Наука и Образование
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Сетевое научное издание
ISSN 1994-0408

Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана.
Электрон. журн. 2016. № 06. С. 97–115.

DOI: **10.7463/0616.0842109**

Представлена в редакцию: 09.05.2016
Исправлена: 23.05.2016

УДК 629.78

Анализ ошибок наведения межпланетного космического аппарата

Сухова С. В.[1,*]

[*]s.sukhova90@gmail.com

[1]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В работе представлен анализ ошибок наведения космического аппарата при прямом межпланетном перелете (без гравитационных маневров). Расчет выполнен с применением метода Монте-Карло и матричного метода Дэнби (матриципанта кеплерова движения). Представлены теоретические основы расчета и подробно описана методика его выполнения. Для примера выполнен анализ ошибок наведения для полета к Марсу и Венере. Определены величины импульсов скорости, необходимых для коррекции ошибок выведения КА на отлетную орбиту и погрешностей выполнения предшествующих маневров. Вычислены параметры эллипсов дисперсии ошибки положения аппарата при входе в сферу действия планеты и величины необходимого запаса импульса для различных значений вероятностей. Примененный алгоритм может быть использован для предварительного анализа ошибок наведения и оценки запаса импульса для промежуточных коррекций.

Ключевые слова: анализ ошибок наведения, межпланетный перелет, матрицант кеплерова движения, метод Монте-Карло

Введение

В данной работе рассматривается анализ влияния ошибок выведения космического аппарата (КА) на отлетную гиперболическую орбиту и неточности выполнения промежуточных маневров на запас импульса скорости, необходимый для коррекции межпланетной траектории перелета, и ошибку положения аппарата на финальном этапе полета.

Ошибка выведения КА зависит от параметров системы управления ракеты-носителя (РН) и разгонного блока (РБ), а также от траектории выведения, и моделируется ковариационной матрицей вектора состояния КА в момент прекращения активного участка полета (момент выключения двигателя РБ). Неточность выполнения маневра моделируется ковариационной матрицей приложенного вектора скорости и зависит от параметров двигательной установки КА.

Анализ выполняется при помощи моделирования погрешностей выведения и ошибок вектора коррекции методом Монте-Карло. Связь между отклонениями вектора состояния КА в различных точках траектории определяется посредством матричного метода Дэнби. Результаты моделирования позволяют оценить ошибку положения КА в момент его входа в сферу действия планеты-цели и необходимый запас импульса скорости. Для примера рассматривается анализ полетов к Венере в 2022 году и к Марсу в 2026 году.

1. Постановка задачи

Целью данной работы является анализ ошибок наведения космического аппарата при прямом межпланетном перелете (без выполнения промежуточных гравитационных маневров), а также определение запаса импульса, необходимого для выполнения промежуточных коррекций.

Задача рассматривается в следующей постановке:

- опорная (номинальная) траектория межпланетного перелета рассчитывается с использованием модели сопряженных конических сечений и средних элементов орбит планет, относящиеся к средним эклиптике и равноденствию эпохи J2000 [1];
- на этапе полета в сфере действия Земли выполняется коррекция ошибки выведения КА ракетой-носителем (ошибки скорости); маневр проводится через несколько дней после старта, когда получено достаточное количество данных о фактической траектории КА;
- ошибка положения КА на околоземном участке полета пренебрежительно мала по сравнению с гелиоцентрическими расстояниями;
- ошибка времени полета КА на околоземном участке полета пренебрежительно мала по сравнению с общим временем полета;
- на этапе полета в сфере действия Солнца выполняется двухимпульсная коррекция параметров орбиты, исправляющая ошибки положения и времени перелета, а также ошибки выполнения предшествующего маневра; время выполнения коррекции выбирается таким образом, чтобы величина маневра была минимальной;
- все корректирующие маневры предполагаются импульсными, то есть изменение вектора скорости КА происходит мгновенно и без изменения его положения в пространстве;
- все корректирующие маневры полагаются неидеальными, то есть фактически выполненный маневр отличается от номинального маневра, скомандованного системой управления.

2. Теоретические основы расчета

Как было указано выше, для проведения анализа применяется моделирование методом Монте-Карло и матричный метод Дэнби, основанный на применении линейной теории возмущений и дифференциальных коррекций [2], [3]. Приведем краткое описание метода Дэнби.

Пусть $\delta\mathbf{s}_1 = \begin{bmatrix} \delta\mathbf{r}_1 \\ \delta\mathbf{V}_1 \end{bmatrix}$, $\delta\mathbf{s}_2 = \begin{bmatrix} \delta\mathbf{r}_2 \\ \delta\mathbf{V}_2 \end{bmatrix}$ - отклонения вектора состояния КА от номинального значения в некоторые моменты времени t_1 и t_2, соответственно. Можно записать соотношение

$$\delta\mathbf{s}_2 = \mathbf{\Omega}(t_2, t_1)\delta s_1 \tag{1}$$

где $\mathbf{\Omega}(t_2, t_1)$ - матрицант кеплерова движения размером 6×6, который можно записать в виде

$$\mathbf{\Omega}(t_2, t_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{L}(t_2, t_1) & \mathbf{M}(t_2, t_1) \\ \mathbf{P}(t_2, t_1) & \mathbf{Q}(t_2, t_1) \end{bmatrix} \tag{2}$$

где $\mathbf{L}(t_2, t_1)$, $\mathbf{M}(t_2, t_1)$, $\mathbf{P}(t_2, t_1)$ и $\mathbf{Q}(t_2, t_1)$ - матрицы размером 3×3, элементы которых зависят от параметров номинальной траектории перелета. Для упрощения вычисления элементов матрицанта, выражение (2) можно представить в виде

$$\begin{gathered} \mathbf{\Omega}(t_2, t_1) = \mathbf{\Omega}(t_2, t_p)\mathbf{\Omega}(t_p, t_1) = \mathbf{\Omega}(t_2, t_p)\mathbf{\Omega}(t_1, t_p)^{-1} \\ \mathbf{\Omega}(t_2, t_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{L}(t_2, t_p) & \mathbf{M}(t_2, t_p) \\ \mathbf{P}(t_2, t_p) & \mathbf{Q}(t_2, t_p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^{\mathrm{T}}(t_1, t_p) & -\mathbf{M}^{\mathrm{T}}(t_1, t_p) \\ -\mathbf{P}^{\mathrm{T}}(t_1, t_p) & \mathbf{L}^{\mathrm{T}}(t_1, t_p) \end{bmatrix} \end{gathered} \tag{3}$$

где t_p - время пролета перицентра орбиты. Формулы для вычисления компонентов матрицанта представлены в источниках [2], [3].

Матрицант кеплерова движения обладает следующим свойством

$$\mathbf{\Omega}(t_n, t_i) = \mathbf{\Omega}(t_n, t_{n-1})\mathbf{\Omega}(t_{n-1}, t_{n-2})...\mathbf{\Omega}(t_{i+2}, t_{i+1})\mathbf{\Omega}(t_{i+1}, t_i) \tag{4}$$

где $\mathbf{\Omega}(t_n, t_{n-1})$ - матрицант, относящийся к движению по первому участку номинальной траектории, $\mathbf{\Omega}(t_{n-1}, t_{n-2})$ - ко второму, и т.д. Условием выполнения равенства (4) является задание параметров участков траектории в одних и тех же осях координат (в осях неподвижной орбитальной системы координат), хотя исходные точки могут быть различными для разных участков траектории перелета.

Для определения величины корректирующего маневра, исправляющего погрешность выведения КА на отлетную гиперболическую орбиту (ошибку скорости и времени полета), воспользуемся работой [4]. Необходимый корректирующий импульс в момент времени t_1

$$\Delta\mathbf{V}_2 = \mathbf{G}(t_2, t_1)\delta\mathbf{s}_1 \tag{5}$$

где $\mathbf{G}(t_2, t_1) = \left[\mathbf{A}(t_2, t_1) \;\; \mathbf{B}(t_2, t_1)\right]$ - матрица чувствительности коррекции размером 3×6 , компоненты которой можно вычислить следующим образом

$$\begin{aligned}\mathbf{A}(t_2,t_1) &= \mathbf{P}(t_2,t_p)\mathbf{Q}^{\mathrm{T}}(t_1,t_p) - \mathbf{Q}(t_2,t_p)\mathbf{P}^{\mathrm{T}}(t_1,t_p)\\ \mathbf{B}(t_2,t_1) &= \mathbf{Q}(t_2,t_p)\mathbf{L}^{\mathrm{T}}(t_1,t_p) - \mathbf{P}(t_2,t_p)\mathbf{M}^{\mathrm{T}}(t_1,t_p)\end{aligned} \tag{6}$$

где $\mathbf{L}$, $\mathbf{M}$, $\mathbf{P}$ и $\mathbf{Q}$ - составляющие матрицанта (см. (2)).

Ковариационная матрица ожидаемого значения коррекционного маневра [5]

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & D & 0 \\ 0 & 0 & D \end{bmatrix}$$

$$C = \frac{1}{2}(\Delta V^2 + \sigma_M^2)(1 + e^{-2\sigma_\theta^2}) - \Delta V^2 e^{-\sigma_\theta^2} \tag{7}$$

$$D = \frac{1}{4}(\Delta V^2 + \sigma_M^2)(1 - e^{-2\sigma_\theta^2})$$

где σ_M^2 - дисперсия величины номинального маневра, σ_θ^2 - дисперсия угла наклона вектора фактического маневра к направлению приложения номинального импульса.

Ковариационную матрицу ошибок наведения в картинной плоскости планеты-цели можно представить в виде [6]

$$\mathbf{C}_{RT} = \begin{bmatrix} \sigma_R^2 & \rho_{RT}\sigma_R\sigma_T \\ \rho_{RT}\sigma_R\sigma_T & \sigma_T^2 \end{bmatrix} \tag{8}$$

где σ_R^2 – дисперсия ошибки по оси R картинной плоскости, σ_T^2 – дисперсия ошибки по оси T картинной плоскости, ρ_{RT} - коэффициент корреляции между σ_R и σ_T. Матрицу перехода между неподвижной орбитальной системой координат и картинной плоскостью планеты-цели можно вычислить при помощи источников [6] или [7]. Так как распределение ошибок наведения в картинной плоскости можно считать двумерным нормальным, по полученной ковариационной матрице определяют контуры постоянной плотности вероятности, для данного распределения являющиеся эллипсами. Полуоси эллипса дисперсии, а также угол поворота эллипса можно вычислить по формулам [8]

$$a = N\left(\frac{\sigma_R^2 + \sigma_T^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_R^2 - \sigma_T^2}{2}\right)^2 + \left(\rho_{RT}\sigma_R\sigma_T\right)^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$b = N\left(\frac{\sigma_R^2 + \sigma_T^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_R^2 - \sigma_T^2}{2}\right)^2 + \left(\rho_{RT}\sigma_R\sigma_T\right)^2}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{9}$$

$$\theta = \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{2\rho_{RT}\sigma_R\sigma_T}{\sigma_T^2 - \sigma_R^2}\right)$$

где a - большая полуось эллипса дисперсии, b - малая полуось, θ - угол наклона оси эллипса, отсчитываемый от оси T по часовой стрелке, а N - коэффициент, связанный с вероятностью p попадания ошибки положения КА в определенный эллипс

$$p(N\sigma)=1-e^{\frac{-N^2}{2}} \tag{10}$$

3. Методика расчета

Анализ ошибок наведения выполняется согласно следующему алгоритму:

1. Для номинальной гиперболической траектории отлета вычисляют матрицант гиперболического участка траектории $\mathbf{\Omega}_h(t_{c1},t_{inj})$ по формуле (3) и матрицу чувствительности $\mathbf{G}(t_{c1},t_{inj})$ по формулам (6), где t_{inj} - момент начала пассивного участка траектории (время прекращения работы двигателя разгонного блока), t_{c1} - момент выполнения первого корректирующего маневра.
2. При помощи номинального значения вектора $\mathbf{s}_{inj}$ состояния КА в момент начала пассивного участка траектории и ковариационной матрицы ошибок выведения КА ракетой-носителем генерируют случайные значения отклонения вектора состояния $\delta\mathbf{s}_{inj}$.
3. Для имеющегося значения вектора $\delta\mathbf{s}_{inj}$ по формуле (1) определяют отклонение вектора состояния $\delta\mathbf{s}_{c1}$, а по формуле (5) вычисляют номинальную величину необходимого корректирующего маневра $\Delta\mathbf{V}_{1n}$
4. Для номинального маневра $\Delta\mathbf{V}_{1n}$ посредством ковариационной матрицы из уравнения (7) генерируют случайные значения фактической величины первого маневра $\Delta\mathbf{V}_{1a}$.
5. Варируя моменты выполнения двухимпульсной коррекции на гелиоцентрическом участке траектории, вычисляют фактический вектор состояния в момент t_{c21} приложения первого импульса второй коррекции по формуле

$$\mathbf{s}_{c21a}=\mathbf{s}_{c21n}+\delta\mathbf{s}_{c21}$$

где $\mathbf{s}_{c21n}$ - номинальное значение вектора состояния в момент времени t_{c21}, а $\delta\mathbf{s}_{c21}$ - ошибка вектора состояния в момент t_{c21}, определяемая по формуле

$$\delta\mathbf{s}_{c21}=\mathbf{\Omega}_h(t_{esi},t_{c1})\mathbf{\Omega}_{el}(t_{c21},t_{esi})\delta\mathbf{s}'_{c1}$$

где t_{esi} - момент выхода КА из сферы действия Земли, t_{c21} - момент приложения первого импульса второй коррекции, $\delta\mathbf{s}'_{c1}=\begin{bmatrix}\delta\mathbf{r}_{c1}\\ \delta\mathbf{V}_{c1}-\Delta\mathbf{V}_{1a}\end{bmatrix}$ - погрешность вектора состояния после выполнения первого маневра. Матрицант $\mathbf{\Omega}_h(t_{esi},t_{c1})$ вычисляют для номинальной гиперболической околоземной орбиты, матрицант $\mathbf{\Omega}_{el}(t_{c21}, t_{esi})$ - для гелиоцентрического эллиптического участка номинальной траектории.

6. Используя фактический вектор состояния $\mathbf{s}_{c21a}$ и номинальный вектор состояния $\mathbf{s}_{c22n}$ в момент времени второго импульса t_{c22}, а также величину промежутка времени между импульсами второй коррекции $dt_{c2} = t_{c22} - t_{c21}$, решают задачу Ламберта и определяют параметры переходной орбиты и величины необходимых импульсов коррекции $\Delta\mathbf{V}_{21n}$ и $\Delta\mathbf{V}_{22n}$. Из множества полученных корректирующих маневров выбирают маневр с минимальными затратами импульса.
7. Аналогично п. 4, для выбранного корректирующего маневра вычисляют ковариационные матрицы и генерируют случайные значения фактических величин импульсов коррекции $\Delta\mathbf{V}_{21a}$ и $\Delta\mathbf{V}_{22a}$.
8. Ошибку вектора состояния $\delta\mathbf{s}_{psi}$ на входе в сферу действия планеты-цели с учетом выполненных коррекций определяют по формулам

$$\delta\mathbf{s}'_{c21} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta\mathbf{V}_{21n} - \Delta\mathbf{V}_{21a} \end{bmatrix}$$

$$\delta\mathbf{s}_{c22} = \mathbf{\Omega}_{elt}(t_{c22}, t_{c21})\delta\mathbf{s}'_{c21}$$

$$\delta\mathbf{s}'_{c22} = \begin{bmatrix} \delta\mathbf{r}_{c22} \\ \delta\mathbf{V}_{c22} + (\Delta\mathbf{V}_{22n} - \Delta\mathbf{V}_{22a}) \end{bmatrix}$$

$$\delta\mathbf{s}_{psi} = \mathbf{\Omega}_{el}(t_{psi}, t_{c22})\delta\mathbf{s}'_{c22}$$

где $\delta\mathbf{s}'_{c21}$ - ошибка вектора состояния КА на переходной орбите непосредственно после приложения первого импульса коррекции, $\delta\mathbf{s}_{c22}$ - ошибка вектора состояния в момент приложения второго импульса коррекции, $\mathbf{\Omega}_{elt}(t_{c22}, t_{c21})$ - матрицант переходной орбиты, параметры которой определяют в п. 6, $\delta\mathbf{s}'_{c22}$ - ошибка вектора состояния непосредственно после приложения второго импульса коррекции, t_{psi} - момент входа в сферу действия планеты-цели.

9. По полученному множеству значений $\Delta\mathbf{V}_{1n}$, $\Delta\mathbf{V}_{21n}$ и $\Delta\mathbf{V}_{22n}$ определяют запас импульса, необходимый для выполнения коррекций траектории, а множество значений $\delta\mathbf{s}_{psi}$ позволяет оценить ошибки наведения КА на этапе подлета к планете-цели. Для корректирующих маневров определяют математические ожидания и дисперсии величин импульсов, а в результате обработки множества значений $\delta\mathbf{s}_{psi}$ определяют ковариационную матрицу ошибок наведения на входе в сферу действия планеты-цели в картинной плоскости и контуры постоянной плотности распределения по формулам (8), (9) и (10).

4. Результаты

Выполним анализ ошибок наведения для двух траекторий: траектории полета к Марсу в 2022 году и траектории перелета к Венере в 2026 году. Для наглядности, каждый перелет рассмотрим в двух вариантах:

- перелет с коррекцией ошибки выведения на этапе полета в сфере действия Земли;
- перелет с коррекцией ошибки выведения на этапе полета в сфере действия Земли и двухимпульсной коррекцией на гелиоцентрическом этапе полета.

Для каждой траектории рассмотрим пуск посредством двух различных ракет-носителей, обеспечивающих различные погрешности выведения. Ковариационные матрицы ошибок выведения взяты из источника [9] для двух пар РН/РБ: «Атлас»/«Центавр» (Atlas/Centaur) и «Тор»/«Дельта» (Thor/Delta). Выбор данных ракет-носителей обусловлен доступностью необходимых для расчета данных и наглядностью получаемых результатов (величины ошибки при выведении системой «Тор»/«Дельта», как правило, выше, чем при пуске системой «Атлас»/«Центавр»). При наличии необходимых данных о траектории выведения и структуре системы управления ковариационная матрица ошибок выведения может быть вычислена для любых РН и РБ по методике, представленной в источнике [4].

Метод Монте-Карло применяется согласно рекомендациям источника [10]. Значения σ_M и σ_θ для вычисления ковариационных матриц корректирующих маневров приняты равными $0,01 \cdot \Delta V_{in}$ и $0,02$ рад, соответственно.

4.1. Перелет к Венере

Анализ ошибок наведения и определение величин необходимых корректирующих маневров проведен для номинальной траектории перелета к Венере с характеристиками, представленными в табл. 1.

Результаты расчета для перелета с одной коррекцией представлены в табл. 2, 3 и на рис. 1-4. В табл. 2 представлены значения величин корректирующих импульсов для разных вероятностей успешного выполнения маневра, в табл. 3 приведены параметры эллипсов дисперсии для разных значений вероятности попадания область. На рис. 1 показан 4σ эллипс дисперсии ошибки положения КА в картинной плоскости в случае выведения РН «Атлас». На рис. 2 представлено увеличенное изображение эллипсов дисперсии (1σ, 2σ, 3σ, 4σ в порядке увеличения), а точки показывают частные случаи значения ошибки положения КА в картинной плоскости, полученные в результате моделирования методом Монте-Карло. Результаты для случая выведения РН «Тор» представлены на рис. 3,4 аналогичным образом. Результаты расчета для варианта с двумя коррекциями представлены в табл. 4,5 и на рис. 5, 6.

Таблица 1. Характеристики траектории перелета к Венере

Дата старта	31.07.2026	
Время перелета, сут.	149,3	
Характеристическая энергия пуска, км^2/с^2	7,3	
Параметры траектории	Геоцентрическая гиперболическая траектория	Гелиоцентрическая эллиптическая траектория
Большая полуось, км	54 403	127 816 260
Эксцентриситет	1,1208	0,1550
Наклонение, °	72,7	1,2
Долгота восходящего узла, °	225,2	128,3
Аргумент перицентра, °	21,4	6,8

Таблица 2. Величина первого корректирующего маневра

	РН /РБ	
	«Атлас»/«Центавр» (А/Ц)	**«Тор»/«Дельта» (Т/Д)**
Математическое ожидание величины маневра, м/с	2,9	28,4
Дисперсия величины маневра, м^2/с^2	4,7	216,9
Вероятность успешного выполнения маневра	**Необходимый запас импульса, м/с**	
68,27% (1σ)	5,1	43,1
95,45% (2σ)	7,2	57,9
99,73% (3σ)	9,4	72,6
99,99% (4σ)	11,6	87,3

Таблица 3. Параметры эллипсов дисперсии ошибки положения КА в случае одной коррекции

Вероятность попадания в область, ограниченную эллипсом	**РН /РБ**			
	«Атлас»/«Центавр»		**«Тор»/ «Дельта»**	
	Большая полуось, км	Малая полуось, км	Большая полуось, км	Малая полуось, км
39,35% (1σ)	50 000	2 800	450 000	45 000
86,47% (2σ)	100 000	5 600	900 000	90 000
98,89% (3σ)	150 000	8 400	1 350 000	135 000
99,97% (4σ)	200 000	11 200	1 800 000	180 000
	Угол поворота, °	43	Угол поворота, °	43

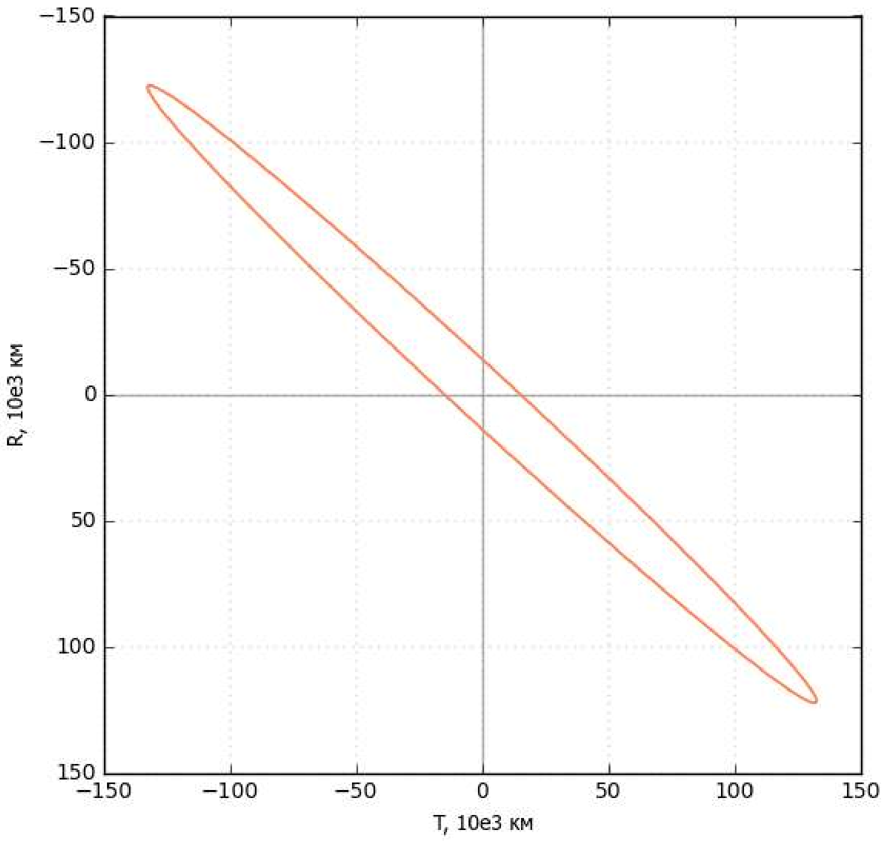

Рис. 1. 4σ эллипс дисперсии ошибки положения КА в случае одной коррекции (А/Ц)

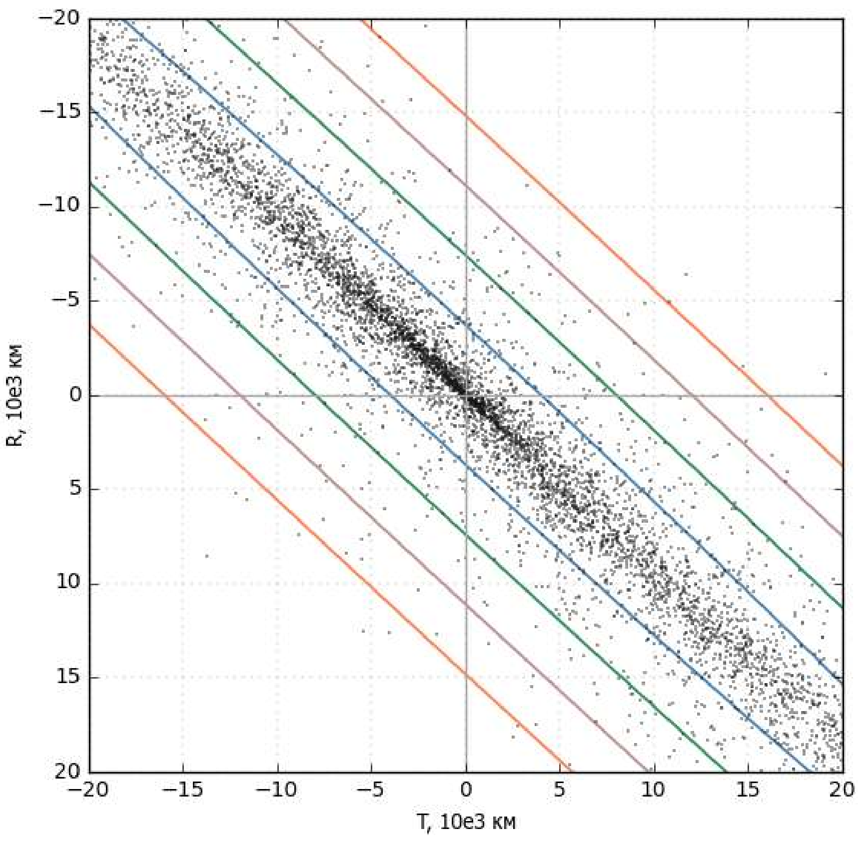

Рис. 2. Эллипсы дисперсии ошибки положения КА в случае одной коррекции (А/Ц, увеличено)

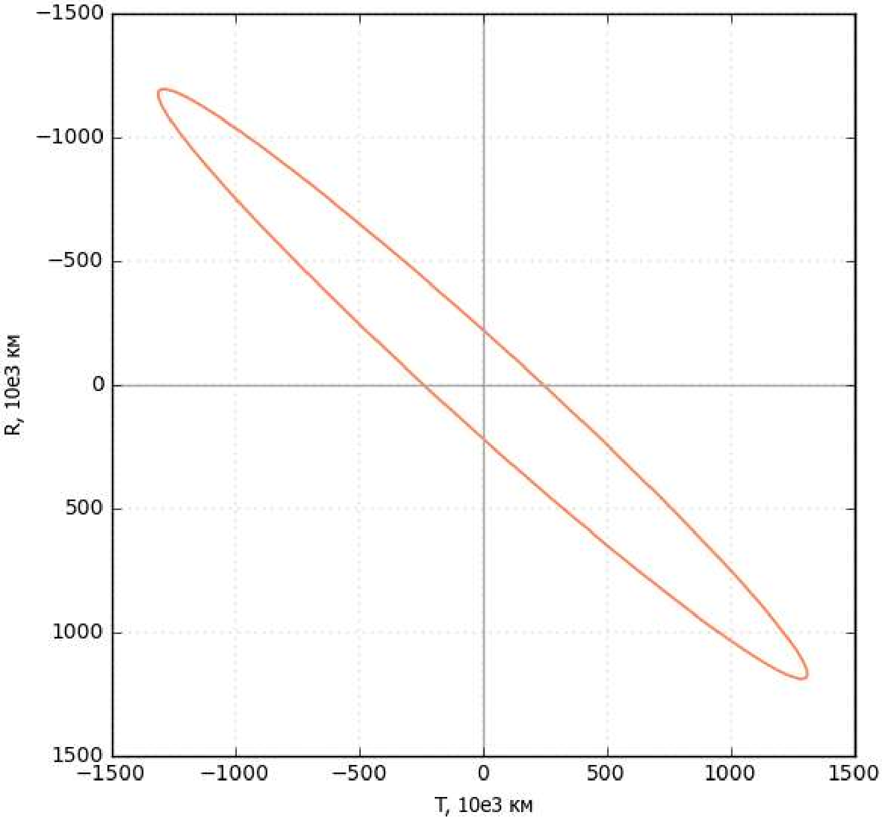

Рис. 3. 4σ эллипс дисперсии ошибки положения КА в случае одной коррекции (Т/Д)

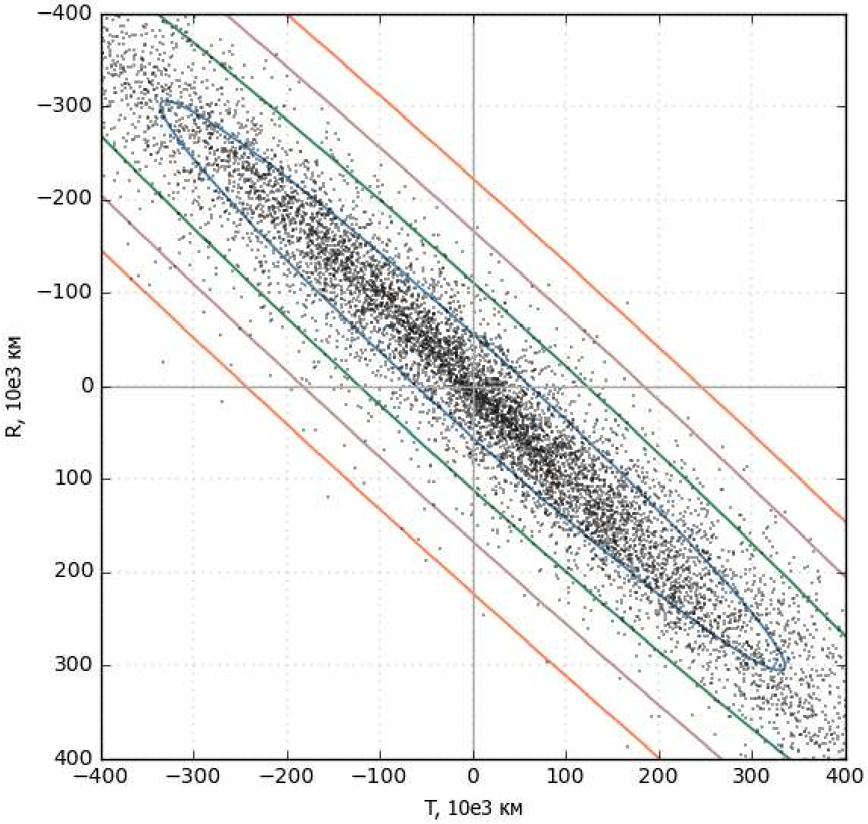

Рис. 4. Эллипсы дисперсии ошибки положения КА в случае одной коррекции (Т/Д, увеличено)

Таблица 4. Величина второго корректирующего маневра

	РН /РБ	
	«Атлас»/«Центавр»	«Тор»/«Дельта»
Математическое ожидание величины маневра, м/с	0,3	8,8
Дисперсия величины маневра, м^2/с^2	0,056	52,5
Вероятность успешного выполнения маневра	**Необходимый запас импульса, м/с**	
68,27% (1σ)	0,5	16,0
95,45% (2σ)	0,8	23,3
99,73% (3σ)	1,0	30,6
99,99% (4σ)	1,2	37,8

Таблица 5. Параметры эллипсов дисперсии ошибки положения КА в случае двух коррекций

Вероятность попадания в область, ограниченную эллипсом	РН /РБ			
	«Атлас»/«Центавр»		«Тор»/«Дельта»	
	Большая полуось, км	Малая полуось, км	Большая полуось, км	Малая полуось, км
39,35% (1σ)	5,0	2,7	103	63
86,47% (2σ)	10,0	5,4	206	126
98,89% (3σ)	15,0	8,1	309	189
99,97% (4σ)	20,0	10,8	412	152
	Угол поворота, °	107	Угол поворота, °	96

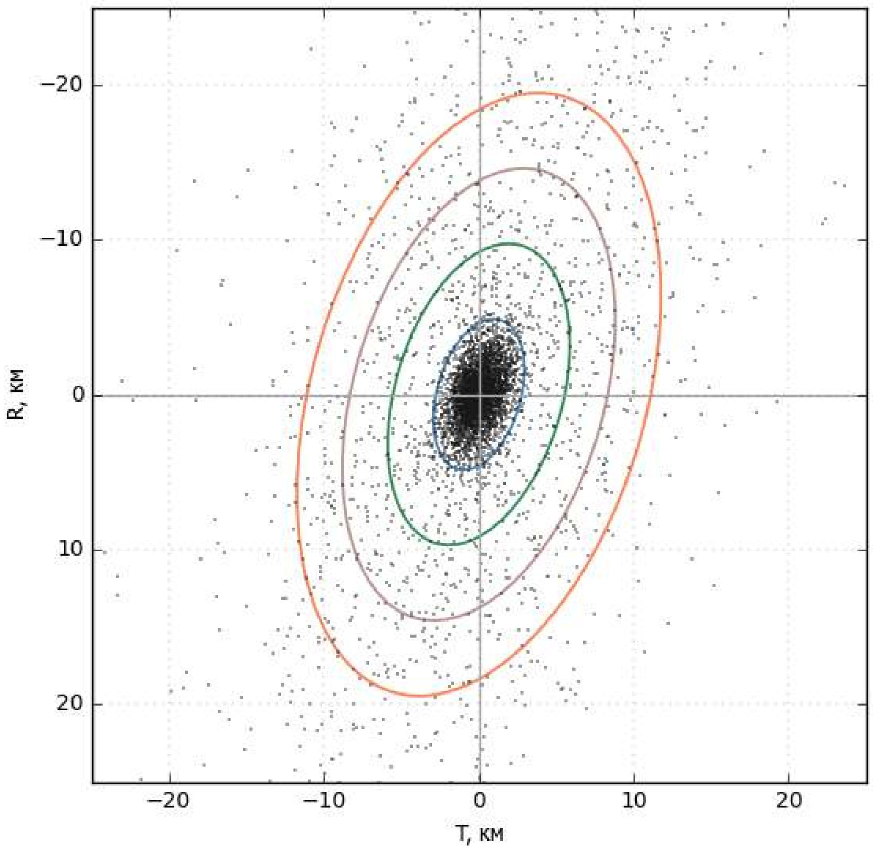

Рис. 5. Эллипсы дисперсии ошибки положения КА в случае двух коррекций (А/Ц)

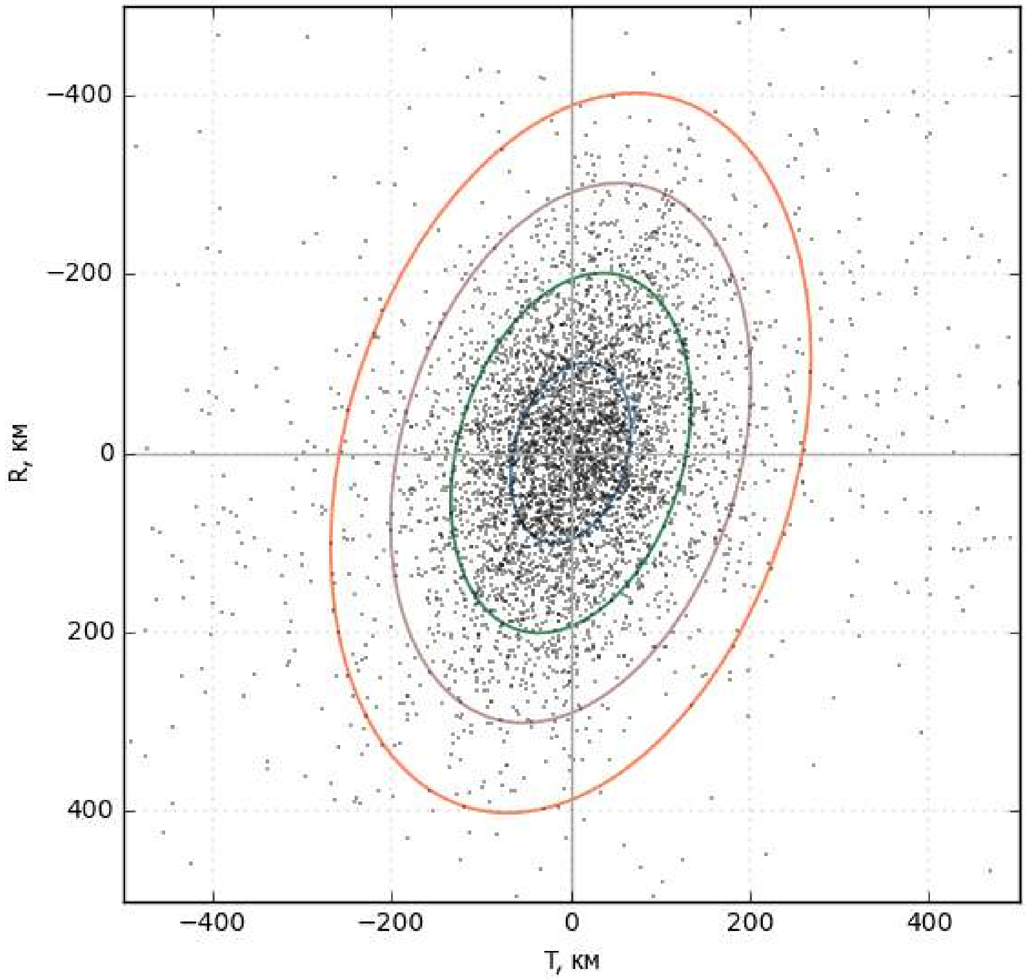

Рис. 6. Эллипсы дисперсии ошибки положения КА в случае двух коррекций (Т/Д)

4.2. Перелет к Марсу

Характеристики номинальной траектории перелета к Марсу представлены в табл. 6. Результаты расчета для перелета с одной коррекцией представлены в табл. 7, 8 и на рис. 7, 8. Результаты расчета для варианта с двумя коррекциями представлены в табл. 9, 10 и на рис. 9, 10.

Таблица 6. Характеристики траектории перелета к Марсу

Дата старта	27.08.2022	
Время перелета, сут.	215,7	
Характеристическая энергия пуска, км^2/с^2	10,6	
Параметры траектории	Геоцентрическая гиперболическая траектория	Гелиоцентрическая эллиптическая траектория
Большая полуось, км	37 777	191 143 535
Эксцентриситет	1,1741	0,2260
Наклонение, °	72,7	1,9
Долгота восходящего узла, °	239,0	335,3
Аргумент перицентра, °	31,9	351,8

Таблица 7. Величина первого корректирующего маневра

	РН /РБ	
	«Атлас»/«Центавр»	«Тор»/«Дельта»
Математическое ожидание величины маневра, м/с	2,6	25,4
Дисперсия величины маневра, м^2/с^2	4,1	162,2
Вероятность успешного выполнения маневра	**Необходимый запас импульса, м/с**	
68,27% (1σ)	4,6	38,1
95,45% (2σ)	6,7	50,9
99,73% (3σ)	8,7	63,6
99,99% (4σ)	10,7	76,4

Таблица 8. Параметры эллипсов дисперсии ошибки положения КА в случае одной коррекции

Вероятность попадания в область, ограниченную эллипсом	РН /РБ			
	«Атлас»/«Центавр»		«Тор»/«Дельта»	
	Большая полуось, км	Малая полуось, км	Большая полуось, км	Малая полуось, км
39,35% (1σ)	35 000	450	330 000	5600
86,47% (2σ)	70 000	900	660 000	11 200
98,89% (3σ)	105 000	1 350	990 000	16 800
99,97% (4σ)	140 000	1 800	1 320 000	22 400
	Угол поворота, °	72	Угол поворота, °	72

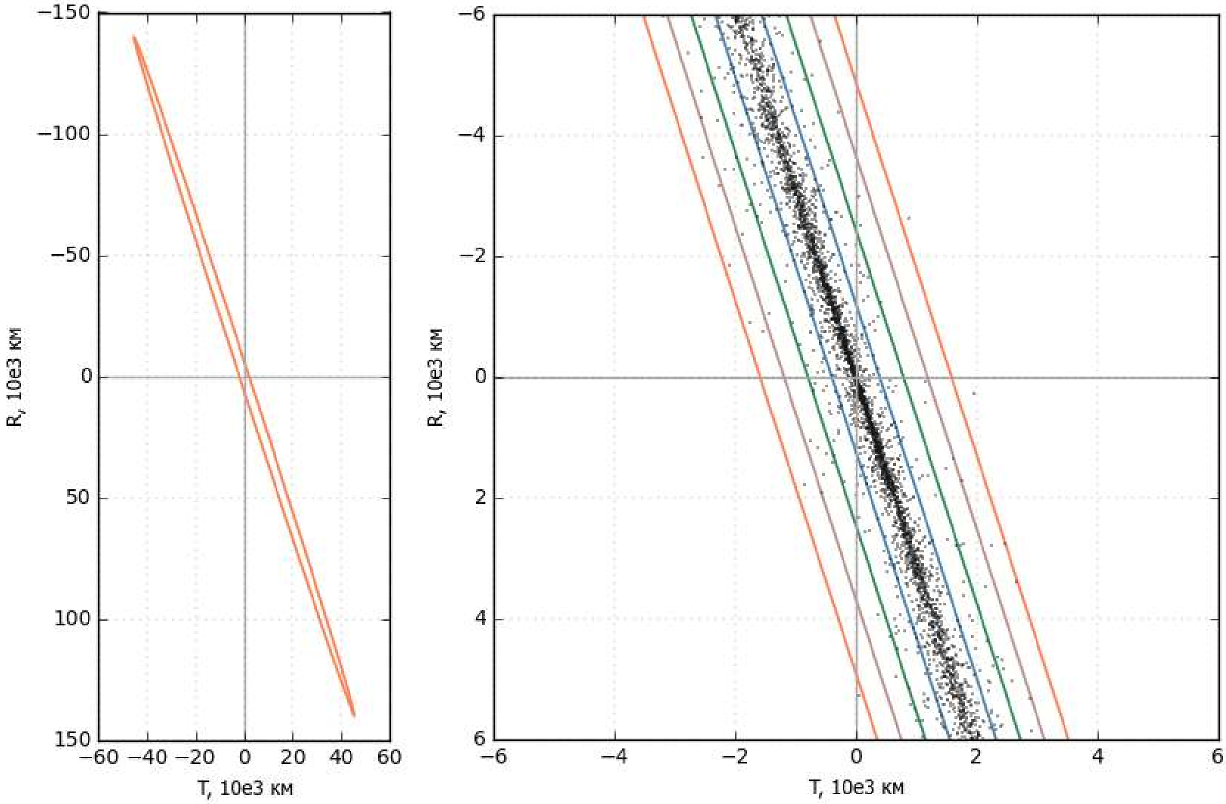

Рис.7. Эллипсы дисперсии ошибки положения КА в случае одной коррекции (А/Ц)

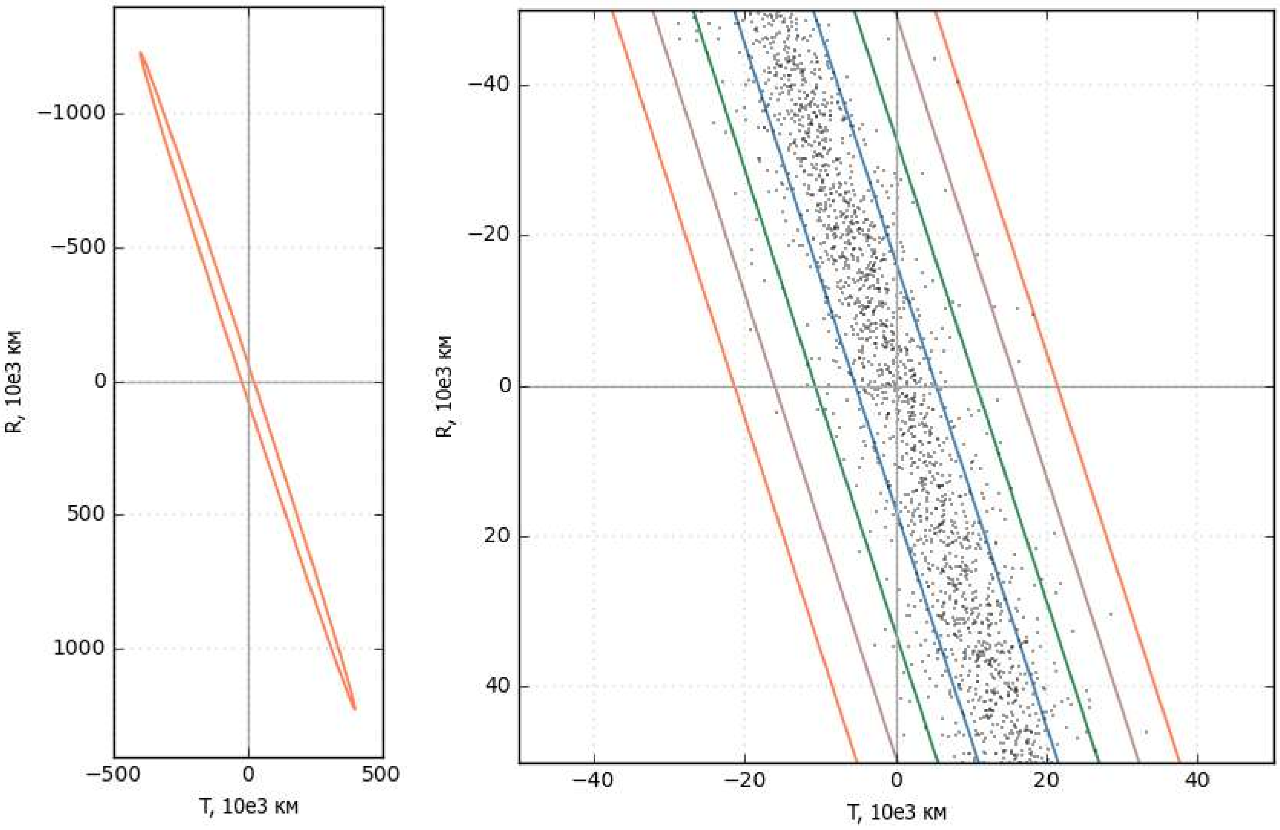

Рис.8. Эллипсы дисперсии ошибки положения КА в случае одной коррекции (Т/Д)

Таблица 9. Величина второго корректирующего маневра

	РН /РБ	
	«Атлас»/«Центавр»	**«Тор»/«Дельта»**
Математическое ожидание величины маневра, м/с	0,06	2,7
Дисперсия величины маневра, м^2/с^2	0,0042	4,4
Вероятность успешного выполнения маневра	**Необходимый запас импульса, м/с**	
68,27% (1σ)	0,13	4,8
95,45% (2σ)	0,19	6,9
99,73% (3σ)	0,26	8,9
99,99% (4σ)	0,32	11,1

Таблица 10. Параметры эллипсов дисперсии ошибки положения КА в случае двух коррекций

Вероятность попадания в область, ограниченную эллипсом	**РН /РБ**			
	«Атлас»/«Центавр»		**«Тор»/«Дельта»**	
	Большая полуось, км	Малая полуось, км	Большая полуось, км	Малая полуось, км
39,35% (1σ)	1,9	1,1	44	23
86,47% (2σ)	3,8	2,2	88	46
98,89% (3σ)	5,7	3,3	132	69
99,97% (4σ)	7,6	4,4	220	92
	Угол поворота, °	77	Угол поворота, °	74

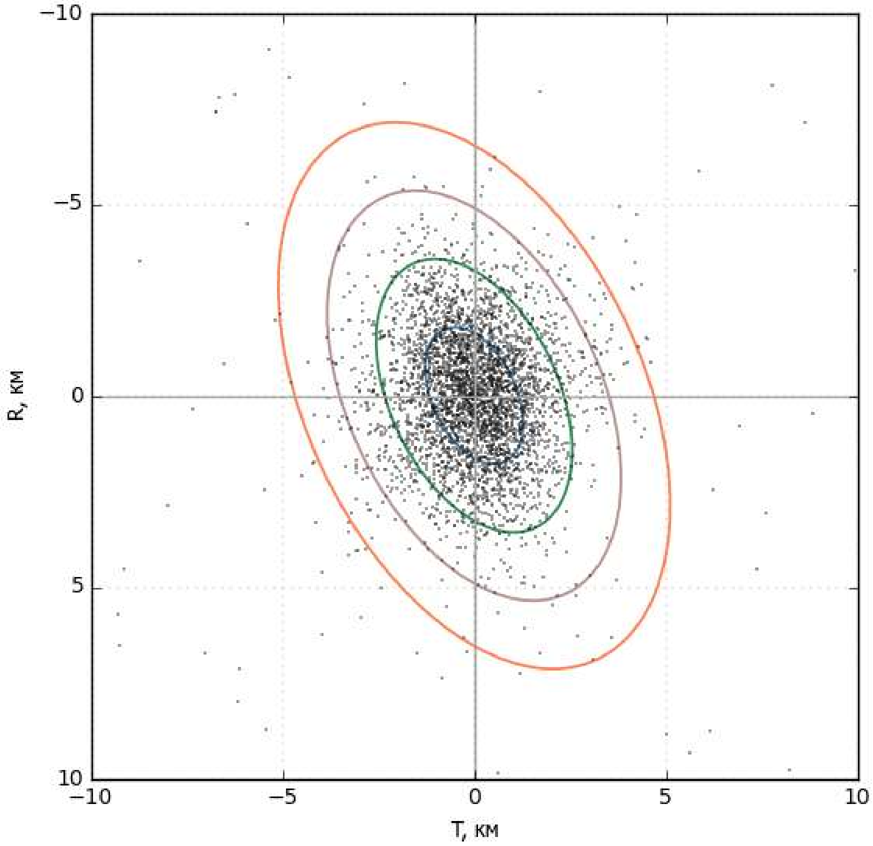

Рис. 9. Эллипсы дисперсии ошибки положения КА в случае двух коррекций (А/Ц)

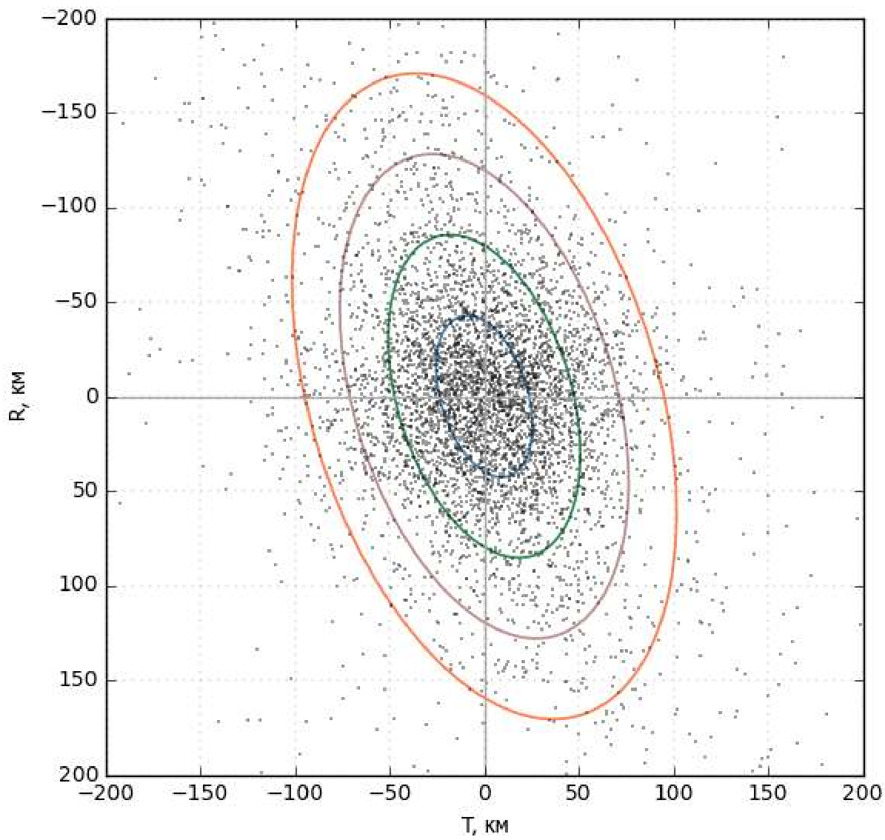

Рис. 10. Эллипсы дисперсии ошибки положения КА в случае двух коррекций (Т/Д)

Заключение

Полученные результаты демонстрируют, как при помощи представленного алгоритма возможно на ранних этапах проектирования межпланетных миссий оценить необходимый запас импульса для выполнения промежуточных коррекций и ошибку положения космического аппарата на финальном этапе полета. Также наглядно показана зависимость величин промежуточных коррекций от выбора ракеты-носителя и разгонного блока.

В данном анализе учитывались только ошибки выведения КА и погрешности выполнения корректирующих маневров, но матричный метод Дэнби позволяет учитывать воздействие различных сил на отклонение фактической траектории от номинальной. При необходимости возможна доработка алгоритма для учета дополнительных факторов и повышения точности оценки.

Список литературы

1. Keplerian elements for approximate positions of the major planets. Jet Propulsion Laboratory (JPL). Режим доступа: http://ssd.jpl.nasa.gov/?planet_pos (дата обращения 12.06.2016).
2. Danby J.M.A. Matrix methods in the calculation and analysis of orbits // AIAA Journal.1964. Vol. 2. no. 1. P. 13-16.
3. Danby J.M.A. The Matrizant of Keplerian Motion // AIAA Journal. 1964. Vol. 2. no. 1. P. 16-19.
4. Teren F., Cole G.L. Analytical calculation of partial derivatives relating lunar and planetary midcourse correction requirements to guidance system injection errors // NASA Technical Reports Server (NTRS). Режим доступа: http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19680010899.pdf (дата обращения: 02.02.2016). 41 p.
5. Chioma V.C., Titu N.A. Expected maneuver and maneuver covariance model // Journal of Spacecraft and Rockets. 2008. Vol. 45. no. 2. P. 409-412.
6. Jah M. Derivation of the B-plane (body plane) and its associated parameters. Режим доступа: http://cbboff.org/UCBoulderCourse/documents/b-plane.PDF (дата обращения: 12.06.2016).
7. Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г. Основы механики космического полета: учеб. пособие. М.: Наука, 1990. 448 с.
8. Soong T. T. Preflight analysis of target errors of a space trajectory // Journal of Spacecraft and Rockets. 1966. Vol. 3. no. 1. P. 139-141.
9. Systems design study of the Pioneer Venus spacecraft. Final study report. Volume1. Technical analyses and tradeoffs sections 1-4 (Part 1 of 4) // NASA Technical Reports Server (NTRS). Режим доступа:

http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19740024191.pdf (дата обращения: 12.06.2016). 460 p.

10. Hanson J.M., Beard B.B. Applying Monte Carlo simulation to launch vehicle design and requirements analysis // NASA Technical Reports Server (NTRS). Режим доступа: http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20100038453.pdf (дата обращения: 12.06.2016). 134 p.

Science & Education of the Bauman MSTU
Electronic journal
ISSN 1994-0408

Science and Education of the Bauman MSTU, 2016, no. 06, pp. 97–115.

DOI: **10.7463/0616.0842109**

Received: 09.05.2016
Revised: 23.05.2016

Analysing Interplanetary Probe Guidance Accuracy

S.V. Sukhova[1,*]

[*] s.sukhova90@gmail.com

[1] Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: guidance accuracy analysis, interplanetary flight, matrizant of keplerian motion, Monte Carlo method

The paper presents a guidance accuracy analysis and estimates delta-v budget required to provide the trajectory correction maneuvers for direct interplanetary flights (without midcourse gravity assists). The analysis takes into consideration the orbital hyperbolic injection errors (depend on a selected launch vehicle and ascent trajectory) and the uncertainties of midcourse correction maneuvers.

The calculation algorithm is based on Monte Carlo simulation and Danby's matrix methods (the matrizant of keplerian motion). Danby's method establishes a link between the errors of the spacecraft state vectors at different flight times using the reference keplerian orbit matrizant. Utilizing the nominal trajectory parameters and the covariance matrix of launch vehicle injection errors the random perturbed orbits are generated and required velocity corrections are calculated. The next step is to simulate midcourse maneuver performance uncertainty using the midcourse maneuver covariance matrix. The obtained trajectory correction impulses and spacecraft position errors are statistically processed to compute required delta-v budget and dispersions ellipse parameters for different prediction intervals.

As an example, a guidance accuracy analysis has been conducted for a 2022 mission to Mars and a Venus mission in 2026. The paper considers one and two midcourse correction options, as well as utilization of two different launch vehicles.

The presented algorithm based on Monte Carlo simulation and Danby's methods provides preliminary evaluation for midcourse corrections delta-v budget and spacecraft position error. The only data required for this guidance accuracy analysis are a reference keplerian trajectory and a covariance matrix of the injection errors. Danby's matrix method allows us to take into account also the other factors affecting the trajectory thereby increasing the accuracy of analysis.

References

1. Keplerian elements for approximate positions of the major planets. *Jet Propulsion Laboratory (JPL)*. Available at: http://ssd.jpl.nasa.gov/?planet_pos, accessed: 12.06.2016.

2. Danby J.M.A. Matrix methods in the calculation and analysis of orbits. *AIAA Journal*, 1964, Vol. 2, no. 1. pp. 13-16.
3. Danby J.M.A. The Matrizant of Keplerian Motion. *AIAA Journal*, 1964, Vol. 2, no. 1. pp. 16-19.
4. Cole G.L., Teren F. Analytical calculation of partial derivatives relating lunar and planetary midcourse correction requirements to guidance system injection errors. *NASA Technical Reports Server (NTRS)*. 41 p. Available at: http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19680010899.pdf, accessed 02.02.2016.
5. Chioma V.C., Titu N.A. Expected maneuver and maneuver covariance model. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2008, Vol. 45, no. 2. pp. 409-412.
6. Jah M. Derivation of the B-plane (body plane) and its associated parameters. Available at: http://cbboff.org/UCBoulderCourse/documents/b-plane.PDF, accessed 12.06.2016.
7. Okhotsimsky D.E., Sikharulidze Yu.G. *Osnovy mehaniki kosmicheskogo poleta: ucheb. Posobie* [The Basics of Space Flight Mechanics: textbook]. Moscow, Science Publ., 1990. 448 p. (in Russian).
8. Soong T. T. Preflight analysis of target errors of a space trajectory. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1966, Vol. 3, no. 1, pp. 139-141.
9. Systems design study of the Pioneer Venus spacecraft. Final study report. Volume1. Technical analyses and tradeoffs sections 1-4 (Part 1 of 4). *NASA Technical Reports Server (NTRS).* 460 p. Available at: http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19740024191.pdf, accessed 12.06.2016.
10. Beard B.B., Hanson J.M. Applying Monte Carlo simulation to launch vehicle design and requirements analysis. *NASA Technical Reports Server (NTRS)*. 134 p. Available at: http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20100038453.pdf, accessed 12.06.2016.