

Системные ошибки школьного обучения при освоении программ высшей математики на младших курсах технического вуза

12, декабрь 2015

Власова Е. А.^{1,*}

УДК 373.546, 378

¹МГТУ им. Баумана, Москва, Россия

*elena.al.vlasova@yandex.ru

Введение

В последнее время математическому образованию в стране уделяется большое внимание на самом высоком уровне. В Концепции развития математического образования в Российской Федерации, принятой распоряжением правительства в декабре 2013 г., в частности, говорится о том, что математическое образование должно [1-2]:

- предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе;
- обеспечивать каждого обучающегося развивающей интеллектуальной деятельностью на доступном уровне, используя присущую математике красоту и увлекательность;
- обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.

В этом контексте обучение математике рассматривается как элемент профессиональной подготовки учащихся к соответствующим областям деятельности после окончания школы, в том числе и, прежде всего для профильного обучения, к получению высшего образования по соответствующим специальностям.

Отметим наиболее характерные черты, присущие большинству первокурсников, которые не позволяют им надлежащим образом изучать высшую математику и затем эффективно применять математические методы в решении прикладных задач. Это и отсутствие у студентов критического отношения к своим знаниям, неумение отличать то, что они по-

нимают от того, что они не понимают. Недостаточно сформированные в процессе изучения школьной математики качества логического мышления не позволяют первокурсникам отличать истинное рассуждение от ложного, необходимые условия от достаточных, главное от второстепенного, то, что необходимо помнить, а что можно и забыть. Вчерашние школьники не умеют вести диалог: понять вопрос преподавателя и ответить именно на него, а также сформулировать свой вопрос. Прослеживаются стереотипность восприятия информации, искаженные и даже неверные стереотипы, снижение общего культурного уровня, невозможность воспринять связи с законами физики и других наук. Кроме того, имеется явная недостаточность математической подготовки в школе для успешного и комфортного продолжения образования в техническом вузе.

Для преодоления указанных проблем вузам необходимо работать в тесном контакте со школами по совершенствованию программ профильного инженерно-технического обучения по математике, добиваясь преемственности в образовании на разных уровнях обучения, сближению форм и методик преподавания.

Тестирование первокурсников по разделам школьной математики

На первой неделе обучения в МГТУ им. Н.Э. Баумана принято проводить тестирование по математике с целью выявить студентов, нуждающихся в особом внимании со стороны преподавателей, обозначить темы, вызывающие наибольшие трудности, в связи с этим скорректировать планы семинаров, правильно организовать самостоятельную работу студентов. Это позволяет вчерашним школьникам «плавно» и быстрее перейти от задач школьной программы к более содержательным задачам линейной алгебры и математического анализа.

Тест, который традиционно предлагается первокурсникам, содержит девять задач:

1. Решение тригонометрического уравнения.
2. Вычисление значения выражения с экспонентой и логарифмом.
3. Проведение алгебраических преобразований выражения со степенями и арифметическими корнями.
4. Решение неравенства типа $|ax + b| < cx + d$.
5. Решение иррационального уравнения.
6. Нахождение области определения функции.
7. Нахождение множества точек на плоскости с геометрической иллюстрацией.
8. Решение дробно-линейного неравенства.
9. Решение стереометрической задачи.

Для оценки уровня сложности заданий продемонстрируем один из вариантов теста:

1. Решить уравнение $\sin^2 2x + 2\cos^2 2x = \frac{7}{4}$.
2. Вычислить $\left(3^{2+\frac{1}{\log_2 3}} + 7 \cdot 16^{\frac{1}{2\log_3 4}} + 10\right)^{1/2}$.

3. Упростить выражение $\left(\frac{a+2}{\sqrt{2a}} - \frac{a}{\sqrt{2a+2}} + \frac{2}{a-\sqrt{2a}}\right) \frac{a-\sqrt{2}}{a+2}$.
4. Решить неравенство $|2x - 1| < x + 2$.
5. Решить уравнение $3x + \sqrt{2x + 3} = 6$.
6. Найти область определения функции $f(x) = \sqrt[8]{2 - \log_4 x} + \sqrt{x^2 - 6x + 5}$.
7. Изобразить на плоскости множество точек $M(x, y)$, удовлетворяющих условию $7y - 5 < 4x$.
8. Решить неравенство $\frac{1}{7x-3} \geq \frac{1}{2x-1}$.
9. Боковая грань правильной треугольной пирамиды наклонена к плоскости основания под углом 45° , площадь боковой поверхности равна $12\sqrt{6}$. Найти объем пирамиды.

На рисунке 1 представлены средние значения балла по ЕГЭ (математика) и теста (в процентах от максимального балла) по факультетам «Фундаментальные науки» (ФН) и «Специальное машиностроение» (СМ) в 2015 и 2011 годах. Видим некоторое увеличение баллов за прошедшие 5 лет.

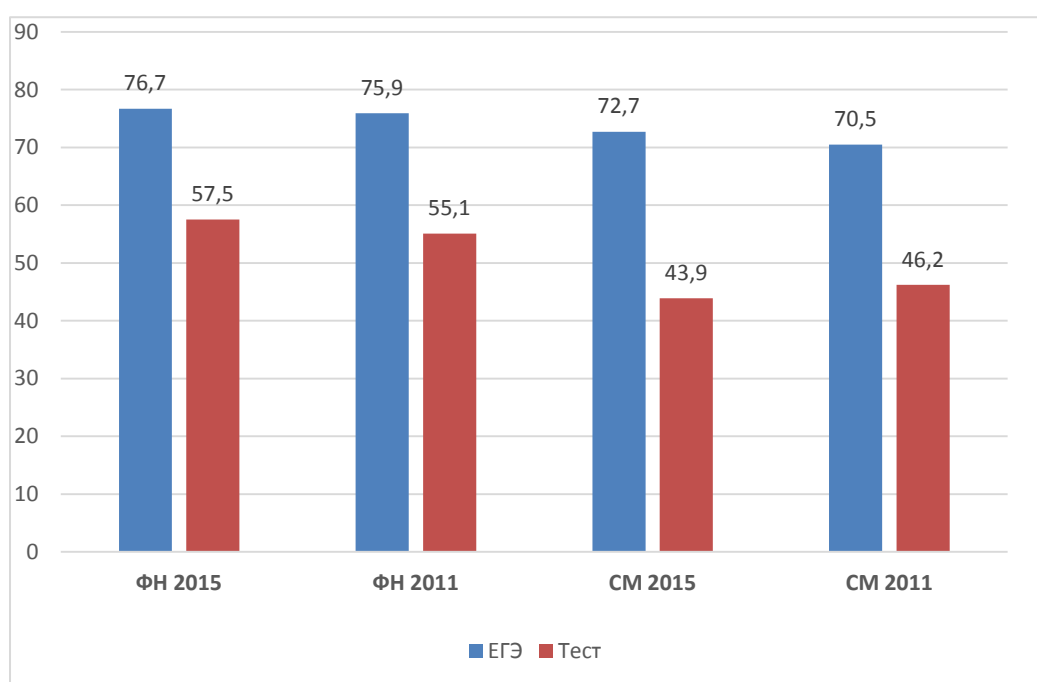


Рис. 1 Средние значения балла по ЕГЭ и теста по в 2015 и 2011 годах

На рисунке 2 представлено распределение оценок теста среди студентов 1 курса факультета СМ за последние 5 лет. Здесь прослеживается некоторая стабильность результатов, порядка 40% студентов ежегодно не справляются с тестовым заданием, несмотря на то, что каждый год происходят какие-то реформы и перестроения в образовании.

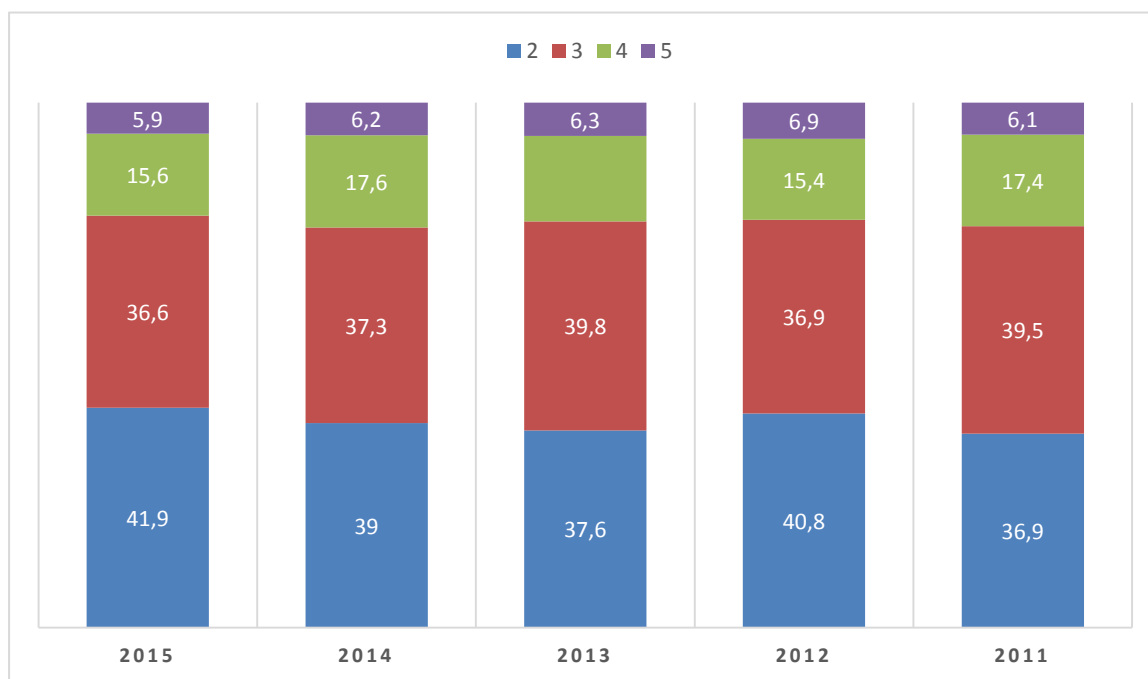


Рис. 2 Распределение оценок теста на факультете СМ

Распределение оценок за пять лет на факультете ФН (специальности прикладная математика и техническая физика), представленное на рисунке 3, отличается большим разнообразием. Здесь сказывается специфика факультета, особенности конкурсной ситуации и то, что количество студентов на факультете ФН почти в десять раз меньше, чем на факультете СМ. В 2015 году порядка 20% студентов не справились с заданием теста. Отметим, что на факультет ФН поступают школьники, более подготовленные по математике.

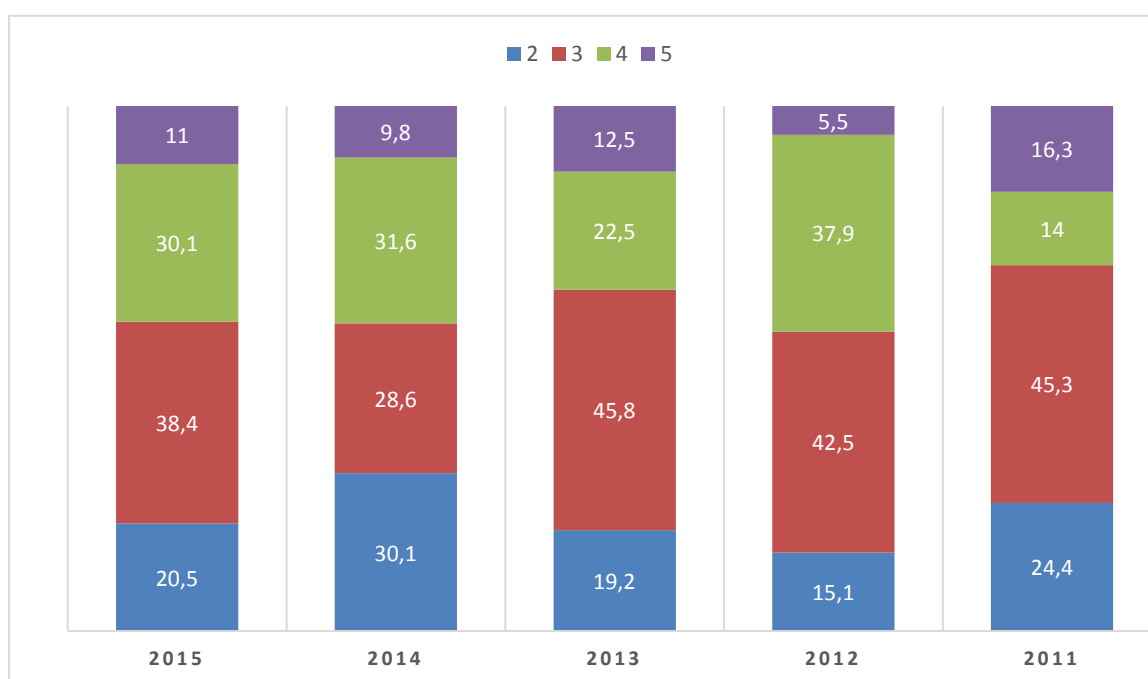


Рис. 3 Распределение оценок теста на факультете ФН

На следующей диаграмме (рисунок 4) представлены средние значения баллов в процентах от максимального по каждой задаче теста по факультетам СМ и ФН в 2015 году. Наиболее плохо студенты решают тригонометрические уравнения, проводят вычисления и преобразования со степенями и логарифмами, совершают алгебраические преобразования с буквенными выражениями (самый низкий результат по разделам алгебры – 40% на факультете СМ), находят область определения функций, и, традиционно, хуже всего решают геометрическую задачу (задачу по стереометрии) – средний балл составляет 25% от максимального на факультете СМ. Для того чтобы устранить обозначившийся разрыв между уровнем подготовки студентов и потребностями вузовской программы по математике необходимо своевременно скорректировать календарные планы первого семестра, включив в него повторение необходимых тем школьной математики, плавно интегрируя его в процесс изучения нового материала. Преподаватели математики, ведущие упражнения в группах, должны помочь студентам, показавшим на тестировании низкий результат, восполнить пробелы школьной математики. Здесь важен непосредственный контакт преподавателя со студентом на занятиях КСР (контролируемая самостоятельная работа студентов) [3], правильная организация самостоятельной работы, в том числе, с учебно-методической литературой, использование дистанционных форм обучения.

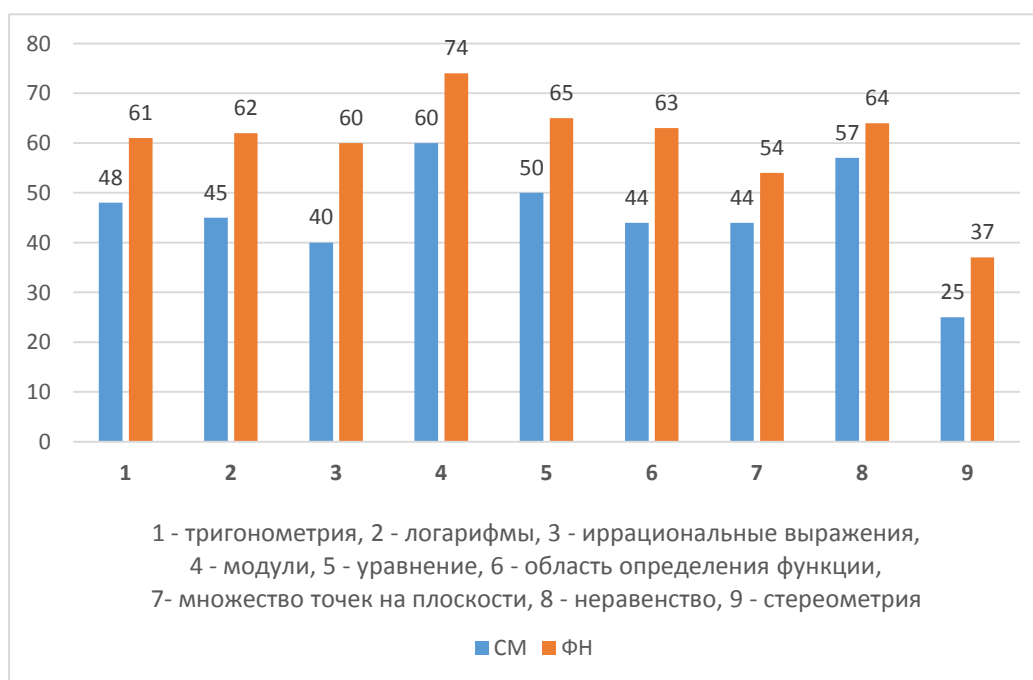


Рис. 4 Средние значения баллов в процентах по каждой задаче

Успеваемость первокурсников по математике

Посмотрим, как студенты, прошедшие тестирование в сентябре 2015 года, справляются с вузовской программой по математическим дисциплинам. В первом семестре студенты почти всех факультетов МГТУ им. Н.Э. Баумана изучают две математические дис-

циплины: «Математический анализ» и «Аналитическая геометрия». В ноябре завершается первый модуль, и можно подводить итоги по его освоению.

Студенты факультета СМ (см. рисунок 5) вполне благополучно справляются с типовыми домашними заданиями по математическому анализу, которые они выполняют самостоятельно и под контролем преподавателя (на занятиях КСР). С первым рубежным контролем «Пределы и непрерывность», включающим теоретические вопросы, справились 66% студентов. Вспомним те 40% учащихся, которые получили оценку «2» при тестировании, видимо, 6% из них успели восполнить свои пробелы и адаптироваться к в учебе в вузе.

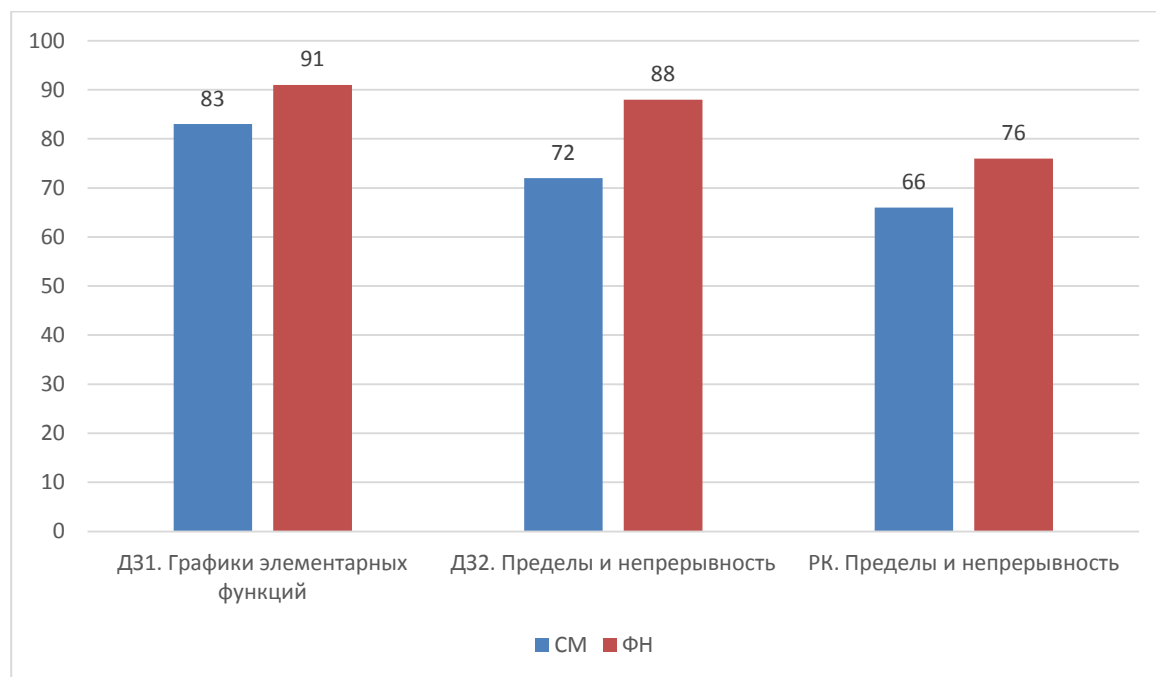


Рис. 5 Выполнение контрольных мероприятий студентами 1 курса по математическому анализу в ноябре 2015 года

На факультете ФН (см. рисунок 5) успехи в освоении математического анализа обстоят лучше. Однако количество студентов, не сдавших рубежный контроль, слегка увеличилось (почти на 4%) по сравнению с количеством студентов, получивших оценку «2» по тесту. Видимо, на семинарах преподаватели меньше уделяли вниманию объяснению, как правильно проводить алгебраические преобразования и делить дроби, опираясь на математически грамотное большинство студентов.

Хуже обстоят дела с освоением аналитической геометрии (см. рис. 6). Здесь сказываются проблемы изучения геометрии в школе (мало часов, трудно алгоритмизировать процесс решения задач, большой объем фактов, которые надо помнить, отсутствие должного внимания к темам, которые нужны для освоения вузовской программы и т.д.). Результаты освоения дисциплины «Аналитическая геометрия» студентами факультетов СМ и ФН практически мало отличаются. Недостаточный уровень арифметической культуры выпускников школ не позволяет им аккуратно и безошибочно производить простейшие

арифметические операции, затрудняет своевременную сдачу домашних заданий, всего лишь 33% студентов факультета СМ выполнили домашнее задание «Прямые и плоскости» к положенному сроку. Отметим, что студенты факультетов СМ и ФН показали одинаковые результаты сдачи рубежного контроля. Несмотря на то, что студенты факультета ФН показали лучшие результаты как при сдаче ЕГЭ, так и при решении задач теста, по сравнению со студентами факультета СМ, видимо, стартовый багаж знаний по геометрии у студентов обоих факультетов один и тот же.

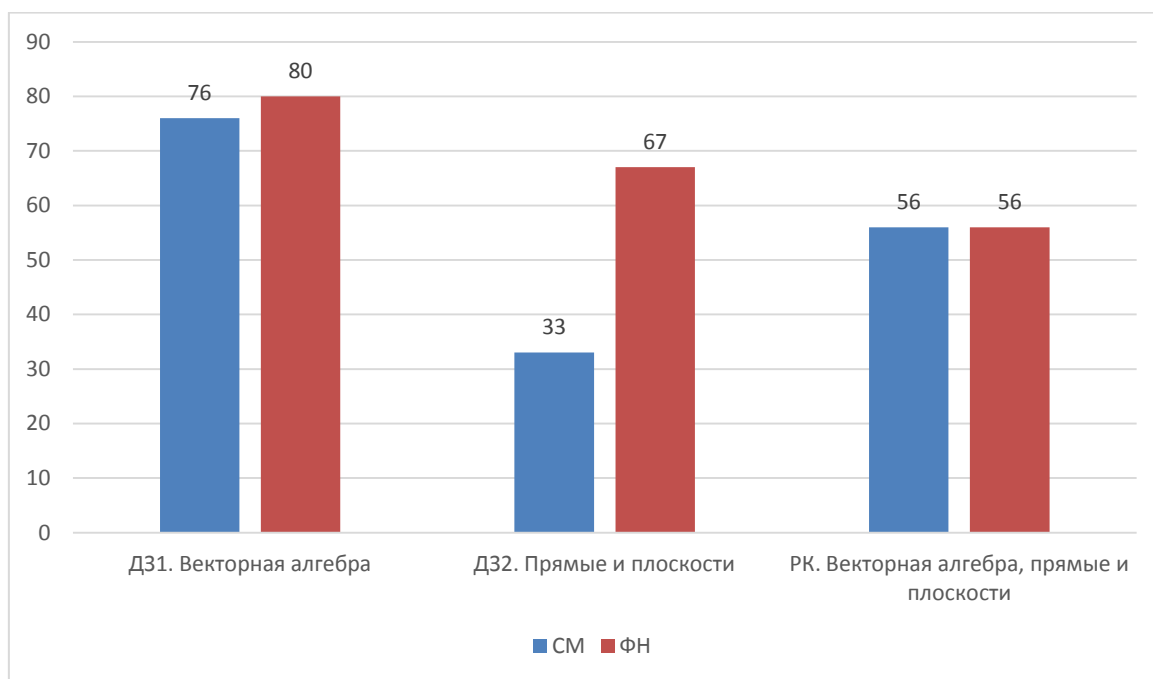


Рис. 6 Выполнение контрольных мероприятий студентами 1 курса по аналитической геометрии в ноябре 2015 года

Разделы, требующие особого внимания в школьном курсе математике

Из проведенного анализа следует, что особое внимание в школьном курсе математики следует обратить на следующие разделы:

- алгебраические преобразования числовых и буквенных выражений;
- текстовые задачи;
- основные элементарные функции, их свойства и графики;
- тригонометрия;
- производная;
- векторы и действия с ними;
- метод координат.

Начинать усиление математической подготовки школьников нужно с предпрофильного уровня, т.е. со школы средней ступени. Именно там, ученик должен получить устойчивые навыки работы с числовыми и буквенными выражениями, производить уверенные

действия с дробями, модулями, оперировать формулами сокращенного умножения, научиться приемам разложения на множители, выделения полного квадрата, знать свойства степеней и арифметического корня. Далее в курсе алгебры 10-11 классов, полученные знания, умения и навыки, должны активно использоваться в комплексе при решении различных уравнений и неравенств. За последнее время ряд тем был исключен из курса математики средней школы или их преподавание свелось к обзорному упоминанию. В числе этих тем есть ряд разделов, знание которых необходимо при изложении высшей математики. [4] Перечислим несколько таких тем: метод математической индукции, бином Ньютона, треугольник Паскаля, комплексные числа, нахождение рациональных корней многочлена, определение кратности корня, деление многочлена на многочлен, разложение многочленов с действительными коэффициентами на неприводимые множители, разложение рациональной функции в сумму простейших дробей. В последнее время в программах алгебры и начала анализа в 10-11 классах профильного уровня, где на изучение дисциплины отводится не менее 5 часов в неделю, эти темы вновь звучали. Хотелось, чтобы и все учащиеся, ориентированные на технические вузы, получили в школе необходимые знания этих разделов, хотя бы в виде элективных курсов. При изложении математических дисциплин в вузе эти темы излагаются, но весьма быстро и поверхностно, рассчитывая на то, что большинство студентов с этим материалом уже знакомо.

Отдельно стоит остановиться на разделе «Текстовые задачи». Текстовые задачи

- развивают навыки математического моделирования реальных ситуаций;
- содержат исследовательскую компоненту;
- показывают практическую значимость математики;
- повышают мотивацию к учебе;
- устанавливают межпредметные связи.

Школьники решают этот тип задач, начиная с начальной школы. При этом на протяжении всего школьного курса решение текстовых задач завершает изучение вполне конкретных абстрактных уравнений. Ученик заведомо знает, что решение данной ему текстовой задачи сводится к составлению определенного типа уравнений, освоенного накануне. При этом теряется исследовательская компонента. Стоит отметить, что важнейшая часть математики оказывается размытой по всему курсу и остается без повторения и систематизации. В результате для выпускников школ текстовые задачи представляют значительную трудность. Решая эту проблему, стоит выделить в старших классах средней школы время на решение различных текстовых задач, устанавливающих связи с другими предметами (физикой, химией, экономикой, геометрией, географией, биологией и т.д.), содержащих практикоориентированную компоненту, требующих от учащегося знаний, полученных в течение всего периода обучения в школе, сочетания различных методов и приемов. Умение решать текстовые задачи, самостоятельно составлять математические модели реальных ситуаций показывают готовность школьника продолжать свое обучение в техническом вузе, наличие у него необходимого интеллектуального потенциала, аналитических способностей и креативности мышления.

Для успешного освоения математического анализа большое значение имеют знания, полученные при изучении раздела «Основные элементарные функции, их свойства и графики». Здесь следует акцентировать внимание на таких аспектах, как формирование навыков владения техникой преобразования графиков функций (сдвиги, растяжения и сжатия, действия знаком и модулем на аргумент и функцию), систематизированных знаний об элементарных свойствах функций (область определения и множество значений, понятие чётности и нечётности, периодичности, возрастания и убывания), умений находить наибольшее и наименьшее значения функций, точек экстремумов, исследовать функции на основе элементарных свойств (без использования производной). Именно при изучении этого раздела математики у школьников развивается культура формулирования определений, теорем, они приобретают умение характеризовать поведение функций, использовать полученные знания для описания и анализа реальных зависимостей.

Много проблем при изучении математического анализа возникает у студентов в связи с пробелами в знаниях тригонометрии. Необходимо, чтобы школьники имели устойчивые и твердые знания основных тригонометрических функций и их графиков, табличных значений и формул тригонометрии, методов решения уравнений и простейших неравенств, обратных тригонометрических функций и их графиков.

В вузовской программе математического анализа темы, связанные с производной и ее применением, повторяются на качественно новом уровне, с иной степенью глубины и новыми целями. И основываться это повторение должно на полученных в школе знаниях основных формул и правил дифференцирования, производной сложной функции, уравнения касательной, нахождения экстремумов, наибольших и наименьших значений функций.

Для успешного освоения аналитической геометрии в вузе тема «Векторы и действия с ними» в школьном курсе математики должна занять достойное место. Учащиеся обязаны получить необходимые навыки использования геометрической интерпретации векторов, их свойств, действий над векторами, применения метода координат и скалярного произведения при решении задач, составления уравнения плоскости в пространстве.

Следует шире использовать методы векторной алгебры при решении задач по стереометрии, в том числе, предлагаемых на ЕГЭ и олимпиадах по математике [5]. Это позволит обеспечить преемственности математического образования на рубеже «школа-вуз». В вузе эти темы изучали бы уже не как совершенно новые, а как новый виток уже известного материала.

Большое значение для успеваемости по аналитической геометрии имеет получение твердых знаний по теме «Метод координат», а именно, знаний декартовых координат на плоскости и в пространстве, расстояния между точками, уравнения прямой на плоскости, его составления при различных условиях, углового коэффициента прямой, условий параллельности и перпендикулярности двух прямых, способов нахождения угла между прямыми на плоскости, уравнения окружности.

Заключение

Сформулируем пути решения проблем обеспечения непрерывности математического образования на рубеже «школа-вуз»:

- обеспечить преемственность в формах и методах работы при переходе из школы в вуз;
- для формирования логического мышления, представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений необходимо вернуть в школу начальный курс логики, осуществить это возможно в виде факультатива или элективного курса;
- рассматривать геометрию, как дисциплину, развивающую логику, интуицию и воображение, необходимые для формирования профессиональных компетенций в процессе учебы в вузе;
- усилить подготовку по тем разделам математики, которые активно используются при изложении высшей математики.

Список литературы

1. Распоряжение Правительства России от 24 декабря 2013 г. № 2506-р «О концепции развития математического образования в Российской Федерации» // Министерство образования и науки Российской Федерации: офиц. сайт. Режим доступа: <http://минобрнауки.рф/документы/3894> (дата обращения 01.11.2015).
2. Концепция развития математического образования в Российской Федерации // Министерство образования и науки Российской Федерации: офиц. сайт. Режим доступа: <http://минобрнауки.рф/документы/3894/файл/2730/Концепция> (дата обращения 01.11.2015).
3. Власова Е.А., Красновский Е.Е. Методические рекомендации к проведению аудиторной контролируемой самостоятельной работы студентов // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. № 4 (16). DOI: [10.18698/2308-6033-2013-4-677](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2013-4-677)
4. Мартынова Л.А., Вишневская С.Р. К вопросу о соответствии школьных знаний по математике для освоения программ высшей школы // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М.Ф. Решетнева (Вестник СиБГАУ). 2007. № 4 (17). С. 204-205. Режим доступа: http://www.vestnik.sibsau.ru/images/stories/Statii/2007/4_17_2007.pdf (дата обращения 01.11.2015).
5. Власова Е.А., Ирьянов Н.Я., Паршев Л.П. Олимпиада школьников «Шаг в будущее»: математика, физика: сборник информационно-методических и образовательных материалов / под ред. Н.Я. Ирьянова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. 315 с.