Наука и Образование
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Сетевое научное издание
ISSN 1994-0408

Ссылка на статью:
// Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2012. № 12. С. 226–239.
DOI: **10.7463/1215.0828601**
Представлена в редакцию: 04.08.2015
© МГТУ им. Н.Э. Баумана

УДК 536.21

Исследование теплопроводности волокнистых композитов методом Монте-Карло

Пугачев О. В.[1,*], **Яцуненко К. Н.**[1]

[*]opugachev@yandex.ru

[1]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Цель работы — оценить эффективный коэффициент теплопроводности композита с параллельными волокнистыми включениями материала, имеющего другую теплопроводность. Волокна могут располагаться в квадратном порядке или хаотично. Процесс теплопроводности моделируется диффузионным процессом. Сформулирован удобный численный критерий теплопроводности, который точно известен для однородного материала; он оценивается для композитного материала статистически. Компьютерный эксперимент моделирует процесс теплопроводности сквозь слой композита, где источник тепла приложен к одной поверхности слоя, а на противоположной поверхности тепло поглощается. Путем статистической обработки результатов эксперимента получаем доверительные интервалы для эффективного коэффициента температуропроводности, затем для эффективного коэффициента теплопроводности. Результаты близки к полученным аналитически.

Ключевые слова: метод Монте-Карло; компьютерное моделирование; эффективная теплопроводность; диффузионный процесс; волокнистый композит

Введение

Волокнистые композиты находят широкое применение в технике [4, 5, 21], поскольку армирование высокопрочными и высокомодульными волокнами повышает механические характеристики композитов. Для теплонапряженных элементов конструкций, работающих в условиях интенсивных тепловых нагрузок, наряду с механическими характеристиками важную роль играют и теплофизические свойства конструкционного материала, среди которых одним из важнейших является коэффициент теплопроводности. Его эффективное значение зависит от расположения и объемной концентрации волокон, от соотношения между коэффициентами теплопроводности волокон и матрицы и от условий теплового взаимодействия между волокнами и матрицей.

В работах второй половины прошлого века [6, 7, 9] проведены исследования теплопроводности, однако результаты в них получены с помощью обработки экспериментальных

результатов конкретного материала и, соответственно, применимы лишь к ним, или с помощью принудительного задания распределения температуры и теплового потока в моделях структуры тел, состоящих из композиционных материалов.

В более современных работах [8, 10, 11] применены новые подходы к задаче оценки эффективно коэффициента теплопроводности композиционного материала с включениями определенного вида. В них рассматривалась упрощенная модель окрестности включения и использовались методы вариационного исчисления. Также следует выделить современные работы [2, 12, 13, 22].

С момента создания работ [6, 7, 9] до нынешнего дня производительность компьютеров, характеризуемая количеством операций с плавающей запятой, выполняющихся в секунду, возросла в 10^8 раз [14]. Несмотря на это, решение задачи теплопроводности остается весьма трудоемким. Это связанно с тем, что при итерационных методах решения нужно многократно использовать значения неизвестной функции температуры во всех узлах решетки. Количество узлов чрезвычайно велико, что затрудняет хранение значений функции температуры в оперативной памяти и обращение к ним, что влечет потерю машинного времени. В виду этого разработка других методов решения краевых задач, свободных от указанных недостатков, является очень существенной.

Процесс теплообмена можно моделировать при помощи диффузионных процессов, т. е. случайных блужданий частиц. Идея состоит в том, чтобы сформулировать удобно вычисляемую оценку температуропроводности, которая теоретически известна для однородного материала, и статистически оценивать ее для композитного материала [1, 15, 16, 17, 18, 19, 20].

В настоящей работе рассмотрен случай однонаправленного волокнистого композитного материала, армирующие включения которого имеют вид цилиндров с параллельными осями. Теплопроводность материала в двух направлениях моделируется с помощью вычислительного эксперимента. В эксперименте к слою композита прикладывается источник тепла с одной стороны, а с противоположной тепло поглощается. Результаты данного эксперимента сравниваются с результатами аналитических методов.

1. Постановка задачи

Рассматривается математическая модель процесса теплопроводности в композитном материале. Материал однонаправленный с волокнами одинакового диаметра d_B, достаточно малого по сравнению с их длиной, тепловой контакт между волокном и матрицей считается идеальным, то есть распределение температуры в композитном материале непрерывно при переходе через поверхность соприкосновения волокна и матрицы. Также считаем, что волокна не контактируют между собой, т.е. отделены друг от друга слоем материала матрицы. Матрицу и волокна считаем изотропными с известными коэффициентами теплопроводности λ_M и λ_B и теплоемкости c_M и c_B, соответственно. При построении математических моделей переноса тепловой энергии в однонаправленном волокнистом композитном материале будем

характеризовать его свойство теплопроводности двумя эффективными коэффициентами теплопроводности, соответствующими направлениям $\lambda_{\|}$ вдоль волокон и $\lambda_{\perp}$ поперек волокон. Основная задача: получение количественных оценок этих коэффициентов.

2. Однородный материал

Чтобы найти эффективную теплопроводность однородного материала, будем проводить вычислительный эксперимент, результат которого будет сопоставляться с известным результатом для однородного материала.

Рассмотрим неограниченный слой $\{(x,\ y,\ z)\colon 0 \le x \le X\}$. Поскольку нас интересует значение только координаты x, то в данном случае можно не рассматривать изменения координат по y и по z, то есть задача одномерная. Из точки $\{x = 0\}$ будем запускать «частицы тепла», которые будут имитировать источник тепла. Влиянием частиц друг на друга пренебрегаем. Критерий теплопроводности — факт попадания запущенной частицы в точку $\{x = X\}$ за время, меньшее T:

$$\min\{t > 0\colon w_\tau = X\} < T, \quad \tau = 2q_M t, \tag{1}$$

где w_t — стандартный винеровский процесс, с помощью которого описывается математическая модель движения таких частиц [3], а через q_M обозначен коэффициент температуропроводности материала матрицы, т. е. $q_M = \lambda_M / c_M$.

В работе [2] с помощью принципа отражения и других свойств винеровских процессов найдена вероятность выполнения события (1)

$$P_{\text{A}} = F\Big(\frac{2q_M T}{X^2}\Big), \tag{2}$$

где

$$F(t) = 4\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k \Phi\Big(-\frac{2k+1}{\sqrt{t}}\Big), \quad \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x} e^{-u^2/2}du.$$

3. Композитный материал

Рассматриваемый однонаправленный волокнистый композитный материал (рис. 1) анизотропен по отношению к теплопроводности. Свойство анизотропии такого материала будет проявляться в виде трансверсальной изотропии относительно оси, направленной вдоль волокон, которая имеет место как при хаотическом равновероятном расположении поперечных сечений волокон в плоскости, перпендикулярной этой оси, так и при упорядоченном расположении центров этих сечений в такой плоскости.

Свойство трансверсальной изотропии относительно оси, параллельной волокнам, рассматриваемого однонаправленного волокнистого композитного материала позволяет изучать независимо друг от друга процессы теплопереноса вдоль и поперек волокон. Таким образом,

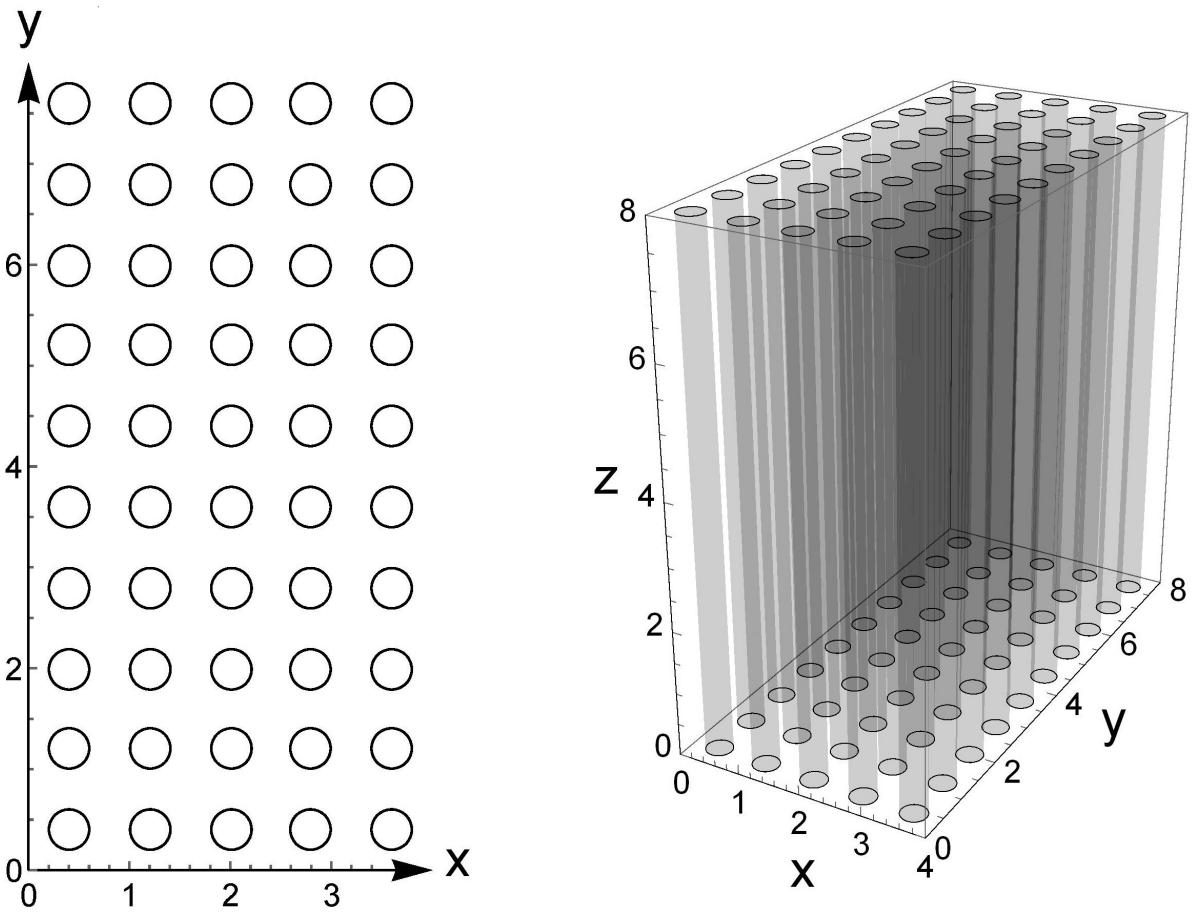

Рис. 1. Однонаправленный волокнистый композит с упорядоченными волокнами

необходимо вычислить лишь эффективный коэффициент теплопроводности, соответствующий направлению $\lambda_\perp$ поперек волокон. Тогда эффективный коэффициент теплопроводности в направлении под углом α к осям волокон будет равен

$$\lambda_\alpha = \lambda_\parallel \cos^2\alpha + \lambda_\perp \sin^2\alpha.$$

Рассмотрим область $\{0 \le x \le X,\ 0 \le y \le Y,\ 0 \le z \le Z\}$, заполненную волокнистым композитом, эффективную теплопроводность которого необходимо оценить.

Чтобы численно рассчитать вероятность события (1), необходимо смоделировать диффузионный процесс, описанный в предыдущем разделе. Как и в случае однородного материала, из точки $\{x = 0\}$ будем запускать частицы. Через каждые Δt секунд частица получает независимые приращения Δx, Δy, Δz (м). Координата z нас не интересует, так как ось z параллельна волокнам. Не обязательно брать Δx и Δy нормально распределенными, что усложнило бы программный комплекс и увеличило бы время расчетов: поскольку число шагов частицы по времени t достаточно велико (до $1{,}6 \cdot 10^5$), можно, опираясь на то, что при сложении шагов будет работать центральная предельная теорема, задавать сдвиг как

$$\Delta x = \sqrt{12\Delta t}(\xi_1 - \xi_2), \quad \Delta y = \sqrt{12\Delta t}(\xi_3 - \xi_4),$$

где $\xi_1, \ldots, \xi_4$ — независимые случайные величины, равномерно распределенные на $[0,\ 1]$, выдаваемые генератором случайных чисел.

Поскольку поверхность $\{x = 0\}$ теплоизолирована, в случае принятия координатой x отрицательного значения, ей присваивается значение $|x|$, что равносильно отскоку частицы от поверхности $\{x = 0\}$.

Критерий теплопроводности такой же, как при аналитическом расчете (1), но вычисляется он иначе.

В каждом опыте запускается $n_{\text{ч}}$ частиц. Пусть $n_{\text{у}}$ из них удовлетворили условию (1). Найдем $r_{\text{у}} = n_{\text{у}}/n_{\text{ч}}$. Повторим опыт n_{Π} раз. Тогда вероятность выполнения события (1), найденная численно, есть

$$P_{\text{ч}} = \frac{1}{n_{\Pi}} \sum_{k=1}^{n_{\Pi}} r_{\text{у}}. \tag{3}$$

Аналогично случаю с однородным материалом, теперь будем с плоскости $\{x = 0\}$ запускать равномерно распределенные частицы, имитирующие равномерный источник тепла, и считать количество достигших плоскости $\{x = X\}$ за период времени T.

Однако в силу неоднородности структуры волокнистого композитного материала, необходимо учитывать некоторые особенности, возникающие при моделировании диффузии частиц в нем.

Во-первых, в материале присутствуют армирующие волокна, в которые могут попадать некоторые частицы. Вероятность пересечения частицей границы между матрицей и волокном есть

$$P_B = \begin{cases} r_\lambda, & r_\lambda < 1; \\ 1, & r_\lambda \geq 1. \end{cases}$$

Если частица попала в волокно, то она выйдет из него с вероятностью

$$P_M = \begin{cases} 1/r_\lambda, & 1/r_\lambda < 1; \\ 1, & 1/r_\lambda \geq 1. \end{cases}$$

Во-вторых, если в случае однородного материала для моделирования диффузии частиц достаточно было использовать одномерную модель, то для композитного материала требуется двумерная модель. Это связанно с необходимостью описания геометрии армирующих волокон и их расположения в материале.

В-третьих, область ограничена. Если координата y станет отрицательной или превысит Y, то частица будет отражена от границ. Это связанно с трудностями моделирования неограниченного слоя композитного материала.

4. Построение оценки

Проведем $n_{\Pi} n_{\text{ч}}$ вычислительных экспериментов. Согласно центральной предельной теореме, k%-доверительный интервал для P (2) имеет вид

$$P_1 = P_{\text{ч}} - \alpha\sqrt{\frac{P_{\text{ч}}(1 - P_{\text{ч}})}{n_{\Pi} n_{\text{ч}}}} < P < P_{\text{ч}} + \alpha\sqrt{\frac{P_{\text{ч}}(1 - P_{\text{ч}})}{n_{\Pi} n_{\text{ч}}}} = P_2, \tag{4}$$

где α — стандартная нормальная квантиль уровня $\dfrac{100+k}{200}$. Следовательно, k%-доверительный интервал для $q_\perp$ имеет вид

$$\frac{X^2}{2T}F^{-1}(P_1) < q_\perp < \frac{X^2}{2T}F^{-1}(P_2). \tag{5}$$

Чтобы отношение верхней и нижней оценок $q_\perp$ было ближе к 1, нужно минимизировать величину

$$\sqrt{P_{\text{ч}}(1-P_{\text{ч}})}\Big(\ln F^{-1}(P_{\text{ч}})\Big)'. \tag{6}$$

Для этого желательно так подобрать время T, чтобы получить $0{,}2 < P_{\text{ч}} < 0{,}8$.

Эффективную теплопроводность найдем, умножив эффективную температуропроводность на среднюю объемную теплоемкость:

$$\lambda_\perp = q_\perp\Big(c_M(1-r_V) + c_B r_V\Big), \tag{7}$$

где r_V — доля объема, занимаемая включениями. В случае, если волокна теплоизолирующие, следует считать $c_B = 0$.

5. Вычислительный эксперимент и его результаты

Поскольку отношение эффективной теплопроводности композита в поперечном направлении $\lambda_\perp$ к теплопроводности материала матрицы λ_M не будет зависеть от конкретных значений λ_M и c_M, можно положить $\lambda_M = 1\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{м}^3\text{К}}$ и $c_M = 1\ \dfrac{\text{Вт}}{\text{мК}}$. Важно лишь отношение $r_\lambda = \lambda_B/\lambda_M$. Также результат не будет зависеть непосредственно от количества и размера волокон. Важно лишь отношение $\dfrac{d_B}{2}\sqrt{\dfrac{n_B}{XY}}$ радиуса волокна, которое варьируется в данном эксперименте, к среднему расстоянию между осями волокон. Тогда примем $n_B = 32$. Зададим размер области для композита $X = 4$ м, $Y = 8$ м, $Z = 8$ м. Время T зададим таким, чтобы вероятность прохождения частицы сквозь однородный материал матрицы составляла $F(2q_M T/X^2) = F(1) = 0{,}629$, т.е. $T = 8$ с.

Теперь сравним результаты, полученные при шаге $\Delta t = 1{\cdot}10^{-3}$, $\Delta t = 5{\cdot}10^{-4}$, $\Delta t = 1{\cdot}10^{-4}$ и $\Delta t = 5\cdot 10^{-5}$ (табл. 1). Можно убедиться в том, что дискретный процесс незначительно отличается от непрерывного ($d_b = 0{,}3$).

Таблица 1

Зависимость $P_{\text{ч}}$ от Δt

Δt	0,001	0,0005	0,0001	0,00005
$P_{\text{ч}}$	0,574778	0,580878	0,590839	0,592

Как можно видеть из табл. 1, уже при $\Delta t = 5\cdot 10^{-4}$ не наблюдается значительной разницы между дискретным и непрерывным процессами.

При выполнении вычислительного эксперимента величины были заданы с учетом всего этого (табл. 2). Результаты эксперимента представлены в табл. 3–6. Данные из табл. 5 и 6 для наглядности представлены в виде графиков на рис. 2 и 3. По оси ординат показано среднее арифметическое верхней и нижней оценок $\lambda_\perp/\lambda_M$.

Таблица 2

Значения величин в численном эксперименте

Параметр	Значение	Параметр	Значение
λ_M	$1\ \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$	Расположение волокон	упорядоченое/случайное
c_M	$1\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$	r_λ	0/0,25/0,5/0,75/1,34/2/4
q_M	$1\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$	d_B	0,1/0,3/0,5/0,7 м
$n_{\text{ч}}$	5000	Z	8 м
$n_{\text{П}}$	200	Y	8 м
$n_{\text{В}}$	32	X	4 м
T	8 с	Δt	0,0005 с

Таблица 3

Результаты $P_{\text{ч}}$ для композитов с упорядоченным расположением волокон

r_λ	d_B			
	0,1	0,3	0,5	0,7
0	0,617707	0,580878	0,518024	0,429131
0,25	0,621551	0,605451	0,572381	0,537062
0,5	0,623027	0,615153	0,597095	0,580847
0,75	0,623350	0,619261	0,606724	0,595927
1,34	0,623012	0,616463	0,601083	0,588998
2	0,621747	0,606530	0,578111	0,557086
4	0,616290	0,568273	0,483562	0,439675

Таблица 4

Результаты $P_{\text{ч}}$ для композитов со случайным расположением волокон

r_λ	d_B			
	0,1	0,3	0,5	0,7
0	0,617739	0,579027	0,496415	0,362609
0,25	0,621559	0,604780	0,576512	0,539573
0,5	0,622779	0,615610	0,603220	0,590817
0,75	0,622674	0,618797	0,613236	0,606509
1,34	0,622155	0,617372	0,609862	0,601428
2	0,621872	0,608639	0,591231	0,572664
4	0,615832	0,567364	0,506906	0,466323

Таблица 5

Результаты для композита с упорядоченным расположением волокон

d_B	r_λ	P	$q_\perp/q_M$	$\lambda_\perp/\lambda_M$
0,1	0	0,617223 . . . 0,618191	0,958356 . . . 0,960298	0,950829 . . . 0,952756
	0,25	0,621068 . . . 0,622034	0,966114 . . . 0,968078	0,960424 . . . 0,962375
	0,5	0,622545 . . . 0,623509	0,969120 . . . 0,971091	0,965314 . . . 0,967278
	0,75	0,622868 . . . 0,623832	0,969780 . . . 0,971753	0,967875 . . . 0,969845
	1,34	0,622530 . . . 0,623494	0,969089 . . . 0,971060	0,971677 . . . 0,973653
	2	0,621264 . . . 0,622230	0,966513 . . . 0,968477	0,974104 . . . 0,976083
	4	0,615806 . . . 0,616774	0,955520 . . . 0,957455	0,978034 . . . 0,980014
0,3	0	0,580387 . . . 0,581369	0,888417 . . . 0,890190	0,825618 . . . 0,827267
	0,25	0,604965 . . . 0,605937	0,934244 . . . 0,936124	0,884715 . . . 0,886496
	0,5	0,614669 . . . 0,615637	0,953254 . . . 0,955183	0,919563 . . . 0,921424
	0,75	0,618778 . . . 0,619744	0,961481 . . . 0,963431	0,944490 . . . 0,946406
	1,34	0,615979 . . . 0,616947	0,955866 . . . 0,957801	0,978838 . . . 0,980820
	2	0,606044 . . . 0,607016	0,936330 . . . 0,938215	1,00252 . . . 1,00453
	4	0,567780 . . . 0,568766	0,866009 . . . 0,867737	1,04965 . . . 1,05175
0,5	0	0,517527 . . . 0,518521	0,782085 . . . 0,783680	0,628523 . . . 0,629805
	0,25	0,571889 . . . 0,572873	0,873239 . . . 0,874982	0,744644 . . . 0,746130
	0,5	0,596607 . . . 0,597583	0,918309 . . . 0,920150	0,828154 . . . 0,829815
	0,75	0,606238 . . . 0,607210	0,936706 . . . 0,938592	0,890725 . . . 0,892519
	1,34	0,600596 . . . 0,601570	0,925866 . . . 0,927725	0,987675 . . . 0,989659
	2	0,577620 . . . 0,578602	0,883440 . . . 0,885203	1,05690 . . . 1,05901
	4	0,483065 . . . 0,484059	0,727998 . . . 0,729530	1,15682 . . . 1,15926
0,7	0	0,428639 . . . 0,429623	0,646335 . . . 0,647775	0,397596 . . . 0,398482
	0,25	0,536566 . . . 0,537558	0,813026 . . . 0,814664	0,578359 . . . 0,579524
	0,5	0,580356 . . . 0,581338	0,888361 . . . 0,890134	0,717420 . . . 0,718852
	0,75	0,595439 . . . 0,596415	0,916112 . . . 0,917948	0,827972 . . . 0,829631
	1,34	0,588508 . . . 0,589488	0,903223 . . . 0,905029	1,02141 . . . 1,02345
	2	0,556592 . . . 0,557580	0,846645 . . . 0,848337	1,17247 . . . 1,17482
	4	0,439181 . . . 0,440169	0,661823 . . . 0,663283	1,42592 . . . 1,42907

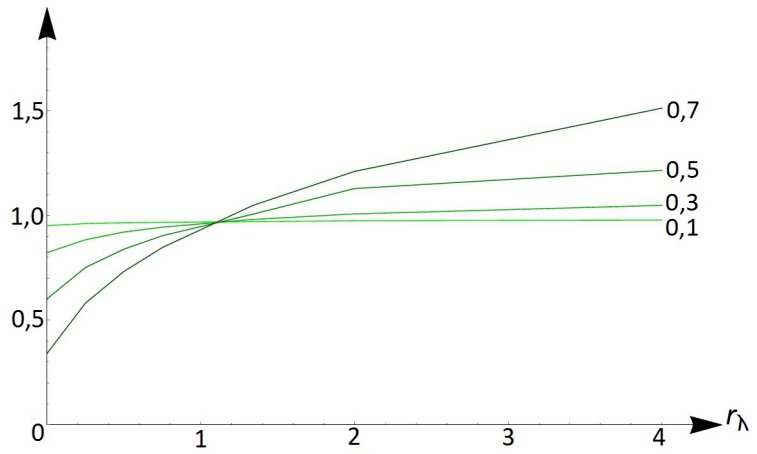

Рис. 2. Зависимость оценки $\lambda_\perp/\lambda_M$ от r_λ при упорядоченном расположении волокон

Таблица 6

Результаты для композита со случайным расположением волокон

d_B	r_λ	P	$q_\perp/q_M$	$\lambda_\perp/\lambda_M$
0,1	0	0,617255 . . . 0,618223	0,958420 . . . 0,960362	0,950893 . . . 0,952820
	0,25	0,621076 . . . 0,622042	0,966131 . . . 0,968094	0,960440 . . . 0,962391
	0,5	0,622297 . . . 0,623261	0,968614 . . . 0,970584	0,964810 . . . 0,966772
	0,75	0,622192 . . . 0,623156	0,968400 . . . 0,970369	0,966498 . . . 0,968464
	1,34	0,621673 . . . 0,622637	0,967343 . . . 0,969309	0,969926 . . . 0,971897
	2	0,621390 . . . 0,622354	0,966767 . . . 0,968732	0,974360 . . . 0,976340
	4	0,615348 . . . 0,616316	0,954606 . . . 0,956539	0,977099 . . . 0,979077
0,3	0	0,578536 . . . 0,579518	0,885084 . . . 0,886851	0,822521 . . . 0,824163
	0,25	0,604294 . . . 0,605266	0,932950 . . . 0,934826	0,883490 . . . 0,885267
	0,5	0,615126 . . . 0,616094	0,954164 . . . 0,956095	0,920441 . . . 0,922304
	0,75	0,618314 . . . 0,619280	0,960546 . . . 0,962494	0,943572 . . . 0,945485
	1,34	0,616888 . . . 0,617856	0,957684 . . . 0,959625	0,980700 . . . 0,982688
	2	0,608153 . . . 0,609125	0,940428 . . . 0,942323	1,00690 . . . 1,00893
	4	0,566871 . . . 0,567857	0,864418 . . . 0,866143	1,04772 . . . 1,04982
0,5	0	0,495918 . . . 0,496912	0,747921 . . . 0,749475	0,601067 . . . 0,602316
	0,25	0,576020 . . . 0,577004	0,880579 . . . 0,882337	0,750903 . . . 0,752402
	0,5	0,602733 . . . 0,603707	0,929951 . . . 0,931820	0,838653 . . . 0,840339
	0,75	0,612751 . . . 0,613721	0,949452 . . . 0,951371	0,902846 . . . 0,904671
	1,34	0,609377 . . . 0,610347	0,942816 . . . 0,944718	1,00576 . . . 1,00779
	2	0,609377 . . . 0,610347	0,942816 . . . 0,944718	1,12794 . . . 1,13021
	4	0,506409 . . . 0,507403	0,764394 . . . 0,765967	1,21466 . . . 1,21716
0,7	0	0,362131 . . . 0,363087	0,553255 . . . 0,554525	0,340337 . . . 0,341119
	0,25	0,539077 . . . 0,540069	0,817176 . . . 0,818821	0,581312 . . . 0,582481
	0,5	0,590328 . . . 0,591306	0,906583 . . . 0,908397	0,732136 . . . 0,733601
	0,75	0,606023 . . . 0,606995	0,936289 . . . 0,938174	0,846208 . . . 0,847912
	1,34	0,600941 . . . 0,601915	0,926524 . . . 0,928384	1,04776 . . . 1,04986
	2	0,572172 . . . 0,573156	0,873740 . . . 0,875483	1,20999 . . . 1,21241
	4	0,465827 . . . 0,466819	0,701677 . . . 0,703181	1,51179 . . . 1,51503

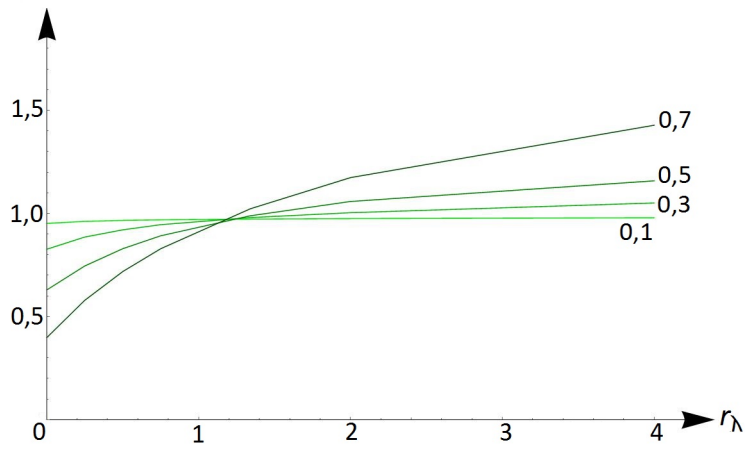

Рис. 3. Зависимость оценки $\lambda_\perp/\lambda_M$ от r_λ при случайном расположении волокон

Заключение

Построена математическая модель, позволяющая численными методами рассчитать вероятность прохождения частицей слоя однонаправленного волокнистого композиционного материала за фиксированный промежуток времени.

Построена оценка эффективной теплопроводности материала, с помощь вероятности прохождения частицами слоя этого материала

Построен программный комплекс, позволяющий численно определять вероятность прохождения частицей слоя однородного или композиционного материала с упорядоченным или случайным расположением однонаправленных волокон.

Список литературы

1. Кузнецов В.Ф. Решение задач теплопроводности методом Монте-Карло. М.: Ин-т атомной энергии им. И.В. Курчатова, 1973. 21 с.
2. Пугачёв О.В., Хан З.Т. Теплопроводность композита с нетеплопроводными шаровыми включениями // Наука и Образование. МГТУ им Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 5. С. 205–217. DOI: 10.7463/0515.0776224
3. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. М.: Наука, 1975. 320 с.
4. Справочник по композиционным материалам. В 2 т.: пер. с англ. / под ред. Дж. Любина. М.: Машиностроение, 1988. Т. 1. 448 с.; Т. 2. 584 с.
5. Васильев В.В., Протасов В.Д., Болотин В.В. и др. Композиционные материалы: справочник. М.: Машиностроение, 1990. 512 с.
6. Дульнев Г.Н., Заричняк Ю.П. Теплопроводность смесей и композиционных материалов. Л.: Энергия, 1974. 264 с.
7. Миснар А. Теплопроводность твердых тел, жидкостей, газов и их композиций: пер. с франц. М.: Мир, 1968. 464 с.
8. Зарубин В. С., Кувыркин Г. Н., Савельева И. Ю. Оценка эффективной теплопроводности однонаправленного волокнистого композита методом самосогласования // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э.Баумана. Электрон. журн. 2013. № 11. С. 519–532. DOI: 10.7463/1113.0622927
9. Шермергор Т.Д. Теория упругости микронеоднородных сред. М.: Наука, 1977. 400 с.
10. Зарубин В. С., Кувыркин Г. Н., Савельева И. Ю. Математическое моделирование теплопереноса в однонаправленном волокнистом композите // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э.Баумана. Электрон. журн. 2014. № 1. С. 270–281. DOI: 10.7463/0114.0657262
11. Зарубин В. С., Кувыркин Г. Н., Савельева И. Ю. Теплопроводность композита, армированного волокнами // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2013. № 5. С. 75–81. DOI: 10.18698/0536-1044-2013-5-75-81

12. Зарубин В. С., Кувыркин Г. Н., Савельева И. Ю. Влияние взаимного расположения волокон на теплопроводность однонаправленного волокнистого композита // Известия высших учебных заведений. Машиностороение. 2014. №2. С. 16–24. DOI: 10.18698/0536-1044-2014-2-16-24
13. Зарубин В. С., Кувыркин Г. Н., Савельева И. Ю. Влияние расположения комбинированных волокон на теплопроводность однонаправленного волокнистого композита // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2014. №4. С. 76–89.
14. Аккерман Ф. Рост производительности компьютеров и развитие фотограмметрии // Геоматика. Электрон. журн. 2011. №11. С. 24–31.
15. Бусленко Н.П., Шрейдер Ю.А. Метод статических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на цифровых вычислительных машинах // М.: Машгиз, 1961. 229 с.
16. Соболь И.М. Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973. 313 с.
17. Ермаков С.М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М.: Наука, 1975. 473 с.
18. Ермаков С.М. Метод Монте-Карло в вычислительной математике. СПб.: Невский Диалект, 2009. 192 с.
19. Войтишек А.В. Основы метода Монте-Карло: учеб. пособие. Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2010. 108 с.
20. Соболь И.М. Метод Монте-Карло. М.: Наука, 1968. 68 с.
21. Арзамасов А.Б. Волокнистые композиционные материалы с металлической матрицей. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. 23 с.
22. Большаков В.И., Андрианов И.В, Данишевский В.В. Асимтотические методы расчета композиционных материалов с учетом внутренней структуры. Днепропетровск: Пороги, 2008. 196 с.

Science & Education of the Bauman MSTU
Electronic journal
ISSN 1994-0408

Science and Education of the Bauman MSTU, 2012, no. 12, pp. 226–239.
DOI: **10.7463/1215.0828601**
Received: 04.08.2015
© Bauman Moscow State Technical University

Research of Fiber Composite Heat Conductivity by Monte-Carlo Method

Pugachev O. V.[1,*], **Yatsunenko K. N.**[1]

[*]opugachev@yandex.ru

[1]Bauman Moscow State Technical University, Russia

Keywords: Monte Carlo method, computer simulation, effective thermal conductivity, diffusion process, fiber composite material

The work objective is to evaluate the effective heat conductivity coefficient of a material with parallel cylindrical inclusions with equal diameters.

Since an analytical solution of the heat conductivity equation is quite difficult, we apply a mathematical model, in which a random motion of the imaginary ”heat particles” represents the process of heat conduction. These particles represent a sample of distribution, which has density being, at every moment, proportional to that of the heat energy. Thus, using the Wiener processes enables obtaining the solution of the heat conductivity equation. The velocity of ”heat particles” depends on the temperature conductivity coefficient of the material in which the particles are moving at the moment.

The paper considers a layer fragment of the composite material whose effective temperature conductivity coefficient is to be evaluated. As a criterion of heat conduction, we consider the probability P, assuming that a heat particle, having started from one surface of the layer, reaches its opposite surface for a time less than T. For a homogeneous isotropic material, this probability is analytically found.

We perform a series of computer experiments to simulate heat conduction through a layer of the composite material, the source of heat being applied to one surface of the layer, and heat being absorbed at the opposite surface. By statistical elaboration of their results we find confidence intervals for P. Therefrom we find confidence intervals for the effective temperature conductivity coefficients (by comparing with homogeneous materials yielding the same value of P). Next, the effective heat conductivity coefficients are obtained through multiplying the effective temperature conductivity by the average volume heat capacity.

We took various proportions between cylinder diameters and distances between them. The results obtained are consistent with analytical ones. The method elaborated allows finding effective heat conductivity coefficients for composite materials with arbitrary-shaped inclusions.

References

1. Kuznetsov V.F. *Reshenie zadach teploprovodnosti metodom Monte-Karlo* [Solution of heat conduction problems by the Monte-Carlo method]. Moscow, Kurchatov Institute of Atom Energy, 1973. 21 p. (in Russian).
2. Pugachev O.V., Han Z.T. Heat Conductivity of Composite Materials with Included Balls of Zero Heat Conductivity. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2015, no. 5, pp. 205–217. DOI: 10.7463/0515.0776224
3. 3.Venttsel' A.D. *Kurs teorii sluchainykh protsessov* [Course of the theory of random processes]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 320 p. (in Russian).
4. Lubin G., ed. *Handbook of Composites*. New York, Van Nostrand Reinholt Company, 1982. (Russ. ed.: Lubin G., ed. *Spravochnik po kompozitsionnym materialam. V 2 t.* Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988, vol. 1, 448 p.; vol. 2, 584 p.).
5. Vasil'ev V.V., Protasov V.D., Bolotin V.V., et al. *Kompozitsionnye materialy: Spravochnik* [Composite materials: reference book]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1990. 512 p. (in Russian).
6. Dul'nev G.N., Zarichniak Iu.P. *Teploprovodnost' smesei i kompozitsionnykh materialov* [Heat conductivity of mixtures and composite materials]. Leningrad, Energiia Publ., 1974. 264 p. (in Russian).
7. Misnar A. *Teploprovodnost' tverdykh tel, zhidkostei, gazov i ikh kompozitsii* [Heat conductivity of solids, liquids, gases, and their compositions]. Transl. from French. Moscow, Mir Publ., 1968. 464 p. (in Russian).
8. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N., Savelieva I.Yu. Evaluation of effective thermal conductivity of unidirectional fiber composites by the method of self-consistency. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2013, no. 11, pp. 519–532. DOI: 10.7463/1113.0622927 (in Russian).
9. Shermergor T.D. *Teoriia uprugosti mikroneodnorodnykh sred* [Theory of elasticity of micro-heterogeneous media]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 400 p. (in Russian).
10. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N., Savelieva I.Yu. Mathematical simulation of heat transfer in unidirectional fiber composite. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2014, no. 1, pp. 270–281. DOI: 10.7463/0114.0657262 (in Russian).
11. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N., Savelieva I.Yu. Thermal Conductivity of Composite Reinforced with Fibers. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie = Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2013, no. 5, pp. 75–81. DOI: 10.18698/0536-1044-2013-5-75-81 (in Russian).

12. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N., Savelieva I.Yu. The influence of relative position of fibers on the thermal conductivity of unidirectional fiber composites. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie = Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2014, no. 2, pp. 16–24. DOI: 10.18698/0536-1044-2014-2-16-24 (in Russian).
13. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N., Savelieva I.Yu. Influence of an Arrangement of Combined Fibers on Thermal Conductivity of Unidirectional Fibrous Composite. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennye nauki = Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Natural science*, 2014, no. 4, pp. 76–89. (in Russian).
14. Ackermann F. Increase of computer productivity and the development of photogrammetry. *Geomatika = Geomatics*, 2011, no. 1, pp. 24–31. (in Russian).
15. Buslenko N.P., Shreider Yu.A. *Metod staticheskikh ispytanii (Monte-Karlo) i ego realizatsiya na tsifrovykh vychislitel'nykh mashinakh* [Method of statistical experiments (Monte-Carlo method) and its realizations on computers]. Moscow, Mashgiz Publ., 1961. 229 p. (in Russian).
16. Sobol' I.M. *Chislennye metody Monte-Karlo* [Monte-Carlo computational methods]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 473 p. (in Russian).
17. Ermakov S.M. *Metod Monte-Karlo i smezhnye voprosy* [Monte-Carlo method and adjacent problems]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 473 p. (in Russian).
18. Ermakov S.M. *Metod Monte-Karlo v vychislitel'noi matematike* [Monte-Carlo method in computational mathematics]. St. Petersburg, Nevskii Dialekt Publ., 2009. 192 p. (in Russian).
19. Voitishek A.V. *Osnovy metoda Monte-Karlo* [Foundations of the Monte-Carlo method]. Novosibirsk, NSU Publ., 2010. 108 p. (in Russian).
20. Sobol' I.M. *Metod Monte-Karlo* [Monte-Carlo method]. Moscow, Nauka Publ., 1968. 68 p. (in Russian).
21. Arzamasov A.B. *Voloknistye kompozitsionnye materialy s metallicheskoi matritsei* [Fiber composite materials with metal matrix]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 1999. 23 p. (in Russian).
22. Bol'shakov V.I., *Andrianov I.V.*, Danishevskii V.V. *Asimtoticheskie metody rascheta kompozitsionnykh materialov s uchetom vnutrennei struktury* [Asymptotic methods of calculation of composite materials with internal structure]. Dnepropetrovsk, Porogi Publ., 2008. 196 p. (in Russian).