

УДК 629.78

## Радиальное равновесие протяженного объекта на круговой орбите

Коровин В. В.<sup>1,\*</sup>

[\\*korovinvv@bmstu.ru](mailto:korovinvv@bmstu.ru)

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

---

Анализ орбитального движения и равновесия протяженных объектов относится к числу актуальных проблем механики космического полета. В статье рассмотрен переход от материальной точки к объектам в виде гантели, однородного стержня, затем – типа гирлянды. Сформулированы уравнения равновесия для случая круговой орбиты. Показано, что движение центра масс подобных объектов является некеплеровым и они испытывают растяжение в радиальном направлении. Выведены аналитические выражения для силы натяжения и проанализированы свойства. Предложено рассматривать действующую на протяженный объект гравитационно-центробежную нагрузку как самоуравновешенную систему сил кажущегося веса с переменным вдоль радиуса кажущимся ускорением. Полученные результаты использованы для анализа космического лифта. Рассчитана минимальная длина лифта в виде однородного стержня. Определено распределение силы натяжения по длине и требования к прочности материала. Показан характер и величина действующего в сечениях протяженных объектов ускорения микрогравитации.

**Ключевые слова:** космический лифт, космическая тросовая система, равновесие на круговой орбите, орбитальная скорость, сила натяжения, орбитальный центр, ускорение микрогравитации

---

### 1. Введение

Задачи механики орбитального движения и равновесия протяженных объектов привлекают внимание отечественных и зарубежных специалистов на протяжении последних десятилетий. Это определяется интересом к таким проектам, как космические тросовые связки (системы) и космические лифты.

Космический лифт – конструкция, находящаяся в равновесии относительно вращающейся Земли или другого небесного тела [1, 2, 3, 4]. Космическая тросовая связка может находиться в относительном равновесии (гравитационно-уравновешенное положение) на круговой орбите [4, 5, 6, 7].

При исследовании космического лифта вопросы статики являются первоочередными. Особенностью лифта является известная угловая скорость вращения. Она определяется планетой, с которой связан лифт.

Исследование механики орбитальных тросовых связок во многих случаях не подразумевает анализа статического равновесия, т.к. решаются задачи динамики. Если рассматривается движение относительно центра масс, часто используется предположение о кеплеровом движении центра масс протяженного объекта [8, 9, 10, 11]. Такое допущение справедливо в линейном приближении. Действительное гравитационное поле в этом случае заменяется его линейным аналогом в окрестности центра масс системы, что не приводит к заметным погрешностям, пока размеры объекта существенно меньше радиуса орбиты центра масс [5, 6]. Свободным от таких ограничений является подход, когда уравнения движения записываются в геоцентрической инерциальной системе отсчета [12].

В ряде работ допускается перенос результатов анализа линеаризованных моделей на объекты, немалые в сравнении с орбитальным радиусом (космический лифт, протяженные связки) [3]. В результате, например, центр масс космического лифта оказывается на геостационарной орбите, что, строго говоря, неверно.

В целом, вопросы статики протяженных орбитальных объектов многократно рассматривались отечественными и зарубежными авторами. При этом обычно анализ выполнялся в рамках решения конкретной прикладной задачи. В настоящей работе рассматриваются нелинейные уравнения равновесия одномерных объектов в центральном поле тяготения на круговой орбите. Ставится цель определения условий статического равновесия, исследования характера нагружения, получения удобных и физически наглядных расчетных соотношений.

## 2.. Материальная точка и гантель

На материальную точку в центральном поле тяготения действует гравитационная сила

$$\bar{F}_{ГП} = - \frac{\mu M}{r^3} \bar{r},$$

где

$\mu$  – гравитационный параметр притягивающего центра;

$M$  – масса материальной точки;

$\bar{r}$  – радиус-вектор.

Уравнения движения материальной точки в проекциях на оси инерциальной системы отсчета, связанной с центром притяжения, имеют вид:

$$\ddot{x}_i = - \frac{\mu x_i}{r^3},$$

где  $x_i = x, y, z$  – координаты,

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Введем связанную орбитальную систему отсчета  $Sxuz$ . Начало отсчета  $S$  совпадает с материальной точкой, ось  $Sx$  – местная вертикаль; ось

$Cy$  – трансверсаль, направлена по орбитальному движению; ось  $Cz$  – нормаль к плоскости орбиты и дополняет систему до правой.

В этой неинерциальной системе отсчета материальная точка находится в состоянии равновесия

$$\bar{F}_{ГП} + \bar{F}_e = 0, \quad (1)$$

где  $\bar{F}_e$  – переносная сила инерции.

Ограничимся случаем круговой орбиты. Тогда

$$\bar{F}_e = M\Omega^2 \bar{r} = \bar{F}_ц,$$

где  $\bar{F}_ц$  – центробежная сила;  $\Omega$  – угловая скорость орбитального движения.

Из условия равновесия (1) следует

$$\Omega = \sqrt{\frac{\mu}{r^3}}. \quad (2)$$

Здесь  $\Omega$  – кеплерова угловая скорость для орбиты радиуса  $r$ , т.е. угловая скорость материальной точки в центральном поле тяготения на круговой орбите при отсутствии возмущающих сил.

Рассмотрим равновесие на круговой орбите простейшего тела, не являющегося материальной точкой. Это гантелеобразный объект: две материальные точки  $M_1$  и  $M_2$ , соединенные идеальной невесомой нерастяжимой связью. Пусть «гантель» ориентирована вдоль местной вертикали. Орбитальная система отсчета  $Cxuz$  в этом случае связана с центром масс гантели (рис. 1).

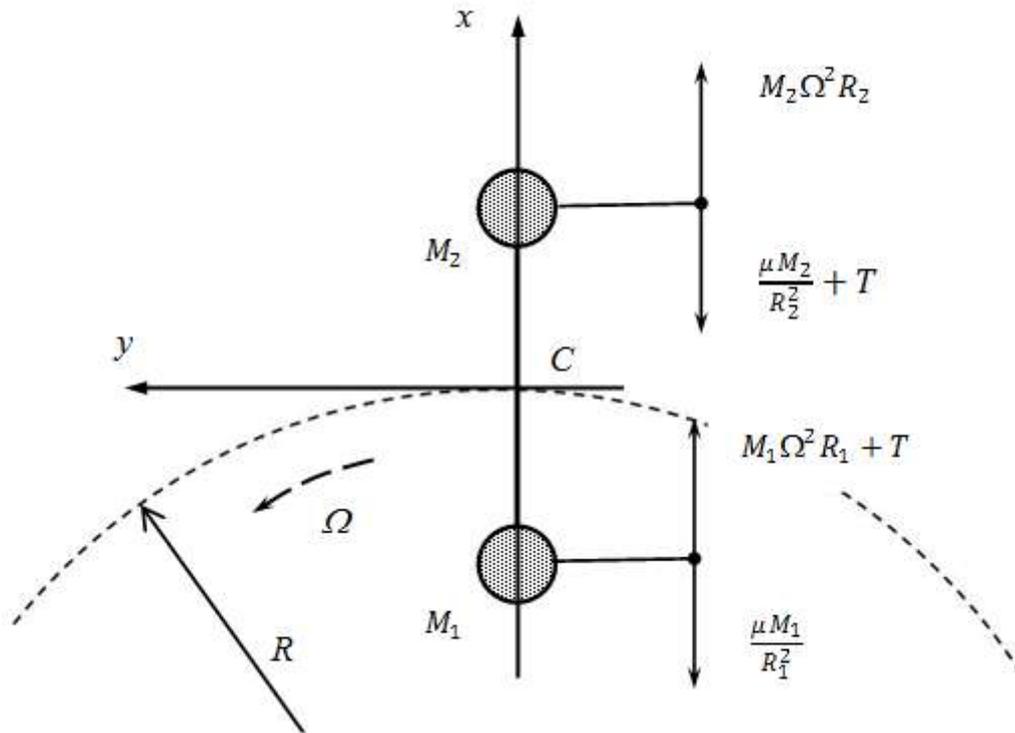


Рис.1 Равновесие гантелеобразного объекта

Для равновесия необходимо равенство центростремительных и гравитационных сил:

$$\sum_{i=1}^2 \left( M_i \Omega^2 r_i - \frac{\mu M_i}{r_i^2} \right) = 0 .$$

Отсюда определяется угловая скорость орбитального движения  $\Omega$ :

$$\Omega^2 = \mu \left[ \frac{M_1 r_2^2 + M_2 r_1^2}{(M_1 r_1 + M_2 r_2) r_1^2 r_2^2} \right] . \quad (3)$$

Сравним полученный результат с кеплеровой угловой скоростью (2). Положим  $M_1 = M_2 = M$ , расстояние между материальными точками равно  $2l$ . Радиус орбиты центра масс гантелеобразного тела равен  $R$ ,  $r_1 = R - l$ ,  $r_2 = R + l$ . Тогда:

$$\Omega^2 = \mu \frac{R^2 + l^2}{R (R^2 - l^2)^2} . \quad (4)$$

При  $l \rightarrow 0$  получим  $\Omega^2 = \mu/R^3$ , что соответствует кеплеровой угловой скорости. При  $l \neq 0$  из (4) следует:  $\Omega > \Omega_{\text{кеплер}}(R)$ . Таким образом, движение центра масс гантелеобразного объекта некеплерово.

Определим реакцию связи, действующей на материальные точки.

Уравнение равновесия верхней массы  $M_2 = M$  (рис. 1):

$$M \left( \Omega^2 r_2 - \frac{\mu}{r_2^2} \right) - T = 0 , \quad (5)$$

где  $T$  – реакция связи.

Подставляя в (5) выражение для  $\Omega^2$  (4), находим

$$T = \mu M \frac{l (l^2 + 3R^2)}{R(R-l)^2(R+l)^2} . \quad (6)$$

Из (6) видно, что при положительных  $l$  и  $R$  будет положительное натяжение  $T$ . При  $l \rightarrow 0$ ,  $T \rightarrow 0$ . Следовательно, гантелеобразный объект в радиальном положении на круговой орбите растянут.

### 3. Однородный стержень

Рассмотрим равновесие однородного стержня погонной массой  $m$  и длиной  $2l$ , расположенного радиально на круговой орбите. Радиус орбиты центра масс стержня –  $R$ . Тогда его нижний и верхний концы движутся по орбитам радиусами  $R - l$  и  $R + l$  соответственно (рис. 2).

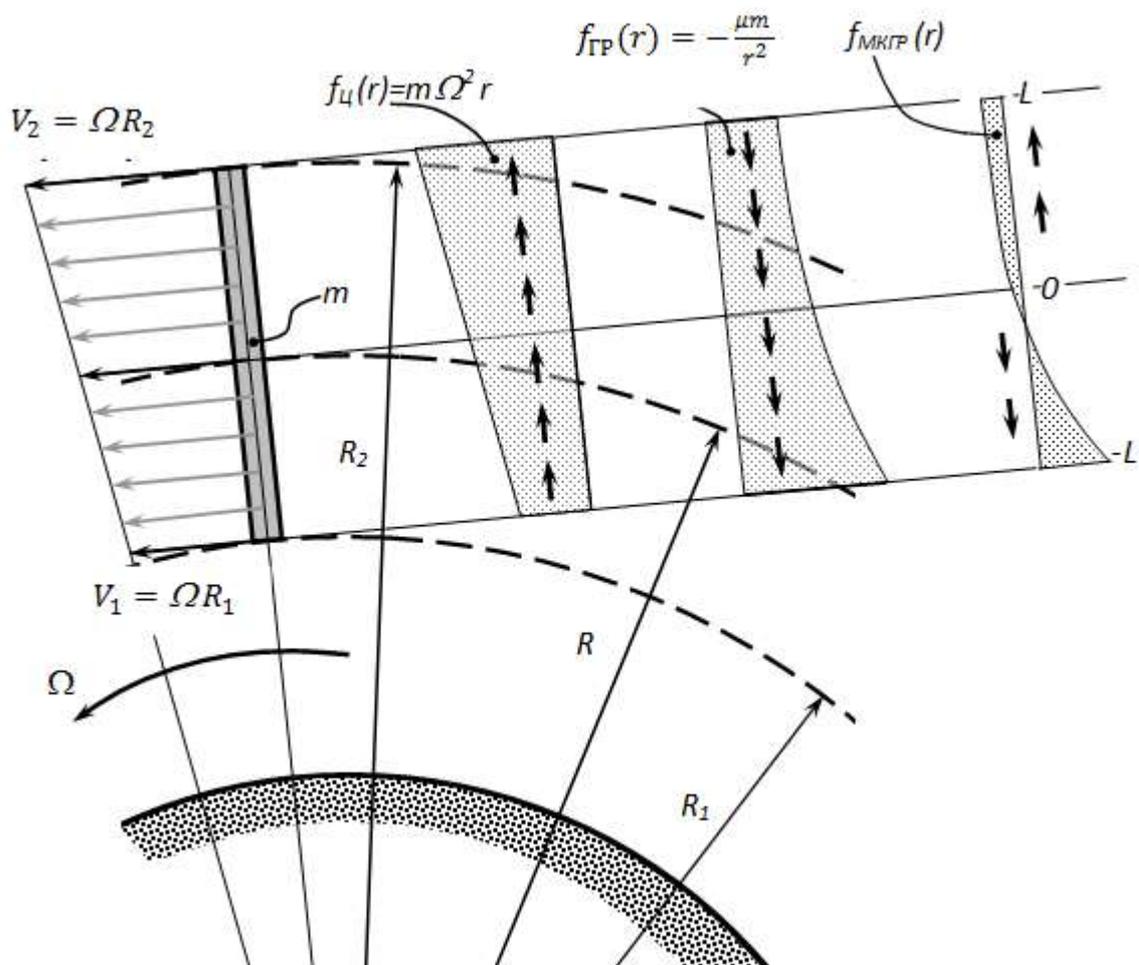


Рис.2 Радиальное равновесие однородного стержня

Условие равновесия стержня имеет интегральный вид

$$\int_{R-l}^{R+l} \left( m\Omega^2 r - \frac{\mu m}{r^2} \right) dr = 0. \quad (7)$$

На стержень действуют центробежная сила

$$F_{ц} = m\Omega^2 \int_{R-l}^{R+l} r dr = 2 m \Omega^2 R l ;$$

и гравитационная сила

$$F_{Гр} = -\mu m \int_{R-l}^{R+l} \frac{dr}{r^2} = -\mu m \frac{2l}{R^2 - l^2} .$$

Приравнявая силы, находим выражение для квадрата угловой скорости стержня

$$\Omega^2 = \frac{\mu}{R(R^2 - l^2)} . \quad (8)$$

При  $l \rightarrow 0$  имеем:  $\Omega^2 = \mu/R^3$  – кеплерова угловая скорость.

Равновесие элементарного участка стержня  $dr$  определяется уравнением [7]:

$$\frac{dT}{dr} = m \left( \frac{\mu}{r^2} - \Omega^2 r \right), \quad (9)$$

где  $T$  – продольная сила в стержне (сила натяжения в тросе, если под стержнем понимается трос).

Интегрируя (9), получим

$$T(r) = -m \left( \frac{\mu}{r} + \frac{1}{2} \Omega^2 r^2 \right) + c. \quad (10)$$

Подставляя в (10) выражение для угловой скорости (8) и граничное условие  $T(R - l) = 0$ , найдем

$$c = \mu m \frac{3R^2 + l^2}{2R(R^2 - l^2)},$$

$$T(r) = -\mu m \left[ \frac{1}{r} + \frac{r^2 - l^2}{2R(R^2 - l^2)} - \frac{3R}{2(R^2 - l^2)} \right]. \quad (11)$$

Максимальное натяжение  $T_{\max}$  определяется условием

$$\frac{dT}{dr} = 0. \quad (12)$$

Из (12) получим значение  $r$ , соответствующее  $T_{\max}$

$$r(T_{\max}) = [R(R^2 - l^2)]^{1/3}. \quad (13)$$

Анализ выражения (13) дает следующее.

При  $l > 0$   $r(T_{\max}) < R$ , или сечение с максимальным натяжением всегда ниже центра масс (середины однородного стержня).

При  $l \ll R$   $r(T_{\max}) \rightarrow R$ , т.е. сечение с максимальным натяжением приближается к центру масс протяженного в радиальном направлении объекта снизу, если размеры объекта малы в сравнении с радиусом его орбиты.

При  $l \sim R$  (случай космического лифта)  $r(T_{\max}) \rightarrow 0$ . Это означает, что максимальное натяжение будет ближе к нижнему концу космического лифта постоянной погонной массы.

Условие радиального равновесия стержня (7) показывает, что гравитационная и центробежная силы, действующие на стержень, интегрально равны. При этом с ростом  $r$  центробежная сила растет, гравитационная – падает. Определим радиус сечения  $r$ , в котором  $F_{\text{гр}}$  и  $F_{\text{ц}}$  уравновешены и, следовательно, имеет место невесомость. Условие равновесия элемента стержня  $dm$  в этом случае:

$$dm \Omega^2 r = \frac{\mu dm}{r^2}.$$

Подставляя сюда значение угловой скорости (8), получим

$$r = [R(R^2 - l^2)]^{1/3}, \quad (14)$$

что совпадает с формулой (13) – радиусом максимального натяжения  $r(T_{\max})$ .

Сечение протяженного в радиальном направлении орбитального объекта, в котором существует невесомость и возникает наибольшая радиальная растягивающая сила, называют гравитационным центром или орбитальным центром (ОЦ) [5].

Из сравнения формулы для квадрата орбитальной скорости (8) с радиусом орбитального центра (13), (14) ясно, что движение ОЦ происходит с кеплеровой угловой скоростью (2):

$$\Omega^2 = \frac{\mu}{R(R^2 - l^2)} = \frac{\mu}{R_{\text{ОЦ}}^3}. \quad (15)$$

Таким образом, если задан радиус орбиты центра масс протяженного объекта, его орбитальная скорость определяется из условия равенства центробежных и гравитационных сил (7). Определяя, затем, радиус орбиты, для которой найденная угловая скорость является кеплеровой, находим положение ОЦ протяженного орбитального объекта (ПОО).

#### 4. Общий подход к решению задачи и числовой пример

При смещении в радиальном направлении от ОЦ равенство гравитационной и центробежной сил нарушается (рис. 2). Выше ОЦ центробежная сила превышает гравитационную, ниже – наоборот. Следовательно, точки ПОО, радиус которых отличается от радиуса ОЦ, находятся в условиях микрогравитации. Величина ускорения микрогравитации  $a_{\text{мкгп}}(r)$  определяется разностью ускорений от центробежной и гравитационной сил. Она растет нелинейно с удалением от орбитального центра:

$$a_{\text{мкгп}}(r) = \mu \frac{r^3 - R_{\text{ОЦ}}^3}{r^2 R_{\text{ОЦ}}^3}. \quad (16)$$

Ускорение микрогравитации направлено от ОЦ по радиус-вектору в зенит при  $r > R_{\text{ОЦ}}$  и к центру притяжения (в надир) при  $r < R_{\text{ОЦ}}$ .

Ускорение (16) можно трактовать, как кажущееся ускорение, а определяемые им силы – как силы кажущегося веса. Тогда протяженный объект в радиальном равновесии на круговой орбите растянут самоуравновешенной системой сил кажущегося веса, как показано на рис. 2.

Космическая тросовая система в общем случае имеет вид «гирлянды» из сосредоточенных масс и соединительных тросов. Радиальное положение на круговой орбите в центральном поле тяготения является одной из возможных форм равновесия подобных объектов [6]. Эта форма равновесия является устойчивой, так как при отклонении от нее силы кажущегося веса создают восстанавливающий момент. Множество способов применения тросов в космосе предполагают создание именно радиально-уравновешенных систем.

Для статического расчета такого объекта необходимо определить орбитальную угловую скорость связки по известному радиусу какой-либо точки, или наоборот, по заданной скорости найти радиус, обеспечивающий орбитальное равновесие. В случае космиче-

ского лифта угловая скорость задается небесным телом, с которым связан лифт. Тогда требуется определить минимальную длину лифта, обеспечивающую радиальное равновесие. Далее, производится расчет одномерной конструкции на действие самоуравновешенной нагрузки в виде сил кажущегося веса от ускорения (16). При этом, сила натяжения в сечении  $r$  для ПОО с орбитальными радиусами нижнего и верхнего концов  $R_1$  и  $R_2$  соответственно, определяется выражением:

$$T(r) = \int_r^{R_2} m(\xi) a_{\text{МКГР}}(\xi) d\xi + \sum_i M_i a_{\text{МКГР}}(r_i) = - \left( \int_{R_1}^r m(\xi) a_{\text{МКГР}}(\xi) d\xi + \sum_j M_j a_{\text{МКГР}}(r_j) \right), \quad (17)$$

где  $M_i$  - сосредоточенные массы на участке гирлянды от  $r$  до  $R_2$ ;

$M_j$  - сосредоточенные массы на участке от  $R_1$  до  $r$ .

С помощью полученных здесь аналитических выражений проанализируем, кратко, свойства простейшего земного космического лифта. Такой лифт представляет собой однородный стержень, закрепленный на экваторе Земли и простирающийся в радиальном направлении. Минимальная длина лифта определяется из условия отсутствия сжимающих напряжений. Запишем условие равновесия (7) в виде

$$\int_{R_1}^{R_2} \left( m\Omega^2 r - \frac{\mu m}{r^2} \right) dr = 0, \quad (18)$$

где  $R_2$  – радиус верхнего конца, определяемый из условия (18).

Раскрывая (18), получим, при  $m = \text{const}$ , уравнение относительно  $R_2$  в виде:

$$\Omega^2 R_1 \cdot R_2^3 - (2\mu + \Omega^2 R_1^3) \cdot R_2 + 2\mu R_1 = 0 \quad (19)$$

Примем:

$R_1 = 6378$  км – экваториальный радиус Земли (радиус нижнего конца лифта);

$\mu = 3,986 \cdot 10^5 \frac{\text{км}^3}{\text{с}^2}$  – гравитационный параметр Земли;

$\Omega = 7,292 \cdot 10^{-5} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$  – угловая скорость вращения Земли.

При этих числовых значениях корень уравнения (19)  $R_2 = 150162$  км. Два других корня соответствуют нулевой или отрицательной длине лифта. Следовательно, полная длина космического лифта  $2l = R_2 - R_1 = 143784$  км. Полученный результат соответствует данным других авторов [1, 2, 4].

Геоцентрический радиус центра масс лифта составит  $R = R_1 + l = 78270$  км. Используя (13), (14) или (15) находим радиус орбитального центра  $R_{\text{ОЦ}} = 42164$  км, что равно радиусу геостационарной орбиты. Таким образом, центр масс лифта постоянного сечения выше геостационарной орбиты на 36106 км.

Выражения (11), (17) позволяют вычислить силу натяжения в лифте  $T(r)$ . Разделив  $T(r)$  на погонный вес  $mg$ , получим результат в виде разрывной длины  $L_p(r)$  (рис. 3). Эта величина показывает, какой разрывной длиной (показатель удельной прочности) должен обладать материал лифта в сечении  $r$ , чтобы выдержать действующую нагрузку. Максимум разрывной длины имеет место на геостационарной орбите и равен 4950 км.

Требования к прочности материала космического лифта существенно снижаются при создании лифта переменного поперечного сечения [2, 4, 13]. В любом случае, центр масс лифта находится намного выше орбитального центра.

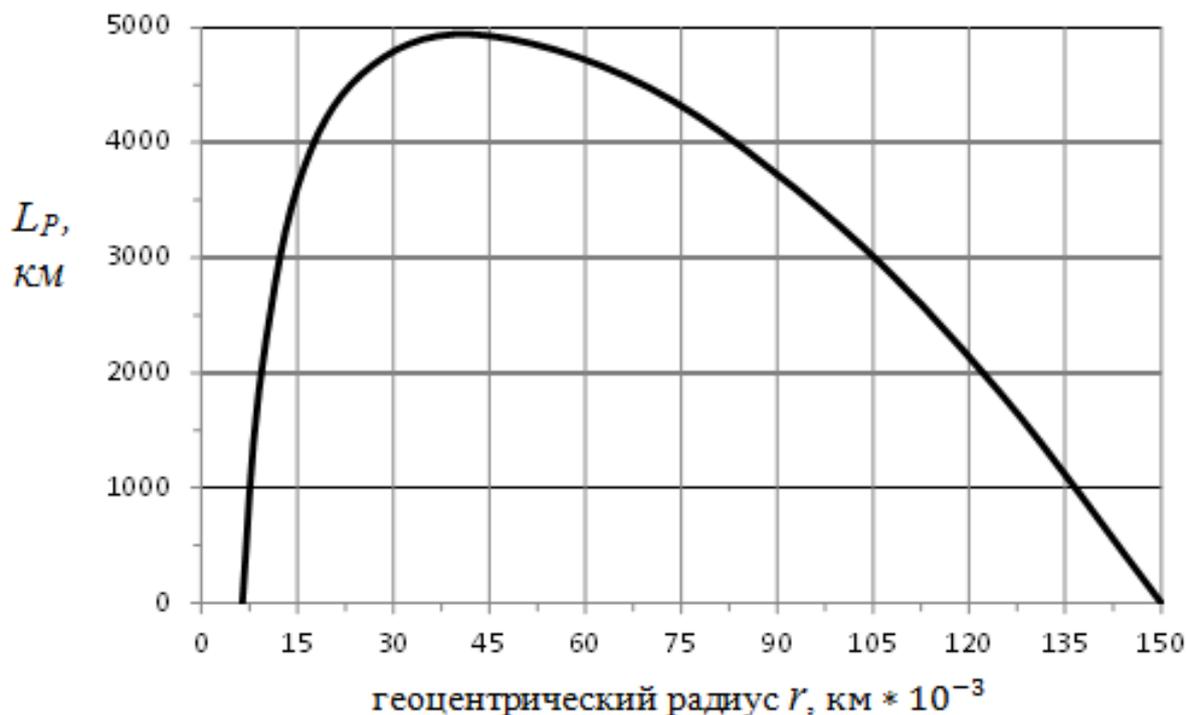


Рис. 3. Нагружение космического лифта

На рис. 4 показано возникающее в сечениях лифта кажущееся или микрогравитационное ускорение.

Термин «микрогравитация» оправдан для объектов, размер которых существенно меньше радиуса орбиты. В случае космического лифта на нижнем конце выражение (16) дает  $a(R_1) = -9,8 \text{ м/с}^2$ , что соответствует земному ускорению свободного падения. Знак «минус» в данном случае означает направление действия против радиуса-вектора (к центру притяжения). Следовательно, кажущийся вес на нижнем конце космического лифта совпадает с весом на Земле.

Ускорение равно нулю (невесомость) в орбитальном центре лифта, т.е. на геостационарной орбите.

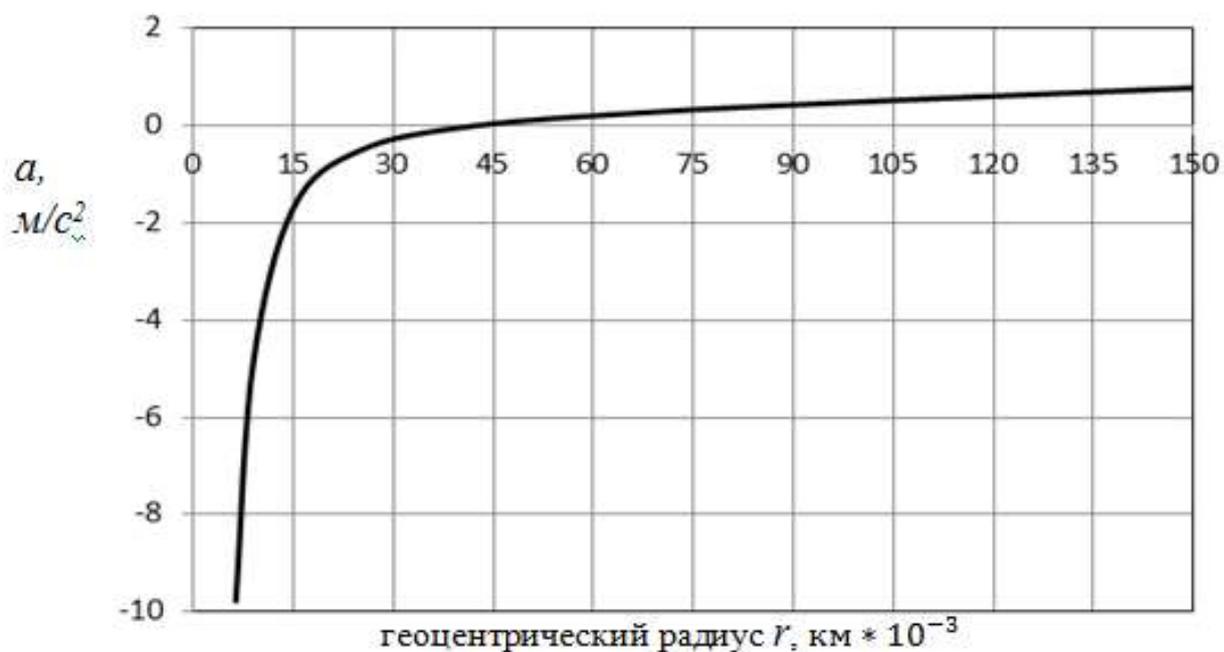


Рис. 4 Гравитационно-центробежное ускорение вдоль космического лифта

## 5. Заключение

В статье рассмотрено равновесие на круговой орбите объектов в виде гантели, однородного стержня, затем – типа гирлянды. Показаны присущие им свойства:

- движение центра масс некеплерово. Кеплерову угловую скорость имеет точка протяженного в радиальном направлении объекта, называемая орбитальным центром;
- протяженный объект на орбите растянут гравитационно-центробежными силами;
- для орбитального центра характерно наличие невесомости и максимума силы натяжения. Орбитальный центр всегда ниже центра масс.

Получены следующие результаты:

- выведены аналитические выражения для орбитальной угловой скорости центра масс рассмотренных протяженных объектов;
- получены аналитические выражения силы натяжения в типовых случаях и проанализированы их свойства;
- показан характер и величина действующего в сечениях протяженных радиально-ориентированных объектов ускорения. Оно определяется разностью гравитационных и центробежных сил;

- предложено рассматривать действующую на протяженный объект гравитационно-центробежную нагрузку как самоуравновешенную систему сил кажущегося веса с переменным вдоль радиуса кажущимся ускорением. Это дает общую формулу для определения силы натяжения в сечениях радиально-ориентированных одномерных объектов (17). Выражение (17) является более простым и физически наглядным в сравнении с исполь-

зuemыми в работах [2, 4], где натяжение определяется через потенциал гравитационно-центробежного поля.

Выполнен расчет простейшего космического лифта. Определены минимальная длина лифта в виде однородного стержня, распределение силы натяжения по длине и требования к прочности материала. Показано распределение кажущегося ускорения.

Корректность используемых аналитических выражений и подхода к решению задачи в целом подтверждена совпадением ряда полученных результатов с данными других авторов [1, 2, 4] или с физически очевидными величинами.

### Список литературы

1. Pearson J. The Orbital tower: a spacecraft launcher using the Earth's rotational energy // Acta Astronautica. 1975. Vol. 2, no. 10. P. 785-799. DOI:
2. Поляков Г.Г. Собрание трудов. Т. 1. Привязные спутники, космические лифты и кольца. Астрахань: Изд-во Астрахан. гос. пед. ун-та, 1999. 580 с.
3. Bolonkin A. Non Rocket Space Launch and Flight. Elsevier, 2005. 488 p.
4. Нуралиева А.Б. О динамике троса космического лифта: дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2012.
5. Arnold D.A. The behavior of long tethers in space // Journal of the Astronautical Sciences. 1987. Vol. 35, no. 1. P. 3-18. [русск. перев.: Арнольд Д.А. Поведение системы из двух связанных длинным тросом тел // Астронавтика и ракетодинамика: Экспресс-информация. 1988. № 2. С. 1-9.]
6. Белецкий В.В., Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. М.: Наука, 1990. 336 с.
7. Усюкин В.И. Строительная механика конструкций космической техники. М.: Машиностроение, 1988. 392 с.
8. Калашников Л.М., Малышев Г.В., Свотин А.П. Тросовые системы в орбитальных транспортных операциях // Полет. 2001. № 4. С. 51-56.
9. Сидоров И.М., Веселова Г.В. О возможности реализации пассивной одноосной гравитационной стабилизации международной космической станции. М.: ИКИ РАН, 2013. 18 с. (Препринт / ИКИ РАН; № 2169).
10. Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. Космические тросовые системы: учебное пособие / под ред. проф. В.А. Иванова. М.: Альфа-М; ИНФРА-М, 2014. 208 с.
11. Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. Орбитальное функционирование связанных космических объектов: учеб. пособие / под ред. проф. В.А. Иванова. М.: ИНФРА-М, 2014. 320 с.
12. Коровин В.В., Попов А.В., Усюкин В.И. Динамика неуправляемого развертывания космической тросовой связки // Инженерный журнал: наука и инновации. 2012. № 8. DOI: [10.18698/2308-6033-2012-8-444](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2012-8-444)

13. Ледков А.С., Пикалев Р.С. Исследование влияния движения подъемника на динамику космического лифта // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электронный журнал. 2014. № 5. С. 206-216. DOI: [10.7463/0514.0710704](https://doi.org/10.7463/0514.0710704)

## Radial Equilibrium of Extended Object in a Circular Orbit

V.V. Korovin<sup>1,\*</sup>

[\\*korovinvv@bmstu.ru](mailto:korovinvv@bmstu.ru)

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

---

**Keywords:** space elevator, space tethered system, equilibrium in a circular orbit, the orbital velocity, tension force, the orbital center, microgravity acceleration

---

Over the past decades the problems in mechanics of orbital motion and equilibrium of extended objects draw attention of domestic and foreign experts because of their interest in such projects as the space tether systems and space elevators.

The article deals with the nonlinear equations of equilibrium one-dimensional objects in a central gravitational field in a circular orbit. It considers transition from the material point to the objects in the form of dumbbells, a homogeneous rod, and a type of garland. It is shown that the motion of the mass center of these objects is non-Keplerian. In some cases the analytical expressions of the angular velocity of the center of mass are obtained.

A point of the object extended in the radial direction, called the orbital center, has a Keplerian angular velocity. The orbital center is characterized by a zero gravity and a maximum of the tension force. The orbital center is always below the center of mass.

The gravitation-centrifugal forces provide stretching the extended object in orbit. The analytical expressions for the tension force in typical cases have been received, and their properties have been analyzed. The article shows the nature and acceleration value in the sections of the radially extended objects of acceleration that is determined by difference between gravitational and centrifugal forces.

The article offers to consider a gravitation-centrifugal load, which acts on the extended object, as the self-balanced system of forces of the apparent weight with the variable apparent acceleration along a radius. This gives a simple general formula for determining the tensile force in the cross sections of the radially oriented one-dimensional objects.

The calculation of the simplest space elevator has been fulfilled. Provided that there is a lack of compressive stresses, have been determined the minimum length of an elevator as a homogeneous rod, distribution of the tensile force by length, and requirements for material strength. The distribution of the apparent acceleration is shown.

The coincidence of a number of the results with those of other authors or physically apparent values proves the correctness of used analytical expressions and approach to the problem, as a whole.

## References

1. Pearson J. The Orbital tower: a spacecraft launcher using the Earth's rotational energy. *Acta Astronautica*, 1975, vol.2, no. 10, pp. 785-799. DOI:
2. Polyakov G.G. *Sobranie trudov. T. 1. Privyaznye sputniki, kosmicheskie lifty i kol'tsa* [Collected Works. Vol. 1. Tethered satellites, space elevators and rings]. Astrakhan, ASPU Publ., 1999. 580 p. (in Russian).
3. Bolonkin A. *Non Rocket Space Launch and Flight*. Elsevier, 2005. 488 p.
4. Nuralieva A.B. *O dinamike troso kosmicheskogo lifta. Kand. dis.* [On the dynamics of a space elevator cable. Cand. dis.]. Moscow, Keldysh Institute of Applied Mathematics (Russian Academy of Sciences), 2012. (in Russian, unpublished).
5. Arnold D.A. The behavior of long tethers in space. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1987, vol. 35, no. 1, pp. 3-18.
6. Beletskii V.V., Levin E.M. *Dinamika kosmicheskikh trosovykh system* [Dynamics of space tether systems]. Moscow, Nauka Publ., 1990. 336 p. (in Russian).
7. Usyukin V.I. *Stroitel'naya mekhanika konstruksii kosmicheskoi tekhniki* [Structural mechanics of space application constructions]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 392 p. (in Russian).
8. Kalashnikov L.M., Malyshev G.V., Svotin A.P. Tethered systems in orbital transport operations. *Polet = Flight*, 2001, no. 4, pp. 51-56. (in Russian).
9. Sidorov I.M., Veselova G.V. *O vozmozhnosti realizatsii passivnoi odnoosnoi gravitatsionnoi stabilizatsii mezhdunarodnoi kosmicheskoi stantsii. Preprint no. 2169* [On the possibility of realization of a passive single-axis gravity stabilization of the international space station. Preprint no. 2169]. Moscow, Space Research Institute of Russian Academy of Sciences, 2013. 18 p. (in Russian, unpublished).
10. Ivanov V.A., Kupreev S.A., Ruchinskii V.S. *Kosmicheskie trosovye sistemy* [Space tethered systems]. Moscow, Al'fa-M Publ.; INFRA-M Publ., 2014. 208 p. (in Russian).
11. Ivanov V.A., Kupreev S.A., Ruchinskii V.S. *Orbital'noe funktsionirovanie svyazannykh kosmicheskikh ob"ektov* [The orbital operation of the associated space objects]. Moscow, INFRA-M Publ., 2014. 320 p. (in Russian).
12. Korvin V.V., Popov A.V., Usyukin V.I. Dynamics of Uncontrollable Deployment of a Tethered Satellite System. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii = Engineering Journal: Science and Innovation*, 2012, no. 8. DOI: [10.18698/2308-6033-2012-8-444](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2012-8-444) (in Russian).
13. Ledkov A.S., Pikalev R.S. Study of influence of climber motion on the space elevator dynamics. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2014, no. 5, pp. 206-216. DOI: [10.7463/0514.0710704](https://doi.org/10.7463/0514.0710704) (in Russian).