

УДК 517.925: 519.71

Решение задачи планирования полета в реальном режиме времени малогабаритного беспилотного летательного аппарата по пространственной траектории в условиях сложного рельефа местности

Тань Л.¹, Фомичев А. В.^{1,*},
Гэн К.¹

* a.v.fomichev@bmstu.ru

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Представлен новый подход к решению задачи планирования в реальном режиме времени трехмерной траектории движения беспилотного летательного аппарата (БПЛА) в условиях сложного рельефа местности, в основе которого положен метод управления с прогнозирующими моделями (УПМ). Рассмотрен случай, предполагающий, что в пределах некоторой области нахождения БПЛА, рельеф местности известен, с помощью триангулированной нерегулярной сети (ТНС), применяемой для моделирования рельефа местности, а также введены логические и непрерывные переменные, описывающие ограничения для обхода препятствий. Результаты моделирования разработанного алгоритма показали, что с его помощью в реальном режиме времени БПЛА успешно избежал все препятствия. Данный алгоритм, полностью учитывающий ограничения на маневренные качества БПЛА, может эффективно применяться при его движении в неизвестных средах или в ситуации постепенного обнаружения препятствий в условиях реального полета.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, плавное искривление траектории, планирование маршрута полета, триангулированная нерегулярная сеть, управление с прогнозирующими моделями, частично-целочисленное линейное программирование

Введение

В настоящее время в мировой практике сложилась тенденция, что беспилотные летательные аппараты (БПЛА) начинают широко использоваться в гражданских областях [1], например, для решения задач экологического мониторинга, дистанционного зондирования поверхности Земли, наблюдения за объектами транспортной инфраструктуры и т.п. При этом движение БПЛА может происходить в разнообразных сложных условиях рельефа местности: в городской среде (среди зданий), в условиях

горного рельефа, над пустынной, лесо-парковой, водной средой и т.д. С бурным развитием БПЛА, способным двигаться в условиях сложного рельефа, задача планирования в реальном режиме времени маршрута полета становится всё более актуальной и привлекательной [2, 3].

В системах управления современными летательными аппаратами (ЛА) успешно используется метод управления с прогнозирующими моделями [4, 5]. Данный метод подразумевает, что в полете БПЛА его маршрут рассчитывается с течением времени постепенно, причём каждый участок маршрута полета определяется в результате решения задачи оптимизации на ограниченном интервале времени, что позволяет сократить время вычислений [1].

Частично-целочисленное линейное программирование (ЧЦЛП) является расширением непрерывного линейного программирования за счёт использования двоичных или целых переменных в процессе решения задачи [6, 7]. В современной литературе, например, в статьях [8, 9], посвящённых проблеме планирования маршрута с использованием ЧЦЛП, в основном исследовалось движение в городской среде, где препятствие представлялось в виде многогранника. В работе [10] рассматривалось движение ЛА в горной среде, причём горизонтальная поверхность рельефа горы была разделена на ряд сеток, а рельеф каждой горы рассматривался как препятствие, с соответствующими сетками. Недостаток данного метода заключается в том, что если разделение сетками является слишком грубым (сетки с ячейками большого размера), то нельзя правильно отразить рельеф местности. Наоборот, если разделение сетками является слишком точным (сетки с ячейками малого размера), то объём вычислений будет резко увеличиваться. Поэтому, при моделировании препятствий использовался симплексный M -метод. Однако, как показано в [11], симплексный M -метод тоже обладает определённым недостатком, например, если значение M является слишком большим, то это влияет на время вычислений.

Предлагаемый в настоящей статье метод планирования маршрута полёта БПЛА с учётом огибания рельефа местности отличается от метода, описанного в [11]. Здесь при моделировании рельефа используется модель триангулированной нерегулярной сети (ТНС), что позволяет непосредственно применять известные данные о высотах рельефа. В тех случаях, когда эта информация оказывается неизвестной, т.е. движение БПЛА осуществляется в неизвестных средах, на его борту должны находиться устройства для получения данных о высотах рельефа в области нахождения БПЛА. Поэтому предлагаемый метод моделирования рельефа не требует использования симплексного M -метода, чтобы снизить влияние ограничений при обходе препятствий, что в свою очередь позволяет существенно уменьшить время вычислений.

Как показано в [7], комбинирование метода управления с прогнозирующими моделями (УПМ) и ЧЦЛП повышает эффективность решения задачи планирования маршрута полета в реальном времени. Однако, в данной статье был описан метод планирования маршрута полёта только для случая движения БПЛА в плоскости

(двухмерная траектория), причём препятствия в процессе планирования маршрута представлялись в виде отдельных прямоугольников.

В данной статье использован способ комбинирования УПМ и ЧЦЛП для планирования трехмерной траектории полета БПЛА при движении в условиях сложного рельефа местности (дома, горы и т.п.). При решении поставленной задачи были учтены следующие факторы:

- в процессе планирования маршрута, препятствия представляются в виде непрерывного рельефа (горы);
- ограничения на изменение ускорения БПЛА;
- трёхмерная траектория полёта в реальном масштабе времени должна быть сглажена с учетом функциональных характеристик БПЛА [12].

В настоящее время известны следующие основные методы, применяемые для сглаживания траектории: алгоритм последовательного соединения участков радиусов [13], алгоритм сглаживания рельефа [14], алгоритм равновесия силы [15], генетический алгоритм [16], B-сплайновый алгоритм [17] и т.д. На основе анализа и сравнения указанных алгоритмов, в данной статье, для сглаживания запланированного маршрута полета БПЛА, был использован алгоритм последовательного соединения участков радиусов.

1 Динамика БПЛА

При описании модели траекторного движения, БПЛА представляется в виде материальной точки, масса которой сосредоточена в его центре масс. В модели учитываются следующие ограничения, накладываемые на скорость и ускорение движения, а также на изменение ускорения. Постановка задачи планирования маршрута полёта с использованием метода ЧЦЛП предполагает, что динамика БПЛА аппроксимируется дискретной моделью в линейном пространстве состояний и имеет вид [1]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 2 \cdot \mathbf{I}_3 & \Delta t \cdot \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{O}_3 & 2 \cdot \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}_i - \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \Delta t \cdot \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}_{i-1} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(\Delta t)^2 \cdot \mathbf{I}_3 \\ \Delta t \cdot \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{a}_i \quad (1)$$

где $\mathbf{I}_3$ – 3×3 единичная матрица, $\mathbf{O}_3$ – 3×3 нулевая матрица, Δt – период выборки, $\mathbf{p}_i = (x_i, y_i, z_i)^T$ – вектор местоположения БПЛА, $\mathbf{v}_i = (\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i)^T$ – вектор скорости, $\mathbf{a}_i = (\ddot{x}_i, \ddot{y}_i, \ddot{z}_i)^T$ – вектор ускорения, $\Delta \mathbf{a}_i = \mathbf{a}_i - \mathbf{a}_{i-1}$ – вектор изменения ускорения, $\mathbf{s}_i = (\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i)^T \in R^6$ – вектор состояния, $\mathbf{u}_i := \mathbf{a}_i \in R^3$ – вектор входа; i – момент времени.

Для упрощения формы записи (1), введем следующие обозначения:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 \cdot \mathbf{I}_3 & \Delta t \cdot \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{O}_3 & 2 \cdot \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \Delta t \cdot \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(\Delta t)^2 \cdot \mathbf{I}_3 \\ \Delta t \cdot \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}.$$

Скорость полета $\mathbf{v}$, ускорение $\mathbf{a}$ и изменение ускорения $\Delta\mathbf{a}$ имеют определенные ограничения. В случае БПЛА общее пространственное движение удобно разделить на продольное и боковое движение, причём его продольное движение можно рассматривать независимо от бокового движения [18, 19]. Будем полагать, что ограничения на скорость $\mathbf{v}$, ускорение $\mathbf{a}$ и изменение ускорения $\Delta\mathbf{a}$ в плоскости $x-y$ соответственно имеют вид

$$\begin{cases} v_{\min} \leq \left\| [\dot{x}_k, \dot{y}_k]' \right\|_2 \leq v_{\max}, & k = \overline{0, N}, \\ \left\| [\ddot{x}_k, \ddot{y}_k]' \right\|_2 \leq a_{\max}, & k = \overline{0, N-1}, \\ \left\| [\ddot{x}_k, \ddot{y}_k]' - [\ddot{x}_{k-1}, \ddot{y}_{k-1}]' \right\|_2 \leq \Delta a_{\max}, & k = \overline{1, N-1}, \end{cases} \quad (2)$$

где N – число общих шагов планирования маршрута, $\|\cdot\|_2$ – евклидова норма.

Поскольку ограничения, описанные неравенствами (2), являются нелинейными, их необходимо преобразовать к виду линейного неравенства, чтобы затем использовать в методе ЧЦЛП. Как было описано в [7], каждое из ограничений можно приблизительно заменить набором линейных неравенств, определяющих область вписанного многоугольника, в свою очередь, ограниченного определенной окружностью. Соответственно, многоугольник будет определяться набором Q линейных неравенств, как показано на рисунках 1–3.

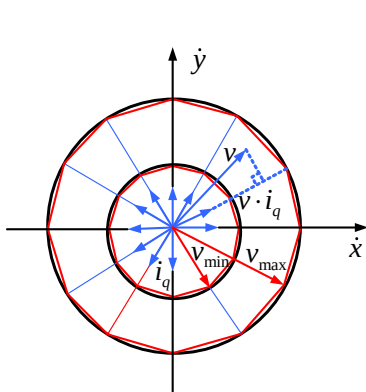


Рис. 1. Ограничение скорости

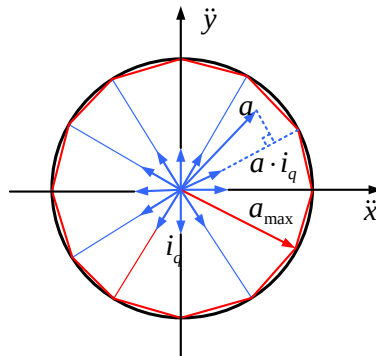


Рис. 2. Ограничение ускорения

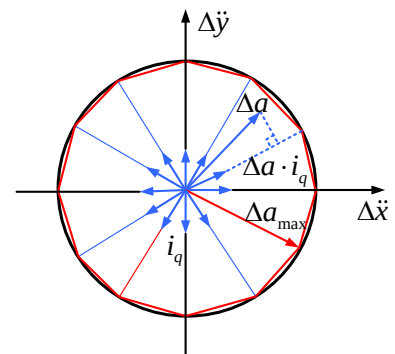


Рис. 3. Ограничение изменения ускорения

Используемые вписанные многоугольники с Q сторонами, можно приблизительно описать с помощью линейных неравенств вида

$$\begin{cases} v_{\min} \leq \dot{x}_k \sin\left(\frac{2\pi q}{Q}\right) + \dot{y}_k \cos\left(\frac{2\pi q}{Q}\right) \leq v_{\max}, & q = \overline{1, Q}, \quad k = \overline{0, N}, \\ \ddot{x}_k \sin\left(\frac{2\pi q}{Q}\right) + \ddot{y}_k \cos\left(\frac{2\pi q}{Q}\right) \leq a_{\max}, & q = \overline{1, Q}, \quad k = \overline{0, N-1}, \\ \Delta \ddot{x}_k \sin\left(\frac{2\pi q}{Q}\right) + \Delta \ddot{y}_k \cos\left(\frac{2\pi q}{Q}\right) \leq \Delta a_{\max}, & q = \overline{1, Q}, \quad k = \overline{1, N-1}. \end{cases} \quad (3)$$

Поскольку в соотношениях (3) множество всех допустимых решений системы ограничений минимальной скорости $v_{\min} \leq \left\| [\dot{x}_k, \dot{y}_k] \right\|_2$ является невыпуклым, то с помощью метода ЧЦП ограничение на минимальную скорость приводится к виду

$$\begin{cases} v_{\min} - \left(\dot{x}_k \sin\left(\frac{2\pi q}{Q}\right) + \dot{y}_k \cos\left(\frac{2\pi q}{Q}\right) \right) \leq M c_q, & q = \overline{1, Q}, \quad k = \overline{0, N}, \\ \sum_{q=1}^Q c_q \leq Q - 1. \end{cases} \quad (4)$$

Например, ограничения на скорость $\mathbf{v}$, ускорение $\mathbf{a}$ и изменение ускорения $\Delta \mathbf{a}$ в проекциях на направление оси z записываются следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{z}_{\min} \leq \dot{z}_k \leq \dot{z}_{\max}, & k = \overline{0, N}, \\ \ddot{z}_{\min} \leq \ddot{z}_k \leq \ddot{z}_{\max}, & k = \overline{0, N-1}, \\ \Delta \ddot{z}_{\min} \leq \Delta \ddot{z}_k \leq \Delta \ddot{z}_{\max}, & k = \overline{1, N-1}. \end{cases} \quad (5)$$

2 Моделирование огибания рельефа

Моделирование поверхности рельефа местности проводится с помощью метода ТНС. Как показано на рисунке 4, в трехмерном пространстве непрерывная поверхность рельефа $z = h(x, y)$ состоит из T непересекающихся и неперекрывающихся треугольников с m вершинами $p_i(x_i, y_i, z_i)$, $i = \overline{1, m}$. Функция $h(x, y)$ является кусочно-аффинной функцией.

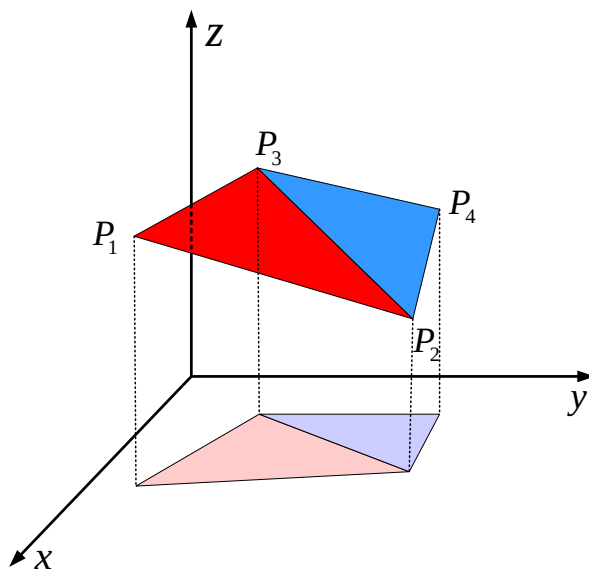


Рис. 4. Описание поверхности рельефа с помощью треугольников

Предположим, что точка $p_k(x_k, y_k, z_k)$ – это местоположение БПЛА в нормальной земной системе координат в момент времени k . Тогда координаты (x_k, y_k, h_k) соответствуют точке, находящейся на поверхности рельефа непосредственно под БПЛА в данный момент времени.

Ограничение, связанное с огибанием рельефа местности, имеет вид

$$z_k \geq h_k + d_0, \quad \forall k, \quad (6)$$

где d_0 – характерный линейный размер самого БПЛА.

Поскольку соответствующие высоты для любой точки на кривой поверхности рельефа являются неизвестными, то для того чтобы их получить, необходимо использовать интерполяцию вершин соответствующего треугольника, т.е. $h_k = h(x_k, y_k)$. Правильность данного утверждения примем без строгого доказательства. Для двухмерного случая подобный подход описан в [20]. Поскольку функция $h(\cdot, \cdot)$ является нелинейной, то для того чтобы выразить ограничения на огибание рельефа местности в задаче ЧЦПП, функция $h(\cdot, \cdot)$ должна быть преобразована к линейному виду.

В k -й дискретный момент времени переменные x_k , y_k и h_k соответственно выражаются для выпуклой поверхности в виде комбинации координат каждой известной вершины следующим образом:

$$\begin{cases} x_k = \sum_{i=1}^m \lambda_{ik} x_i, & y_k = \sum_{i=1}^m \lambda_{ik} y_i, & h_k = \sum_{i=1}^m \lambda_{ik} h_i, & \forall k, \\ \lambda_{ik} \geq 0, & \forall i, k, \\ \sum_{i=1}^m \lambda_{ik} = 1, & \forall k. \end{cases} \quad (7)$$

С помощью формул (7) при выборе определённых значений коэффициентов λ_{ik} можно описать поверхность рельефа местности, используя треугольники. Применяя комбинации неопределённых коэффициентов $\lambda_{ik}, i = \overline{1, m}$ в качестве переменных решения, возможно описывать ограничения на огибание рельефа местности (см. (9)) с помощью ЧЦПП.

Обозначим $R_t, t = \overline{1, T}$ – множество всех точек t -го треугольника (включает в себя вершины, стороны и внутреннюю часть) на выпуклой поверхности.

Множество D_i представляет собой совокупность порядковых номеров треугольников с вершинами в точках P_i , т.е. $D_i = \{t : P_i \in R_t\}$.

Введём в рассмотрение логические переменные $b_{R_t, k}, t = \overline{1, T}$, так что каждая логическая переменная $b_{R_t, k}$ соответствует одной треугольной подобласти R_t , которая находится на выпуклой поверхности, т.е. $b_{ik} = b_{R_t, k}$.

Для k -го дискретного момента времени учтём ограничение вида

$$\begin{cases} \lambda_{ik} \leq \sum_{t \in D_i} b_{tk}, & i = \overline{1, m}, \\ \sum_{t=1}^T b_{tk} = 1. \end{cases} \quad (8)$$

Из всего вышесказанного следует, что в любой дискретный момент времени k формулы (6) – (8) гарантируют, что существует лишь одна треугольная подобласть, которая является "активной". Причём в этот момент времени соответствующая логическая переменная b_{tk} равна 1, а другие логические переменные равны 0. Поэтому формулы (6) – (8) описывают ограничения на огибание рельефа местности.

В модели траекторного движения БПЛА представляется в виде материальной точки, а в реальном полете необходимо учитывать его характерные размеры, чтобы успешно избежать препятствия (т.е. учитывать параметр d_0 в условии (6)). Поэтому для описанных выше ограничений на обход препятствий (кроме отрицательных значений координат вдоль оси z), их размеры необходимо увеличить на величину d_0 в каждом направлении.

3 Планирование маршрута полета БПЛА с помощью метода УПМ на основе ЧЦЛП

Основываясь на сказанном выше, сформулируем задачу планирования маршрута полёта БПЛА с использованием метода управления с прогнозирующими моделями на основе частично-целочисленного линейного программирования следующим образом.

Пусть математическое описание задачи оптимизации маршрута полета БПЛА в k -й момент времени имеет вид

$$\min_{\mathbf{s}_k, \mathbf{u}_k} J = a \sum_{i=0}^{N-1} \|\mathbf{s}_{k+i|k} - \mathbf{s}_F\|_1 + b \sum_{i=0}^{N-1} \|\mathbf{u}_{k+i|k}\|_1 + c \sum_{i=1}^{N-1} \|\Delta \mathbf{u}_{k+i|k}\|_1 + d \|\mathbf{s}_{k+N|k} - \mathbf{s}_F\|_1 + e \sum_{i=1}^N z_{k+i|k}, \quad (9)$$

$$\begin{cases} \mathbf{s}_{k+i+1|k} = \mathbf{A}\mathbf{s}_{k+i|k} + \mathbf{B}\mathbf{s}_{k+i-1|k} + \mathbf{C}\Delta \mathbf{u}_{k+i|k}, & i = \overline{1, N-1}, \\ \mathbf{u}_{k+i+1|k} = \Delta \mathbf{u}_{k+i+1|k} - \mathbf{u}_{k+i|k}, & i = \overline{0, N-1}, \end{cases} \quad (10)$$

$$\mathbf{s}_{k-1|k} = \hat{\mathbf{s}}_{k|k-1}, \quad (11)$$

$$\begin{cases} \mathbf{s}_{k+i|k} \in S, & \forall i = \overline{0, N-1}, \\ \mathbf{u}_{k+i|k} \in U, & \forall i = \overline{0, N-1}, \\ \Delta \mathbf{u}_{k+i|k} \in \Delta U, & \forall i = \overline{1, N-1}, \\ \mathbf{s}_{k+N|k} \in S_{k+N|k}, \end{cases} \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z_{k+i|k} \geq h_{k+i|k} + d_0, \quad i = \overline{1, N}, \\ x_{k+i|k} = \sum_{j=1}^m \lambda_{ijk} x_j, \quad y_{k+i|k} = \sum_{j=1}^m \lambda_{ijk} y_j, \quad h_{k+i|k} = \sum_{j=1}^m \lambda_{ijk} h_j, \quad i = \overline{1, N}, \\ \sum_{j=1}^m \lambda_{ijk} = 1, \quad i = \overline{1, N}, \\ \lambda_{ijk} \geq 0, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, m}, \\ \lambda_{ijk} \leq \sum_{t \in D_j} b_{itk}, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, m}, \\ \sum_{t=1}^T b_{itk} = 1, \quad i = \overline{1, N}, \\ b_{itk} \in \{0, 1\}, \quad i = \overline{1, N}, \quad t = \overline{1, T}, \end{array} \right. \quad (13)$$

где $\|\cdot\|_1$ – max-норма (хотя max-норма является нелинейной, но с помощью дополнительной переменной её можно преобразовать в линейную функцию, как описано в статье [10]); N – количество шагов прогноза и управления; k – текущий момент времени; i – промежуток времени от текущего момента; $\mathbf{s}_{k+i|k}$, $\mathbf{u}_{k+i|k}$ и $\Delta \mathbf{u}_{k+i|k}$ – прогнозируемый вектор состояния, вектор входа и вектор изменения ускорения в момент времени $k+i$; $\mathbf{s}_F$ – конечное состояние; $\mathbf{s}_{k+N|k}$ – последнее состояние во временной области планирования.

Поясним смысл слагаемых, которые входят в функционал качества (9). Первое и второе слагаемые учитывают влияние фактора неприбытия БПЛА в заданную точку и затраты топлива, соответственно. Третье слагаемое учитывает влияние изменения ускорения, с которым движется объект, обеспечивающего его устойчивый полёт, причём предполагается, что в процессе движения динамические свойства БПЛА не подвержены радикальным изменениям. Четвёртое слагаемое учитывает влияние конечного состояния (координаты в конечной точке маршрута). Пятое слагаемое учитывает влияние высоты полёта, которое удерживает траекторию, близкую к местности.

Коэффициенты a , b , c , d и e являются неотрицательными весовыми коэффициентами, величину которых в процессе полёта возможно регулировать для того, чтобы удовлетворить соответствующие различные требования к характеристикам оптимального маршрута полёта.

Формула (10) являются уравнениями, описывающими динамику движения БПЛА. С учетом задержки по времени вычислений, в момент времени k необходимо рассчитать маршрут полета для момента времени $k+1$.

Формула (11) задаёт начальные условия для модели (10). Соотношение (13) описывает ограничение на огибание рельефа местности.

В соотношениях (12) первое уравнение описывает ограничение на состояние БПЛА, которое определяется по первым уравнениям (3) и (5), а также формулам (4); второе уравнение – ограничение на управление, которое определяется по второму уравнению (3) и (5); третье уравнение – ограничение на величину изменения ускорения, которое

определяется по третьему уравнению (3) и (5); четвертое уравнение – ограничение на конечное состояние.

Предположим, что в текущий дискретный момент k решается задача ЧЦЛП и определяется последовательность оптимальных управлений $\{\mathbf{u}_{k+0|k}, \mathbf{u}_{k+1|k}, \dots, \mathbf{u}_{k+N-1|k}\}$ и состояний $\{\mathbf{s}_{k+1|k}, \mathbf{s}_{k+2|k}, \dots, \mathbf{s}_{k+N|k}\}$. Исходя из сути метода управления с прогнозирующими моделями, для текущего момента k , сигналом управления, действующим на систему, является только первый сигнал управления $\mathbf{u}_{k+0|k}$, а остальные сигналы управления не учитываются. В последующий момент времени $k+1$, когда получается переменная измерения $\mathbf{s}_{k+1}$, задача ЧЦЛП решается еще раз и получается оптимальная последовательность управлений $\{\mathbf{u}_{(k+1)+0|(k+1)}, \mathbf{u}_{(k+1)+1|(k+1)}, \dots, \mathbf{u}_{(k+1)+N-1|(k+1)}\}$. В этом случае на систему также будет реально действовать только первый сигнал $\mathbf{u}_{(k+1)+0|(k+1)}$, а остальные сигналы не учитываются. Далее этот процесс повторяется. Таким образом, как показано на рисунке 5, оптимальная траектория представляет собой последовательность состояний следующего вида: $\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_{k-1}, \mathbf{s}_k, \dots, \mathbf{s}_F$.

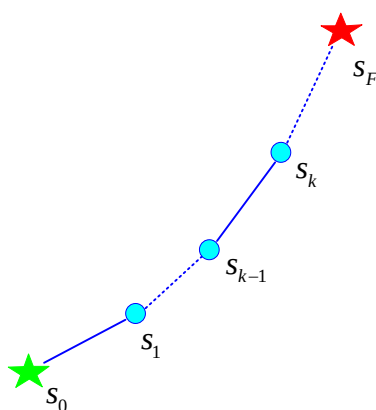


Рис. 5. Маршрут полета, последовательно соединяющий дискретные точки

В случае, когда задача планирования решается в режиме реального времени, информация о местности вокруг некоторой текущей точки пути должна обновляться на каждой итерации. То есть, информация о точках местности в радиусе действия измерительного оборудования БПЛА, а затем соответственно области ТНС должны обязательно обновляться в процессе всего его полёте по направлению к цели.

Согласно (12) необходимо учитывать ограничения на конечные состояния, которые относятся к последнему состоянию во временной области планирования, т.е. $\mathbf{s}_{k+N|k}$. Как было ранее замечено, в модель прогноза управления добавляется набор ограничений на конечные состояния, $\mathbf{s}_{k+N|k} \in S_{k+N|k}$, чтобы гарантировать условие устойчивости системы, которое играет важную роль.

Поскольку в конечном состоянии во временной области планирования управляемая величина и изменение управляемой величины равны нулю, то набор ограничений устойчивого состояния может быть выражен следующим образом:

$$S_{k+N|k} = \{s_{k+N|k} : \mathbf{u}_{k+N|k} = \mathbf{0}_{3 \times 1}, \Delta \mathbf{u}_{k+N|k} = \mathbf{0}_{3 \times 1}\}. \quad (14)$$

Если между соседними участками траектории существует определённый угол, как показано на рисунке 6, то БПЛА, движущийся по траектории, обязательно разворачивается. В этом случае невозможно поддерживать режим его прямолинейного полёта. Метод последовательного соединения радиусных сегментов траектории для всех участков полёта связан с обработкой сглаживанием. Кроме того, должна быть гарантия касания между текущим радиусным сегментом и двумя соседними сегментами траектории так, чтобы обеспечить гладкость всей траектории полёта. Точка касания (*a* или *c*) должна находиться на соседнем сегменте траектории, как показано на рисунке 6.

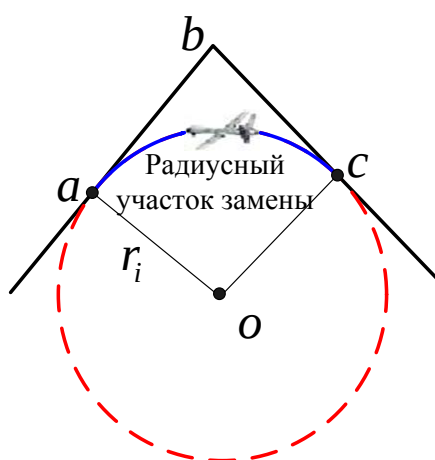


Рис.6. Схема замены ломаной линии участком радиуса

Для допустимой траектории полета будем считать, что радиус кривизны в каждой точки траектории r_i будет не меньше минимального радиуса поворота БПЛА $R_{\min}$. Минимальный радиус поворота вычисляется с помощью величины максимальной нормальной перегрузки [15, 21], действующей на БПЛА, в соответствии с формулой:

$$R_{\min} = \frac{V_{\min}^2}{g \times \sqrt{n_{y\max}^2 - 1}}, \quad (15)$$

где $V_{\min}$ – минимальная скорость полета БПЛА; g – ускорение свободного падения; $n_{y\max}$ – максимальная нормальная перегрузка, действующая на БПЛА.

4 Моделирование задачи планирования маршрута полета БПЛА с имитацией движения в горной местности

При моделировании задачи планирования маршрута полёта БПЛА переход от математического описания задачи ЧЦП к алгоритмам её решения осуществляется с помощью программной системы AMPL (*A Mathematical Programming Language*). Для последующего решения задачи ЧЦП используется программная среда CPLEX.

С помощью функции "fprintAmplParam" данные MATLAB, например, скаляр, вектор или матрица, преобразуются к виду данных, используемых в программе AMPL, чтобы проводить дальнейшую обработку и визуализацию результатов вычислений только с помощью единственного интерфейса пользователя MATLAB.

Время решения с помощью системы CPLEX ограничено одной секундой, поскольку в реальном режиме времени решение методом ЧЦП ограничивается не более чем одной секундой. Если время решения будет больше чем введённое ограничение, то программа CPLEX даёт субоптимальное решение.

В процессе моделирования были использованы следующие числовые параметры:

$$v_{\max} = 65 \text{ м/с}, v_{\min} = 35 \text{ м/с}, v_{z\max} = 15 \text{ м/с}, v_{z\min} = -15 \text{ м/с},$$

$$a_{\max} = 30 \text{ м/с}^2, a_{z\max} = 10 \text{ м/с}^2, a_{z\min} = -10 \text{ м/с}^2,$$

$$\Delta a_{\max} = 15 \text{ м/с}^2, \Delta a_{z\max} = 5 \text{ м/с}^2, \Delta a_{z\min} = -5 \text{ м/с}^2,$$

Период выборки $\Delta t = 1 \text{ с}$, $M = 10^6$, число сторон многоугольника $Q = 24$, весовые коэффициенты $a = 1$, $b = 0,003$, $c = 0,01$, $d = 0,005$ и $e = 0,1$, минимальный радиус поворота равен $41,5 \text{ м}$.

4.1 Сравнение результатов моделирования при использовании информации о полном и частном рельефах местности

При моделировании рассматриваются две ситуации, а именно: учитывается полный рельеф местности или рельеф ограниченной области (частный рельеф местности), находящейся в непосредственной близости от БПЛА. Эффективность соответствующих алгоритмов оценивается по результатам сравнения времени, затрачиваемого на получение решения с их помощью.

Вариант 1. При решении задачи с использованием данных о полном рельефе местности считается, что высота рельефа местности заранее является известной, а ТНС в этом случае фиксируется. Кроме того, при расчёте необходимо учитывать каждый треугольник, который находится на ТНС, т.е. каждый треугольник должен быть связан с логической переменной $b_{R_i, k}$. Длина шага УПМ $N = 6$.

Вариант 2. Данные о высоте рельефа местности являются неизвестными. Для получения необходимой информации о высоте рельефа местности используется измерительная аппаратура определённого радиуса действия. При этом ТНС динамично обновляется, что позволяет применять данные частного рельефа местности. Предполагается, что радиус действия бортового оборудования составляет величину 390 м . С учётом того, что максимальная скорость полета $v_{\max} = 65 \text{ м/с}$, длина шага УПМ $N = 6$.

Предположим, что точки $P_0 (150, 150, 1800)$ и $P_F (1050, 900, 1800)$ – начальная и целевая точка полета соответственно. Причём как в начальной, так и целевой точках БПЛА находится в крейсерском режиме полёта.

Для полного рельефа местности с учётом имитации полёта в горной среде оптимальный маршрут полета БПЛА показан на рисунке 7 а), а его проекция на двумерную плоскость – на рисунке 7 б). Через 19 шагов планирования траектории полёта

БПЛА достигает целевой точки (т.е. $k = 19$), а суммарное время решения для полного маршрута полета составляет 161,4 с. Время решения для каждой точки маршрута полета показано на рисунке 7 в).

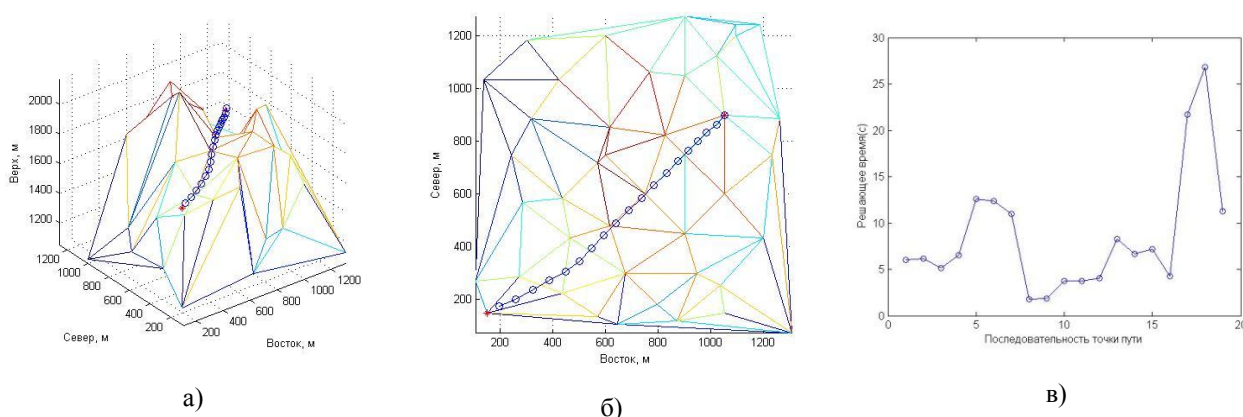


Рис.7. Планирование маршрута полета на основе полного рельефа местности: а) Маршрут полета; б) Проекция маршрута; в) Время решения

Из результатов, показанных на рисунке 7 в), можно заметить, что время решения для каждой точки маршрута полета превышает заданное время выборки в 1 с. Тогда запланированный маршрут полета является субоптимальным и показан на рисунках 7 а) и 7 б). Таким образом, полный рельеф местности не подходит для планирования маршрута полета в реальном времени.

Для частного рельефа местности с учётом имитации полёта в горной среде оптимальный маршрут полета БПЛА показан на рисунке 8 а), а его проекция на двумерную плоскость – на рисунке 8 б). Результаты моделирования демонстрируют, что через 19 шагов планирования траектории полёта, БПЛА долетает до целевой точки (т.е. $k = 19$), причём суммарное время решения задачи планирования для полного маршрута полета составляет 6.6 с. Время решения для каждой точки маршрута полета БПЛА показано на рисунке 8 в).

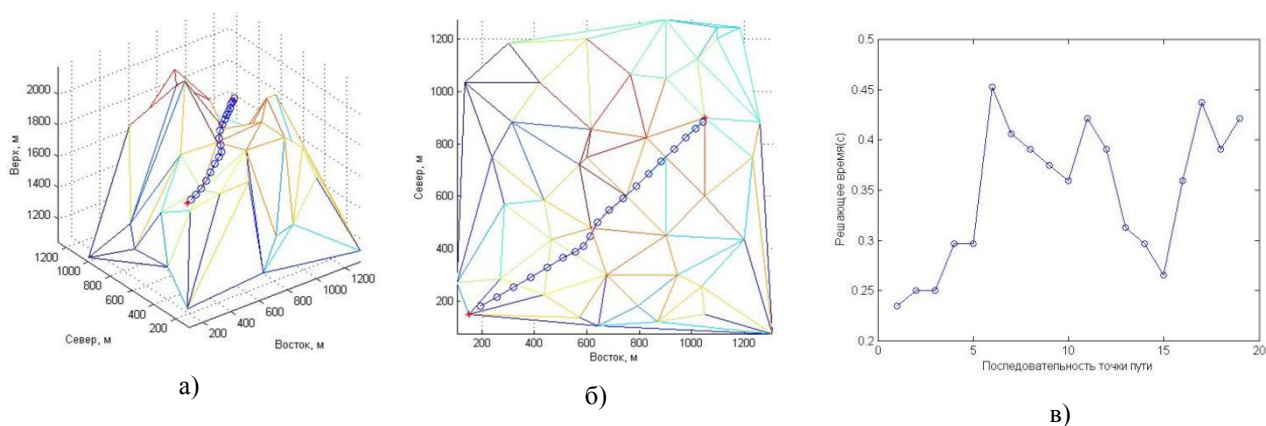


Рис.8. Планирование маршрута полета на основе частного рельефа местности: а) Маршрут полета; б) Проекция маршрута; в) Время решения

Из результатов, представленных на рисунке 8 в), можно заметить, что время решения для каждой точки пути существенно не превышает заданное время выборки 1 с, поэтому запланированный маршрут полета является оптимальным (рисунки 8 а) и 8 б)). Таким образом, частный рельеф местности пригоден для планирования маршрута полета в реальном режиме времени.

4.2 Моделирование на основе случайного рельефа местности

Поскольку на случайном рельефе местности существуют различные пики и впадины, то он относительно близко описывает реальные горные условия. Использование метода случайного смещения средней точки позволяет создать горный рельеф местности размером 4км×4км, с разрешением 45 м. Начальная и целевая точка на имитируемом рельефе местности выбираются произвольно, а параметры моделирования остаются теми же, как показано выше.

В процессе моделирования предполагается, что маршрут полета БПЛА из начальной точки в целевую точку должен проходить через несколько важных точек. Например, маршрут полета БПЛА из точки (0, 0, 951) в целевую точку (4000, 3875, 983) соответственно проходит через последовательные точки маршрута (1375, 3875, 838), (2250, 375, 1070) и (2875, 2500, 1047).

Результаты моделирования показаны на рисунках 9–11.

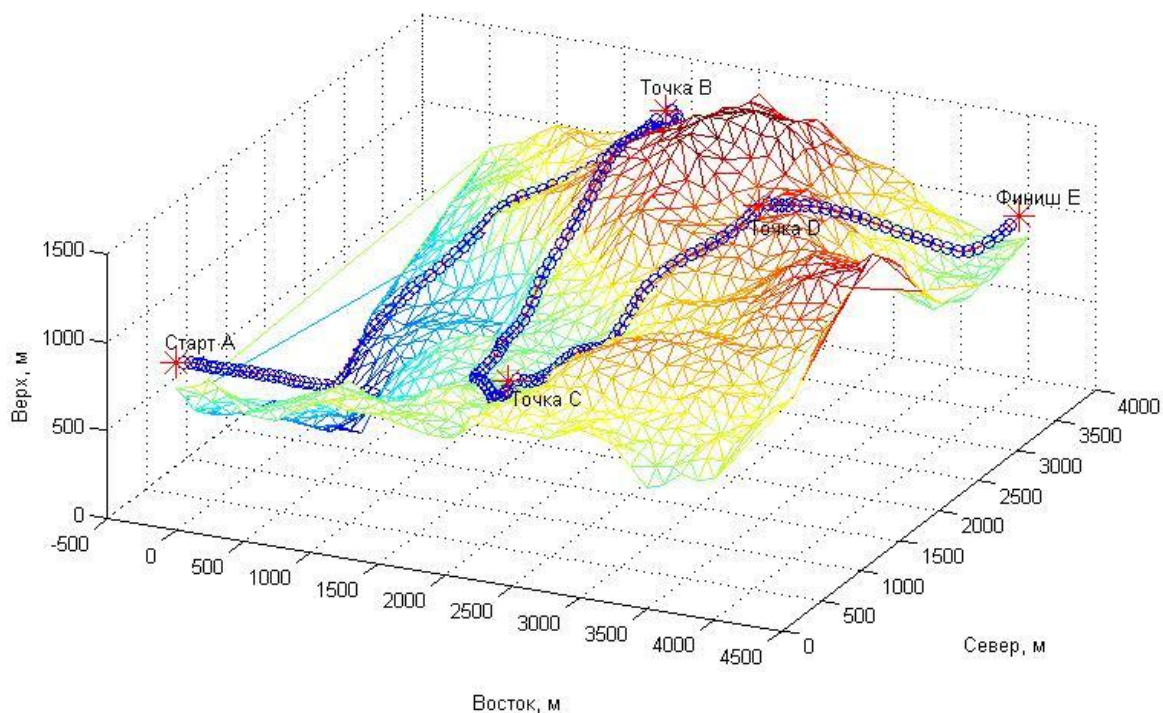


Рис. 9. Маршрут полета БПЛА в трехмерном пространстве

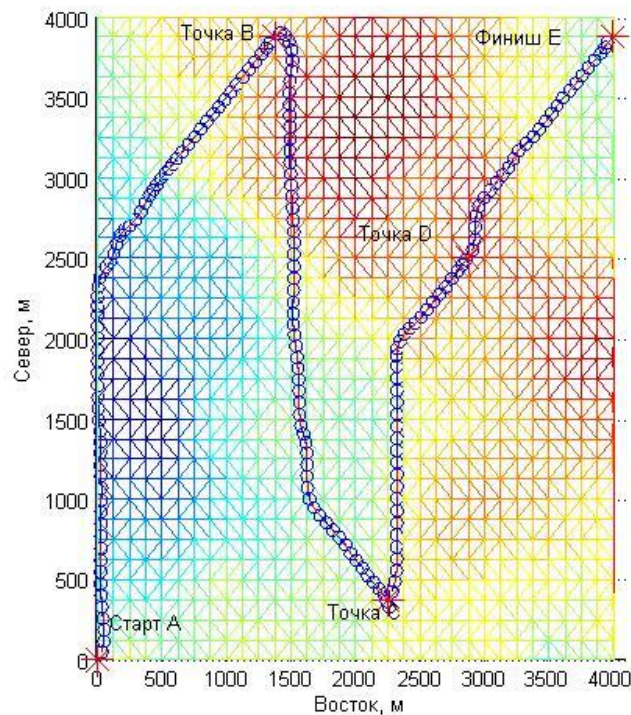


Рис. 10. Проекция маршрута полета на двухмерной плоскости

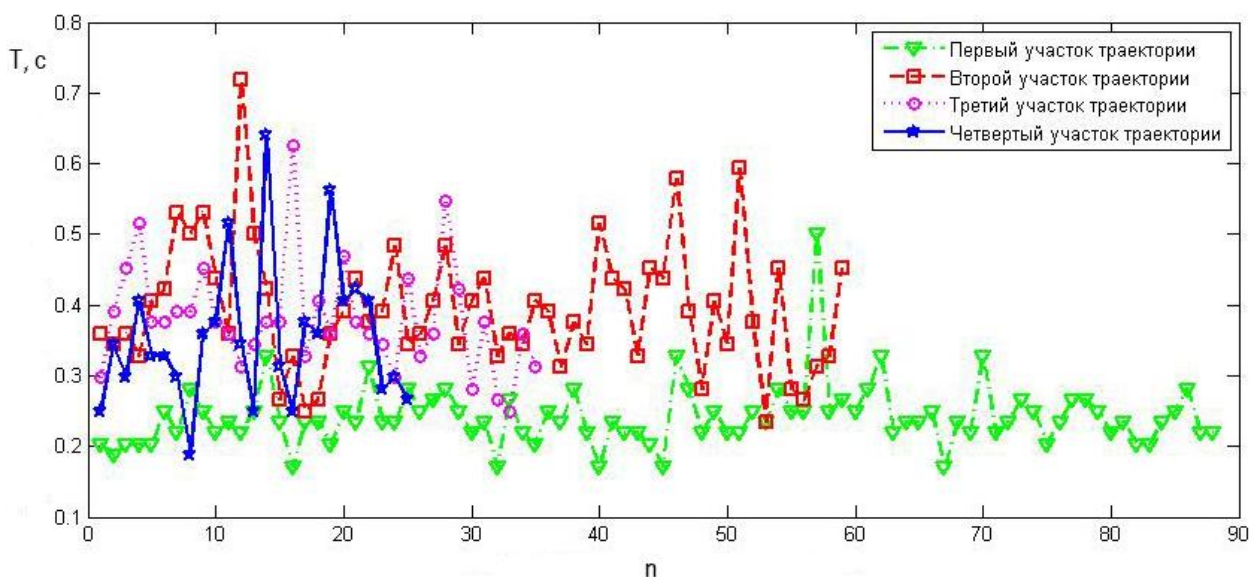


Рис. 11. Время решения для всех точек маршрута каждого участка полета БПЛА T – время решения для каждой точки маршрута полёта n – число точек маршрута полёта

Из результатов, показанных на рисунке 11, можно заметить, что время решения для каждого участка маршрута меньше заданного времени решения 1 с. Таким образом, разработанный алгоритм планирования маршрута полета может использоваться в реальном режиме времени. На рисунках 9 и 10 видно, что БПЛА успешно выполнил обгибание рельефа местности, т.е. обошёл все препятствия при движении по маршруту.

При использовании частного рельефа местности сложность самого алгоритма не зависит от его размера.

Заключение

В статье проведено теоретическое и экспериментальное исследование метода планирования маршрута полёта БПЛА по пространственной траектории в условиях имитации горного рельефа местности и получены следующие новые научные результаты:

1. Разработан алгоритм планирования пространственного маршрута полёта БПЛА в реальном режиме времени в условиях сложного РМ. Учёт в целевой функции дополнительного ограничения на изменение ускорения позволил сделать более стабильное изменение динамики БПЛА, что повышает точность отслеживания запланированного маршрута полёта.

2. Для решения задачи планирования полёта БПЛА разработана математическая модель, использующая теорию ЧЦЛП, учитывающая ограничения на его динамические свойства и облет препятствий в условиях городской среды. При проведении линеаризации для невыпуклых ограничений применяется симплексный *М*-метод.

3. Разработана математическая модель, использующая сочетание метода триангулированной нерегулярной сети (ТНС) и теории ЧЦЛП, для решения задачи планирования полёта БПЛА, учитывающая ограничения на его динамические свойства и огибание рельефа горной местности. Данный подход в процессе линеаризации невыпуклых ограничений не требует использования традиционного симплексного *М*-метода, что в значительной степени сокращает время решения задачи, поэтому предложенный метод в большой степени пригоден для ПМП БПЛА в реальном режиме времени.

Список литературы

1. Тань Лиго, Фомичев А.В., Лю Ян. Решение задачи планирования полёта малогабаритного беспилотного летательного аппарата в условиях городской среды // Автоматизация. Современные технологии. 2015. № 7. С. 19-24.
2. Тань Лиго, Фомичев А.В. Планирование траектории беспилотного летательного аппарата при помощи метода управления с прогнозирующими моделями // Труды XXXVIII академических чтений по космонавтике, посвященных памяти академика С.П. Королева и других выдающихся отечественных ученых-пионеров освоения космического пространства. М.: Комиссия РАН, 2014. С. 489-494.
3. Тань Лиго, Фомичев А.В. Планирование маршрута полёта малогабаритных летательных аппаратов в условиях неопределённости в режиме реального времени // Международная научно-техническая конференция «Информационные системы и технологии» (ИСТ-2015): матер. Нижний Новгород, 2015. С. 273-276.

4. Richards A., How J.P. Aircraft trajectory planning with collision avoidance using mixed integer linear programming // Proceedings of the American Control Conference (ACC' 2002). Vol. 3. IEEE Publ., 2002. P. 1936-1941. DOI: [10.1109/ACC.2002.1023918](https://doi.org/10.1109/ACC.2002.1023918)
5. Richards A., How J.P. Mixed-integer programming for control // Proceedings of the American Control Conference (ACC' 2005). Vol. 4. IEEE Publ., 2005. P. 2676-2683. DOI: [10.1109/ACC.2005.1470372](https://doi.org/10.1109/ACC.2005.1470372)
6. Шевченко В.Н., Золотых Н.Ю. Линейное и целочисленное линейное программирование. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского гос. ун-та им. Н.И. Лобачевского, 2004. 154 с.
7. Yoshiaki Kuwata. Real-time Trajectory Design for Unmanned Aerial Vehicles using Receding Horizon Control: Ph.D. thesis. Massachusetts Institute of Technology, 2003. 151 p.
8. Schouwenaars T., Moor B.D., Feron E., How J. Mixed Integer programming for multi-vehicle path planning // Proceedings of European Control Conference (ECC' 2001), Porto, Portugal, 2001. P. 2603-2608.
9. Schouwenaars T., Feron E., How J. Safe Receding Horizon Path Planning for Autonomous Vehicles // Proceedings of the 40th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing, Monticello, IL, October 2002. Available at: http://acl.mit.edu/papers/allerton_40_075.pdf , accessed 01.10.2015.
10. Ma C.S., Miller R.H. MILP Optimal Path Planning for Real-Time Applications // Proceedings of American Control Conference (ACC' 2006), Minneapolis, Minnesota, USA, June 2006. IEEE PUBL., 2006. P. 4945-4950. DOI: [10.1109/ACC.2006.1657504](https://doi.org/10.1109/ACC.2006.1657504)
11. Khurana A., Sundaramoorthy A., Karimi I.A. Improving Mixed Integer Linear Programming Formulations // Proc. of the AIChE Annual Meeting. Oct. 2005.
12. Duan H., Zhao D. Potential field-based obstacle avoidance algorithm for dynamic environment // Journal of Huazhong University of Science and Technology (Nature Science Edition). 2006. Vol. 34, no. 9. P. 39-42.
13. Jiang L., Chen H., Jia B. Study on Low Altitude Penetration Path Planning Algorithm under Flexibility Constraints // Computer Simulation. 2011. Vol. 8, no. 21. P. 80-83.
14. Hu Z., Shen C. Flight Path Planning Based on Digital Map Preprocessing // Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics. 2002. Vol. 4, no. 34. P. 382-385.
15. Sun M., Shi J. Real-time path planning algorithm for unmanned aerial vehicles in threatening environment // Journal of Computer Applications. 2009. Vol. 29, no. 5. P. 1840-1842.
16. Qiao S., Wu Y., Zhang J., Shi G. Path planning based on genetic algorithms and artificial potential field // Modern Electronics Technique. 2012. Vol. 12, no. 35. P. 75-78.
17. Wang X., Sheng W., Song S., Ping X. Smoothing Obstacle Avoidance Path Planning Based on Genetic Algorithms and B-spline Curve // Computer Systems & Applications. 2012. Vol. 2, no. 21. P. 65-70.

18. Мушенко А.С. Синергетический синтез законов взаимосвязанного управления продольным движением летательных аппаратов // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2006. № 6 (61). С. 222–226.
19. Афонин А.А., Сулаков А.С., Ямашев Г.Г., Михайлин Д.А., Мирзоян Л.А., Курмауов Д.В. О возможности построения бесплатформенного управляющего навигационно-гравиметрического комплекса беспилотного летательного аппарата // Труды МАИ. Электр. журнал. 2013. № 66. Режим доступа:
<http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=40812> (дата обращения 01.09.2015).
20. Bertsimas D., Tsitsiklis J.N. Introduction to Linear Optimization. Athena Scientific Press, 1997. 587 p.
21. Ren B., Yu L., Han L. On path planning for UAVs based on adaptive ant system algorithm // Electronics Optics & Control. 2007. Vol. 14, no. 6. P. 36–39.

Real-Time Flight Planning Solution of Unmanned Aerial Vehicle Spatial Trajectory in Complex Terrain

L. Tan¹, A.V. Fomichev^{1,*}, KeKe Gen¹

*a.v.fomichev@bmstu.ru

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: unmanned aerial vehicles, smooth trajectory, flight path planning, triangulated irregular network, model predictive control, mixed integer linear programming

Currently, there is a tendency in the world that the unmanned aerial vehicles (UAVs) are beginning to be widely used in civilian areas. With the rapid development of the UAV, capable of moving in complicated terrain, the task of planning a real-time flight route is becoming more relevant and attractive.

Combining control methods of predictive models with and mixed integer linear programming can improve the efficiency of solving the problem of flight route planning in real time. In order to plan the optimal spatial trajectory of UAV when flying in difficult terrain (houses, mountains, etc.), in this paper, a novel approach to real-time three-dimensional trajectory planning for unmanned aerial vehicles (UAV) was represented under conditions of complex mountainous terrain, which can be built on the model of predictive control (MPC). Local terrain around UAV, which was modeled by triangulated irregular network (TIN) method as well as logical and continuous variables describing obstacle-avoidance are known within the limit detection radius.

However, taking into account the functional characteristics of the UAV, it is necessary to further treat smooth trajectory in its true time to receive the real-time permissible three-dimensional trajectory. This article has been selected an algorithm for the serial connection of radius segments to smooth the planned route of flight of the UAV.

In the final part through the simulation results of the algorithm we have shown, using this algorithm, that the UAV successfully avoids all obstacles in real-time. This algorithm fully takes into account the limits on the maneuvering capabilities of the UAV, and it is proved that our algorithm is efficiently applied when the UAV moves in unknown environments, or in a situation of gradual obstacle detection in real flight.

References

1. Tan Ligo, Fomichev A.V., Lyu Yan. Solution of Scheduling Problems Flight Small-Sized Unmanned Aerial Vehicles in the Urban Environment. *Avtomatizatsiya. Sovremennye tekhnologii = Automation. Modern Technology*, 2015, no. 7, pp. 19-24. (in Russian).
2. Tan' Ligo, Fomichev A.V. Planning trajectory of unmanned aerial vehicle using the method of model predictive control. *Trudy 38 akademicheskikh chtenii po kosmonavtike, posvyashchennykh pamyati akademika S.P. Koroleva i drugikh vydayushchikhsya otechestvennykh uchenykh-pionerov osvoeniya kosmicheskogo prostranstva* [Proceedings of the 38 academic conference on astronautics dedicated to the memory of academician S.P. Korolev and other outstanding domestic scientists – the pioneers of space exploration]. Moscow, RAS Commission Publ., 2014, pp. 489-494. (in Russian).
3. Tan' Ligo, Fomichev A.V. Real-time planning of flight route small unmanned aerial vehicles in conditions of uncertainty. *Mezhdunarodnaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya "Informatsionnye sistemy i tekhnologii" (IST'2015): mater.* [International scientific and technical conference "Information systems and technologies" (IST'2015)]. Nizhni Novgorod, 2015, pp. 273-276. (in Russian).
4. Richards A., How J.P. Aircraft trajectory planning with collision avoidance using mixed integer linear programming. *Proceedings of the American Control Conference (ACC' 2002)*. Vol. 3. IEEE Publ., 2002, pp. 1936-1941. DOI: [10.1109/ACC.2002.1023918](https://doi.org/10.1109/ACC.2002.1023918)
5. Richards A., How J.P. Mixed-integer programming for control. *Proceedings of the American Control Conference (ACC' 2005)*. Vol. 4. IEEE Publ., 2005, pp. 2676-2683. DOI: [10.1109/ACC.2005.1470372](https://doi.org/10.1109/ACC.2005.1470372)
6. Shevchenko V.N., Zolotych N.Yu. *Lineinoe i tselochislennoe lineinoe programmirovaniye* [Linear and integer linear programming]. Nizhni Novgorod, Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod (UNN) Publ., 2004. 154 p. (in Russian).
7. Yoshiaki Kuwata. *Real-time Trajectory Design for Unmanned Aerial Vehicles using Receding Horizon Control*. Ph.D. thesis. Massachusetts Institute of Technology, 2003. 151 p.
8. Schouwenaars T., Moor B.D., Feron E., How J. Mixed Integer programming for multi-vehicle path planning. *Proceedings of European Control Conference (ECC' 2001)*, Porto, Portugal, 2001, pp. 2603-2608.
9. Schouwenaars T., Feron E., How J. Safe Receding Horizon Path Planning for Autonomous Vehicles. *Proceedings of the 40th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing*, Monticello, IL, October 2002. Available at: http://acl.mit.edu/papers/allerton_40_075.pdf , accessed 01.10.2015.
10. Ma C.S., Miller R.H. MILP Optimal Path Planning for Real-Time Applications. *Proceedings of American Control Conference (ACC 2006)*, Minneapolis, Minnesota, USA, June 2006. IEEE Publ., 2006, pp. 4945-4950. DOI: [10.1109/ACC.2006.1657504](https://doi.org/10.1109/ACC.2006.1657504)

11. Khuranal A., Sundaramoorthy A., Karimi I.A. Improving Mixed Integer Linear Programming Formulations. *Proc. of the AIChE Annual Meeting*, Oct. 2005.
12. Duan H., Zhao D. Potential field-based obstacle avoidance algorithm for dynamic environment. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Nature Science Edition)*, 2006, vol. 34, no. 9, pp. 39-42.
13. Jiang L., Chen H., Jia B. Study on Low Altitude Penetration Path Planning Algorithm under Flexibility Restraints. *Computer Simulation*, 2011, vol. 8, no. 21, pp. 80-83.
14. Hu Z., Shen C. Flight Path Planning Based on Digital Map Preprocessing. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2002, vol. 4, no. 34, pp. 382-385.
15. Sun M., Shi J. Real-time path planning algorithm for unmanned aerial vehicles in threatening environment. *Journal of Computer Applications*, 2009, vol. 29, no. 5, pp. 1840–1842.
16. Qiao S., Wu Y., Zhang J., Shi G. Path planning based on genetic algorithms and artificial potential field. *Modern Electronics Technique*, 2012, vol. 12, no. 35, pp. 75–78.
17. Wang X., Sheng W., Song S., Ping X. Smoothing Obstacle Avoidance Path Planning Based on Genetic Algorithms and B-spline Curve. *Computer Systems and Applications*, 2012, vol. 2, no. 21, pp. 65–70.
18. Mushenko A.S. Synergetic synthesis of interrelated laws control of the longitudinal movement of aircraft. *Izvestiya Yuzhnogo federal'nogo universiteta. Tekhnicheskie nauki = Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*, 2006, no. 6 (61), pp. 222–226. (in Russian).
19. Afonin A.A., Sulakov A.S., Yamashev G.G., Mikhailin D.A., Mirzoyan L.A., Kurmakov D.V. About Possibility of Strapdown Gravitation-Navigation Complex for Unmanned Aerial Vehicle Guidance Creation. *Trudy MAI*, 2013, no. 66. Available at: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=40812> , accessed 01.09.2015. (in Russian).
20. Bertsimas D., Tsitsiklis J.N. *Introduction to Linear Optimization*. Athena Scientific Press, 1997. 587 p.
21. Ren B., Yu L., Han L. On path planning for UAVs based on adaptive ant system algorithm. *Electronics Optics and Control*, 2007, vol. 14, no. 6, pp. 36–39.