом

$$\frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2} = \frac{\sigma_3}{\varepsilon_3}, \tag{19}$$

где индексами 1,2,3 помечены значения диагональных элементов тензоров проводимости и диэлектрической проницаемости в системе координат, совпадающей с главными направлениями обоих тензоров.

Заметим, что в изотропной среде соотношение (19) выполнено априори. Соотношение (19) допускает простую геометрическую интерпретацию: квадрики тензоров $\hat{\sigma}$ и $\hat{\varepsilon}$ (поверхности эллипсоидов для тензоров второго ранга) должны быть подобны и подобно расположены относительно системы совпадающих главных осей.

По-видимому, можно сделать вывод, что волна объемной плотности стороннего электрического заряда возникает в анизотропной поглощающей среде, если условие (17) или адекватное ему не выполнено.

Анизотропную поглощающую среду принято описывать с помощью комплексного тензора диэлектрической проницаемости:

$$\widetilde{\varepsilon}_{ik} = \varepsilon'_{ik} + i\varepsilon''_{ik}, \tag{20}$$

где ε'_{ik} и ε''_{ik} – тензоры с действительными компонентами:

$$\varepsilon'_{ik} = \varepsilon_{ik}, \ \varepsilon''_{ik} = \frac{\sigma_{ik}}{\varepsilon_0 \cdot \omega}. \tag{21}$$

При использовании соотношения (20) необходимо проявлять известную осторожность. Дело в том, что в уравнении (11) присутствует только действительная часть тензора $\widetilde{\varepsilon}$, а уравнение закона полного тока (12) с учетом определения (20) трансформируется к виду:

$$i \cdot \vec{k} \times \vec{H} = -i \cdot \omega \cdot \varepsilon_0 \cdot \left(\hat{\varepsilon}' + i \cdot \hat{\varepsilon}''\right) \cdot \vec{E}. \tag{22}$$

Правая часть уравнения (22) ортогональна волновому вектору, но это не гарантирует обращения в нуль дивергенции вектора $\vec{D}$.

Таким образом, в анизотропной проводящей среде плоская гармоническая электромагнитная волна может генерировать волну объёмной плотности стороннего электрического заряда. Уравнение $div\vec{D} = \rho$ является уравнением, определяющим соответствующее скалярное поле ρ.

Выводы

1. Система уравнений классической электродинамики при описании распространения плоской гармонической электромагнитной волны в устройствах радиоэлектроники с однородной анизотропной проводящей рабочей средой должна быть «полной», возможность исключения из рассмотрения дивергентных уравнений является частным случаем и в каждой конкретной ситуации должна быть обоснована.
2. Впервые показано, что физическим условием обращения в нуль объёмной плотности электрического заряда является требование взаимной ортогональности волнового вектора плоской гармонической волны и векторного поля объёмной плотности тока проводимости.
3. Получено необходимое и достаточное условие возможности ограничиться использованием роторных уравнений системы уравнений классической электродинамики: только пропорциональность друг другу «материальных» тензоров второго ранга – тензора проводимости и тензора диэлектрической проницаемости среды - обеспечивает такую возможность. Условие пропорциональности указанных тензоров допускает простую геометрическую иллюстрацию: квадрики этих тензоров (эллипсоиды) должны быть подобны друг другу и подобно расположены.
4. Специфичность амплитудной формы решения системы уравнений Максвелла проявляется в том, что частная производная по времени от рассматриваемого векторного поля оказывается параллельной исходному векторному полю, операция вычисления дивергенции векторного поля пропорциональна скалярному произведению волнового вектора на исходное векторное поле, а операция вычисления ротора – пропорциональна векторному произведению волнового вектора на исходное векторное поле, в силу чего последние упомянутые векторные поля являются взаимно ортогональными.

Список литературы

1. Кугушев А.М., Голубева Н.С., Митрохин В.Н. Основы радиоэлектроники. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 368 с.
2. Голубева Н.С., Митрохин В.Н. Основы радиоэлектроники сверхвысоких частот. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 488с.
3. Шалашов А.Г., Господчиков Е.Д. О структуре уравнений Максвелла в области линейного взаимодействия электромагнитных волн в плавнонеоднородных анизотропных и гиротропных средах. Успехи физических наук. 2012. Т. 182. № 2. С.157-171.
4. Игнатович Ф.В., Игнатович В.К. Оптика анизотропных сред. Успехи физических наук. 2012. Т. 182. № 7. С.759-771.

5. Шалашов А.Г., Господчиков Е.Д. Импедансный метод решения задач распространения электромагнитных волн в анизотропных и гиротропных средах. Успехи физических наук. 2011. Т. 181. № 2. С.151-172.
6. Павленко Ю.Г., Селиверстов А.В. Электромагнитные волны в анизотропной и гиротропной средах. Известия высших учебных заведений. Физика. 2008.Т. 51. № 3. С.82-86.
7. Василенко Д.Л., Калинцев С.В., Янушкевич В.Ф. Моделирование взаимодействия электромагнитных волн с анизотропной средой. Вестник кибернетики. 2005. № 4. С.96-102.
8. Кондратьев И.Г., Смирнов А.И. Некоторые особенности электродинамики анизотропных метаматериалов. Известия высших учебных заведений. Радиофизика. 2005. Т. 48. № 2. С.152-158.
9. Гладышев В.О., Гладышева Т.М., Дашко М., Подгузов Г.В., Трофимов Н., Шарандин Е.А. Анизотропия пространства скоростей электромагнитного излучения в движущихся средах. Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. 2006. Т. 3. № 6-2. С.175-189.
10. Заборонкова Т.М., Яшина Н.Ф. Рассеяние электромагнитных волн на анизотропных плоских структурах. Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2015. № 2(109). С.149-154.
11. Макаров В.П., Рухадзе А.А. Обращенное (отрицательное) преломление электромагнитной волны в анизотропной среде. Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2006. Т. 130. № 3. С.409-414.
12. Янушкевич В.Ф., Кременя К.И. Анализ двухволнового взаимодействия электромагнитных волн с анизотропными средами над углеводородными залежами. Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Серыя фізіка-тэхнічных навук. 2015. № 2. С.111-115.
13. Янушкевич В.Ф. Моделирование физических процессов в анизотропной среде в режиме двухчастотного взаимодействия. Вестник Полоцкого государственного университета. Серия С. Фундаментальные науки. 2013. № 4. С.12-17.
14. Янушкевич В.Ф., Калинцев С.В., Кременя К.И., Заяц Е.Ю. Применение модулированных сигналов для поиска анизотропных сред плазмоподобного типа. Вестник Полоцкого государственного университета. Серия С. Фундаментальные науки. 2015. № 4. С.60-65.
15. Жирнов С.В., Семенцов Д.И. Поверхностные электромагнитные волны на границе анизотропного сверхпроводника. Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2007. Т. 10. № 2. С.27-32.
16. Геворкян Э.А. К теории распространения электромагнитных волн в волноводе с магнитоактивным анизотропным модулированным заполнением. Радиотехника и электроника. 2008. Т. 53. № 5. С.565-569.

17. Рыбачек С.Т., Иванов В.И., Лутченко Л.Н., Перель М.В., Сенина В.Л., Стесик О.Л. Распространение радиоволн от антенн в неоднородной анизотропной ионосфере в нерегулярный сферический волновод. Отчет о НИР № 94-02-05550 (Российский фонд фундаментальных исследований).
18. Гавриленко В.Г., Семериков А.А., Аистов А.В. Исследование статистических характеристик излучения в анизотропно поглощающих турбулентных средах. Отчет о НИР № 97-02-16228 (Российский фонд фундаментальных исследований).
19. Ахобадзе Г.Н. Измерение геометрических размеров изделий на основе электромагнитных волн в анизотропной среде. Современное состояние естественных и технических наук. 2015. № XIX. С.58-66.
20. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. В 10 т. Т.8. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2005. 656 с.
21. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.4. Оптика. М.: Физматлит, 2005.792 с.
22. Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика. Учебник. М.: Изд-во МГУ, 2004. 654 с.
23. Никольский В.В., Никольская Т.М. Электродинамика и распространение радиоволн. Учебное пособие для ВУЗов. М.: Едиториал УРСС, 2015. 544 с.
24. Силин В.П., Рухадзе А.А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М.: Едиториал УРСС, 2013. 248 с.
25. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: ГИФМЛ, 1967. 684 с.
26. Фейнберг Е.Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. М.: ГИФМЛ, 1999. 496 с.
27. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: ГИФМЛ, 1970. 856 с.

Science & Education of the Bauman MSTU
Electronic journal
ISSN 1994-0408

Science and Education of the Bauman MSTU, 2016, no. 10, pp. 88–98.

DOI: **10.7463/1116.0850169**

Received: 16.10.2016
Revised: 30.10.2016

© Bauman Moscow State Technical Unversity

On Peculiarities of Wave Processes in Electronics Devices with Anisotropic Working Environment

A.M. Makarov[1], **L.A. Luneva**[1,*], **K.A. Makarov**[1]

[*] lunevala2008@rambler.ru

[1]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: plane harmonic electromagnetic wave, conducting uniform anisotropic medium

The achievements of modern electronics and technology largely determine the level and impact of human activity. Operation processes, for instance, in microwave devices with distributed parameters, are of wave nature. Study of propagation of electromagnetic waves in environment with specific electric and magnetic properties is of interest in terms of theory.

The paper considers a "complete" system of equations of classical electrodynamics with describing propagation of plane harmonic electromagnetic wave in a uniform anisotropic conductive medium in view of the rotor and divergence equations and specifies conditions for possibility to omit divergent equations from consideration. It is noted that the amplitude form to solve Maxwell's equations becomes evident in the fact that the partial time derivative of the vector field under consideration is parallel to the original vector field, the calculating operation of the vector field divergence is proportional to the scalar product of wave vector and original vector field, and the rotor calculation operation is proportional to the vector product of wave vector and original vector field, by virtue of which the latter mentioned vector fields are mutually orthogonal. Given the charge conservation law in a plane harmonic electromagnetic wave is obtained an exact ratio for the volume electric charge density from the scalar product of wave vector and volume density of conduction current, divided by the circular wave frequency. The condition for vanishing the volume electric charge density is the requirement for the wave vector of a plane harmonic wave to be mutually orthogonal to the volume density of the vector field of conduction current. The paper shows that the "material" second-rank tensors (conductivity and dielectric permittivity tensors) proportionality to each other enables us to use the rotor system of equations of classical electrodynamics. The proportionality condition is satisfied if the quadrics of the material tensors of anisotropic medium (ellipsoids) are similar to each other and similarly arranged.

References

1. Kugushev A.M., Golubeva N.S., Mitrokhin V.N. Osnovy radioelektroniki. Elektrodinamika i rasprostranenie radiovoln. *Izdatel'stvo MGTU im. N.E. Baumana = The Bauman University Publishing House*. Moscow, 2001. 368 p. [In Russian]

2. Golubeva N.S., Mitrokhin V.N. Osnovy radioelektroniki sverkhvysokikh chastot. *Izdatel'stvo MGTU im. N.E. Baumana = The Bauman University Publishing House*. Moscow, 2006. 488 p. [In Russian]
3. Shalashov A.G., Gospodchikov E.D. O strukture uravnenii Maksvella v oblasti lineinogo vzaimodeistviia elektromagnitnykh voln v plavnoneodnorodnykh anizotropnykh i girotropnykh sredakh. *Uspekhi fizicheskikh nauk = Advances in Physical Sciences*. 2012. Vol. 182. No. 2. P. 157-171. [In Russian]
4. Ignatovich F.V., Ignatovich V.K. Optika anizotropnykh sred [Optics of Anisotropic Media]. *Uspekhi fizicheskikh nauk = Advances in Physical Sciences*. 2012. Vol. 182. No. 7. P. 759-771. [In Russian]
5. Shalashov A.G., Gospodchikov E.D. Impedansnyi metod resheniia zadach rasprostraneniia elektromagnitnykh voln v anizotropnykh i girotropnykh sredakh. *Uspekhi fizicheskikh nauk = Advances in Physical Sciences*. 2011. Vol. 181. No. 2. P. 151-172. [In Russian]
6. Pavlenko Iu.G., Seliverstov A.V. Elektromagnitnye volny v anizotropnoi i girotropnoi sredakh. Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. *Fizika = Physics*. 2008. Vol. 51. No. 3. P. 82-86. [In Russian]
7. Vasilenko D.L., Kalintsev S.V., Ianushkevich V.F. Modelirovanie vzaimodeistviia elektromagnitnykh voln s anizotropnoi sredoi. *Vestnik kibernetiki = Herald of Cybernetics*. 2005. No. 4. P. 96-102. [In Russian]
8. Kondrat'ev I.G., Smirnov A.I. Nekotorye osobennosti elektrodinamiki anizotropnykh metamaterialov. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Radiofizika = Radiophysics and Quantum Electronics*. 2005. Vol. 48. No. 2. P. 152-158. [In Russian]
9. Gladyshev V.O., Gladysheva T.M., Dashko M., Podguzov G.V., Trofimov N., Sharandin E.A. Anizotropiia prostranstva skorostei elektromagnitnogo izlucheniia v dvizhushchikhsia sredakh. *Giperkompleksnye chisla v geometrii i fizike = Hypercomplex Numbers in geometry and Physics*. 2006. Vol. 3. No. 6-2. P. 175-189. [In Russian]
10. Zaboronkova T.M., Iashina N.F. Rasseianie elektromagnitnykh voln na anizotropnykh ploskikh strukturakh. *Trudy NGTU im. R.E. Alekseeva = Transactions of NNSTU n.a. R.E. Alekseev*. 2015. No. 2(109). P. 149-154. [In Russian]
11. Makarov V.P., Rukhadze A.A. Obrashchennoe (otritsatel'noe) prelomlenie elektromagnitnoi volny v anizotropnoi srede. *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki = Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2006. Vol. 130. No. 3. P. 409-414. [In Russian]
12. Ianushkevich V.F., Kremenia K.I. Analiz dvukhvolnovogo vzaimodeistviia elektromagnitnykh voln s anizotropnymi sredami nad uglevodorodnymi zalezhami. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-tekhnichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Series of physical-technical sciences*. 2015. No. 2. P. 111-115. [In Russian]
13. Ianushkevich V.F. Modelirovanie fizicheskikh protsessov v anizotropnoi srede v rezhime dvukhchastotnogo vzaimodeistviia. *Vestnik Polotskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriia S. Fundamental'nye nauki = Herald of Polotsk State University. Series C, Fundamental sciences*. 2013. No. 4. P. 12-17. [In Russian]

14. Ianushkevich V.F., Kalintsev S.V., Kremenia K.I., Zaiats E.Iu. Primenenie modulirovannykh signalov dlia poiska anizotropnykh sred plazmopodobnogo tipa. *Vestnik Polotskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriia S. Fundamental'nye nauki = Herald of Polotsk State University. Series C, Fundamental sciences*. 2015. No. 4. P. 60-65. [In Russian]
15. Zhirnov S.V., Sementsov D.I. Poverkhnostnye elektromagnitnye volny na granitse anizotropnogo sverkhprovodnika. *Fizika volnovykh protsessov i radiotekhnicheskie sistemy = Physics of wave processes and radio engineering systems*. 2007. Vol. 10. No. 2. P. 27-32. [In Russian]
16. Gevorkian E.A. K teorii rasprostraneniia elektromagnitnykh voln v volnovode s magnitoaktivnym anizotropnym modulirovannym zapolneniem. *Radiotekhnika i elektronika = Journal of Communications Technology and Electronics*. 2008. Vol. 53. No. 5. P. 565-569. [In Russian]
17. Rybachek S.T., Ivanov V.I., Lutchenko L.N., Perel' M.V., Senina V.L., Stesik O.L. Rasprostranenie radiovoln ot antenn v neodnorodnoi anizotropnoi ionosfere v nereguliarnyi sfericheskii volnovod. Research report No. 94-02-05550 (Russian Foundation for Basic Research). [In Russian]
18. Gavrilenko V.G., Semerikov A.A., Aistov A.V. Issledovanie statisticheskikh kharakteristik izlucheniia v anizotropno pogloshchaiushchikh turbulentnykh sredakh. Research report No. 97-02-16228 (Russian Foundation for Basic Research). [In Russian]
19. Akhobadze G.N. Izmerenie geometricheskikh razmerov izdelii na osnove elektromagnitnykh voln v anizotropnoi srede. *Sovremennoe sostoianie estestvennykh i tekhnicheskikh nauk = Current status of the natural sciences and engineering*. 2015. No. XIX. P. 58-66. [In Russian]
20. Landau L.D., Lifshits E.M. Teoreticheskaia fizika. In 10 volumes. Vol. 8. Elektrodinamika sploshnykh sred. *Fizmatlit*. Moscow, 2005. 656 p. [In Russian]
21. Sivukhin D.V. Obshchii kurs fiziki. Vol. 4. Optics. *Fizmatlit*. Moscow, 2005. 792 p. [In Russian]
22. Akhmanov S.A., Nikitin S.Iu. Fizicheskaia optika. Uchebnik [Physical optics. Textbook]. *Izdatel'stvo MGTU im. N.E. Baumana = The Bauman University Publishing House*. Moscow, 2004. 654 p. [In Russian]
23. Nikol'skii V.V., Nikol'skaia T.M. Elektrodinamika i rasprostranenie radiovoln. Uchebnoe posobie dlia VUZov. *Editorial URSS*. Moscow, 2015. 544 p. [In Russian]
24. Silin V.P., Rukhadze A.A. Elektromagnitnye svoistva plazmy i plazmopodobnykh sred. *Editorial URSS*. Moscow, 2013. 248 p. [In Russian]
25. Ginzburg V.L. Rasprostranenie elektromagnitnykh voln v plazme. *GIFML*. Moscow, 1967. 684 p. [In Russian]
26. Feinberg E.L. Rasprostranenie radiovoln vdol' zemnoi poverkhnosti. *GIFML*. Moscow, 1999. 496 p. [In Russian]
27. Born M., Vol'f E. Osnovy optiki [Basics of optics]. *GIFML*. Moscow, 1970. 856 p. [In Russian]