Наука и Образование
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Сетевое научное издание
ISSN 1994-0408

Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2016. № 09. С. 138–154.

DOI: **10.7463/0916.0846277**

Представлена в редакцию: 04.08.2016
Исправлена: 18.08.2016

© МГТУ им. Н.Э. Баумана

УДК 539.3

Аналитическое определение длины района локальной пластической деформации (шейки) при растяжении широкой металлической пластины

Уваров А. И.[1,*]

[*]uvrandiv@sandy.ru

[1]Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева, Нижний Новгород, Россия

Разработана аналитическая модель начала процесса локального деформирования (образования шейки) в растягиваемой пластической пластине при плоской деформации. Использован кинематический метод теории предельного равновесия. Найдено локальное поле скоростей перемещений, соответствующее такой же величине растягивающей нагрузки, что и при равномерном деформировании. Полученное решение имеет признаки точного решения. При этом размер района локального деформирования вдоль поверхности пластины равен двум её толщинам. Недеформируемые области отделены четырьмя плоскостями, наклонёнными под углом 45 градусов к срединной плоскости, что подтверждается результатами численного моделирования. Показано, что для разупрочняющегося материала при локальном деформировании поглощается меньше энергии, чем при равномерном деформировании.

Ключевые слова: локальная деформация. шейка, пластичность, плоская деформация

Введение

В различных областях техники элементы конструкций проектируются с целью обеспечить поглощение энергии при столкновениях [1], [2], [3], [4].. Критерием эффективности материала, используемого для изготовления энергопоглощающих элементов, может служить энергия, поглощаемая единицей объёма материала, которая равна площади диаграммы напряжение – относительное удлинение, получаемой при механических испытаниях образцов на растяжение [5].

Разрушению растягиваемого образца из металлических сплавов предшествует образование района локального деформирования (шейки). Энергию, поглощаемую материалом образца, можно разделить на энергию равномерного деформирования и энергию деформации в шейке. Доля энергии, поглощаемой в шейке, зависит от соотношения размеров образца, формы образца и при определении энергопоглощающей способности материалов её целесообразно отделить и учитывать площадь диаграммы при равномерном деформировании до образования шейки, когда деформации одинаковы во всём объёме материала.

Знание длины района локального деформирования поможет определять величину равномерного остаточного удлинения, основываясь на данных сертификата на материал, который, как правило, содержит величину остаточного удлинения образца вместе с шейкой.

Экспериментальное исследование возможности прогнозирования места разрушения при пластическом растяжении проведено в работе [6]. В работе [7] исследовано влияние структуры кристаллической решётки на локализацию пластической деформации.

Известно аналитическое решение задачи о напряжённом состоянии в шейке круглого образца[8]..Исходными данными для расчётов при этом служат геометрические параметры: диаметр шейки и радиус кривизны её контура, получаемые в эксперименте, то есть *расчёту должны предшествовать испытания образцо*в.

Целью настоящей работы является *расчётное определение размера района локальных деформаций (шейки) в начальный период её возникновения*.

Тонкостенные элементы конструкций типа пластин, доля которых в общей массе конструкций может быть значительна, могут испытывать растяжение в одном направлении [9]. При этом элементы материала могут находиться в плоском деформированном состоянии.

В настоящей работе рассмотрено образование шейки при плоской деформации.

1 Построение аналитической модели локального деформирования

Рассмотрим прямоугольную пластину толщины h длины L *бесконечно большой ширины* из идеально – жесткопластического материала с пределом текучести σ_T, нагруженную растягивающей нагрузкой величины $p\left[\frac{сила}{длина}\right]$ (на единицу ширины), направленной параллельно коротким кромкам и срединной поверхности пластины. Найдём значение нагрузки p, соответствующее началу пластической деформации (*предельную нагрузку*). *Используем кинематический метод теории предельного равновесия*. [10]

Будем полагать, что перемещения точек материала пластины в направлении, параллельном длинным кромкам, отсутствуют, то есть имеет место *плоская деформация.*

На приведённых ниже рисунках показаны *сечения пластины плоскостью, перпендикулярной срединной плоскости и параллельной коротким кромкам*.

Ось Z прямоугольной системы координат XYZ расположена в срединной плоскости и параллельна коротким кромкам, ось X перпендикулярна срединной плоскости. Ось Y параллельна длинным кромкам (перпендикулярна плоскости рисунков). u,v,w - перемещения точек материала в направлениях осей X,Y,Z соответственно.

Вначале рассмотрим простейший случай равномерного деформирования, с которым далее сопоставим разработанную модель локального деформирования

1.1 Равномерное деформирование

Пусть все элементы пластины испытывает одинаковое удлинение в направлении действия нагрузки (вдоль оси Z) во всём объёме.

Пусть δ - бесконечно малое относительное перемещение краёв пластины при растяжении нагрузкой p (см. рис.1).

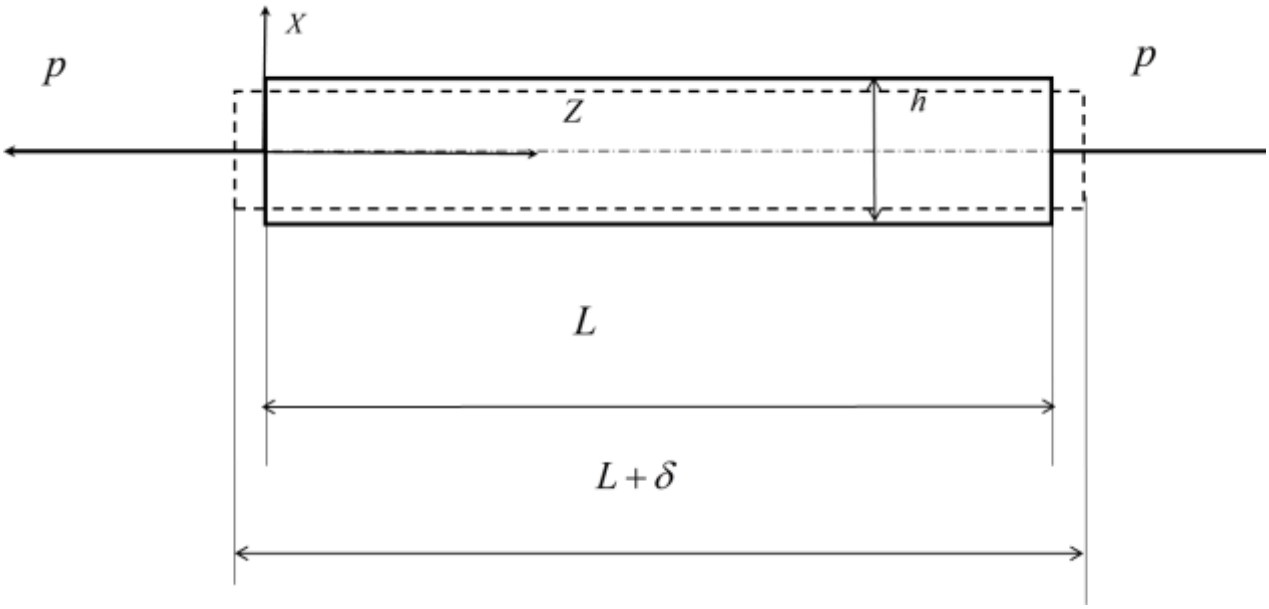


Рис.1. Схема равномерного деформирования

Относительное удлинение в направлении оси Z во всех точках пластины равно:

$$\varepsilon_z = \varepsilon = \frac{\delta}{L}.$$

При плоской деформации $\varepsilon_y = 0$. Тогда, при $\varepsilon_z = \varepsilon$,из условия сохранения объёма следует: $\varepsilon_x = -\varepsilon$.

Предположим, что напряжения в направлении перпендикулярном срединной плоскости пластины отсутствуют: $\sigma_x = 0$. Тогда *все элементы пластины находятся в плоском напряжённом состоянии*. При этом условию текучести Треска-Сен-Венана будут соответствовать (не противоречить) напряжения $\sigma_z = \sigma_T; \sigma_y = 0$ (в более общей форме $0 \le \sigma_y \le \sigma_T$).

Диссипация энергии в единице объёма пластины:

$$d = \varepsilon \cdot \sigma_T = \frac{\delta}{L} \cdot \sigma_T$$

Диссипация энергии в объёме пластины на единицу ширины:

$$D = d \cdot (h \cdot L \cdot 1) = \frac{\delta}{L} \cdot \sigma_T \cdot (h \cdot L \cdot 1) = h \cdot \sigma_T \cdot \delta$$

Работа внешней нагрузки (на единицу ширины пластины):

$$A = p \cdot \delta$$

Дифференцируя по параметру δ и приравнивая мощность внешней нагрузки мощности диссипации, находим величину предельной нагрузки для равномерного деформирования:

$$p_{пред} = p_L = h\sigma_T \qquad (1)$$

Поскольку удовлетворяется условие текучести, и все элементы находятся в равновесии, то полученное решение можно считать точным.

1.2 Локальное деформирование. Общее описание модели

Предположим, что деформации происходят только в части пластины длины l, остальной материал остаётся недеформируемым (см. рис.2).

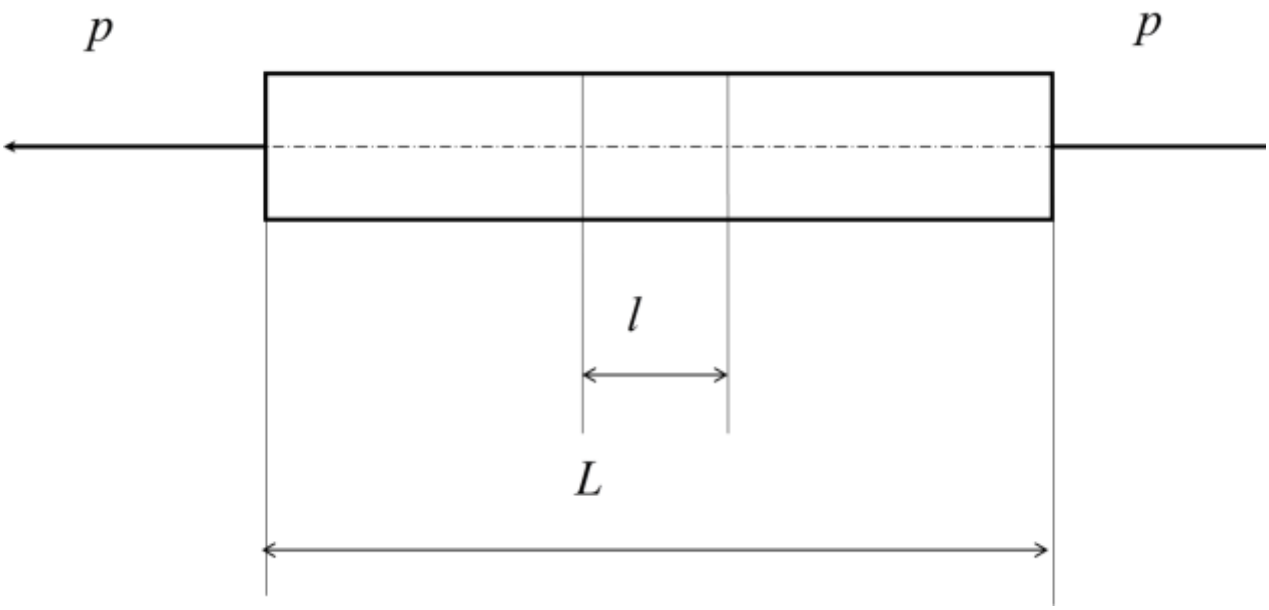


Рис.2. Расположение локального района деформирования.

Предположим, что при локализации деформаций (образовании шейки) деформации распределяются неравномерно по деформируемому объёму, уменьшаясь от срединной поверхности к наружным поверхностям и от середины шейки к её краям. Данное предположение основано на результатах конечно элементного моделирования и известных экспериментальных данных об образовании трещины внутри растягиваемого образца. [10].

Данному предположение соответствует рассмотренный далее *однопараметрический кинематический механизм*, который определяет различную деформацию в разных областях объёма шейки. (Единственным параметром, определяющим поле перемещений, является длина деформируемого района l.) Деформируемые области отделены друг от друга и от недеформируемого района плоскостями.

Пусть локальный объём деформирования состоит из трёх областей: одной внутренней (средней) и двух одинаковых внешних (крайних) областей, примыкающих к недеформируемым внешним областям тела. Внутренняя (средняя) область деформирования испытывает вдвое большее удлинение (в направлении векторов нагрузки), чем внешние области деформирования (см. рис.3)..

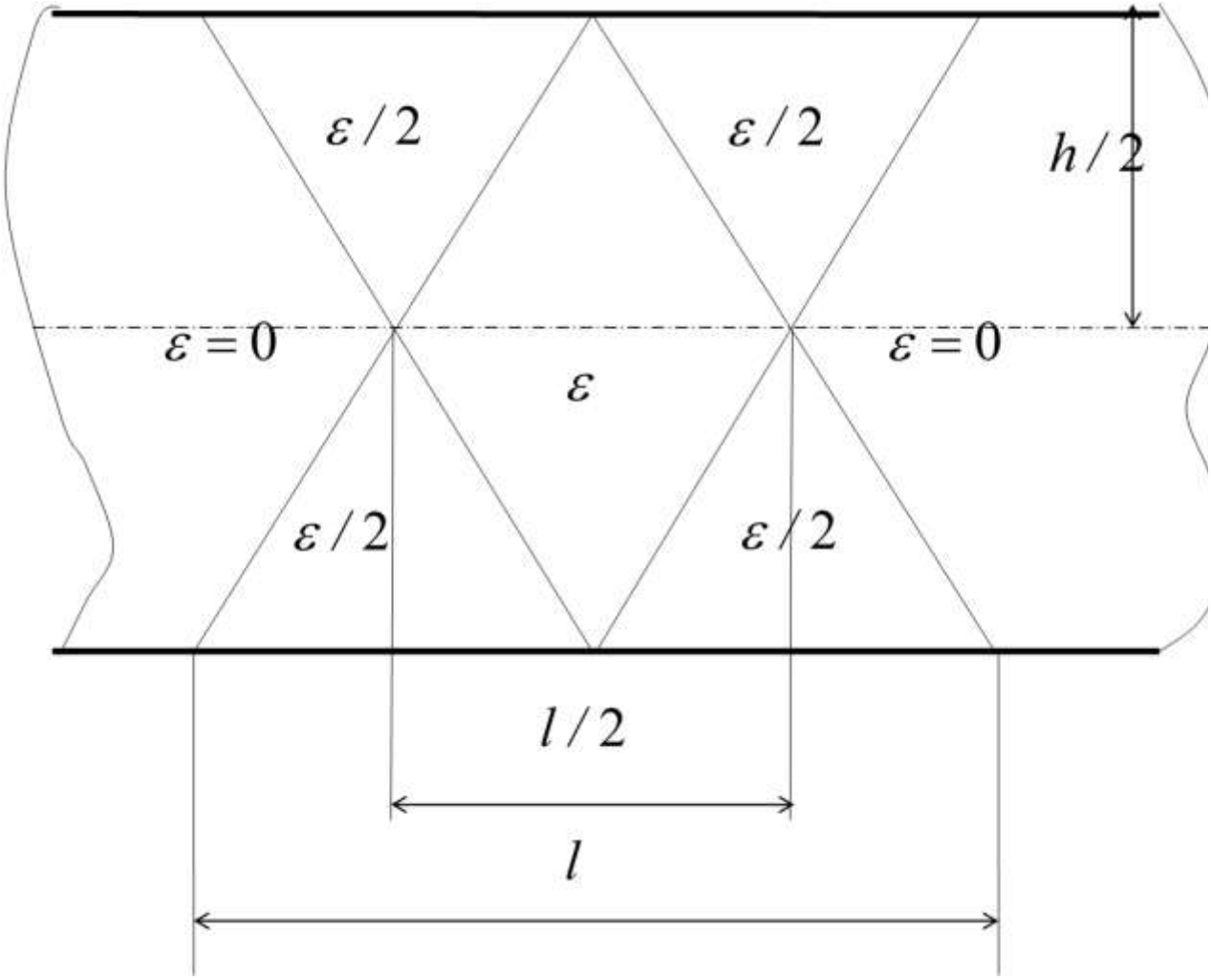


Рис.3. Расположение областей деформирования с разным удлинением.

Деформируемый объём имеет следующие особенности.

Внутренняя область деформирования испытывает линейную деформацию величины ε в направлении действия нагрузки. Сечение данной области имеет форму ромба с диагоналями h и $l/2$. Её объём (на единицу ширины пластины) равен:

$$V_\varepsilon = \frac{1}{2} h \frac{l}{2} = \frac{lh}{4}$$

Две внешние области деформирования испытывает линейную деформацию вдвое меньшей величины $\varepsilon/2$. Сечение каждой из них имеет форму двух одинаковых равно-

бедренных треугольников с высотой $h/2$ и основанием $l/2$.. Суммарный объём двух внешних областей (на единицу ширины пластины) равен:

$$V_{\varepsilon/2} = 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \frac{l}{2} \frac{h}{2} = \frac{lh}{2}$$

К внешним областям деформирования примыкают **недеформируемые части** пластины, в которых деформации отсутствуют $\varepsilon = 0$ (см. рис.3)..

Пусть недеформируемые части пластины под действием нагрузки p получили малое взаимное перемещение величины δ. Положение границ деформированных областей при этом показано на рис. 4.

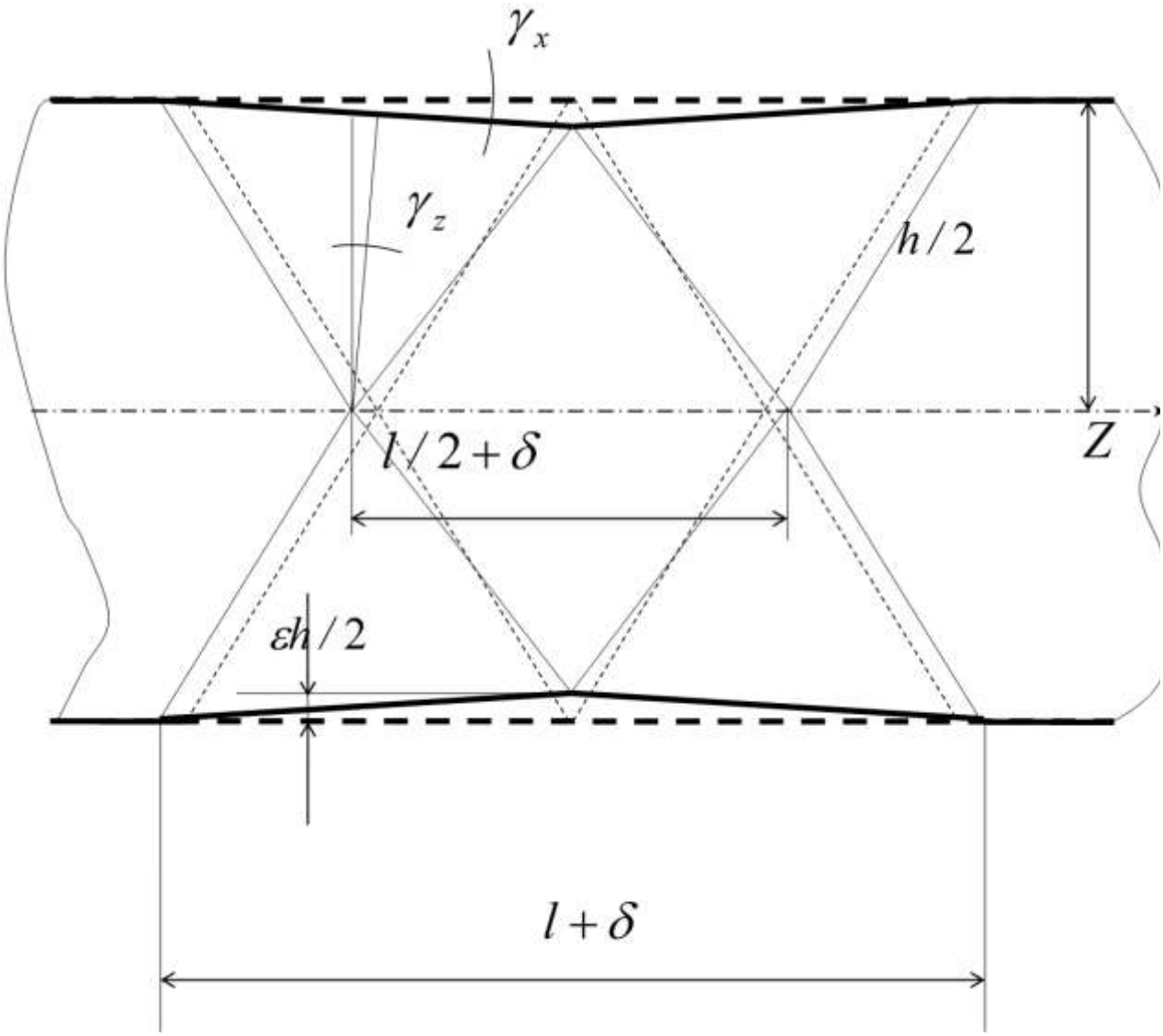


Рис.4. Положение деформированных границ деформированных областей и сдвиговая деформация в наружных областях деформирования.

Сплошными линиями показаны новые положения контуров областей в деформированном состоянии.

Все элементы внутренней области деформирования испытают удлинение в продольном направлении величины $\varepsilon_z = \varepsilon = \frac{2\delta}{l}$, а элементы внешних областей деформирования испытают удлинение величины $\varepsilon_z = \frac{\varepsilon}{2} = \frac{\delta}{l}$, а также сдвиговую деформацию. Суммарный угол сдвига во внешних областях (см. рис.4): $\gamma = \gamma_x + \gamma_z$

$$\gamma_x = \frac{\varepsilon h/2}{\frac{l}{2}} = \frac{\varepsilon h}{l} \quad \gamma_z = -\frac{\frac{\varepsilon}{2}\frac{l}{4}}{h/2} = -\frac{\varepsilon l}{4h}$$

Тогда

$$\gamma = \gamma_x + \gamma_z = \frac{\varepsilon h}{l} - \frac{\varepsilon l}{4h} = \varepsilon\left(\frac{h}{l} - \frac{l}{4h}\right) = \frac{2\delta}{l}\left(\frac{h}{l} - \frac{l}{4h}\right)$$

Предположим, что продольные нормальные и касательные напряжения равны максимально возможным: $\sigma_z = \sigma_T; \tau_{xz} = \frac{\sigma_T}{2}$, что соответствует приближённой поверхности текучести, *описанной вокруг точной* поверхности текучести $\sigma_z^2 + 4\tau_{xz}^2 = \sigma_T$.

Тогда диссипация энергии в деформируемом объёме будет равна:

$$D = V_\varepsilon \sigma_T \varepsilon + V_{\varepsilon/2}\sigma_T \frac{\varepsilon}{2} + V_{\varepsilon/2}\frac{\sigma_T}{2}|\gamma| =$$

$$= \frac{lh}{4}\sigma_T \frac{2\delta}{l} + \frac{lh}{2}\sigma_T \frac{\delta}{l} + \frac{lh}{2}\frac{\sigma_T}{2}\frac{2\delta}{l}\left|\left(\frac{h}{l} - \frac{l}{4h}\right)\right| = h\sigma_T\delta\left(1 + \frac{1}{2}\left|\left(\frac{h}{l} - \frac{l}{4h}\right)\right|\right)$$

Здесь угол сдвига γ взят по модулю, поскольку он меняет знак, а работа касательных напряжений всегда положительна.

Работа внешней нагрузки: $A = p\delta$. Приравнивая работу внешней нагрузки мощности диссипации и дифференцируя обе части равенства по параметру δ, найдём значение предельной нагрузки:

$$p = h\sigma_T\delta\left(1 + \frac{1}{2}\left|\left(\frac{h}{l} - \frac{l}{4h}\right)\right|\right)$$

Выражение во внутренних скобках равно нулю ($\gamma = 0$) при $l = 2h$, при этом нагрузка минимальна и равна

$$p = p_{пред} = p_l = h\sigma_T, \quad (2)$$

Сопоставляя с (1) и (2),заключаем, что $p_l = p_L = h\sigma_T$ - ***предельная нагрузка для локального деформирования пластины равна предельной нагрузке для равномерного деформирования***.

1.3 Локальное деформирование. Детальное рассмотрение найденного поля перемещений.

Рассмотрим полученное приближённое решение для локального деформирования более подробно. Начало отсчёта поместим в левой точке пересечения линий (плоскостей) разграничивающих три области: $\varepsilon_z = 0$, $\varepsilon_z = \varepsilon/2$, $\varepsilon_z = \varepsilon$ (см. рис.5).

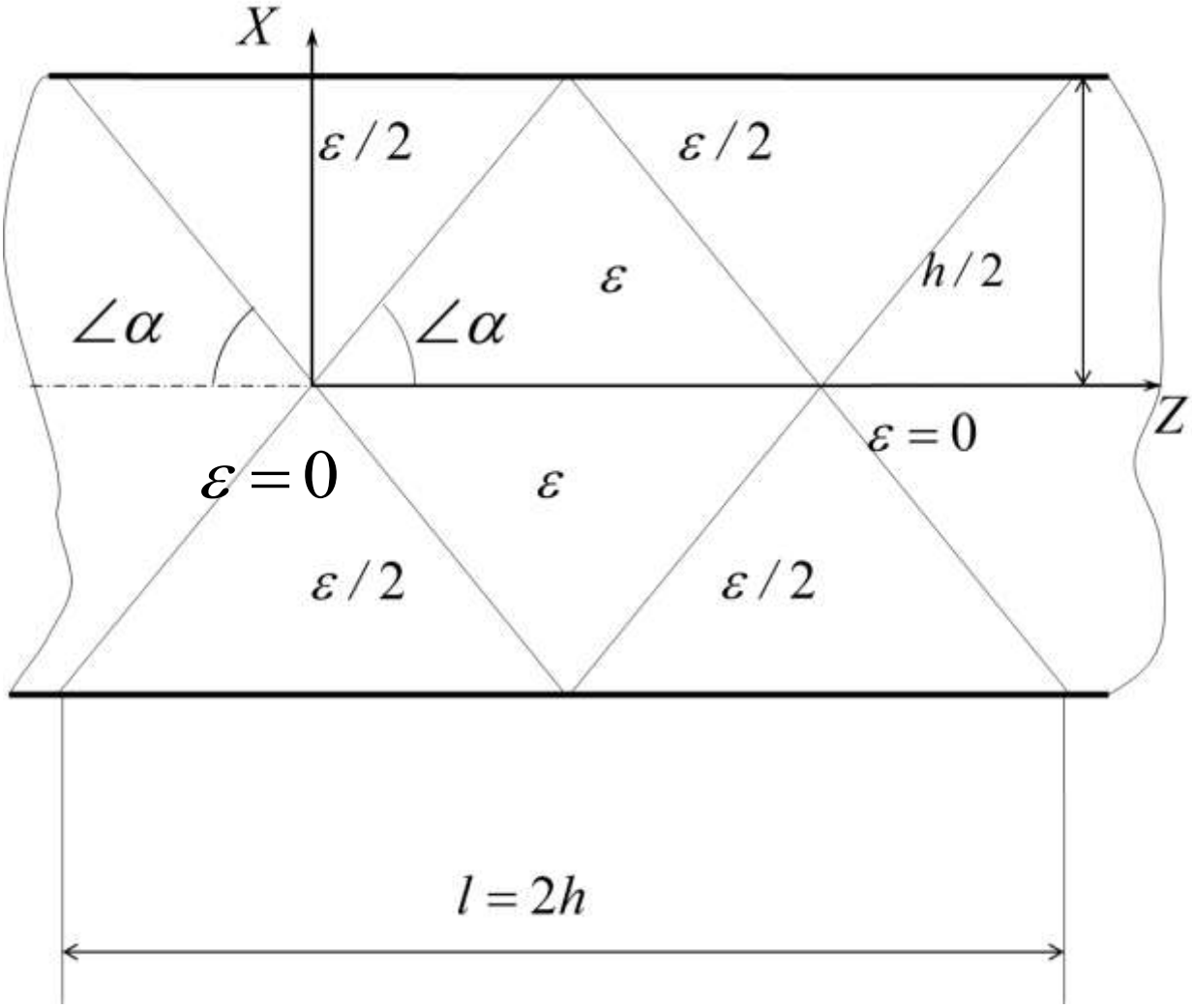


Рис5. Расположение системы координат для описания поля перемещений в левой половине района локального деформирования (шейки).

Поле (скоростей) перемещений для левой половины деформируемого района (шейки) (для $-\frac{l}{2} \le x \le \frac{l}{2}$ при данном расположении системы координат) зададим в следующем виде.

Границы областей.

Уравнение прямой (следа плоскости), отделяющей область $\varepsilon_z = 0$ от области $\varepsilon_z = \varepsilon/2$:

$$x = -2\frac{h}{l}z \qquad (3)$$

Уравнение прямой (следа плоскости), отделяющей область $\varepsilon_z = \varepsilon/2$ от области $\varepsilon_z = \varepsilon$:

$$x = 2\frac{h}{l}z \qquad (4)$$

Для внутренней области $\varepsilon_z = \varepsilon$.

Перемещения u вдоль оси X и перемещения w вдоль оси Z:

$$u = -\varepsilon x$$

$$w = \varepsilon z$$

Данному полю (скоростей) перемещений соответствует следующее поле (скоростей) деформаций для области $\varepsilon_z = \varepsilon$:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -\varepsilon$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = \varepsilon$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

Условие постоянства объёма:

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = -\varepsilon + 0 + \varepsilon = 0$$

Для внешних областей $\varepsilon_z = \varepsilon/2$.

Перемещения u вдоль оси X и перемещения w вдоль оси Z:

$$u = -\frac{\varepsilon}{2}\left(x + 2\frac{h}{l}z\right)$$

$$w = \frac{\varepsilon}{2}\left(\frac{1}{2}\frac{l}{h}x + z\right)$$

Данному полю (скоростей) перемещений соответствует следующее поле (скоростей) деформаций:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\varepsilon}{2}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\varepsilon}{2}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\varepsilon h}{l} + \frac{\varepsilon l}{4h}$$

Условие постоянства объёма:

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = -\frac{\varepsilon}{2} + 0 + \frac{\varepsilon}{2} = 0$$

При этом при $\gamma_{xz} = 0$

$$l = 2h.$$

Перемещения на границе с внутренней областью $\varepsilon_z = \varepsilon$ для (4):

$$u = -\frac{\varepsilon}{2}(x + 2\frac{h}{l}z) = -\frac{\varepsilon}{2}(x + 2\frac{h}{l}\frac{l}{2h}x) = -\varepsilon x$$

$$w = \frac{\varepsilon}{2}(\frac{1}{2}\frac{l}{h}x + z) = \frac{\varepsilon}{2}(\frac{1}{2}\frac{l}{h}2\frac{h}{l}z + z) = \varepsilon z$$

Перемещения на границе с недеформируемой областью $\varepsilon_z = 0$ для (3):

$$u = -\frac{\varepsilon}{2}(x + 2\frac{h}{l}z) = -\frac{\varepsilon}{2}(x - 2\frac{h}{l}\frac{l}{2h}x) = 0$$

$$w = \frac{\varepsilon}{2}(\frac{1}{2}\frac{l}{h}x + z) = \frac{\varepsilon}{2}(= \frac{1}{2}\frac{l}{h}2\frac{h}{l}z + z) = 0$$

Для правой половины деформируемого района (шейки) аналогичные соотношения могут быть получены путём помещения системы координат симметрично относительно середины шейки.

Пусть $\angle\alpha$ - угол наклона плоскостей, разграничивающих области деформирования, к срединной плоскости пластины (см. рис.5). *Для* $l = 2h$ *данный угол равен* $\alpha = 45°$. Тогда относительное удлинение вдоль разграничивающих плоскостей вычислим по известной формуле для плоской деформации [11]:

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_z \sin^2\alpha + \varepsilon_x \cos^2\alpha + \gamma_{zx}\sin\alpha\cos\alpha$$

С учётом $\alpha = 45°$ и $\gamma_{xz} = 0$ находим

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_z\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \varepsilon_x\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 0\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Поскольку для всех областей деформирования $\varepsilon_z = -\varepsilon_x$, получаем:

$$\varepsilon_\alpha = 0$$

Следовательно, условие отсутствие угла сдвига между направлениями, перпендикулярном и параллельном срединной поверхности обеспечивает отсутствие деформаций в разграничивающих плоскостях.

Таким образом, *при длине деформируемого района* $l = 2h$ *полученное кинематическим методом приближённое решение имеет следующие особенности:*

- угол сдвига между направлениями, перпендикулярном и параллельном срединной поверхности, равен нулю во всём деформируемом объёме;

- все элементы находятся в плоском напряжённом состоянии;

- поле (скоростей) перемещений непрерывно – на границах различных областей деформирования перемещения одинаковы;

- в плоскостях, разграничивающих разные области деформирования и недеформируемые области, деформации отсутствуют;

- изменение объёма в материале тела отсутствует: $\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0$;

- поле (скоростей) перемещений соответствует условию текучести Треска – Сен-Венана (см. п 1.1) - все элементы пластины находятся в состоянии растяжения напряже-

ниями $\sigma_z = \sigma_T$ аналогично случаю равномерного деформирования и выполняются условия равновесия как внутренних элементов, так и нагруженных внешней нагрузкой.

Данные особенности в совокупности являются признаками точного решения задачи об определении предельной нагрузки.

Следовательно, одинаковой предельной нагрузке $p_{пред} = h\sigma_T$ ***соответствуют два различных поля (скоростей) перемещений***: ***равномерное и локальное, для которого поле (скоростей) перемещений определяется зависимостями п.1.3.***

2. Условие локализации деформаций

Для *материала с упрочнением* можно провести *следующие рассуждения*.

Рассмотрим часть тела (пластины) малой длины в середине внутренней области *локального деформирования*. Предположим, (пренебрегая неравномерностью распределения деформаций в сколь угодно малых верхней и нижней периферийных областях рассматриваемой части пластины) что нормальные напряжения от растягивающей силы равномерно распределены по поперечному сечению площади A (равной произведению толщины пластины на её длину):

$$P = \sigma A$$

Пусть растягивающая сила получила приращение dP, что вызвало равномерное удлинение тела на величину $d\varepsilon$. Тогда:

$$dP = Ad\sigma - \sigma dA$$

Первое слагаемое есть рост внутреннего усилия, вызванный увеличением напряжения на величину $d\sigma$, второе слагаемое есть уменьшение внутреннего усилия, вызванное уменьшением площади поперечного сечения на величину dA. Здесь $d\varepsilon$ - бесконечно малое удлинение в момент начала рассмотрения, σ - напряжение в момент начала рассмотрения.

Будем полагать, что рассматриваемая часть тела испытывает пластическую деформацию и её объём сохраняется. При этом

$$dA = Ad\varepsilon$$

Тогда

$$dP = Ad\sigma - \sigma Ad\varepsilon$$

Считая нормальное напряжение функцией относительного удлинения, запишем

$$d\sigma = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} d\varepsilon$$

Тогда

$$dP = A\frac{d\sigma}{d\varepsilon} d\varepsilon - \sigma Ad\varepsilon = A(\frac{d\sigma}{d\varepsilon} - \sigma)d\varepsilon$$

Если $d\varepsilon$ положительно, то условием увеличения (положительного приращения) внутреннего усилия будет неравенство

$$(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}-\sigma)>0$$

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon}>\sigma$$

Если $(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}-\sigma)<0$, то, при положительном $d\varepsilon$, dP отрицательно и пропорционально $d\varepsilon$

Данные рассуждения применимы также для *равномерного* деформирования пластины целиком и приведены в [9] для растягиваемого цилиндрического образца, где *из условия уменьшения внутреннего усилия делается вывод о неустойчивости пластической деформации при дальнейшем растяжении, которое проявляется локализацией деформации.* Отметим, что в данном рассуждении рассматривается только равномерная деформация цилиндрического объёма, а понятие локальной деформации отсутствует.

Найденное решение о локальном деформировании позволяет провести следующие *рассуждения, доказывающие необходимость локализации деформаций* (образования шейки) при растяжении.

Полагая при равномерном деформировании $d\varepsilon=\frac{\delta}{L}$, получим:

$$dP=A(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}-\sigma)\frac{\delta}{L}$$

Полагая при локальном деформировании $d\varepsilon=\frac{2\delta}{l}=\frac{\delta}{h}$, получим:

$$dP=A(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}-\sigma)\frac{\delta}{h}$$

Из данных соотношений следует, что *модуль* dP *при локальном деформировании в* $\frac{L}{h}$ *раз больше, чем при равномерном.*

Если $(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}-\sigma)>0$, то меньшее значение усилия $P+dP$ (*а, следовательно, и поглощённой энергии*) имеет место при *равномерном* деформировании, если $(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}-\sigma)<0$, то меньшее значение $P+dP$ имеет место при *локальном* деформировании.

Тогда на основании принципа минимума полной энергии заключаем, что при $(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}-\sigma)>0$ (материал упрочняется) предпочтительным является равномерное деформирование, а при $(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}-\sigma)<0$ (материал разупрочняется) - локальное.

Существование локального поля скоростей, соответствующего той же величине предельной нагрузки, что и при равномерном деформировании, делает критерий уменьшения нагрузки $(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}-\sigma)<0$ ***критерием образования района локальных дефор-***

маций (шейки). Если металл разупрочняется, то локальное деформирование требует меньшего усилия, чем равномерное.

3. Результаты конечно элементного моделирования

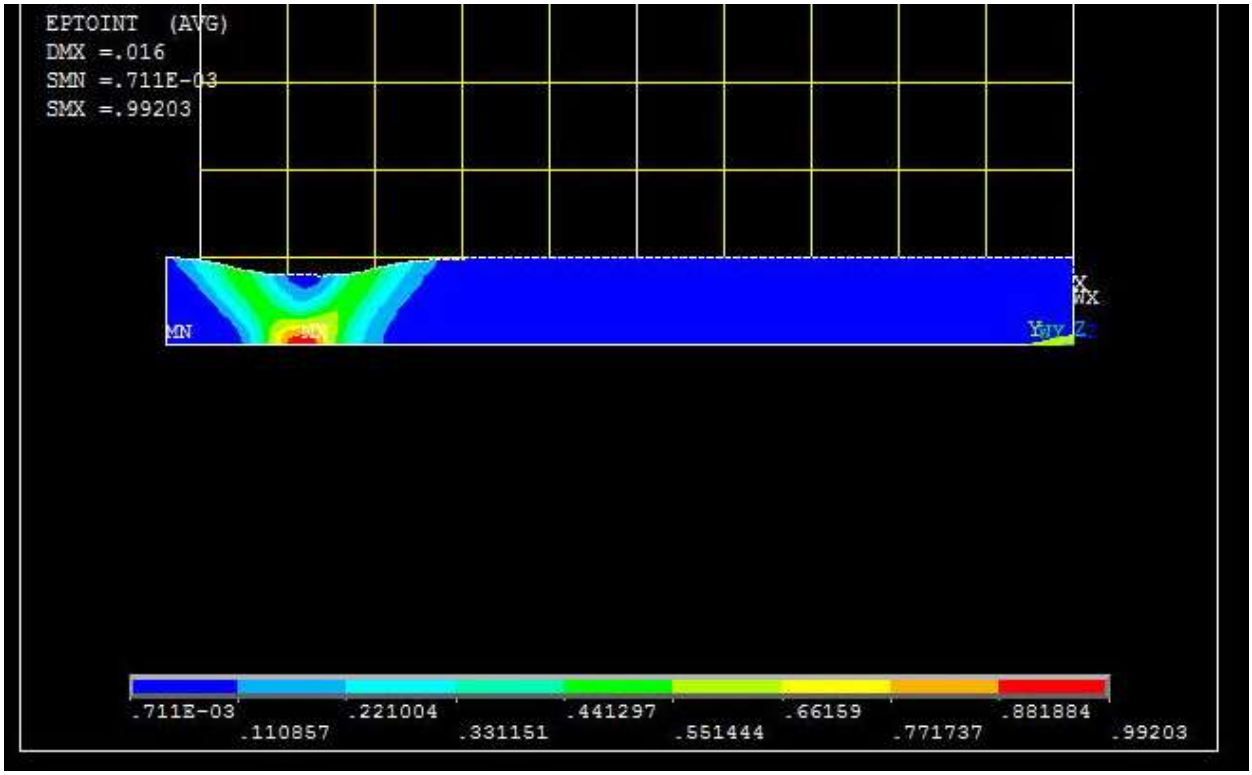


Рис.6. Распределение интенсивности деформаций в материале растягиваемой пластины при локализации деформаций по результатам конечно-элементного моделирования.

На рис.6 приведены результаты конечно элементного моделирования. На рисунке показана верхняя половина сечения пластины. В расчёте учтены геометрическая и физическая нелинейности. Приведённая на рисунке форма соответствует общему относительному удлинению 4%. Соотношение размеров пластины $\frac{L}{h} = 5$. Материал – пластический с билинейной зависимостью напряжений от деформаций. Модуль Юнга равен 200000МПа, предал текучести 200МПа, модуль упрочнения 20МПа.

В расчёте, результаты которого приведены на рис 6, можно отметить близость к приведённому выше аналитическому решению по длине района локальных деформаций (смещён к левому краю) и распределению деформаций по материалу пластины. Отметим особо, что *угол наклона плоскостей, отграничивающих недеформируемую область близок к 45 градусам*.

Заключение

Для случая растяжения пластичной пластины при плоской деформации:

1. найдено поле скоростей локального деформирования, согласованное с условием текучести и соответствующее той же величине предельной нагрузки, что и при равномерном деформировании;
2. установлено, что размер района локального деформирования по наружным поверхностям в направлении растяжения в начале его образования равен двум толщинам пластины;
3. установлено, что недеформируемые внешние области отделены от шейки четырьмя плоскостями, наклонёнными под углом 45 градусов к срединной плоскости пластины;
4. показано, что для разупрочняющегося материала меньшее количество энергии поглощается при локальном деформировании, для упрочняющегося – при равномерном.

Список литературы

1. Ефремов А.К. Системы защиты от ударных воздействий // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 11. С. 344-369. DOI: 10.7463/1115.0817507
2. Петухов В.Н. Корпус судна с защитой отсека при столкновении с другим судном. Патент РФ 2432295, опубликован 27.10.2011г.
3. Правила классификации и постройки атомных судов и плавучих сооружений. СПб.: 2012. 151 с.
4. Петров Ю.А., Макаров В.П., Колобов А.Ю., Алешин В.Ф. Посадочные устройства космических аппаратов (КА) на основе пенопластов и сотоблоков // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2010. № 4. Режим доступа: http://technomag.edu.ru/doc/141542.html (дата обращения 18.08.2016).
5. Малков В.П. Энергоёмкость механических систем. Н. Новгород: Издательство Нижегородского университета, 1995. 258с.
6. Данилов В.И., Орлова Д.В., Зуев Л.Б., Болотина И.О. О локализации пластической деформации на стадии предразрушения и возможности прогнозирования места и времени вязкого разрыва // Журнал технической физики. 2011. Т. 81, № 2. С. 51-57.
7. Данилов В.И., Зуев Л.Б., Летахова Е.В., Орлова Д.В., Охрименко И.А. Типы локализации пластической деформации и стадии диаграмм нагружения металлических материалов с различной кристаллической структурой // Прикладная механика и техническая физика. 2006. № 2. С. 176-184.
8. Давиденков Н.Н., Спиридонова Н.И. Анализ напряжённого состояния в шейке растянутого образца // Заводская лаборатория. 1945. Т. 11, № 6. С. 583-593.
9. Уваров А.И. Пластические деформации оболочечных элементов конструктивной защиты // Научно-технич. сборник «Судостроительная промышленность». Сер.: Проектирование судов. 1986. № 3. С. 43-48. Ленинград, ЦНИИ "Румб”.

10. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение,1975. 400 с.
11. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов: Учебное пособие. М.: Наука, 1986. 560 с.

Science & Education of the Bauman MSTU
Electronic journal
ISSN 1994-0408

Science and Education of the Bauman MSTU, 2016, no. 09, pp. 138–154.

DOI: **10.7463/0916.0846277**

Received: 04.08.2016
Revised: 18.08.2016

© Bauman Moscow State Technical Unversity

Analytically Determined Length of Local Plastic Deformation Area (Neck) of Wide Metal Plate under Tensile Stress

A.I. Uvarov[1,*]

[*]uvrandiv@sandy.ru

[1]Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia

Keywords: local deformation. the neck, plasticity, plane strain

The aim of this work was to determine the local plastic deformation (neck) area size when a sheet construction element is under tensile strength.

The paper considers a process of beginning localization of deformation (formation of the neck) of a plastic plate under tension in conditions of the plane strain state. A kinematic theory method of limit equilibrium is used. An accepted local field of velocities has two regions of deformation, internal and external, with the relative elongations in the elements of the internal region being twice more than in the elements of the external one. The areas of deformation are separated from one another and from non-deformable areas by the inclined planes. Assuming that there is a lack of shear deformations the length of the area of local deformation is determined to be equal to two thicknesses of plate. Thus, the magnitude of the limit tensile load with the local deformation equals to the limit tensile load with the uniform deformation.

A detailed analysis of the velocity field determined has shown that the conditions of the equilibrium and plasticity are satisfied, the displacement field has no breaks, and there are no deformations in delimiting planes. And this is indicative of the exact solution. The numerical simulations have shown a similarity with the analytical solution concerning the length of the area of local deformation and the shape of the boundaries of the non-deformable regions, consisting of four planes inclined to the median plane of the plate at an angle of 45 degrees.

The results can find application when estimating the effectiveness of metal alloys used to manufacture the structural elements designed to absorb mechanical energy.

References

1. Efremov A.K. Systems for the Shock Isolation of Engineering Objects. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2015, no. 11. (in Russian). DOI: 10.7463/1115.0817507

2. Petukhov V.N. *Korpus sudna s zashchitoy otseka pri stolknovenii s drugim sudnom* [Vessel hull with compartment protection in case of collision with another vessel]. Patent RF 2432295, 2011. (in Russian).
3. *Pravila klassifikatsii i postroyki atomnyh sudov i plavuchih sooruzhrniy* [Classification and construction rules for nuclear ships and floating structures]. Sankt-Petersburg, 2012. 151 p. (in Russian).
4. Petrov Y.A., Makarov V.P., Kolobov A.Y., Aleshin V.F. Spacecraft landing gears based on foam plastics and honeycomb blocks. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2010, no. 4. Available at: http://technomag.edu.ru/doc/141542.html (accessed 18.08.2016). (in Russian).
5. Malkov V.P. *Energoemkost' mehanicheskih system* [Energy consumption of mechanical systems]. Nigny Novgorod, UNN Publ., 1995. 258 p. (in Russian).
6. Danilov V.L., Orlova D.V., Zuev L.B., Bolotina I.O. On the localization of plastic strain at the prefailure stage and the possibility of predicting the site and time of ductile rupture. *Zhurnal tehnichescoy fiziki*, 2011, vol. 81, no. 2, pp. 51-57. (in Russian). (English version of journal: *Technical Physics*, 2011, vol. 56, no. 2, pp. 207-213. DOI: 10.1134/S1063784211020095)
7. Danilov V.L., Zuev L.B., Lrtahova E.V., Orlova D.V.,Ohrimenko I.A. Types of localization of plastic deformation and stages of loading diagrams of metallic materials with different crystalline structures. *Prikladnaya mehanika i tehnicheskaya fizika*, 2006, no. 2, pp. 176-184. (in Russian). (English version of journal: *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2006, vol. 47, no. 2, pp. 298-305. (in Russian). DOI: 10.1007/s10808-006-0056-6)
8. Davidenkov N.N., Spiridono0va N.I. Stress state analysis at the neck of stretched sample. *Zavodskaya laborotoriya = Industrial laboratory. Materials diagnostics*, 1945, vol. 11, no. 6, pp. 583-593. (in Russian).
9. Uvarov A.I. [Plastic deformation of structural protection shell elements]. *Nauchno-tehnich. sbornik "Sudostroitelnaya promyslennost". Ser. "Proektirovanie sudov"* [Sci.-tech. collected book "Shipbuilding industry". Ser. "Ship design"]. 1986, no. 3, pp. 43-48. (in Russian).
10. Malinin N.N. *Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti* [Applied theory of plasticity and creep flow]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975. 400 p. (in Russian).
11. Birger I.A., Mavliutov R.R. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. Moscow, Nauka Publ., 1986. 560 p. (in Russian).