

УДК 519.6

Решение прямой задачи кинематики для трехстепенного манипулятора параллельной структуры на базе кривошипно-шатунного механизма

Пашенко В. Н.^{1,*}, Романов А. В.¹,
Артемьев А. В.², Орехов С. Ю.¹

[*pashenkovn@inbox.ru](mailto:pashenkovn@inbox.ru)

¹КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, Россия

²Филиал "НПО им. С.А. Лавочкина", Калуга, Россия

В работе рассмотрен трехстепенный механизм, являющийся разновидностью механизмов параллельной кинематики, на базе кривошипно-шатунного механизма. Механизм состоит из нижней неподвижной и верхней подвижной платформ. Верхняя платформа соединяется с нижней шестью подвижными элементами, три из которых стержни, прикрепленные к основаниям с помощью сферических шарниров, и три имеют кривошипно-шатунную структуру. Представлен подход к решению прямой задачи о положении. Прямая задача о положении была сформулирована в следующем виде: при заданных углах поворота приводов (значениях обобщенных координат) необходимо определить положение верхней подвижной платформы в пространстве. Использован метод виртуальных точек, что позволило сократить число уравнений и неизвестных, определяющих положение верхней платформы в пространстве с восемнадцати до девяти. Для проверки правильности решения был проведен численный эксперимент. Полученное решение было использовано для нахождения рабочей зоны изучаемого механизма параллельной структуры.

Ключевые слова: системы управления, математическое моделирование, платформа параллельной структуры

Введение

Механизмы параллельной структуры, обладают рядом особенностей, которые отличают их от механизмов последовательной структуры закрытой кинематической системой, выходное звено которой соединено с основанием несколькими кинематическими цепями [1]. К достоинствам можно отнести большую точность и жесткость, высокие рабочие нагрузки, меньшие размеры, по сравнению с механизмами последовательной структуры [2] и, как результат, повышение динамических характеристик и точности позиционирования [3]. Существенным преимуществом по

отношению к механизмам последовательной структуры является то, что положение рабочего органа менее чувствительно к ошибке, поскольку позиционная ошибка вместо того, чтобы быть накопленной на рабочем органе, усредняется на каждом приводе. Мерле [4] также упоминает в своей работе, что высокая точность имеет место из-за их высокой жесткости, которая гарантирует, что деформация связей минимальна.

Исторически, идея создания механизма с параллельными кинематическими связями для повышения жесткости системы была предложена и реализована сначала Гью, а затем Стюартом в 50-х – 60-х гг. XX века [5]. В частности, платформа Стюарта, спроектированная в 1965 г., предназначалась для симуляции полета летательных аппаратов. Следует упомянуть ферму Колисгора [6], состоящую из соединенных между собой нескольких параллельных манипуляторов с универсальными и сферическими шарнирами, применение которых при проектировании манипуляторов параллельной структуры было рассмотрено в работе Чирякина [7]. К достоинствам данного манипулятора можно отнести огромное число допустимых положений. Например, схват манипулятора подобной структуры, состоящего из 5 секций, обладает примерно 2^{30} допустимых положений (в предположении, что положение робота определяется для одного и того же набора однородных координат, которые в данном случае являются длинами штанг), в то время как управлять ими сравнительно просто.

Разработка механизмов параллельной структуры является одним из приоритетных направлений развития современной робототехники. Они широко используются в различных областях промышленности в качестве исполнительных органов разнообразных технологических машин [8,9]. Пример, известный робот с тремя поступательными степенями свободы — Delta (Рис.1), разработанный Клавелем [10] и Политехнической школой Лозанны.

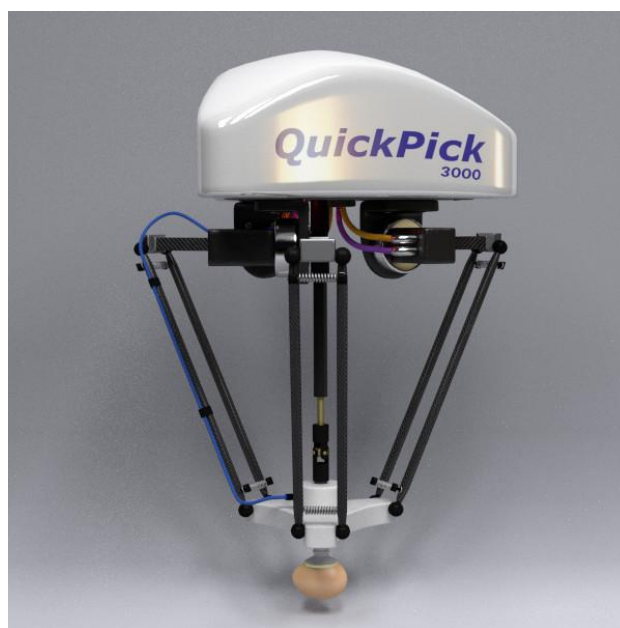


Рис.1. Робот Delta

Высокая точность измерения относительных перемещений платформы и основания позволяет применять механизмы параллельной структуры в особо точных станках. Примером является модель станка Triomaxx (Рис. 2) на основе пятистепенного механизма параллельной структуры..



Рис.2. Обрабатывающий центр Triomaxx

Компания Geodetic Technology запатентовала станок, обладающий сложной системой управления, способный конкурировать с человеком (Рис. 3).



Рис. 3. Станок основе параллельного манипулятора гексапод 6-3

Компания ФАНУК Роботикс (Fanuc Robotics) спроектировала гексапод 6-3, который имеет базовую панель и панель лицевой оснастки, соединенные шестью сервоприводами ног, в результате чего образуется шесть степеней свободы. Это позволило точно перемещать локаторы, зажимы и другие инструменты лицевой оснастки, на нескольких позициях для сварки и сборки.

Особо широкой областью применения механизмов с параллельной структурой является космическая сфера [11].

Приведенные выше примеры доказывают широкое практическое применение манипуляторов параллельной структуры в различных отраслях промышленности. Внедрение манипуляторов параллельной кинематики является перспективным и актуальным.

Исследование механизмов параллельной кинематики строиться на общих методах теории машин и механизмов, основные идеи которых отражены в трудах многих исследователей, таких как И.И. Артоболевский [12], Ф.М. Диметберг [13] и другие. В теорию разработки и практику применения подобных механизмов внесли вклад такие ученые как В.А. Глазунов, А.Ш. Колискор, Е.И. Юревич, А.П. Карпенко и многие другие [14,15].

Использование манипуляционных механизмов параллельной структуры позволит повысить точность манипулирования, жесткость конструкции и упростить исполнительную часть манипуляционного механизма. В связи с этим актуальность приобретает решение одной из прямой задачи о положениях механизмов параллельной кинематики [16]. Решение прямой задачи о положениях подобных механизмов рассматривается в работах В.А. Глазунова., С.В. Хейло [17,18] и др.

1. Постановка задачи

В работе [19] рассматривается механизм параллельной структуры (рис. 4), практически не исследованный с точки зрения кинематики и динамики, в частности предложено решение обратной задачи о положениях.

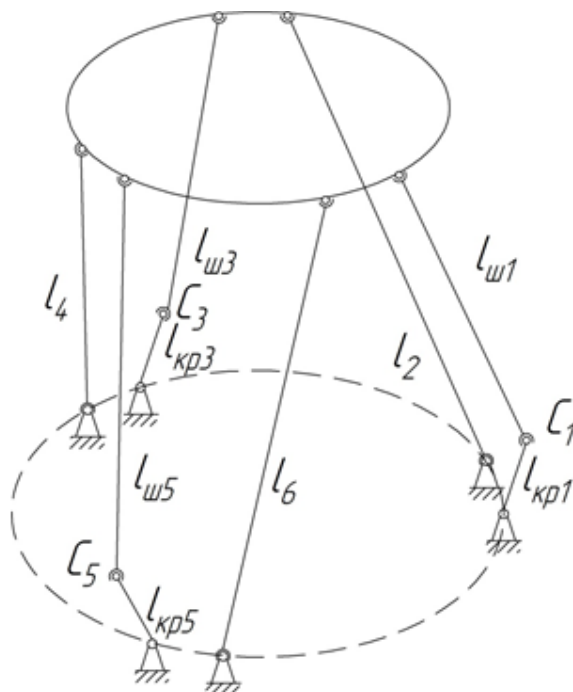


Рис.4. Структурная схема механизма параллельной кинематики

Механизм состоит из нижней неподвижной платформы и верхней подвижной, соединенной с нижней шестью подвижными элементами, три из которых - стержни, прикрепленные к основаниям с помощью сферических шарниров, и три имеют кривошипно-шатунную структуру, причем углы поворота кривошипов управляются сервоприводами.

Шарниры нижней и верхней платформы располагаются попарно и на одинаковом расстоянии от центра платформы, угол между парами шарниров составляет 120° (Рис.5).

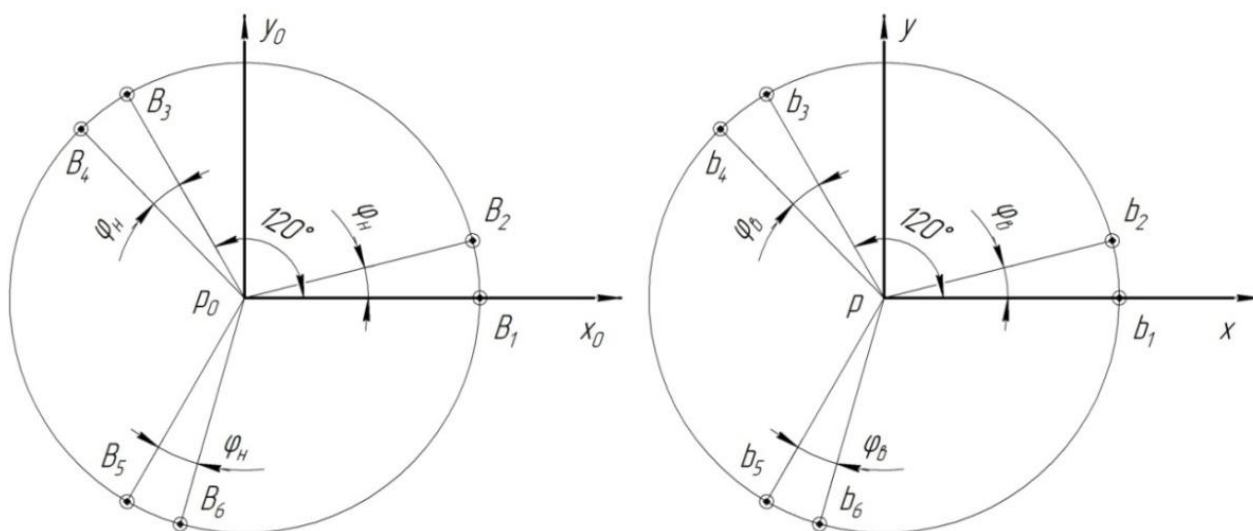


Рис. 5. Схема нижней (слева) и верхней (справа) платформ

Введем обозначения:

B_i, b_i — шарниры на нижней и верхней платформах соответственно;

φ_n — угол между парами шарниров B_1 и B_2, B_3 и B_4, B_5 и B_6 ;

φ_b — угол между парами шарниров b_1 и b_2, b_3 и b_4, b_5 и b_6 ;

p_0, p — центры нижней и верхней платформ соответственно;

R — расстояние от точки p до точек $B_i, i = 1..6$;

r — расстояние от точки p_0 до точек $b_i, i = 1..6$;

$l_{kp1}, l_{kp2}, l_{kp3}$ — длины нижних стержней, называемых кривошипами,

присоединённые к шарнирам B_1, B_3, B_5 соответственно;

$l_{ш1}, l_{ш2}, l_{ш3}$ — длины присоединенных стержней, называемых шатунами (рис.4).

Прямую задачу о положениях для предложенного механизма можно сформулировать следующим образом: при заданных углах поворота приводов (значениях обобщенных координат) необходимо определить положение верхней подвижной платформы.

2. Решение задачи

Так как шарниры лежат в вершинах шестиугольника $b_1b_2b_3b_4b_5b_6$ (Рис.6), вписанного в окружность, многоугольник можно достроить до равностороннего треугольника $W_1W_2W_3$ [20].

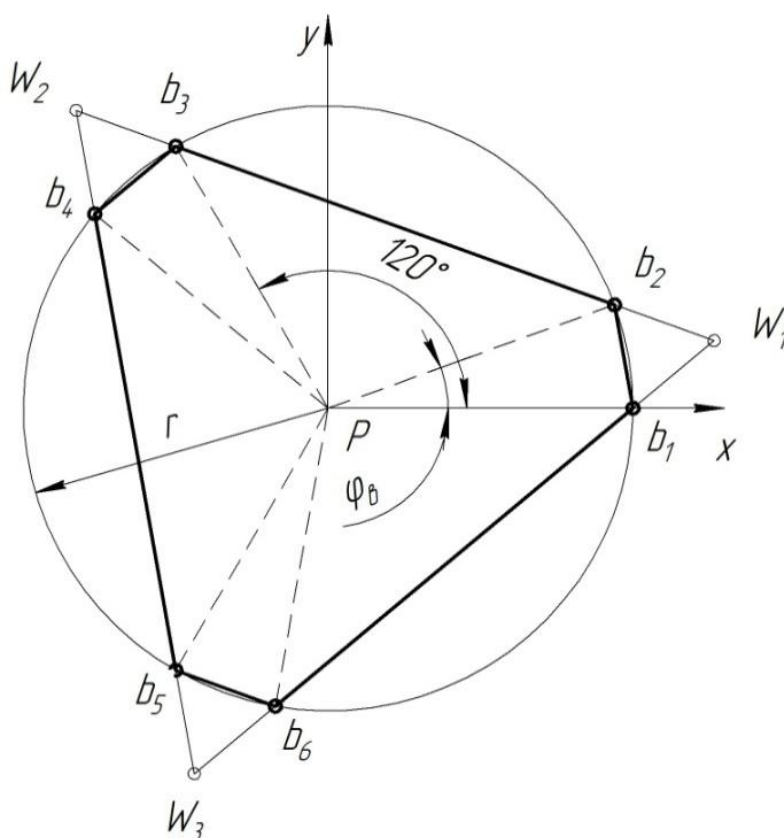


Рис.6. Добавление виртуальных точек на верхнюю платформу

Вершины полученного треугольника являются виртуальными точками, с помощью их координат можно определить плоскость, содержащую искомые шарниры. Для этого необходимо выразить длину стороны равностороннего треугольника $W_1W_2W_3$. Сторона W этого треугольника определяется соотношением

$$W = W_1b_1 + b_1b_6 + b_6W_3. \quad (1)$$

Из треугольника PW_1b_1 с помощью теоремы синусов находится длина отрезка

$$W_1b_1 = 2r \sin\left(\frac{\varphi_6}{2}\right), \text{ а из треугольника } Pb_1b_6 - \text{ длина отрезка } b_1b_6 = 2r \sin\left(60^\circ - \frac{\varphi_6}{2}\right).$$

Исходя из этого, имеем

$$W = 2r \sin\left(60^\circ - \frac{\varphi_6}{2}\right) + 4r \sin\left(\frac{\varphi_6}{2}\right). \quad (2)$$

Выразим координаты крепления шарниров к верхней платформе b_i через координаты виртуальных точек W_i :

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_1 &= \begin{bmatrix} x_{W_1} + K(x_{W_3} - x_{W_1}) & y_{W_1} + K(y_{W_3} - y_{W_1}) & z_{W_1} + K(z_{W_3} - z_{W_1}) \end{bmatrix}^T, \\ \mathbf{b}_2 &= \begin{bmatrix} x_{W_1} + K(x_{W_2} - x_{W_1}) & y_{W_1} + K(y_{W_2} - y_{W_1}) & z_{W_1} + K(z_{W_2} - z_{W_1}) \end{bmatrix}^T, \\ \mathbf{b}_3 &= \begin{bmatrix} x_{W_2} + K(x_{W_1} - x_{W_2}) & y_{W_2} + K(y_{W_1} - y_{W_2}) & z_{W_2} + K(z_{W_1} - z_{W_2}) \end{bmatrix}^T, \\ \mathbf{b}_4 &= \begin{bmatrix} x_{W_2} + K(x_{W_3} - x_{W_2}) & y_{W_2} + K(y_{W_3} - y_{W_2}) & z_{W_2} + K(z_{W_3} - z_{W_2}) \end{bmatrix}^T, \\ \mathbf{b}_5 &= \begin{bmatrix} x_{W_3} + K(x_{W_2} - x_{W_3}) & y_{W_3} + K(y_{W_2} - y_{W_3}) & z_{W_3} + K(z_{W_2} - z_{W_3}) \end{bmatrix}^T, \\ \mathbf{b}_6 &= \begin{bmatrix} x_{W_3} + K(x_{W_1} - x_{W_3}) & y_{W_3} + K(y_{W_1} - y_{W_3}) & z_{W_3} + K(z_{W_1} - z_{W_3}) \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь

$$K = \frac{r \sin\left(\frac{\varphi_6}{2}\right)}{2r \sin\left(\frac{\varphi_6}{2}\right) + r \sin\left(60^\circ - \frac{\varphi_6}{2}\right)}. \quad (4)$$

Для определения координат шарниров C_2, C_3 определим координаты C_1 , а затем переместим полученные значения на 120 градусов против часовой стрелки относительно глобальной системы координат, используя матрицу вращения

$$\mathbf{R}_Z = \begin{bmatrix} \cos(120^\circ) & -\sin(120^\circ) & 0 \\ \sin(120^\circ) & \cos(120^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Координаты вращательных шарниров C_i равны

$$C_1 = \begin{bmatrix} R & L_{kp} \sin(\alpha_1) & L_{kp} \cos(\alpha_1) \end{bmatrix}^T, \quad (6)$$

$$C_2 = R_Z \begin{bmatrix} R & L_{kp} \sin(\alpha_2) & L_{kp} \cos(\alpha_2) \end{bmatrix}^T, \quad (7)$$

$$C_3 = R_Z R_Z \begin{bmatrix} R & L_{kp} \sin(\alpha_3) & L_{kp} \cos(\alpha_3) \end{bmatrix}^T \quad (8)$$

где α_i — угол поворота шарнира C_i (относительно положительного направления оси OZ).

Составим систему уравнений, в которой через длины сторон равностороннего треугольника и длины шатунов платформы выразим неизвестные координаты $x_{W_1}, x_{W_2}, x_{W_3}, y_{W_1}, y_{W_2}, y_{W_3}, z_{W_1}, z_{W_2}, z_{W_3}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} (x_{W_1} - x_{W_2})^2 + (y_{W_1} - y_{W_2})^2 + (z_{W_1} - z_{W_2})^2 = W^2, \\ (x_{W_2} - x_{W_3})^2 + (y_{W_2} - y_{W_3})^2 + (z_{W_2} - z_{W_3})^2 = W^2, \\ (x_{W_3} - x_{W_1})^2 + (y_{W_3} - y_{W_1})^2 + (z_{W_3} - z_{W_1})^2 = W^2, \\ (X_{b1} - X_{C1})^2 + (Y_{b1} - Y_{C1})^2 + (Z_{b1} - Z_{C1})^2 = L_{u1}^2, \\ (X_{b2} - X_{C2})^2 + (Y_{b2} - Y_{C2})^2 + (Z_{b2} - Z_{C2})^2 = L_{u2}^2, \\ (X_{b3} - X_{C3})^2 + (Y_{b3} - Y_{C3})^2 + (Z_{b3} - Z_{C3})^2 = L_{u3}^2, \\ (X_{b4} - X_{C4})^2 + (Y_{b4} - Y_{C4})^2 + (Z_{b4} - Z_{C4})^2 = L_{u4}^2, \\ (X_{b5} - X_{C5})^2 + (Y_{b5} - Y_{C5})^2 + (Z_{b5} - Z_{C5})^2 = L_{u5}^2, \\ (X_{b6} - X_{C6})^2 + (Y_{b6} - Y_{C6})^2 + (Z_{b6} - Z_{C6})^2 = L_{u6}^2. \end{array} \right. \quad (1)$$

Численное решение системы уравнений (1) позволяет определить значения координат виртуальных точек W_i , с помощью которых выражаются координаты центра верхней платформы $p(x_p, y_p, z_p)$:

$$x_p = \frac{(x_{W_1} + x_{W_2} + x_{W_3})}{3},$$

$$y_p = \frac{(y_{W_1} + y_{W_2} + y_{W_3})}{3},$$

$$z_p = \frac{(z_{w_1} + z_{w_2} + z_{w_3})}{3}.$$

Коэффициенты канонического уравнения плоскости подвижной платформы выразим через найденные параметры следующим образом:

$$\begin{aligned} A_p &= (y_{w_2} - y_{w_1})(z_{w_3} - z_{w_1}) - (y_{w_3} - y_{w_1})(z_{w_2} - z_{w_1}), \\ B_p &= (x_{w_3} - x_{w_1})(z_{w_2} - z_{w_1}) - (x_{w_2} - x_{w_1})(z_{w_3} - z_{w_1}), \\ C_p &= (x_{w_2} - x_{w_1})(y_{w_3} - y_{w_1}) - (x_{w_3} - x_{w_1})(y_{w_2} - y_{w_1}). \end{aligned}$$

На основании полученных результатов, получим косинусы направляющих осей:

$$\cos \alpha_{OX} = \frac{x_{w_1} - x_p}{\sqrt{(x_{w_1} - x_p)^2 + (y_{w_1} - y_p)^2 + (z_{w_1} - z_p)^2}},$$

$$\cos \beta_{OX} = \frac{y_{w_1} - y_p}{\sqrt{(x_{w_1} - x_p)^2 + (y_{w_1} - y_p)^2 + (z_{w_1} - z_p)^2}},$$

$$\cos \gamma_{OX} = \frac{z_{w_1} - z_p}{\sqrt{(x_{w_1} - x_p)^2 + (y_{w_1} - y_p)^2 + (z_{w_1} - z_p)^2}},$$

$$\cos \alpha_{OZ} = \frac{A_p}{\sqrt{A_p^2 + B_p^2 + C_p^2}},$$

$$\cos \beta_{OZ} = \frac{B_p}{\sqrt{A_p^2 + B_p^2 + C_p^2}},$$

$$\cos \gamma_{OZ} = \frac{C_p}{\sqrt{A_p^2 + B_p^2 + C_p^2}},$$

$$\cos \alpha_{OY} = \cos \beta_{OZ} \cos \gamma_{OX} - \cos \gamma_{OZ} \cos \beta_{OX},$$

$$\cos \beta_{OY} = \cos \gamma_{OZ} \cos \alpha_{OX} - \cos \alpha_{OZ} \cos \gamma_{OX},$$

$$\cos \gamma_{OY} = \cos \alpha_{OZ} \cos \beta_{OX} - \cos \beta_{OZ} \cos \alpha_{OX}.$$

Направляющие косинусы, (2)–(4) составляют матрицу, определяющую положение верхней платформы в пространстве:

$$\mathbf{T}_p = \begin{bmatrix} \cos \alpha_{OX} & \cos \alpha_{OY} & \cos \alpha_{OZ} & x_p \\ \cos \beta_{OX} & \cos \beta_{OY} & \cos \beta_{OZ} & y_p \\ \cos \gamma_{OX} & \cos \gamma_{OY} & \cos \gamma_{OZ} & z_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, при помощи метода виртуальных точек, была решена прямая задача о положениях для манипулятора параллельной структуры с тремя степенями свободы.

Для проверки правильности решения был проведен следующий численный эксперимент. Каждая обобщенная координата принимала значения в диапазоне от -30° до 30° , для них решалась прямая позиционная задача, а её результат подставлялся в качестве исходных данных в ранее решенную [18] и проверенную обратную задачу о положении исследуемой платформы. Результаты сравнения заданных значений обобщенных координат и значений, полученных в результате вычислений, позволяют сделать вывод, что задача решена правильно, а её результаты можно использовать для дальнейшего анализа представленной установки и разработки системы управления.

3. Рабочая зона манипулятора

Одной из главных характеристик манипуляционных механизмов является рабочая зона — пространство, образуемое множеством всех точек, в которых может находиться рабочий орган. Два основных ее параметра – это форма и объем. Знание рабочей зоны необходимо для анализа особенностей манипулятора, а также области его применения [19].

Значения обобщенных координат – углов поворота $\varphi_i, i = \overline{1,3}$ лежат в интервалах, определенных конструкцией манипулятора:

$$\varphi_{i \min} < \varphi_i < \varphi_{i \max}.$$

Эти ограничения показывают область изменения обобщенных координат. Каждому значению обобщенных координат соответствует определенная точка в рабочем пространстве. Таким образом, определить рабочую зону можно путем перебора значений обобщенных координат с определенным шагом S . От величины шага зависит точность формы рабочей зоны: чем меньше шаг, тем точнее рабочая зона. С другой стороны, слишком маленький шаг значительно увеличивает время решения задачи о нахождении рабочей зоны.

Для нахождения рабочей зоны воспользуемся решением прямой задачи кинематики, полученным ранее. Формирование рабочего пространства осуществляется численными методами по разработанному алгоритму (Рис. 7).

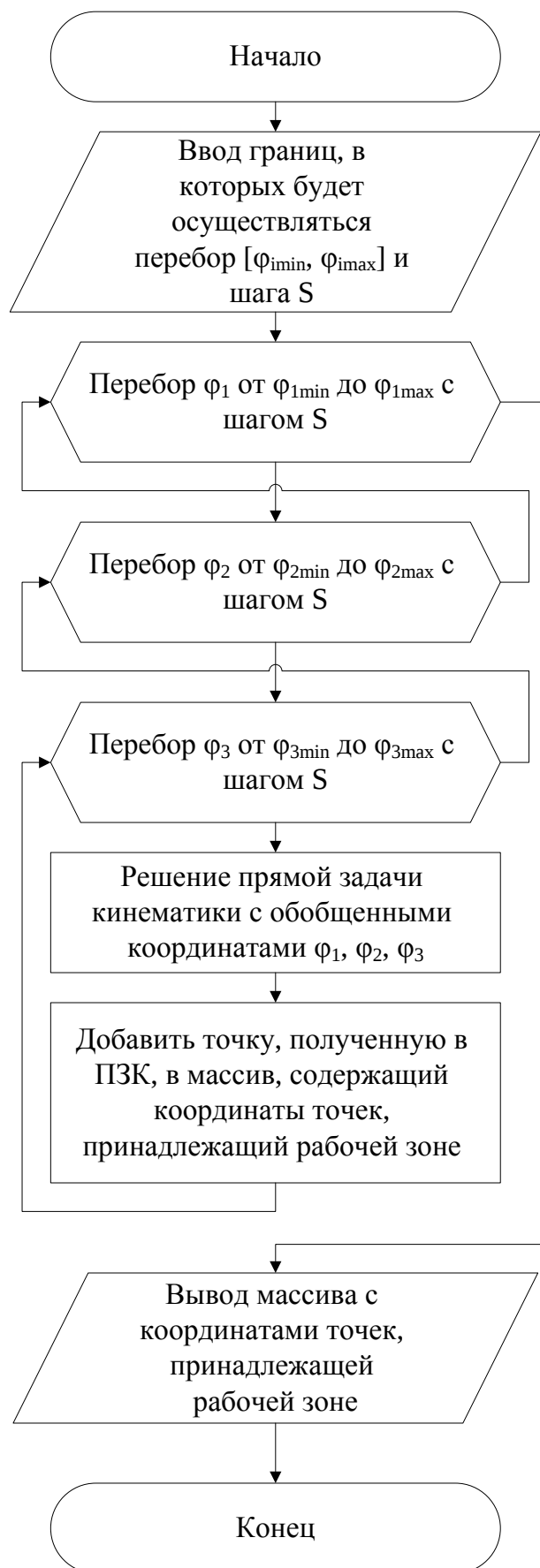


Рис. 7. Алгоритм нахождения рабочей зоны

Для рассматриваемого механизма рабочая зона будет иметь следующий вид (Рис.8).

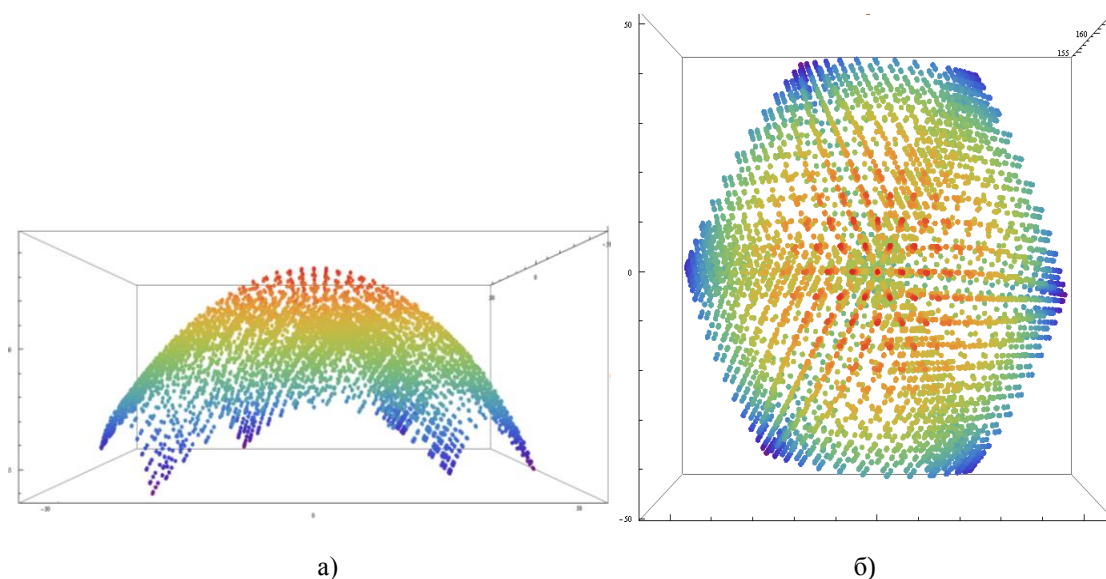


Рис.8. Рабочая зона платформы ориентации с тремя степенями свободы а – вид сбоку, б – вид сверху.

Заключение

В работе предложено решение прямой позиционной задачи кинематики для разновидности платформенного манипулятора параллельной структуры с тремя степенями свободы, на базе кривошипно-шатунного механизма. Особенности полученного решения является то, что во-первых, оно получено для кинематической модели, отличной от классических манипуляторов параллельной структуры с тремя и шестью степенями свободы, во-вторых, в качестве обобщенных координат применяются углы наклона кривошипов. Использование метода с использованием виртуальных точек позволило сократить число уравнений и неизвестных с восемнадцати до девяти. Для проверки правильности решения был проведен численный эксперимент. Полученное решение было использовано для нахождения рабочей зоны изучаемого механизма параллельной структуры.

Список литературы

1. Глазунов В.А., Ласточкин А.Б., Шалюхин К.А., Данилин П.О. К анализу и классификации устройств относительного манипулирования // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2009. № 4. С. 81-85.
2. Лапиков А.Л., Пашенко В.Н. Математическая модель платформенного манипулятора Гью-Стюарта // Всерос. науч.-техн. конф. «Наукоемкие технологии в приборо- и машиностроении и развитие инновационной деятельности в вузе» (Москва, 10-12 декабря 2013 г.): матер. Т. 2. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. С. 144-156.
3. Лапиков А.Л., Пашенко В.Н., Середин П.В., Артемьев А.В. Динамическая модель манипулятора платформенного типа с шестью степенями свободы // Наука и

- образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 5. С. 59-81. DOI: [10.7463/0515.0771033](https://doi.org/10.7463/0515.0771033)
4. Merlet J.-P. Parallel manipulators: state of the art and perspectives. 2004 // Inria.fr: website. Режим доступа: http://www-sop.inria.fr/coprin/PDF/merlet_rs92.pdf (дата обращения 01.09.2015).
 5. Stewart D. A Platform with Six Degrees of Freedom // *Proc. of the UK Institution of Mechanical Engineers*. 1965. Vol. 180, pt. 1, no. 15. P. 371-386. DOI: [10.1243/PIME_PROC_1965_180_029_02](https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1965_180_029_02)
 6. Koliskor A.Sh. The l-coordinate approach to the industrial robot design // *Proc. of the 5th IFAC/IFIP/IMACS/IFORS Symposium (Suzdal, USSR, 22-25 April 1986)*. Suzdal, 1986. P. 108-115.
 7. Chirikjian G.S. A binary paradigm for robotic manipulators // *Proceedings 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Vol. 4. IEEE Publ., 1994. P. 3063-3069. DOI: [10.1109/ROBOT.1994.351099](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1994.351099)
 8. Хейло С.В., Глазунов В.А., Ширинкин М.А., Календарев А.В. Возможные применения механизмов параллельной структуры // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 2013. № 5. С. 19-24.
 9. Глазунов В.А., Чунихин А.Ю. Развитие механизмов параллельной структуры // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 2014. № 3. С. 37-43.
 10. Clavel R. Delta, a fast robot with parallel geometry // *Proc. of the 18th Int. Symp. on Industrial Robots (Lausanne, Switzerland, 26-28 April, 1998)*. Lausanne, 1988. P. 91-100.
 11. Артеменко Ю.Н., Волкоморов С.В., Карпенко А.П., Мартынюк В.А., Пашенко В.Н., Темерев К.А., Шарыгин А.В. Многосекционный манипулятор параллельной структуры для управления ориентацией космической обсерватории «Миллиметр» // *Информационные технологии*. 2012. № 10. С. 14-21.
 12. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин: учеб. для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, 1988. 640 с.
 13. Аверьянова В.Г., Диментберг Ф.М. Определение винтов перемещения по начальному и конечному положениям твердого тела // *Машиноведение*. 1966. № 2. С. 13-17.
 14. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. М.: Наука, 1991. 96 с.
 15. Каганов Ю.Т., Карпенко А.П. Математическое моделирование кинематики и динамики робота-манипулятора типа «хобот». 1. Математические модели секции манипулятора, как механизма параллельной кинематики типа «трипод» // *Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн*. 2009. № 10. DOI: [10.7463/1009.0133262](https://doi.org/10.7463/1009.0133262)
 16. Янг Д., Ли Т. Исследование кинематики манипуляторов платформенного типа // *Конструирование*. 1984. Т. 106, № 2. С. 264-272. [Yang D.C., Lee T.W. Feasibility Study of a Platform Type of Robotic Manipulators from a Kinematic Viewpoint // *Transactions of*

ASME Journal of Mechanisms, Transmission and Automation in Design. 1984. Vol. 106, no. 2. P. 191-198. DOI: [10.1115/1.3258578](https://doi.org/10.1115/1.3258578)] .

17. Ларюшкин П.А., Хейло С.В., Чан К.Н., Глазунов В.А. Геометрическая интерпретация прямой задачи и положений параллельного манипулятора с тремя степенями свободы // XXIII Междунар. инновационно-ориентированная конф. молодых ученых и студентов (МИКМУС-2011): матер. М.: ИМАШ РАН, 2011. С. 114.
18. Ларюшкин П.А., Глазунов В.А., Хейло С.В. Решение задачи о положениях параллельного манипулятора с тремя степенями свободы // Справочник. Инженерный журнал. 2012. № 2. С. 16-20.
19. Пащенко В.Н., Романов А.В. Решение обратной задачи кинематики для манипулятора параллельной структуры с тремя степенями свободы на базе кривошипно-шатунного механизма // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 9. С. 53-68. DOI: [10.7463/0915.0801126](https://doi.org/10.7463/0915.0801126)
20. Лапиков А.Л., Пащенко В.Н. Решение прямой задачи кинематики для платформы Гью-Стюарта с использованием аналитического уравнения плоскости // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 4. С. 124-134. DOI: [10.7463/0414.0706936](https://doi.org/10.7463/0414.0706936)

A Direct Kinematics Problem Solution for the Three-degree-of-freedom Parallel Structure Manipulator Based on Crank Mechanism

V.N. Paschenko^{1,*}, A.V. Romanov¹,
A.V. Artemev², S.Yu. Orekhov¹

*pashenkovn@inbox.ru

¹Kaluga Branch of Bauman Moscow State Technical University,
Kaluga, Russia

²Branch of Scientific Production Association n.a. S.A. Lavochkin,
Kaluga, Russia

Keywords: control systems, mathematical modeling, parallel structure platforms

The paper describes a mechanism representing a kind of mechanisms of parallel kinematics with three degrees of freedom based on the crank mechanism. This mechanism consists of two platforms, namely: the lower fixed and the upper movable. The upper platform is connected to the lower one by six movable elements, three of which are rods attached to the bases by means of spherical joints, and another three have a crank structure.

The paper shows an approach to the solution of a direct task of kinematics based on mathematical modeling. The inverse problem of kinematics is formulated as follows: at specified angles of rotation drive (the values of generalized coordinates) to determine the position of the top mobile platform.

To solve this problem has been used a mathematical model describing the proposed system. On the basis of the constructed model were made the necessary calculations that allowed us using the values of crank angles connected with the engines to determine the position of the platform in space. To solve the problem we used the method of virtual points to reduce the number of equations and unknowns, which determine the position of the upper platform in space, at a crucial system from eighteen to nine, thus simplifying the solution.

To check the solution correctness was carried out numerical experiment. Each generalized coordinate took on values in the range from -30° to 30° ; for them a direct positional problem was solved, and its result was inserted, as initial data, in the previous solved and proven inverse problem on the position of the platform under study.

The paper presents comparative results of measurements with the calculated values of the generalized coordinates and draws the appropriate conclusions, that this model is in good compliance with the results observed in practice. One of the distinctive features of the proposed approach is that rotation angles of engines are used as the generalized coordinates. This allowed us

to state the possibility to use the constructed model for the further development of control systems based on it.

The paper shows the possibilities to use the presented solution to determine the working area of the mechanism. Computer simulation methods allowed us to find a working area of the manipulator without restrictions on the physical characteristics of a real model.

References

1. Glazunov V.A., Lastochkin A.B., Shalyukhin K.A., Danilin P.O. Analysis and classification of relative manipulation devices. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2009, no. 4, pp. 81-85. (English version of journal: *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2009, vol. 38, iss. 4, pp. 379-382. DOI: [10.3103/S1052618809040141](https://doi.org/10.3103/S1052618809040141)).
2. Lapikov A.L., Pashchenko V.N. Mathematical model of Stewart-Gough platform manipulator. *Vserossiyskaya nauch.-tekhn. konf. "Naukoemkie tekhnologii v priboro- i mashinostroenii i razvitie innovatsionnoy deyatel'nosti v vuze": mater.* [Proc. of the All-Russian Sci. and Tech. Conf. "High technologies in instrument-making engineering and mechanical engineering, and the development of innovation activities in high school"], Moscow, 10-12 December, 2013. Vol. 2. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2013, pp. 144-156. (in Russian).
3. Lapikov A.L., Pashchenko V.N., Seredin P.V., Artem'ev A.V. Dynamic Model of Platform Manipulator with Six Degrees of Freedom. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana* = *Science and Education of the Bauman MSTU*, 2015, no. 5, pp. 59-81. DOI: [10.7463/0515.0771033](https://doi.org/10.7463/0515.0771033) (in Russian).
4. Merlet J.P. *Parallel manipulators: state of the art and perspectives*. 2004. Inria.fr: website. Available at: http://www-sop.inria.fr/coprin/PDF/merlet_rs92.pdf , accessed 01.09.2015.
5. Stewart D. A Platform with Six Degrees of Freedom. *Proc. of the UK Institution of Mechanical Engineers*, 1965, vol. 180, pt. 1, no. 15, pp. 371-386. DOI: [10.1243/PIME_PROC_1965_180_029_02](https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1965_180_029_02)
6. Koliskor A.Sh. The l-coordinate approach to the industrial robot design. *Proc. of the 5th IFAC/IFIP/IMACS/IFORS Symposium*. 1986, 22-25 April, Suzdal, USSR, 1986, pp. 108-115.
7. Chirikjian G.S. A binary paradigm for robotic manipulators. *Proceedings 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Vol. 4. IEEE Publ., 1994, pp. 3063-3069. DOI: [10.1109/ROBOT.1994.351099](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1994.351099)
8. Kheilo S.V., Glazunov V.A., Shirinkin M.A., Kalendarev A.V. Possible applications of mechanisms of parallel structure. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2013, no. 5, pp. 19-24. (English version of journal: *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2013, vol. 42, iss. 5, pp. 359-363. DOI: [10.3103/S1052618813050063](https://doi.org/10.3103/S1052618813050063)).
9. Glazunov V.A., Chunichin A.Yu. Development of mechanisms of parallel structure. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2014, no. 3, pp. 37-43. (English version of journal: *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2014, vol. 43, iss. 3, pp. 211-216. DOI: [10.3103/S1052618814030030](https://doi.org/10.3103/S1052618814030030)).

10. Clavel R. Delta, a fast robot with parallel geometry. *Proc. of the 18th Int. Symp. on Industrial Robots*. 1988, 26-28 April, Lausanne, Switzerland, 1988, pp. 91-100.
11. Artemenko Yu.N., Volkomorov S.V., Karpenko A.P., Martynyuk V.A., Pashchenko V.N., Temerev K.A., Sharygin A.V. The Parallel Multisection Manipulator for Orientation of the Space Observatory "Millimetron". *Informacionnye tehnologii = Information technologies*, 2012, no. 10, pp. 14-21. (in Russian).
12. Artobolevskii I.I. *Teoriya mekhanizmov i mashin: ucheb. dlya vuzov* [Theory of mechanisms and machines: proc. for high schools]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 640 p. (in Russian).
13. Aver'yanova V.G., Dimentberg F.M. Determination of the screws move through initial and final positions of a solid body. *Mashinovedenie = Science of machines*, 1966, no. 2, pp. 13-17. (in Russian).
14. Glazunov V.A., Koliskor A.Sh., Krainev A.F. *Prostranstvennye mekhanizmy parallel'noi struktury* [Spatial mechanisms of parallel structure]. Moscow, Nauka Publ., 1991. 96 p. (in Russian).
15. Kaganov Yu.T., Karpenko A.P. Kinematics and dynamics mathematical modeling of a "trunk" robot-manipulator. 1. Mathematical models of the manipulator section as the type "thripod" parallel mechanism. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Bauman = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2009, no. 10. DOI: [10.7463/1009.0133262](https://doi.org/10.7463/1009.0133262) (in Russian).
16. Yang D.C., Lee T.W. Feasibility Study of a Platform Type of Robotic Manipulators from a Kinematic Viewpoint. *Transactions of ASME Journal of Mechanisms, Transmission and Automation in Design*, 1984, vol. 106, iss. 2, pp. 191-198. DOI: [DOI: 10.1115/1.3258578](https://doi.org/10.1115/1.3258578)
17. Laryushkin P.A., Kheilo S.V., Chan K.N., Glazunov V.A. A geometric interpretation of the direct problem and provisions of a parallel manipulator with three degrees of freedom. 23 *Mezhdunar. innovatsionno-orientirovannaya konf. molodykh uchenykh i studentov (MIKMUS-2011): mater.* [Proc of the 23rd Int. innovation-oriented conf. of young scientists and students (MIKMUS-2011)]. Moscow, Publ. of Institute for Machine Science named after A.A. Blagonravov of the RAS, 2011. 114 p. (in Russian).
18. Laryushkin P.A., Glazunov V.A., Kheilo S.V. The solution of the problem about the provisions of a parallel manipulator with three degrees of freedom. *SPRAVOCHNIK. Inzhenernyi zhurnal = HANDBOOK. An Engineering journal*, 2012, no. 2, pp. 16-20. (in Russian).
19. Pashchenko V.N., Romanov A.V. The Inverse Kinematic Problem Solution for the Slider-crank Mechanism-based Parallel Structure Manipulator with Three Degrees of Freedom. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Bauman = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2015, no. 9, pp. 53-68. DOI: [10.7463/0915.0801126](https://doi.org/10.7463/0915.0801126) (in Russian).
20. Lapikov A.L., Pashchenko V.N. Solution of direct kinematic problem for Stewart-Gough platform with the use of analytical equation of plane. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Bauman = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2014, no. 4, pp. 124-134. DOI: [10.7463/0414.0706936](https://doi.org/10.7463/0414.0706936) (in Russian).