Наука и Образование
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Сетевое научное издание
ISSN 1994-0408

Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана.
Электрон. журн. 2016. № 05. С. 140–151.

DOI: **10.7463/0516.0840329**

Представлена в редакцию: 13.04.2016
Исправлена: 27.04.2016

УДК 536.21

Баллистический перенос тепла в наноструктурах

Баринов А. А.[1,*], Цао Ж.[1], Хвесюк В. И.[1]

[*] shervudgreen@yandex.ru

[1] МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В работе впервые выполнен анализ фононного излучения абсолютно чёрным источником в широком диапазоне температур. Показаны существенные отличия этого типа излучения от электромагнитного излучения. Это, во-первых, зависимость от характеристик акустических волн, распространяющихся внутри твёрдого тела. Во-вторых, зависимость фононного аналога константы Стефана-Больцмана от температуры. На основе полученных результатов изучен поперечный баллистический перенос тепла в тонких плёнках. Получены аналитические зависимости для тепловых потоков в поперечном направлении и эффективной теплопроводности нанопленок. Построены графики для теплопроводности в поперечном направлении в зависимости от температуры и толщины образца для кремния, германия и алмаза. Результаты расчетов для нанопленок кремния сопоставлены с моделями других авторов.

Ключевые слова: баллистический перенос тепла, модель лучистого фононного теплопереноса, перенос тепла поперек нанопленок, фононы, теплопроводность нанопленок

Введение

Характер переноса тепла в твёрдых телах определяется безразмерным параметром l_∞ / L. Этот параметр называется числом Кнудсена и обозначается Kn. Величина l_∞ - длина свободного пробега частиц, переносящих тепло в макроскопическом образце, L - минимальный размер образца. Существует три режима переноса тепла, в зависимости от значений этого параметра [1]. Первый режим, соответствующий значениям $Kn \ll 1$, - классический диффузионный режим переноса тепла, при котором выполняется закон Фурье [2]. Это режим реализуется в макроскопических твёрдых телах. Второй режим в диапазоне примерно $0{,}1 \le Kn \le 10$ называется диффузионно-баллистическим. Примером такого режима может служить перенос тепла поперёк тонкой плёнки, на одной стороне которой температура $T = T_1$, на другой – температура $T = T_2 < T_1$. В этом режиме часть переносчиков тепла, покидающая первую поверхность, достигает вторую поверхность без столкновений внутри плёнки. Другая часть переносчиков тепла взаимодействует внутри плёнки друг с другом, либо с примесями – атомами других веществ, либо с дефектами решётки твёрдого тела. Наконец, третий режим называется баллистическим, когда $Kn > 10$, то есть практически все переносчики тепла перемещаются с одной поверхности на другую без столкновений внутри плёнки. Этот режим впервые был рассмотрен в работе [3]. Такой режим часто называют пределом Казимира по имени автора этой работы.

Переносчиками тепла внутри диэлектриков и полупроводников являются кванты акустических волн, формирующихся и распространяющихся внутри твёрдых тел вследствие колебаний атомов решётки. Обычно это один тип продольных колебаний и два типа поперечных волн [4]. Теоретически эти кванты были предсказаны Пайерлсом [3, 5] Акустические кванты называются фононами, и имеют ряд общих свойств с квантами света – фотонами.

Общими для фононов и фотонов являются следующие свойства. Равновесным распределением является распределение Бозе–Эйнштейна. Энергия и импульс квантов определяются формулами: $\varepsilon = \hbar\omega$, $\vec{p} = \hbar\vec{k}$. Здесь ω - частота, $\vec{k}$ - волновой вектор, абсолютное значение которого равно: $\left|\vec{k}\right| = 2\pi / \lambda$, где λ - длина волны. Фотоны и фононы являются безмассовыми частицами.

Различия этих двух типов частиц сводятся к следующему. Во-первых, частоты фотонов изменяются от нуля до бесконечности. Частоты фононов ограничены сверху. Причина – длина волны фононов не может быть меньше, чем удвоенное значение среднего расстояния между атомами решётки. Этому соответствует предельное значение частоты фононов – не больше 50 ТГц [1]. Фотоны не взаимодействуют друг с другом, фононы – взаимодействуют. Скорость фотонов в вакууме равна скорости света, скорость фононов равна групповой скорости волны: $v_g = \partial\omega / \partial k$. Это составляет менее $2 \cdot 10^4\, м/с$. Электромагнитные волны - только поперечные. Акустические волны – как поперечные, так и продольные.

1. Интенсивность фононного излучения

Особенностью фононного газа является то, что фононы возникают и существуют внутри решётки твёрдого тела. Характеристики отдельных фононов и газа в целом определяются геометрией, механическими свойствами, атомарным составом решётки и температурой. При рассмотрении задачи о переносе тепла поперёк тонкой плёнки с различными температурами на противоположных поверхностях принимается, что эти поверхности являются источниками потоков фононов. Интенсивности этих потоков определяются соответствующими значениями температур. Это означает необходимость расчёта фононных потоков с поверхностей стенок в зависимости от температур.

Данные об интенсивности фононного излучения, насколько нам известно, до сих пор не освещены достаточно подробно ни в монографической, ни в учебной литературе, ни в оригинальных статьях, несмотря на то, что это необходимый исходный параметр, например, при постановке задач переноса тепла в модели радиационного фононного переноса тепла [1,6,7]. Особенностями фононного излучения в сравнении с электромагнитным излучением является отсутствие универсальной константы, подобной константе Стефана – Больцмана. При этом в качестве свойств материала в данном случае выступают температура Дебая и усреднённая скорость распространяющихся в материале волн (последняя вместо скорости света в вакууме). Обе эти величины зависят от свойств материала наноплёнки.

Рассмотрим сначала, как ведётся расчёт электромагнитного излучения и фононов с единицы площади абсолютно чёрных тел обоих типов излучения.

Интегральная интенсивность электромагнитного излучения абсолютно чёрного тела в вакууме определяется по формуле [8,9]:

$$I(T) = \frac{\hbar}{4\pi^2 c^2}\left(\frac{k_B T}{\hbar}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1}. \tag{1}$$

Здесь c - скорость света в вакууме, k_B - постоянная Больцмана, $\hbar$ - постоянная Планка, $x = \hbar\omega / k_B T$. Интеграл в этом выражении равен $\pi^4/15$. Окончательно

$$I(T) = \frac{\pi^2 k_B^4}{60 c^2 \hbar^3} T^4 = \sigma T^4, \tag{2}$$

где σ - постоянная Стефана – Больцмана, $\sigma = 8{,}506 \cdot 10^{-8}$ Вт/м^{2}К^4.

Перенос тепла в вакууме электромагнитным излучением между двумя плоскими параллельными абсолютно чёрными поверхностями, имеющими температуры T_1 и T_2, равен тепловому потоку, определяемому по формуле:

$$q = \sigma(T_1^4 - T_2^4). \tag{3}$$

В работе [6] рассмотрена задача о баллистическом переносе тепла поперёк тонкой плёнки, температуры стенок которой равны T_1 и T_2. Предполагается, что плёнка изготовлена из полупроводника. Поэтому рассматривается перенос тепла именно фононами. Предполагается также, что обе поверхности пластины покрыты металлическими плёнками, что обеспечивает возможность использовать для них приближение абсолютно чёрного тела [6]. Поэтому задача сводится к определению теплового потока между двумя поверхностями, излучающими фононный спектр.

Определим интенсивность излучения абсолютно чёрного тела фононным газом. Данная задача принципиально отличается от рассмотренной выше для излучения электромагнитных волн в силу двух причин. Первая причина – скорости акустических волн существенно ниже, чем скорость света, причём, они разные для продольной и поперечных волн. Поэтому в выражении для интенсивности фононного излучения вместо множителя c^{-2}, используется v_a^{-2}, то есть обратный квадрат средней фазовой скорости акустических волн. Вторая причина – частоты фононов ограничены некоторым максимальным значением, поэтому при вычислении интенсивности излучения чёрного тела верхний предел не может быть равен бесконечности. В действительности этот предел зависит от температуры, поэтому общее выражение для интенсивности излучения фононного спектра плоской поверхности твёрдого тела имеет вид:

$$I_{ph}(T)=\frac{3(k_BT)^4}{(2\pi)^3\hbar^3v_a^2}\int_0^{\theta/T}\frac{x^3dx}{e^x-1}. \qquad (4)$$

Здесь v_a - средняя скорость акустических волн, определяемая по Дебаю [9]:

$$\frac{3}{v_a^3}=\frac{2}{v_t^3}+\frac{1}{v_l^3}, \qquad (5)$$

где v_t, v_l - скорости поперечных и продольной акустических волн.

По аналогии с выражением для интенсивности электромагнитного излучения (2) запишем выражение (4) в форме (подробный вывод можно посмотреть в литературе [1,6])

$$I_{ph}(T)=\frac{\sigma_{ph}(T)T^4}{\pi}, \qquad (6)$$

где $\sigma_{ph}(T)$ - фононный аналог постоянной Стефана – Больцмана:

$$\sigma_{ph}(T)=\frac{3k_B^4}{8\pi^2\hbar^3v_a^2}\int_0^{\theta/T}\frac{x^3dx}{e^x-1}, \qquad (7)$$

который существенно отличается от классического значения $\sigma(T)$. Во-первых, он является функцией температуры. Во-вторых, он значительно больше по абсолютной величине, так как $v_a << c$, а также зависит от свойств материала плёнки (средней фазовой скорости v_a и температуры Дебая θ).

Ранее в работе [6] был рассмотрен только частный случай низких температур. При этом условии верхний предел интегрирования в выражениях (4) и (7) – большая величина $\theta/T >> 1$, и возможно заменить его бесконечностью и получить

$$\sigma_{ph}\Big|_{T<<\theta}=\frac{\pi^2k_B^4}{40\hbar^3v_a^2}=const. \qquad (8)$$

Тогда в приближении $Kn>10$, то есть при баллистическм режиме переноса тепла, получаем, что тепловой поток между двумя параллельными пластинами, степень черноты которых равна единице, определяется по формуле подобной (1):

$$q=\sigma_{ph}(T_1^4-T_2^4). \qquad (9)$$

Однако, в отличие от (3), во-первых, величина σ_{ph} не является универсальной, справедливой для всех материалов. Во-вторых, при температурах сопоставимых с температурой Дебая и выше выражение (9) несправедливо, даёт большую ошибку и его необходимо заменить следующим:

$$q=\sigma_{ph}(T_1)T_1^4-\sigma_{ph}(T_2)T_2^4. \qquad (10)$$

В связи со сказанным, представляет интерес расчёт зависимости $\sigma_{ph}(T)$ по формуле (7) в широком диапазон температур, где применимо приближение баллистического режима переноса тепла. На рис.1 представлены расчёты для кремния (Silicon), германия (Germanium) и алмаза (Diamond).

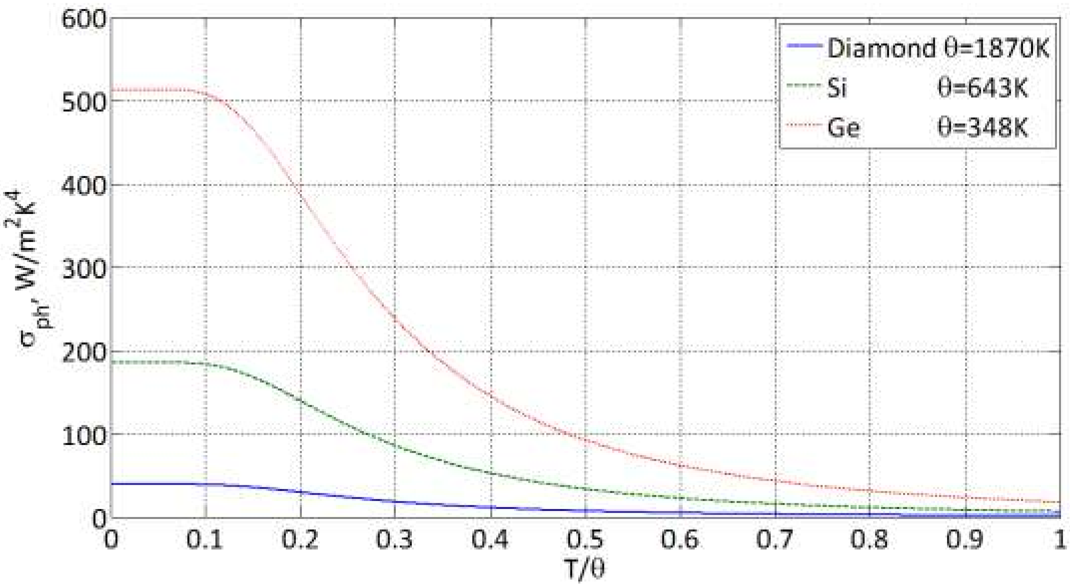

Рис. 1. Графики зависимости фононного аналога константы Стефана-Больцмана для алмаза (Diamond), кремний (Si) и германия (Ge) в зависимости от безразмерной температуры.

Из рис. 1 видно, что на абсолютное значение максимума фононного аналога постоянной Стефана-Больцмана влияет множитель v_a^{-2}, а на растяжение графика вдоль оси температур – температура Дебая . Поэтому при построении графика σ_{ph} от безразмерной температуры T/θ видно, что вне зависимости от материала пленки в диапазоне температур $0 < T < 0{,}1\theta$ справедливо приближение (8), называемое пределом Казимира [3].

2. Коэффициент теплопроводности наноплёнки в баллистическом режиме

Теоретический анализ баллистического переноса тепла поперёк тонкой плёнки - это, наверное, наиболее простая задача определения теплопроводности в наноструктурах. Однако, экспериментальное определение поперечной теплопроводности – трудная задача по двум причинам. Во–первых, определение теплопроводности, как правило, связано с контактом плёнки и нагревательного элемента, а это вносит большую погрешность. Во-вторых, даже в условиях бесконтактного измерения, возникает проблема измерения температур на обеих сторонах плёнки. Дело в том, что разность температур очень мала, как будет видно из дальнейших рассуждений, из-за чего требуется исключительно высокая точность измерений.

Теоретическая задача заключается в определении теплопроводности наноплёнок в поперечном направлении по соотношению, которое вытекает из закона Фурье:

$$\kappa_{eff} = \frac{q}{\Delta T / L}, \tag{11}$$

где L - толщина наноплёнки, ΔT - разность температур на её противоположных поверхностях, при этом $T_1 = T + \Delta T > T_2 = T$; q - тепловой поток, определяемый по формуле (10).

На практике разность температур ΔT на противоположных поверхностях пленки во много раз меньше абсолютного значения температуры T, что позволяет перейти в выражении (11) к пределу

$$\kappa_{eff}(T,L)=\lim_{\Delta T\to 0}\frac{\sigma_{ph}(T+\Delta T)(T+\Delta T)^4-\sigma_{ph}(T)T^4}{\Delta T}L=\frac{\partial\left(\sigma_{ph}(T)T^4\right)}{\partial T}L=$$

$$=\left\{\frac{\partial\left(\sigma_{ph}(T)\right)}{\partial T}T^4+4\sigma_{ph}(T)T^3\right\}L. \qquad (12)$$

Далее воспользуемся выражением (7) для $\sigma_{ph}(T)$, и после элементарных математических преобразований окончательно получим

$$\kappa_{eff}(T,L)=\frac{3k_B^4}{8\pi^2\hbar^3 v_a^2}T^3\left\{4\int_0^{\theta/T}\frac{x^3dx}{e^x-1}-\frac{(\theta/T)^4}{e^{\theta/T}-1}\right\}L. \qquad (13)$$

Оценим зависимость κ_{eff} от температуры при условии $T \ll \theta$, из выражения (13) получаем

$$\kappa_{eff_{T\ll\theta}}(T,L)=\frac{\pi^2 k_B{}^4}{10\hbar^3 v_a^2}T^3L. \qquad (14)$$

В пределе высоких температур – наблюдаем асимптотическое стремление к значению

$$\kappa_{eff\max}(L)=\frac{k_B{}^4\theta^3 L}{8\pi^2\hbar^3 v_a^2}. \qquad (15)$$

Выражение (13) позволяет оценить изменение величины κ_{eff} в зависимости от температуры при фиксированной толщине образца и в зависимости от толщины при фиксированной температуре поверхностей пленки. Графики данных зависимостей для кремния представлены на рис. 2 и 3 соответственно.

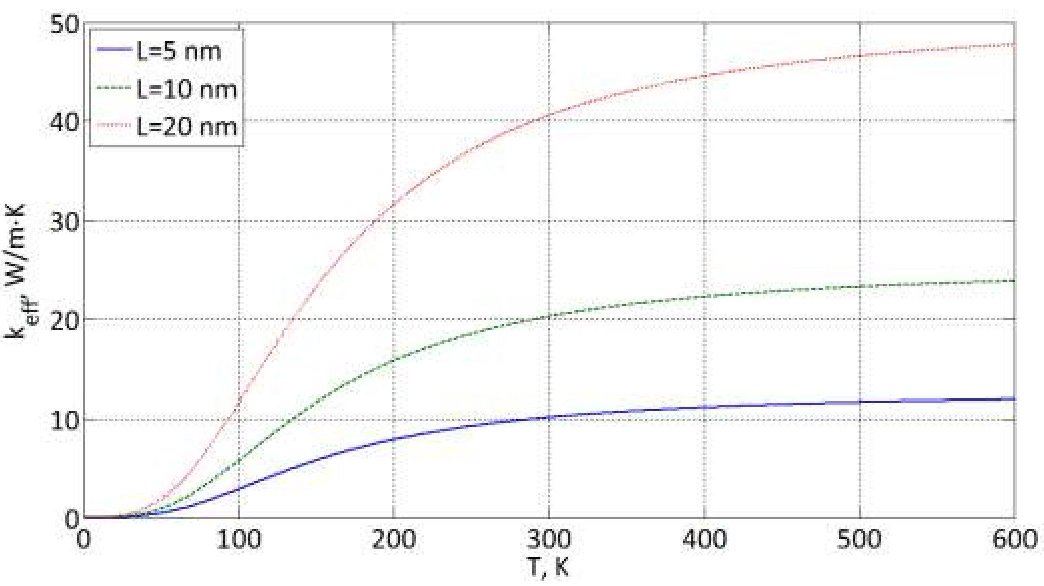

Рис. 2. График зависимости эффективного коэффициента теплопроводности поперек пленки в зависимости от температуры для разных толщин нанопленки кремния.

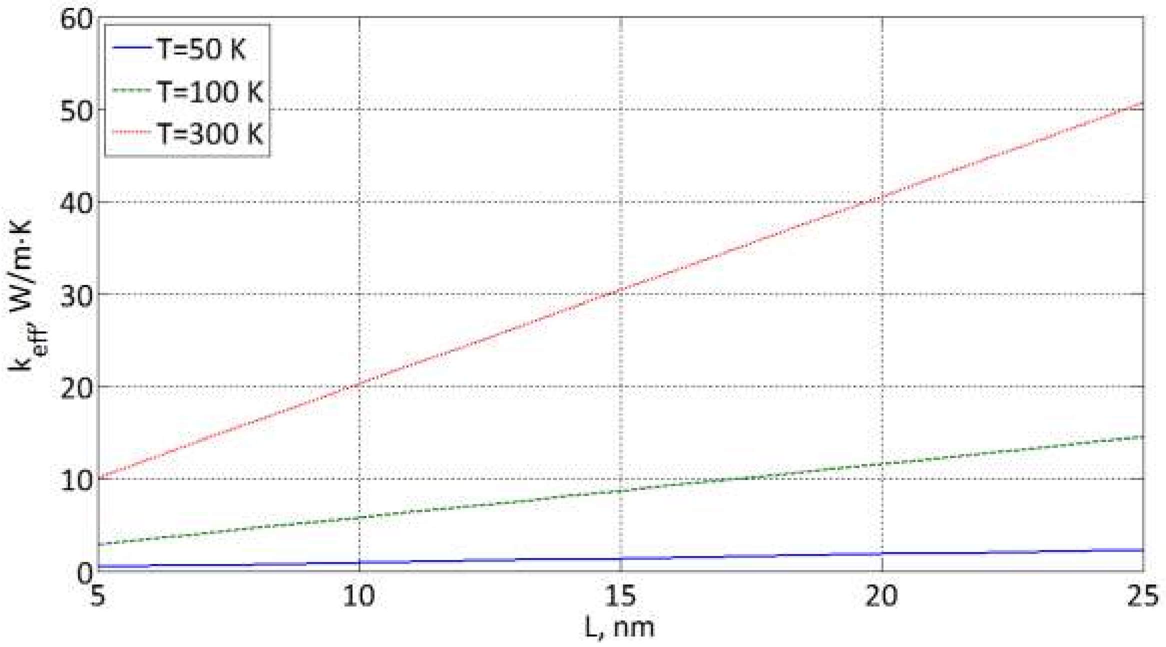

Рис. 3. График зависимости эффективного коэффициента теплопроводности поперек пленки в зависимости от толщины нанопленки кремния для разных температур.

Для оценки влияния свойств материала на величину теплопроводности на рис. 4 приводится сопоставление зависимостей $\kappa_{eff}(T)$ для пленок кремния, германия и алмаза толщиной $L = 10$ нм, свойства материалов представлены в таблице 1 [13].

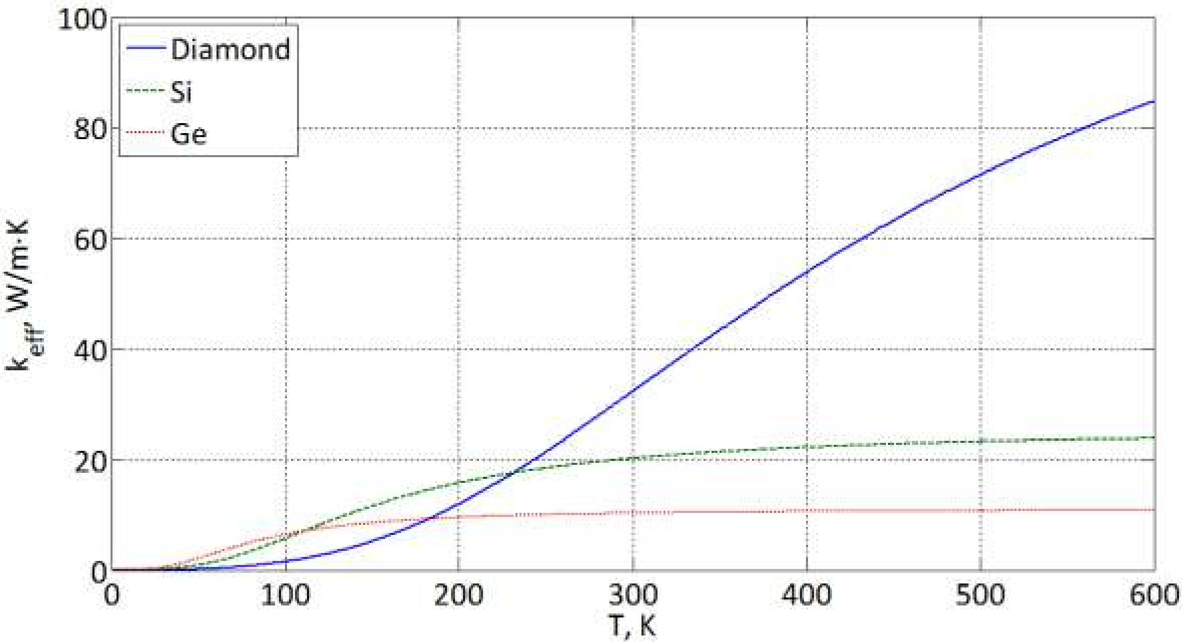

Рис. 4. График зависимости эффективного коэффициента теплопроводности поперек пленки в зависимости от температуры для нанопленок кремния, германия и алмаза толщиной 10 нм.

На рис. 5 приведено сравнение метода, описанного в статье, с другими моделями, учитывающими влияние так называемого размерного эффекта на величину теплопроводности поперек пленки, для кремния при комнатной температуре. Видно, что представленный в статье метод находится в хорошем согласовании с моделями других авторов.

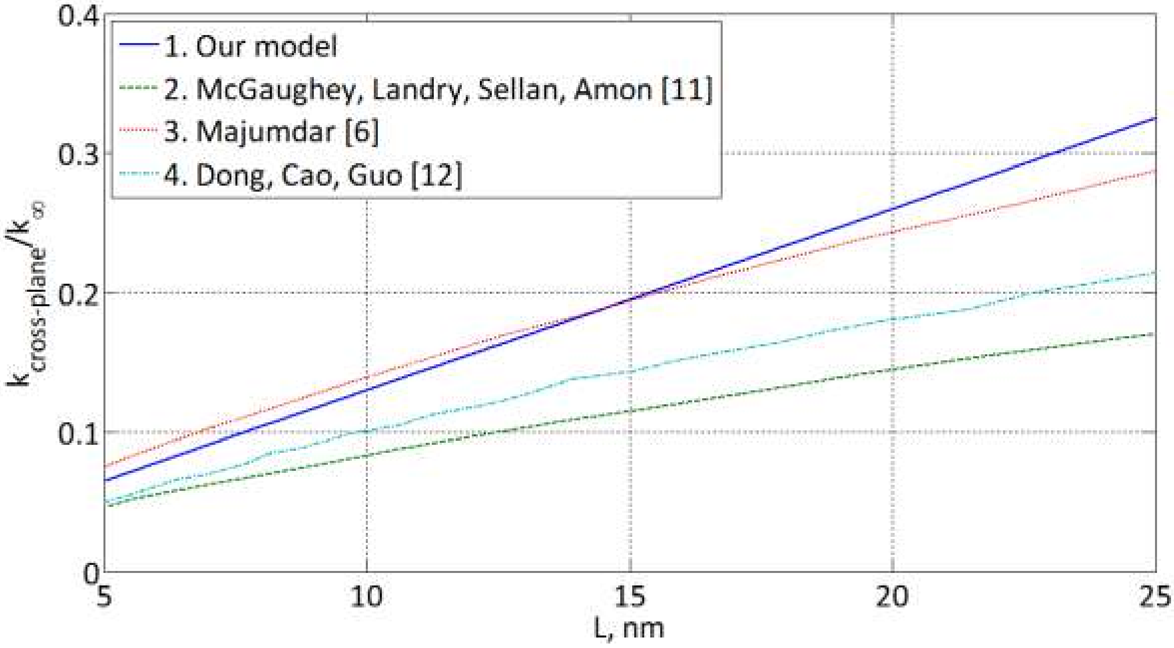

Рис. 5. Сравнение различных моделей, учитывающих влияние размерного эффекта на значение коэффициента теплопроводности поперек пленки.

В заключении следует остановиться на границах применения рассмотренной обобщенной модели лучистого фононного переноса. Как отмечалось ранее, баллистический режим соответствует числам $Kn > 10$, то есть при длинах свободного пробега l_∞ в 10 раз превышающих поперечный размер образца. Так как длина свободного пробега фононов зависит от температуры, то допустимый максимальный размер образца, для которого справедлива данная модель баллистического переноса $L_{\max}(T) = 0{,}1\ l_\infty(T)$.

Для определенности рассмотрим конкретные материалы - кремний и германий [14]. По графику, представленному на рис. 6, можно заключить, что для случая комнатных температур верхняя граница применимости рассмотренной модели составляет 21 нм для кремния и 14 нм для германия. При этом стоит заметить, что длина свободного пробега уменьшается с температурой.

Таблица 1. Свойства материалов, использованных при расчете.

	v_a, **м/с**	$\sigma'_{\max}$, **Вт/м^2 К^4**	θ, **К**	$\nu_{\max}$, **ТГц**	$l_\infty(300K)$, **нм**	$L_{\max}(300K)$, **нм**
Diamond	13 950	39	1870	39,0	447	44,7
Si	6 400	185	643	13,4	210	21
Ge	3 850	512	348	7,2	140	14

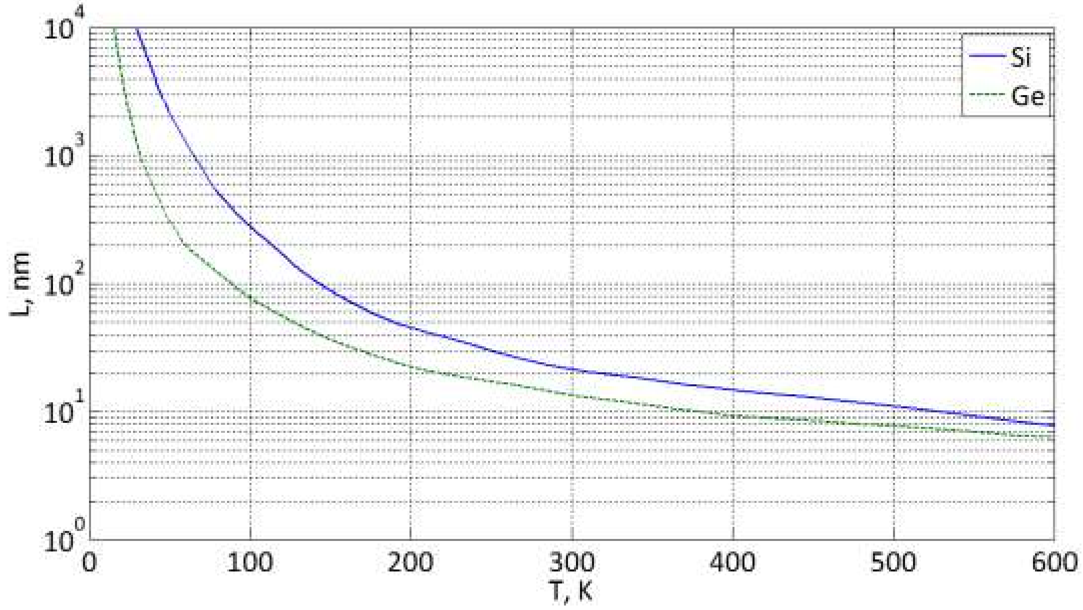

Рис. 6. Область применимости модели баллистического переноса тепла в тонких пленках кремния (Si) и германия (Ge) [14], которая находится под кривой предельных толщин $L_{\max}(T) = 0{,}1\ l_{\infty}(T)$.

Заключение

В работе представлены результаты исследования переноса тепла поперёк наноплёнки в баллистическом режиме. Используется решение, основанное на методе анализа распространения фононного излучения. Тепловой поток, переносимый с «горячей» стенки на «холодную», оценивается как разность потоков тепла, излучаемого противоположными стенками.

Впервые сформулирована проблема определения интенсивности фононного излучения чёрным телом в широком диапазоне температур. Получены новые результаты, которые сопоставляются с классическим электромагнитным излучением чёрного тела. Показано, что свойства фононного излучения существенно отличаются от свойств электромагнитного излучения. Так абсолютная интенсивность фононного излучения на несколько порядков больше, чем электромагнитного излучения. Фононное излучение зависит от свойств материала и толщины плёнки. Наконец, интенсивность фононного излучения растёт медленнее, чем электромагнитного излучения.

На основе полученных результатов впервые определены значения теплопроводности разных материалов в широком диапазоне температур и разных толщин нанопленок.

Полученные данные представляют практический интерес с точки зрения создания нанотехнологий, в частности, электрических цепей различных электронных устройств.

Кроме свойств наноплёнки, важную роль играют излучательные, рассеивающие и поглощательные свойства поверхностей. В данной работе рассматривается приближение, в котором предполагается, что поверхности являются абсолютно чёрными [6]. Это означает, что коэффициенты излучения и поглощения поверхностей равны единице, и поэтому они не фигурировали в дальнейшем изложении.

Список литературы

1. Zhang Z.M. Nano/Microscale Heat Transfer. NY: McGraw-Hill Book Company, 2007. 504 p.
2. Fourirer J. Théorie analytique de la chaleur. Cover. Chez Firmin Didot, père et fils, 1822. 639 p.
3. Casimir H.B.G. Note on the conduction of heat in crystals // Physica V, 1938. Vol. 5. Iss. 6. Pp. 495-500. DOI:10.1016/S0031-8914(38)80162-2
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. Изд. 4-е, испр. и доп. М.: Наука, 1987. 387 с.
5. Пайерлс Р. Квантовая теория твёрдых тел: пер. с англ. М.: ИЛ, 1956. 259с.
6. Majumdar A. Microscale heat conduction in dielectric thin films // ASME J. Heat Transfer. 2003. Vol. 115. P. 7–16. DOI:10.1115/1.2910673
7. Оциск М.Н. Сложный теплообмен. М.: «Мир», 1976. 615 с.
8. Хвесюк В.И. Статистическая термодинамика (квантовые статистики). М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 128 с.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Часть 1: Учебное пособие для вузов. М.: Физматлит, 2010. 616 с.
10. Zou J., Balandin A.J. Phonon heat conduction in a semiconductor nanowire // J. Appl. Phys. 2001. Vol. 89, 2932. DOI: 10.1063/1.1345515
11. McGaughey A.J.H., Landry E.S., Sellan D.P., Amon C.H. Size-dependent model for thin film and nanowire thermal conductivity // J. Appl. Phys. 2011. Vol. 99, 131904. DOI: 10.1063/1.3644163
12. Dong Y., Cao B.Y., Guo Z.Y. Ballistic–diffusive phonon transport and size induced anisotropy of thermal conductivity of silicon nanofilms // Physica E. 2015. vol. 66. Pp. 1–6. DOI: 10.1016/j.physe.2014.09.011
13. Adachi S., Capper P., Kasap S., Wi A. Properties of semiconductor alloys: group-IV, III-V and II-VI semiconductors. John Wiley & Sons, Ltd., Publication. 2009. 413 p.
14. Dames C., Chen G. Theoretical phonon thermal conductivity of Si/Ge superlattice nanowires // J. Appl. Phys. 2014. Vol. 95. P.682. DOI: 10.1063/1.1631734

Science & Education of the Bauman MSTU Electronic journal ISSN 1994-0408

Science and Education of the Bauman MSTU, 2016, no. 05, pp. 140–151.

DOI: **10.7463/0516.0840329**

Received: 13.04.2016
Revised: 27.04.2016

Ballistic Thermal Transfer in Nanosystems

A.A. Barinov[1,*], Ts. Zhunvei[1], V.I. Hvesyuk[1]

[*] shervudgreen@yandex.ru

[1] Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: ballistic thermal transfer, phonon radiative transfer (EPRT), cross-plane thermal transport, phonons, thermal conductivity of nanofilms

This work is concerned with analysis of cross-plane thermal transfer in nanofilms.

The paper presents a developed general model of phonon radiation transfer (EPRT) based on the Boltzmann transport equation. The EPRT model assumes that the thermal transfer inside a dielectric or metal medium between two metal walls is maintained at different temperatures. These walls are like heat reservoirs; their surfaces are blackbodies. The paper first presents a model of the phonon radiation transfer of the absolute blackbodies in a wide range of temperatures where a model of the ballistic thermal transfer is applicable. It conducts a comparative analysis between phonon radiation transfer and electromagnetic radiation.

The basic equation is a formula to calculate a phonon radiation intensity of the absolute blackbody depending on the temperature. Therefore, the formula for the total intensity of phonons is similar to the Stefan-Boltzmann law. The main difference of phonon radiation transfer is that a value of the phonon Stefan-Boltzmann constant is affected by temperature and properties of materials (average acoustic waves in solid bodies and Debye temperature). This can be seen from the curves for Si, Ge, and Diamond.

The paper presents a received analytical equation for effective thermal conductivity using a heat flux in a cross-plane direction. The results obtained show the size and temperature dependences of the effective thermal conductivity of silicon, germanium and diamond nanofilms for the ballistic transport in the cross-plane direction. Finally, the paper compares the calculated results with those of available models of different foreign authors, which are in good compliance.

References

1. Zhang Z.M. *Nano/Microscale Heat Transfer*. NY: McGraw-Hill Book Company, 2007. 504 p.
2. Fourirer J. *Théorie analytique de la chaleur. Cover*. Chez Firmin Didot, père et fils, 1822. 639 p.
3. Casimir H.B.G. Note on the conduction of heat in crystals. *Physica V*, 1938, vol. 5, no. 6, pp. 495-500. DOI:10.1016/S0031-8914(38)80162-2

4. Landau L.D., Lifshitz E.M. *Teoriya uprugosti* [Theory of Elasticity]. Moscow, Nauka Publ., 1987. 387 p. (in Russian). (In Russian).
5. Peierls R.E. *Quantum Theory of Solids*. Oxford University Press, Oxford. 2001. 238 p.
6. Majumdar A. Microscale heat conduction in dielectric thin films. *ASME J. Heat Transfer*. 2003, vol. 115, pp. 7-16. DOI:10.1115/1.2910673
7. Ozisik M.N. *Slozhniy teploobmen* [Complex heat exchange] Moscow, Mir Publ., 1976. 615 p. (in Russian).
8. Khvesyuk V.I. Statisticheskaya termodinamika [Statistical thermodynamics]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2014. 128 p. (in Russian).
9. Landau L.D., Lifshitz E.M. *Statisticheskaya fizika* [Statistical physics]. Moscow, FizMatLit Publ., 2010. 616 p. (in Russian).
10. Zou J., Balandin A. J. Phonon heat conduction in a semiconductor nanowire. *J. Appl. Phys*. 2001, vol. 89, pp. 2932. DOI: 10.1063/1.1345515
11. McGaughey A.J.H., Landry E.S., Sellan D.P., Amon C.H. Size-dependent model for thin film and nanowire thermal conductivity. *J. Appl. Phys.* 2011, vol. 99, pp. 131904. DOI: 10.1063/1.3644163
12. Dong Y., Cao B.Y., Guo Z.Y. Ballistic–diffusive phonon transport and size induced anisotropy of thermal conductivity of silicon nanofilms. *Physica E*, 2015, vol. 66, pp. 1–6. DOI: 10.1016/j.physe.2014.09.011
13. Adachi S., Capper P., Kasap S., Wi A. *Properties of semiconductor alloys: group-IV, III-V and II-VI semiconductors*. John Wiley & Sons, Ltd., Publication. 2009. 413 p.
14. Dames C., Chen G. Theoretical phonon thermal conductivity of Si/Ge superlattice nanowires. *J. Appl. Phys.* 2014, vol. 95, pp. 682. DOI: 10.1063/1.1631734