Наука и Образование
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Сетевое научное издание
ISSN 1994-0408

Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 11. С. 292–300.

DOI: **10.7463/1115.0826094**

Представлена в редакцию: 16.09.2015
Исправлена: 30.09.2015

© МГТУ им. Н.Э. Баумана

УДК 621.396.96

Фокусировка многочастотных мультистатических радиоголограмм методом неэквидистантного БПФ

Крайний В. И.[1], **Семёнов А. Н.**[1,*], **Чапурский В. В.**[1]

[*]semenov.an@bmstu.ru

[1]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Приводится описание нового метода построения радиоизображений на основе мультистатических многочастотных радиоголограмм. Существенным преимуществом метода является возможность использования неэквидистантных раздельных приёмных и передающих элементов антенной решетки. Кратко описаны принципы получения мультистатической голограммы на примере одночастотного случая и восстановления изображения по ней методом обратных проекций. Выводится соотношение связывающее получение радиоизображения к вычислению неквидистантного преобразования Фурье. Приводятся результаты восстановления феноменологической модели 3х мерного крестообразного объекта методом обратных проекций и с помощью неэквидистантного преобразования Фурье.

Ключевые слова: радиоголография, восстановление радиоизображения, мультистатические голограммы, не эквидистантное БПФ, дискретное преобразование Фурье

Введение

К настоящему времени выполнено и опубликовано значительное число научных работ, посвященных общим принципам функционирования и теории построения радиоголографических изображений (РИ) объектов на основе нового метода мультистатических радиоголограмм (МРГ) [1-5]. Метод существенно отличается от известного ранее метода классических радиоголограмм (КРГ) [6,7].

Качественно отличия методов КРГ и МРГ сводятся к следующему. Для метода КРГ используются эквидистантные неподвижные двумерные или сканирующие линейные антенные решетки (АР), состоящие из совмещенных на передачу и прием (приемо-передающих) антенных элементов. Для исключения дифракционных максимумов на РИ, восстановленном по методу КРГ, пространственный шаг приемо-передающих элементов в заполненной АР должен быть порядка половины рабочей длины волны. Поэтому для получения требуемого разрешения на сфокусированном РИ, которое зависит от площади регистрации КРГ, может потребоваться большое число приемо-передающих элементов в

заполненной АР. Число независимых отсчетов дифрагированного поля равно при этом числу приемо-передающих элементов.

В отличие от метода КРГ для получения МРГ возможно использование разреженной АР, состоящей из раздельных и распределенных по АР передающих и приемных элементов. Пространственные отсчеты дифрагированного на объекте электромагнитного поля при методе МРГ получают для всех возможных бистатических пар «передающий элемент – приемный элемент». При этом количество независимых отсчетов поля равно произведению числа передающих элементов на число приемных элементов и может примерно равняться числу отсчетов поля в методе КРГ. Дополнительное улучшение качества РИ для трехмерных объектов в методах КРГ и МРГ достигается за счет применения многочастотного излучения [3,4]. При равном числе независимых отсчетов поля в обоих рассматриваемых методах, одинаковой разрешающей способности и качестве сфокусированных РИ (в части отсутствия дифракционных артефактов) метод МРГ имеет существенные преимущества по общему числу элементов АР. Так, при использовании сканирующей линейной АР выигрыш метода МРГ по числу элементов может быть более чем на порядок [5].

Традиционными алгоритмами фокусировки в методе КРГ являются алгоритмы двумерного быстрого преобразования Фурье (БПФ) [6,7], в то время как для фокусировки МРГ ввиду неэквидистантности по пространству бистатических отсчетов поля до настоящего времени использовался только метод обратных проекций [8]. Метод обратных проекций требует больших затрат машинного времени [9], что в еще большей мере относится и к фокусировке МРГ. По указанной причине в данном докладе в интересах поиска быстрых алгоритмов фокусировки МРГ рассмотрено преобразование характерного для МРГ алгоритма обратных проекций к форме двумерного неэквидистантного БПФ (НБПФ) [10]. Согласно имеющимся в зарубежных изданиях данным вычислительная эффективность НБПФ (NonUniform FFT – NUFFT) [10-12] близка к эффективности классического БПФ на эквидистантной сетке отсчетов. В данном докладе для конкретных конфигурации и параметров системы регистрации МРГ приведен пример фокусировки многочастотной МРГ и получения РИ на основе алгоритмов обратных проекций и НБПФ для плоского модельного многоточечного объекта и дано сравнение их вычислительной эффективности.

1. Фокусировка МРГ по методу суммы обратных проекций

Основы теории фокусировки РИ методом суммы обратных проекций в задачах МРГ представлены в работе [3]. В данном работе рассматривается случай многочастотной МРГ (каждый передатчик излучает на своей частоте) для которого комплексный корреляционный интеграл $\dot{Q}(\mathbf{r}_0)$, модуль которого $\left|\dot{Q}(\vec{r}_0)\right|$ есть РИ объекта, равен:

$$\dot{Q}(\mathbf{r}_0)=\sum_{n,k=0}^{N_t,N_r}\exp\left\{j\frac{\omega_{n,k}}{c}\left[\left|\mathbf{r}_0-\mathbf{r}_{tn}\right|+\left|\mathbf{r}_0-\mathbf{r}_{rk}\right|\right]\right\}\dot{V}_{n,k}\ , \qquad (1)$$

Здесь c - скорость распространения электромагнитных волн, а $\dot{V}_{n,k}$ есть комплексный отсчет МРГ на частоте $\omega_{n,k}$ при работе пары «n - ый ПдЭ, k-ый ПрЭ», а $|a|$ означает модуль (длину) вектора **a**. Положение точки в плоскости наблюдаемого плоского объекта задается вектором $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}_{0z} + \Delta\mathbf{r}_0$, где $r_{0z} = \|0,0,z_0\|^T$ и $\Delta r_0 = \|x_0, y_0, 0\|^T$, а собственно вектор $\Delta\mathbf{r}_0$ - есть двумерная координата РИ.

Для совокупности $M + 1$ точечных отражателей с векторами координат $\mathbf{r}^{(m)}$ и коэффициентами отражения a_m, $m = 1, 2, \ldots M$, имеем

$$\dot{V}_{n,k} = \sum_{m=0}^{M} a_m \exp\left\{-\frac{\omega_{n,k}}{c}\left[\left|\mathbf{r}^{(m)} - \mathbf{r}_{tn}\right| + \left|\mathbf{r}^{(m)} - \mathbf{r}_{rk}\right|\right]\right\} \tag{2}$$

Формула (1) решает задачу получения РИ $\left|\dot{Q}(\vec{r}_0)\right|$ по многочастотной МРГ, являясь выражением метода суммы обратных проекций для данного случая. Метод не накладывает ограничений на пространственное расположение элементов АС, оно может быть как эквидистантным, так и неэквидистантным.

2. Алгоритм фокусировки МРГ на основе неэквидистантного ДПФ

При решении поставленной задачи создания быстрого алгоритма фокусировки рассмотрим одночастотную МРГ и преобразование формулы (1) к форме двумерного неэквидистантного дискретного преобразования Фурье (НДПФ). Для этого каждое из расстояний $\left|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_{tn}\right|$ и $\left|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_{rk}\right|$ в показателе экспоненты в (1) представим в виде

$$\left|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_{tn}\right| = \left|\mathbf{r}_{0z} + \Delta\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_{tn}\right| = \left|\mathbf{r}_{0z} + \vec{\Delta}_{tn}^{(0)}\right|, \quad \left|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_{rk}\right| = \left|\mathbf{r}_{0z} + \Delta\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_{rk}\right| = \left|\mathbf{r}_{0z} + \vec{\Delta}_{rk}^{(0)}\right| \tag{3}$$

где вектора

$$\mathbf{r}_{tn} = \|x_{tn}, y_{tn}, 0\|^T, \ \mathbf{r}_{rk} = \|x_{rn}, y_{rk}, 0\|^T, \ \Delta\mathbf{r}_0 = \|x_0, y_0, 0\|^T, \tag{4}$$

в силу чего

$$\vec{\Delta}_{tn}^{(0)} = \Delta\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_{tn} = \|x_0 - x_{tn}, y_0 - y_{tn}, 0\|^T, \ \vec{\Delta}_{rk}^{(0)} = \Delta\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_{rk} = \|x_0 - x_{rk}, y_0 - y_{rk}, 0\|^T. \tag{5}$$

Разложения расстояний $\left|\mathbf{r}_{0z} + \vec{\Delta}_{tn}^{(0)}\right|$ и $\left|\mathbf{r}_{0z} + \vec{\Delta}_{rk}^{(0)}\right|$ запишем, используя приближение Френеля [6]:

$$\left|\mathbf{r}_{0z} + \vec{\Delta}_{tn}^{(0)}\right| \approx z_0 + \left|\vec{\Delta}_{tn}^{(0)}\right|^2 \Big/ (2z_0), \quad \left|\mathbf{r}_{0z} + \vec{\Delta}_{rk}^{(0)}\right| \approx z_0 + \left|\vec{\Delta}_{rk}^{(0)}\right|^2 \Big/ (2z_0). \tag{6}$$

Можно показать, что для геометрии наблюдения на рис. 1 оценка погрешности приближения (6) выводится из приближения более высокого порядка, имеющего в данном случае вид:

$$\left|\mathbf{r}_{0z} + \vec{\Delta}_{tn}^{(0)}\right| \approx z_0 + \frac{1}{2}\frac{\left|\vec{\Delta}_{tn}^{(0)}\right|^2}{z_0}\left[1 - \frac{1}{4}\frac{\left|\vec{\Delta}_{tn}^{(0)}\right|^2}{z_0^2}\right], \quad \left|\mathbf{r}_{0z} + \vec{\Delta}_{rk}^{(0)}\right| \approx z_0 + \frac{1}{2}\frac{\left|\vec{\Delta}_{rk}^{(0)}\right|^2}{z_0}\left[1 - \frac{1}{4}\frac{\left|\vec{\Delta}_{rk}^{(0)}\right|^2}{z_0^2}\right] \tag{7}$$

Как показывают расчеты, для характерных размеров АР порядка 1.0 м и такого же размера МРГ, при удалении $z_0 = 2{,}5$ м выражения в квадратных скобках (7) отличается от

1,0 всего на 4%. Поэтому применение приближения Френеля (6) влечет за собой столь же небольшую относительную погрешность по фазе комплексного РИ $\dot{Q}(\mathbf{r}_0)$.

Суммируя модули расстояний (7) и учитывая (5), для бистатической суммы расстояний в показателе экспоненты в (1) получим следующее квадратичное приближение:

$$\left|\mathbf{r}_0-\mathbf{r}_{tn}\right|+\left|\mathbf{r}_0-\mathbf{r}_{rk}\right|=\left|\mathbf{r}_{0z}+\vec{\Delta}_{tn}^{(0)}\right|+\left|\mathbf{r}_{0z}+\vec{\Delta}_{rk}^{(0)}\right|\approx 2z_0+\frac{\left|\Delta\mathbf{r}_0\right|^2}{z_0}+\frac{\left|\mathbf{r}_{tn}\right|^2+\left|\mathbf{r}_{rk}\right|^2}{2z_0}-\frac{1}{z_0}\left(\mathbf{r}_{tn}+\mathbf{r}_{rk},\Delta\mathbf{r}_0\right). \quad (8)$$

Для большего удобства и простоты представления результирующего алгоритма обработки представим двойную сумму в (1) по индексам (n,k), изменяющимся в пределах $n=0,1,...,N_t$, $k=0,1,...,N_r$ в виде однократной суммы по некоторому индексу p, который, следовательно, будет изменяться в пределах $p=0,1,...,P$, где $P=(N_t+1)(N_r+1)-1$. При этом прямое и обратное преобразования из (n,k) в p и из p в (n,k) имеют соответственно вид:

$$p=n+k(N_t+1), \quad (9)$$

$$n(p)=p-\left[\frac{p}{N_t+1}\right](N_t+1), \quad k(p)=\left[\frac{p}{N_t+1}\right], \quad (10)$$

где квадратные скобки обозначают целую часть числа. После этого вместо (1) с учетом (8)-(10) можно записать

$$\dot{Q}(\Delta\mathbf{r}_0)=\sum_{p=0}^{P}\dot{V}_p\exp\left\{j\frac{\omega_0}{c}\left[2z_0+\frac{\left|\Delta\mathbf{r}_0\right|^2}{z_0}+\frac{\left|\mathbf{r}_{tn(p)}\right|^2+\left|\mathbf{r}_{rk(p)}\right|^2}{2z_0}\right]\right\}\exp\left\{-j\frac{\omega_0}{cz_0}\left(\mathbf{r}_{tn(p)}+\mathbf{r}_{rk(p)},\Delta\mathbf{r}_0\right)\right\}, \quad (11)$$

где $\dot{V}_p=\dot{V}(n(p),k(p))$. Экспонента $\exp\left\{j\frac{\omega_0}{c}\left[2z_0+\frac{\left|\Delta\mathbf{r}_0\right|^2}{z_0}\right]\right\}$ в (11) выносится из под знака суммы и с учетом взятия модуля $\left|\dot{Q}(\Delta\mathbf{r}_0)\right|$ опущена. Введем скорректированную МРГ $\dot{W}_p$ по формуле

$$\dot{W}_p=\dot{V}_p\exp\left\{j\frac{\omega_0}{c}\left[\frac{\left|\mathbf{r}_{tn(p)}\right|^2+\left|\mathbf{r}_{rk(p)}\right|^2}{2z_0}\right]\right\}. \quad (12)$$

Тогда, учитывая, что скалярное произведение в показателе второй экспоненты в (11) имеет вид

$$\left(\mathbf{r}_{tn(p)}+\mathbf{r}_{rk(p)},\Delta\mathbf{r}_0\right)=\mu_p x_0+\nu_p y_0, \quad (13)$$

где

$$\mu_p=x_{tn(p)}+x_{rk(p)} \text{ и } \nu_p=y_{rn(p)}+y_{rk(p)}, \quad (14)$$

окончательно для плоского РИ имеем

$$\left|\dot{Q}(x_0,y_0)\right|=\left|\sum_{p=0}^{P}\dot{W}_p\exp\left\{-j\frac{\omega_0}{cz_0}\left(\mu_p x_0+\nu_p y_0\right)\right\}\right|. \quad (15)$$

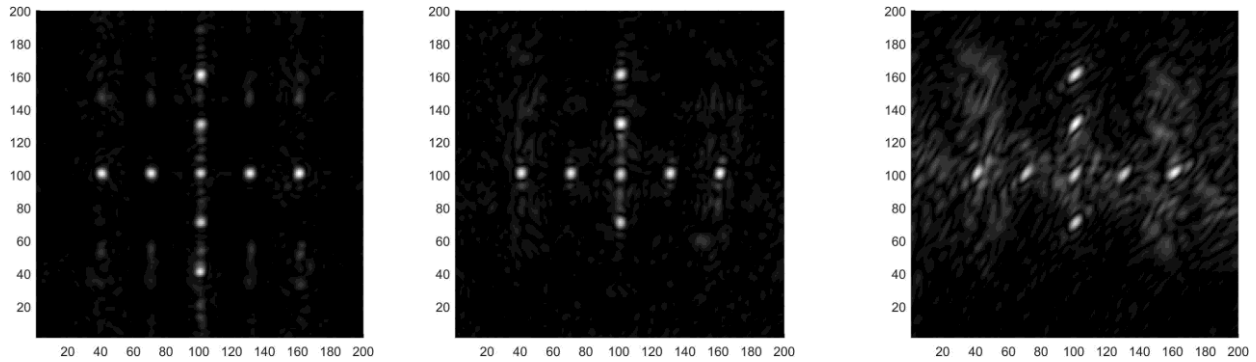
Из (14) и (15) следует, что $\dot{Q}(x_0, y_0)$ имеет вид двумерного НДПФ [11-12] с неэквидистантным по p распределением двумерных компонент или узлов (μ_p, ν_p). В свою очередь выходные компоненты координат РИ (x_0, y_0) дискретизируют с равномерным шагом, исходя из размеров и числа точек РИ по аналогии с тем, как это делается в [12].

3. Пример фокусировки радиоизображения по МРГ с помощью НБПФ

В [12] для быстрого вычисления НДПФ привлекается специальный алгоритм НБПФ, основанный на так называемой быстрой гауссовской привязке неэквидистантных узлов (fast Gaussian gridding). Для этого алгоритма, реализованного программно в среде Matlab [13] были подготовлены исходные данные для вычисления НДПФ в формуле (15) и получения радиоизображения $\left|\dot{Q}(x_0, y_0)\right|$.

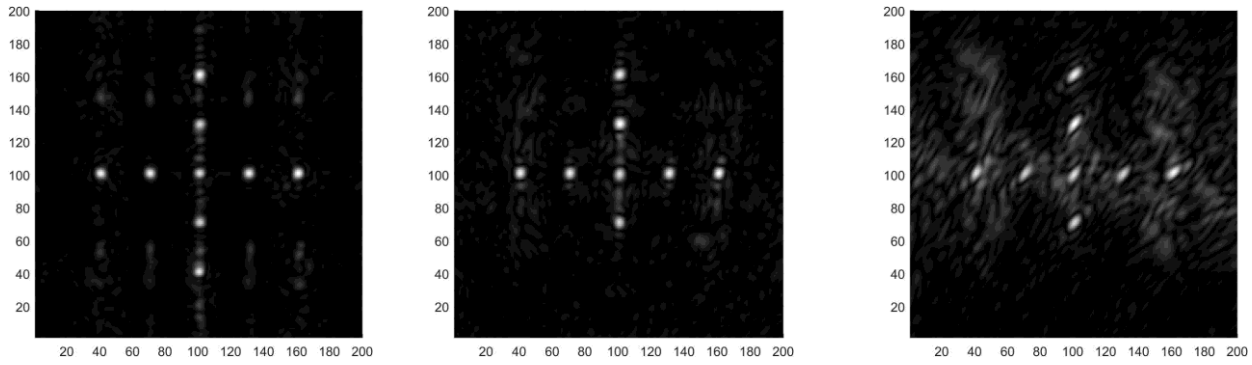
Численный машинный эксперимент проводился для следующих исходных данных. Частота излучения $f_0 = \omega_0/(2\pi) = 10$ ГГц ($\lambda_0 = 3$ см). Полоса многочастотного сигнала $\Delta f =$ 6 ГГц и число независимых частот 81. Разреженная АС типа MIMO имеет передающую АР размером 2×2 м^2 с числом элементов 9×9 и межэлементным шагом 25 см, а также расположенную осесимметрично в той же плоскости приемную АР размером 2,3×2,3 м^2 с числом элементов 9×9 и межэлементным шагом 28,8 см. Многоточечный плоский объект расположен параллельно АС на удалении 3 м по нормали к ее центру и имеет форму симметричного прямоугольного креста с одинаковыми размерами 30 см по горизонтали и вертикали, образованного из 12 точечных отражающих элементов с одинаковыми расстояниями между ними по 15 см.

Топографическая диаграмма РИ крестообразного объекта, сфокусированного по методу обратных проекций в соответствие с формулой (1), представлена на рис. 2а,б,в. Аналогичная диаграмма РИ, сфокусированного методом двумерного НБПФ в соответствие с формулой (15), показана на рис. 3а,б,в.



а б в

Рис. 2 - Радиоизображения крестообразного объекта, полученные методом обратных проекций в плоскости XY (а), в плоскости XZ (б) и в плоскости YZ (в).



а б в

Рис. 3 - Радиоизображения крестообразного объекта, полученные методом НБПФ в плоскости XY (а), в плоскости XZ (б) и в плоскости YZ (в).

Сравнение РИ на рис. 2-3 свидетельствует о несколько лучшем качестве РИ, полученного по методу обратных проекций по точной формуле (1). Было также установлено, что незначительное ухудшение качества РИ при методе НБПФ обусловлено использованием приближения Френеля (15), а не собственно алгоритмом НБПФ. В тоже время оценка времен вычисления показала, что время вычисления РИ на ПЭВМ с процессором i7 по методу обратных проекций составило 4,42с, а по методу НБПФ - всего 0,033с, что соответствует выигрышу по скорости фокусировки РИ при использовании НБПФ около 150 раз.

Статья выпущена в рамках НИОКТР "Реализация комплексного проекта по созданию высокотехнологичного производства радиолокационного комплекса для системы управления воздушным движением с удаленной диспетчеризацией", выполняемой МГТУ им. Н.Э. Баумана совместно с ОАО "РТИ" в рамках комплексного проекта по созданию высокотехнологичного производства, в целях реализации постановления Правительства Российской Федерации от 9 апреля 2010 г. № 218 «О мерах государственной поддержки развития кооперации российских высших учебных заведений, государственных научных учреждений и организаций, реализующих комплексные проекты по созданию высокотехнологичного производства», при финансовой поддержке по проекту Министерства образования и науки Российской Федерации.

Список литературы

1. Крайний В.И., Семёнов А.Н., Чапурский В.В. Фокусировка одночастотных мультистатических радиоголограмм методом неэквидистантного быстрого преобразования Фурье // VIII Всероссийская научно-техническая конференция «Радиолокация и радиосвязь» (Россия, Москва, 24-26 ноября 2014 г.): тр. Москва, 2014. С. 77-81.

2. Чапурский В.В. Мультистатическая радиоголография // 4-ая Международная конференция «Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации» ARMIMP-2011 (Россия, Суздаль, 20-22 сентябрь 2011 г.): тр. Суздаль, 2011. С. 99-102.
3. Чапурский В.В. Получение радиоголографических изображений объектов на основе разреженных антенных решеток типа MIMO с одночастотным и многочастотным излучением // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2011. № 4. С. 72-91.
4. Чапурский В.В. Синтезирование радиоизображений объектов с помощью линейной антенной решетки типа MIMO // Инженерный журнал: наука и инновации. 2012. № 8. DOI: 10.18698/2308-6033-2012-8-323
5. Разевиг В.В., Бугаев А.С., Чапурский В.В. Сравнительный анализ фокусировки классических и мультистатических радиоголограмм // Радиотехника. 2013. № 8. С. 8-17.
6. Зверев В.А. Радиооптика. М.: Советское радио, 1975. 304 с.
7. Sheen D.M., McMakin D.L., Hall T.E. Three-Dimentional Millimeter-Wave Imaging for Conceald Weapon Detection // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2001.Vol. 49, no. 9. P. 1581-1592. DOI: 10.1109/22.942570
8. Курикша А.А. Алгоритм обратной проекции в задачах восстановления пространственного распределения источников волн // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47, № 12. С. 1484-1489.
9. Курикша А.А. Быстрые алгоритмы для оценки пространственного распределения источников сигналов // 3-я Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и её применение» (DSPA-2000): докл. Т. 1. Режим доступа: http://www.autex.spb.ru/dspa/dspa2000/part1.htm (дата обращения 01.10.2015) .
10. Dutt A., Rokhlin V. Fast Fourier transform for nonequispaced data // SIAM Journal on Scientific Computing. 1993. Vol. 14, iss. 6. P. 1368-1393. DOI: 10.1137/0914081
11. He Xuezhi, Xu Hao, Liu Changchang, Wang Dongjin, Chen Weidong. A New Approach to Distributed Passive Radar Imaging by 2-D NUFFT // 2010 IEEE 10th International Conference on Signal Processing (ICSP). IEEE Publ., 2010. P. 2067-2070. DOI: 10.1109/ICOSP.2010.5655727
12. Leslie Greengard, June-Yub Lee. Accelerating the Nonuniform Fast Fourier Transform // SIAM Review. 2004. Vol. 46, no. 3. P. 443-453. DOI: 10.1137/S003614450343200X
13. Ferrara M. NUFFT, NFFT, USFFT. 2009 // Matlab Central: website. Режим доступа: http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/25135-nufft--nfft--usfft (дата обращения 30.04.2015).

Science & Education of the Bauman MSTU
Electronic journal
ISSN 1994-0408

Science and Education of the Bauman MSTU, 2015, no. 11, pp. 292–300.

DOI: **10.7463/1115.0826094**

Received: 16.09.2015
Revised: 30.09.2015

© Bauman Moscow State Technical Unversity

Multi-Static Multi-Frequency Image Reconstruction Based on Non-Uniform FFT

V.I. Krainy[1], **A.N. Semenov**[1,*], **V.V. Chapurskiy**[1]

[*] semenov.an@bmstu.ru

[1]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: radio hologram, image restoring, multi-static holography, non-uniform FFT

By now a considerable number of articles on the common principles and theory of radio holographic imaging of objects based on a new method of multi-static radio-holography (MRH) have been are published.

In contrast to the method of image reconstruction using the classical radio holography (CRH) to have the MRH approach it is possible to use a non-equispaced antennas array with independent transmitting and receiving elements. Radio-holography samples are received for each pair of "transmitting element-receiving element". The number of independent samples is equal to the product of the number of transmitter elements and receiver elements and may be approximately equal to the number of samples used in CRH. An additional improvement in the quality of reconstructed image for three-dimensional objects in both approaches is achieved through the use of multi-frequency radiation.

The wide common method of reconstructing images from the classical radio-hologram uses algorithms of two-fold Fast Fourier Transform (FFT), while due to focusing the multi-static radio-hologram a back projection method has been used. The back projection method is time-consuming. However, it can be transformed to the form of two-fold non-uniform FFT (NuFFT). According to data available in the foreign references a computational efficiency of NuFFT is close to the efficiency of the classical FFT on an equidistant grid sampling. In the specific antenna configuration an example of the multi-static multi-frequency focusing and image reconstruction of three dimensional model object with back projection and NuFFT approach are presented.

References

1. Krainii V.I., Semenov A.N., Chapurskii V.V. Focusing single-frequency multistatic radioholograms by nonequidistant fast Fourier transform. *8 Vserossiiskaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya "Radiolokatsiya i radiosvyaz'": tr.* [Proc. of the 8th All-Russian scientific-technical conference "Radiolocation and radio communication"], Russia, Moscow, 24-26 November, 2014, pp. 77-81. (in Russian).

2. Chapurskii V.V. Multistatic radio- holography. 4-aya Mezhdunarodnaya konferentsiya “Akustoopticheskie i radiolokatsionnye metody izmerenii i obrabotki informatsii” ARMIMP-2011: tr. [Proc. of the 4th International Conference “Acoustic-optic and radar measurement methods and information processing” ARMIMP-2011], Russia, Suzdal, 20-22 September, 2011, pp. 99-102. (in Russian).
3. Chapurskii V.V. Receiving the Radio-Holographic Images of Objects on the Basis of Disperse MIMO-Type Antenna Arrays with the Single-Frequency and Multi-Frequency Radiations. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Priborostroenie = Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Instrument Engineering*, 2011, no. 4, pp. 72-91. (in Russian).
4. Chapurskij V.V. Object radio image synthesizing by means of linear antenna array of the MIMO series. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii = Engineering Journal: Science and Innovation*, 2012, no. 8. DOI: 110.18698/2308-6033-2012-8-323 (in Russian).
5. Razevig V.V., Bugaev A.S., Chapursky V.V. The comparative analysis of classical and multistatic microwave holograms focusing. *Radiotekhnika = Radioengineering*, 2013, no. 8, pp. 8-17. (in Russian).
6. Zverev V.A. *Radiooptika* [Radiooptics]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1975. 304 p. (in Russian).
7. Sheen D.M., McMakin D.L., Hall T.E. Three-Dimentional Millimeter-Wave Imaging for Conceald Weapon Detection. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2001, vol. 49, no. 9, pp. 1581-1592. DOI: 10.1109/22.942570
8. Kuriksha A.A. The Reciprocal Projection Algorithm Used for Reconstructing a Spatial Distribution of Wave Sources. *Radiotekhnika i elektronika*, 2002, vol. 47, no. 12, pp. 1484-1489. (English version of journal: *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2002, vol. 47, no. 12, pp. 1361-1363.).
9. Kuriksha A.A. Fast algorithms for estimation of signal's south's distribution. *3-ya Mezhdunarodnaya konferentsiya “Tsifrovaya obrabotka signalov i ee primenenie” (DSPA-2000): dokl. T. 1* [Proc. of the 3rd International Conference “Digital Signal Processing and its Applications” (DSPA-2000). Vol. 1]. Available at: http://www.autex.spb.ru/dspa/dspa2000/part1.htm , accessed 01.10.2015. (in Russian).
10. Dutt A., Rokhlin V. Fast Fourier transform for nonequispaced data. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1993, vol. 14, iss. 6, pp. 1368-1393. DOI: 10.1137/0914081
11. He Xuezhi, Xu Hao, Liu Changchang, Wang Dongjin, Chen Weidong. A New Approach to Distributed Passive Radar Imaging by 2-D NUFFT. *2010 IEEE 10th International Conference on Signal Processing (ICSP)*. IEEE Publ., 2010, pp. 2067-2070. DOI: 10.1109/ICOSP.2010.5655727
12. Leslie Greengard, June-Yub Lee. Accelerating the Nonuniform Fast Fourier Transform. *SIAM Review*, 2004, vol. 46, no. 3, pp. 443-453. DOI: 10.1137/S003614450343200X
13. Ferrara M. *NUFFT, NFFT, USFFT*. 2009. Matlab Central: website. Available at: http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/25135-nufft--nfft--usfft , accessed 30.04.2015.