

УДК 531.715:681.327

Измерение скорости движения и параметров вибрации объектов гетеродинным методом

Костромин М. А.¹, Титов А. А.^{1,*},

[*garvad11@gmail.com](mailto:garvad11@gmail.com)

Гарипов В. К.¹

¹Московский государственный университет информационных
технологий, радиотехники и электроники, Москва, Россия

В статье рассмотрены вопросы измерения скорости движения и параметров вибрации объектов с использованием гетеродинного метода. Показано, что достаточно широко используется настоящее время доплеровский метод измерения скорости движения объектов. Определено, что при измерении поперечных скоростей движения объектов этот метод мало эффективен в связи с тем, что поперечный эффект Доплера является эффектом второго порядка малости. Предложен метод, имеющий большую чувствительность к поперечным скоростям движения, чем известный доплеровский метод для реальных скоростей движения объектов. При этом чувствительность метода можно легко регулировать в широких пределах изменением частоты. Показано, что интерференционные методы используются для измерения амплитуды вибраций. Однако при этом амплитуда находится путем подсчета переходов функции Бесселя через нуль, при этом для разрешения неоднозначности в определении величины амплитуды требуется достаточно сложная аппаратура. Рассмотрен метод, исключающий этот недостаток и позволяющий производить абсолютные измерения амплитуды и частоты вибраций.

Ключевые слова: движение, скорость, вибрация, измерение, гетеродинный метод

Лазерные методы и устройства для измерения различных параметров объектов и сред широко используются в промышленности и науке [1, 2, 3]. Среди этих методов можно выделить метод гетеродинной интерферометрии, имеющий высокую точность и позволяющий производить измерения в реальном времени [4].

Однако этот метод обладает существенным недостатком, связанным с наличием сравнительно узкого диапазона измерений, поскольку период интерференционной картины соизмерим с длиной волны света.

Поэтому для измерения параметров протяженных объектов предлагается метод, позволяющий формировать период интерференционной картины, соизмеримой с размерами объекта [4].

Это позволяет формировать два канала измерения грубый и точный, что обеспечивает широкий диапазон и высокую точность измерения.

1. Постановка задачи

Рассмотрим применение предлагаемого метода для измерения скорости движения и параметров вибрации объектов.

1.1 Измерение скорости движения объектов

В настоящее время доплеровский метод измерения скорости движения объектов используется достаточно широко. Однако, при измерении поперечных скоростей движения объектов этот метод мало эффективен в связи с тем, что поперечный эффект Доплера является эффектом второго порядка малости. Действительно, изменение частоты излучения при движении объекта дается выражением [5]

$$\omega_a = \omega \tilde{N} \frac{1 - \beta \cos \varphi}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (1)$$

где $\beta = v/c$;

ω - частота излучения;

φ - угол между направлением движения объекта и направлением излучения;

v - скорость движения объекта;

c - скорость света;

При $\varphi=90^\circ$ из (1) получим

$$\omega_d \approx \omega \cdot \beta^2 / 2. \quad (2)$$

Поскольку $V \ll C$, то из выражения (2) видно, что доплеровский сдвиг частоты является малой величиной второго порядка.

2. Измерение поперечной скорости движения объекта гетеродинным методом

Для повышения чувствительности предложен метод, сущность которого поясняется на рис. 1 [4].

Акустооптический модулятор (АОМ) освещается плоским волновым фронтом. На АОМ подаются напряжения двух частот f_e и $f_e + f_n$. От подвижного отражателя пучки попадают на фотоприемник.

В результате эффекта Доплера круговые частоты пучков на фотоприемнике с учетом (1) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \omega_{1д} &= (\omega + \omega_b) \cdot [(1 - \beta \cdot \cos(90^\circ - \theta_b)) / (\sqrt{1 - \beta^2})], \\ \omega_{2д} &= (\omega + \omega_b + \omega_n) \cdot [(1 - \beta \cdot \cos(90^\circ - \theta_b - \theta_n)) / (\sqrt{1 - \beta^2})], \end{aligned} \quad (3)$$

где θ_b и θ_n - углы дифракции света на АОМ.

Положим, что угол θ_n между пучками достаточно мал. Тогда пучки будут интерферировать в плоскости фотоприемника.

В результате поперечного движения отражателя меняется фаза интерферирующих пучков, так как интерференционная картина будет смещаться относительно щели фотоприемника.

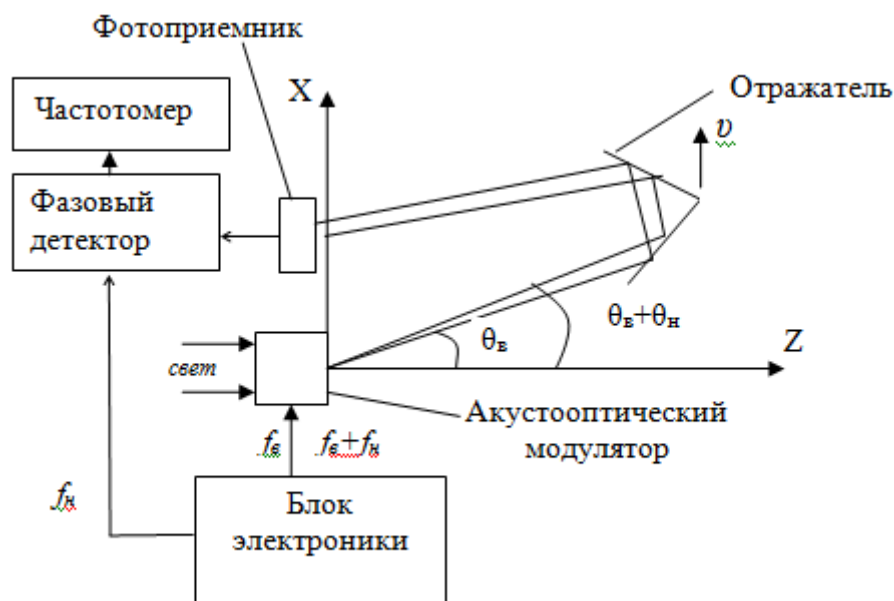


Рис. 1. Гетеродинный измеритель поперечной скорости движения объекта

Поэтому фазу каждого из пучков можно представить в виде [5]

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \omega_{1д} \cdot t + k \cdot \sin \theta_v \cdot x, \\ \varphi_2 &= \omega_{2д} t + k \cdot \sin (\theta_v + \theta_n) \cdot x.\end{aligned}\quad (4)$$

Поскольку дифрагированные пучки будут также иметь плоский волновой фронт, то с учетом (4) и при $\omega \gg \omega_v$ и $\beta \ll 1$ можно получить следующее выражение для сигнала на выходе фотоприемника:

$$\begin{aligned}U &= J_0 S_{\phi n} L_{uy} \int_{k - \frac{L_{ux}}{2}}^{k + \frac{L_{ux}}{2}} \exp i \left\{ \left(\omega + \omega_v \right) \frac{1 - \beta \cos(90^\circ - \Theta_v)}{\sqrt{1 - \beta^2}} t + kx \sin \Theta_v \right\} + \\ &+ \exp i \left\{ \left(\omega + \omega_v + \omega_n \right) \frac{1 + \beta \cos(90^\circ - \Theta_v - \Theta_n)}{\sqrt{1 - \beta^2}} t + kx \sin (\Theta_v + \Theta_n) x \right\} dx \approx \\ &\approx J_0 S_{\phi n} L_{uy} L_{ux} \sin c \left(\frac{x L_{ux}}{2} \Theta_n \right) \cos \left(\omega_n + \omega^* \right) t.\end{aligned}\quad (5)$$

Здесь $\omega^* \approx k \cdot \theta_n v$ — сдвиг частоты.

Входящая в выражение (5) частота ω^* прямо пропорциональна поперечной скорости движения объекта. Эта частота выделяется фазовым детектором и подается на частотомер.

Сравним по чувствительности данный метод с известным. Возьмем отношение ω^* к ω_d из (2):

$$\omega^* / \omega_d = 2(\theta_n / \beta) \quad (6)$$

Отношение $\omega^*/\omega_d > 1$ при $v < 2 \cdot \theta_n \cdot c$.

Определим, при каких v будет эффективно использование данного метода. Для этого найдем максимально возможные значения θ_n . Положим, что входящая в выражение (5) функция $\text{sinc}(k \cdot l_{\text{шх}} \theta_n / 2) \geq 0.7$. Тогда отсюда получим $\theta_n \leq (\lambda / 2 l_{\text{шх}})$. Полагая для реальных устройств $\lambda = 6,3 \cdot 10^{-4}$ мм; $l_{\text{шх}} = 0,5$ мм, получим $\theta_n \leq 6,3 \cdot 10^{-4}$ и $v < 2\theta_n \cdot c < 400$ км/с. Сравним эти два метода по точности измерения. Для этого выразим скорости из (2) и (6):

$$\begin{aligned} \frac{v}{c} &= \sqrt{\frac{2\omega_d}{\omega}}; \\ \frac{v}{v_{\text{зб}}} &= \frac{\omega_d}{\omega} \end{aligned} \quad (7)$$

Используя метод дифференцирования, найдем относительные погрешности для этих двух случаев:

$$\begin{aligned} \eta_d &= \sqrt{\left(\frac{\Delta\omega_d}{\omega_d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)^2} \\ \eta_{\text{предл.}} &= \sqrt{\left(\frac{\Delta\omega_d}{\omega_d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\omega_n}{\omega_n}\right)^2} \end{aligned} \quad (8)$$

Входящие в (8) относительные погрешности частот равны 10^{-4} [4]. Подставляя эти значения в (8), получим $\eta_d = \eta_{\text{предл.}} = 0,014\%$.

1.2. Измерение вибрации объектов

Интерференционные методы используются для измерения амплитуды вибраций. Однако при этом амплитуда находится путем подсчета переходов функции Бесселя через нуль, при этом для разрешения неоднозначности в определении величины амплитуды требуется достаточно сложная аппаратура.

Предлагаемый метод позволяет производить абсолютные измерения амплитуды и частоты вибраций [4, 7, 8].

Схема устройства для измерения вибраций аналогична схеме, приведенной на рис.1, за исключением того, что вместо частотомера к выходу фазового детектора подключен вольтметр, измеряющий амплитуду сигнала.

Как показано в работе [9] с учетом того, что распределение интенсивности в пучке лазера имеет вид кривой Гаусса, выражение для сигнала на выходе фотоприемника при наличии вибраций, изменяющихся по гармоническому закону, можно представить и виде [10]

$$U_c = A_m \exp\left[-\frac{2X_m^2}{\sigma^2} \sin^2(\omega_v t)\right] \cos[\omega_n t + (2\pi X_m / \Lambda) \sin(\omega_v t + \varphi_0)], \quad (9)$$

где $A_m = (P_{\text{л}} / \sigma^2) S_{\text{фп}} \cdot S_{\text{ш}} \cdot \text{sinc}(\pi l_{\text{шх}} / \Lambda)$ - амплитуда сигнала;

$P_{\text{л}}$ - мощность лазера;

σ - радиус пучка после коллиматора;

$S_{\text{щ}}$ - площадь щели;

X_m - амплитуда вибраций;

ω_v - частота вибраций;

φ_0 - постоянный сдвиг фазы.

Выбирая $\varphi_0 = \pi/2$, сигнал на выходе фазового детектора будет иметь вид

$$U_{\text{фд}} = A_m \cdot \exp[(-2X_m^2/\sigma^2) \sin^2(\omega_v t)] \cdot \sin[(2\pi/\Lambda) \cdot X_m \cdot \sin(\omega_v t)]. \quad (10)$$

Положим, что $X_m/\sigma \ll 1$ и $2\pi \cdot X_m/\Lambda \ll 1$. Такие условия можно обеспечить выбором соответствующего диаметра пучка и периода Λ , который можно менять перестройкой частоты f_n .

Тогда разлагая экспоненту в ряде Тейлора и представляя $\sin[(2\pi/\Lambda) \cdot X_m \cdot \sin(\omega_v t)]$ через функции Бесселя с учетом указанных условий, выражение (8) можно преобразовать к виду [11,12]

$$U_{\text{ф.н.}} = A_m \left\{ \left[1 - 1,5 \frac{X_m^2}{\sigma^2} \right] I_1\left(\frac{2\pi X_m}{\Lambda}\right) \sin \omega_v t + \frac{X_m^2}{2\sigma^2} I_1\left(\frac{2\pi X_m}{\Lambda}\right) \sin 3\omega_v t + \right. \\ \left. + \left(1 - 1,5 \frac{X_m^2}{\sigma^2} \right) I_3\left(\frac{2\pi X_m}{\Lambda}\right) \sin 3\omega_v t + \frac{X_m^2}{2\sigma^2} I_3\left(\frac{2\pi X_m}{\Lambda}\right) \sin 5\omega_v t \right\}. \quad (11)$$

Функциями Бесселя пятого порядка и выше можно пренебречь из-за их малости, а функции Бесселя первого и третьего порядков можно представить в виде [4, 13]

$$I_1(2\pi X_m/\Lambda) \approx (\pi X_m/\Lambda) - 1/2 \cdot (\pi X_m/\Lambda)^3, \\ I_3(2\pi X_m/\Lambda) \approx 1/6 \cdot (\pi X_m/\Lambda)^3. \quad (12)$$

С учетом (10) выражение (9) примет вид

$$U = A_m [A_1 \cdot \sin \omega_v t + A_3 \cdot \sin 3\omega_v t + A_5 \cdot \sin 5\omega_v t], \quad (13)$$

где $A_1 = (\pi X_m/\Lambda) - 3/2 \cdot (\pi X_m^3/\Lambda \sigma^2) - 1/2 \cdot (\pi X_m/\Lambda)^3 + 3/2 \cdot X_m^2/\sigma^2 \cdot (\pi X_m/\Lambda)^3$;

$A_3 = (\pi X_m^3/2\sigma^2 \Lambda) + 1/6 \cdot (\pi X_m/\Lambda)^3 - 5/12 \cdot (\pi X_m/\Lambda)^3 \cdot (X_m^2/\sigma^2)$;

$A_5 = 1/12 \cdot (X_m^2/\sigma^2) \cdot (\pi X_m/\Lambda)^3$ - амплитуды соответственно первой, третьей и пятой гармоник сигнала.

Из выражения для амплитуды первой гармоники можно видеть, что оно содержит первое слагаемое, прямо пропорциональное амплитуде вибрации. Заменим нелинейную зависимость линейной. Тогда получим [14, 15]

$$U_{\text{фд}} = A_m (\pi X_m/\Lambda) \cdot \sin \omega_v t. \quad (14)$$

Определим относительную погрешность от этой замены. Рассматривая амплитуду сигнала при $\omega_v t = \pi/2$ с учетом (11) и (12) можно получить выражение для относительной погрешности преобразования

$$\Delta U_{\text{фд}}/U_{\text{фд}} = (\pi X_m/\Lambda)^3 \cdot [2/3 + (2/\pi^3) K^3], \quad (15)$$

где $K = \sigma/\Lambda$.

Используя выражение (15) можно показать, что уже при $K=4$ влиянием гауссового характера пучка на относительную погрешность преобразования можно пренебречь.

При этом ее величина не будет превосходить 4% при изменении X_m/Λ в диапазоне от 0 до 0,07. Таким образом, меняя Λ посредством перестройки частоты f_n можно устанавливать соответствующую погрешность в зависимости от амплитуды вибрации.

Оценим влияние входящих в (14) параметров на точность измерений. Выражая из (14) X_m и учитывая только те параметры, которые имеют наибольшее изменение в процессе работы, получим с учетом (9) следующее выражение для наибольшей относительной погрешности:

$$\frac{\Delta X_m}{X_m} = \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta P_l}{P_l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V_{36}}{V_{36}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f_n}{f_n}\right)^2 + \left(\frac{\Delta S_{\phi n}}{S_{\phi n}}\right)^2} \quad (16)$$

Оценим входящие в (16) составляющие. Как показано в [4],

$$\Delta f_n / f_n = 10^{-4}, \Delta v_{36} / v_{36} = 8 \cdot 10^{-5}, \Delta U / U = 0,1\%, \Delta P_{\text{лаз}} / P_{\text{лаз}} = 0,1\%, \Delta S_{\phi n} / S_{\phi n} = 0,1\%.$$

Подставляя эти значения в (16), получим $\Delta X_m / X_m \approx 0,17\%$. Точность измерения частоты вибрации будет определяться относительной погрешностью преобразования, которая также характеризует и гармонический состав сигнала [4].

Заключение

Проведенные расчеты показывают, что для реальных скоростей движения объектов данный метод будет иметь большую чувствительность к поперечным скоростям движения, чем известный доплеровский метод.

При этом чувствительность метода можно легко регулировать в широких пределах изменением частоты f_n . Предлагаемый метод позволяет производить абсолютные измерения амплитуды и частоты вибраций

Кроме этого, в определенном диапазоне изменения амплитуд вибрации и соответствующей точности можно обеспечить линейную зависимость амплитуды и частоты сигнала от вибрации объекта.

Проведена оценка погрешностей при измерении скорости и вибрации объекта.

Список литературы

1. Шрёдер Г. Трайбер Х. Техническая оптика: пер. с нем. / под ред. Р.Е. Ильинского. М.: Техносфера, 2006. 424 с. [Shroder G., Treiber H. Technische Optic. Vogel Industrie Medien GmbH, Wurzburg. 2002. 424 p.].
2. Титов А.А. О повышении точности гетеродинного метода измерения перемещений // Измерительная техника. 2006. № 2. С. 30-31.
3. Кулеш В.П., Москалик Л.М., Шаров А.А. Гетеродинный лазерный интерферометр для дилатометрических исследований // Измерительная техника. 2009. № 12. С. 27-35.
4. Титов А.А., Амурский В.Б., Гарипов В.К. Методы построения и расчета лазерных измерительных и запоминающих устройств. М.: Машиностроение, 2008. 133 с.
5. Панченко В.Я., Голубев В.С., Васильцов В.В., Галушкин М.Г. и др. Лазерные технологии обработки материалов: современные проблемы фундаментальных исследований и прикладных разработок / под ред. В.Я. Панченко. М.: Физматлит, 2009. 664 с.

6. Козин Г.И., Кузнецов А.П., Лебединский М.О. Лазерное гетеродинирование гауссовых пучков с частичной пространственной когерентностью // Квантовая электроника. 2005. Т. 35, № 5. С. 429-434.
7. Кривоносов А.И. Оптоэлектронные устройства. М.: Энергия, 2008. 99 с.
8. Фрайден Дж. Современные датчики. Справочник: пер. с англ. / под ред. Е.Л. Свинцова. М.: Техносфера, 2005. 527 с. [Friden D. Handbook of modern sensors. Springer New York, 2004. 527 p. DOI: [10.1007/b97321](https://doi.org/10.1007/b97321)].
9. Джексон Р.Г. Новейшие датчики: пер. с англ. / под ред. В.В. Лучинина. М.: Техносфера, 2007. 384 с. [Jackson R.G. Novel sensors and sensing. Institute of Physics publishing, Bristol and Philadelphia. 2004. 394 p.].
10. Риле Ф. Стандарты частоты. Принципы и приложения. М.: Физматлит, 2009. 512 с. [Riehle F. Frequency Standarts. Basic and Applications. Wiley-VCH, 2004. 526 p.].
11. Зверев В.А., Точилина Т.В. Основы оплотехники: учеб. пособие. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2005. 293 с.
12. Махов Е.М., Потапов А.И., Махов В.Е. Прикладная оптика: учеб. пособие. СПб.: СЗТУ, 2004. 348 с.
13. Advanced Holography – Metrology and Imaging / ed. by I. Naydenova. Published by InTech, Croatia, 2011. 374 p.
14. Патракеев Н.В., Потапов А.И., Махов В.Е. LABVIEW 8 – новые возможности автоматизации проектирования контрольно-измерительных систем // Компоненты и технологии. 2007. № 2 (67). С. 138-141.
15. Berg N.J., Pellegrino J.M., eds. Acousto-Optic Signal Processing. Marcel Dekker, Inc., New-York, 1995.
16. Hariharan P. Basics of Interferometry. 2nd ed. New York, Academic Press, 2007. 226 p.

A Heterodyne-based Method for Measuring Object Movement Speed and Vibration Parameters

M.A. Kostromin¹, A.A. Titov^{1,*},
V.K. Garipov¹

[*garvad11@gmail.com](mailto:garvad11@gmail.com)

¹Moscow State University of Information Technologies,
Radio Engineering and Electronics, Moscow, Russia

Keywords: movement, speed, vibration, measurement, heterodyne method

Now, in the industry and science, laser methods and tools are widely used to measure various parameters of objects and environment. Among them is distinguished the method of a heterodyne interferometry allowing real time measurements of fairly high accuracy. However, there is an essential shortcoming in this method. It is rather narrow range of measurements because a period of the wave-interference pattern is commensurable with the light wavelength. Therefore, for measurement of parameters of extended objects this work offers a method, which allows us to form the period wave-interference pattern commensurable with the object sizes using two channels of measurement, i.e. rough and exact, thereby providing a wide range and high accuracy of measurement. The article considers the offered method application to measure a movement speed and vibration parameters of the object and shows its advantage. It describes a structure of the heterodyne-based meter of the cross speed of object movement using the offered method where, as a result of the reflector cross movement, the phase of interfering beams is changed because the wave-interference pattern will be displaced with respect to the optoelectronic sensor slit. The paper defines efficiently working borders of this method for measuring object speed. It is found that to measure the amplitude of vibrations it is determined in this case by calculating the Bessel function transitions through zero. Thus, for disambiguation in determination of the amplitude size rather complicated equipment is demanded. It is shown that the offered method allows us to take absolute measurements of amplitude and frequency of vibrations along with simplified implementation. The calculations show that for the real speeds of the object movement this method, as compared to a known Doppler method, will have the higher sensitivity, which is easily regulated in a wide range by changing the frequency to the cross speeds of the movement and can provide a linear dependence of the signal amplitude and frequency on the object vibration.

References

1. Shroder G., Treiber H. *Technische Optic*. Vogel Industrie Medien GmbH, Wurzburg. 2002. 424 p. (Russ. ed.: Shroder G., Treiber H. *Tekhnicheskaya optika*. Transl. from German. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2006. 424 p.).

2. Titov A.A. Increasing the precision of the heterodyne method of measuring displacements. *Izmeritel'naya tekhnika*, 2006, no. 2, pp. 30-31. (English version of journal: *Measurement Techniques*, 2006, vol. 49, is. 2, pp. 138-140. DOI: [10.1007/s11018-006-0078-8](https://doi.org/10.1007/s11018-006-0078-8)).
3. Kulesh V.P., Moskalik L.M., Sharov A.A. A heterodyne laser interferometer for dilatometer measurements. *Izmeritel'naya tekhnika*, 2009, no. 12, pp. 27-35. (English version of journal: *Measurement Techniques*, 2009, vol. 52, is. 12, pp. 1319-1327. DOI: [10.1007/s11018-010-9440-y](https://doi.org/10.1007/s11018-010-9440-y)).
4. Titov A.A., Amurskii V.B., Garipov V.K. *Metody postroeniya i rascheta lazernykh izmeritel'nykh i zapominayushchikh ustroystv* [Methods of construction and calculation of laser measuring and memory devices]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2008. 133 p. (in Russian).
5. Panchenko V.Ya., Golubev V.S., Vasil'tsov V.V., Galushkin M.G., et al. *Lazernye tekhnologii obrabotki materialov: sovremennyye problemy fundamental'nykh issledovaniy i prikladnykh razrabotok* [Laser technologies of processing of materials: modern problems of basic researches and applied development]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009. 664 p. (in Russian).
6. Kozin G.I., Kuznetsov A.P., Lebedinskii M.O. Laser heterodyning of Gaussian beams with partial spatial coherence. *Kvantovaya elektronika*, 2005, vol. 35, no. 5, pp. 429-434. (English version of journal: *Quantum Electronics*, 2005, vol. 35, no. 5, pp. 429-434. DOI: [10.1070/QE2005v035n05ABEH002861](https://doi.org/10.1070/QE2005v035n05ABEH002861)).
7. Krivonosov A.I. *Optoelektronnye ustroystva* [Optoelectronic devices]. Moscow, Energiya Publ., 2008. 99 p. (in Russian).
8. Friden D. *Handbook of modern sensors*. Springer New York, 2004. 527 p. DOI: [10.1007/b97321](https://doi.org/10.1007/b97321) (Russ. ed.: Friden D. *Sovremennyye datchiki. Spravochnik*. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2005. 527 p.).
9. Jackson R.G. *Novel sensors and sensing*. Institute of Physics publishing, Bristol and Philadelphia. 2004. 394 p. (Russ. ed.: Jackson R.G. *Noveishie datchiki*. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2007. 384 p.).
10. Riehle F. *Frequency Standards. Basic and Applications*. Wiley-VCH, 2004. 526 p. (Russ. ed.: Riehle F. *Standarty chastoty. Printsipy i prilozheniya*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009. 512 p.).
11. Zverev V.A., Tochilina T.V. *Osnovy optotekhniki* [Optical Engineering Fundamentals]. St. Petersburg, SPbSU ITMO Publ., 2005. 293 p. (in Russian).
12. Makhov E.M., Potapov A.I., Makhov V.E. *Prikladnaya optika* [Applied optics]. St. Petersburg, Publ. of North-West Customs Administration, 2004. 348 p. (in Russian).
13. Naydenova I., ed. *Advanced Holography – Metrology and Imaging*. Published by InTech, Croatia, 2011. 374 p.
14. Patrakeeve N.V., Potapov A.I., Makhov V.E. LABVIEW 8 – the new possibilities of computer aided design of control and measurement systems. *Komponenty i tekhnologii = Components and Technologies*, 2007, no. 2 (67), pp. 138-141. (in Russian).
15. Berg N.J., Pellegrino J.M., eds. *Acousto-Optic Signal Processing*. Marcel Dekker, Inc., New-York, 1995.
16. Hariharan P. *Basics of Interferometry*. 2nd ed. New York, Academic Press, 2007. 226 p.