Наука и Образование
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Сетевое научное издание
ISSN 1994-0408

Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 11. С. 443–464.

DOI: **10.7463/1115.0822922**

Представлена в редакцию: 04.10.2015
Исправлена: 18.10.2015

© МГТУ им. Н.Э. Баумана

УДК 519.812.4

Многокритериальный выбор варианта решения на основе аддитивной свертки показателей, являющихся членами арифметических прогрессий

Постников В. М.[1], **Спиридонов С. Б.**[1,*]

*spirid@bmstu.ru

[1]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Для лица принимающего решение рассмотрен подход многокритериального сравнения альтернативных вариантов, их ранжирования по степени важности и выбора среди них наилучшего. Предложен метод арифметической прогрессии, который проще и удобнее метода аналитической иерархии. При этом оба метода по используемой концепции сравнения альтернативных варинтов достаточно близки. Метод аналитической прогрессии предусматривает классическое парное сравнение локальных критериев, а также вариантов по каждому критерию, на основе которого осуществляют полное или частичное их ранжирование На основе полученных результатов ранжирования определяют показатели важности критериев и показатели важности вариантов по каждому из критериев, вычисляя их как численные значения соответствующих членов настраиваемых арифметических прогрессий. Затем для каждого варианта осуществляют аддитивную свертку этих показателей, максимальное значение которой соответствует наилучшему варианту решения. Приведены примеры, иллюстрирующие особенности практического применения метода арифметической прогрессии.

Ключевые слова: локальные критерии, показатели важности критериев, показатели важности вариантов по критериям, аддитивная свертка показателей, метод арифметической прогрессии

Введение

Постоянное развитие средств вычислительной техники требует своевременного решения задач модернизации аппаратных и программных средств действующих систем обработки информации (СОИ), а также организационных структур их сопровождения, для удовлетворения постоянно растущих потребностей пользователей [1] .

На основе анализа большого числа работ установлено, что для сравнения альтернативных вариантов развития СОИ, их ранжирования по степени предпочтения, выбора наилучшего варианта а также оценки устойчивости выбранного решения, лицо принимающее решение (ЛПР), как правило, использует следующие методы решения задач многокритериального выбора, базирующиеся на свертках локальных критериев:

1. Методы на основе классических интегральных критериев, использующие аддитивную, мультипликативную, минимаксную или нелинейную свертку локальных критериев [2-4].

2. Методы на основе составных интегральных критериев, представляющих собой комбинации классических интегральных критериев, например:

- аддитивно-аддитивная свертка локальных критериев [5,6];
- аддитивно – мультипликативная свертка локальных критериев [7,8]:
- двухуровневая мультипликативная свертка локальных критериев [9];
- двухъярусная (в виде дроби) аддитивная свертка локальных критериев, где числитель множество критериев, которые следует максимизировать, а знаменатель множество критериев, которые следукт минимизировать [10].

3. Методы на основе набора интегральных критериев и выбора окончательного решения с использованием ранговых оценок подхода Борда [1,11].

4. Методы на основе иерархии критериев, которые представляют собой свертку локальных критериев в интегральные критерии, а тех в общий критерий, предусматривающие при этом вычисление рангов и показателей недоминируемости сравниваемых вариантов [11].

5. Методы на основе анализа иерархии, которые включают классический метод аналитической иерархии [1,12,.13] , мультипликативный метод аналитической иерархии [1,13] и упрощенный метод аналитической иерархии [1, 14].

В [15] показано, что использование разных подходов свертки локальных критериев в интегральные, при одном и том же наборе исходных данных, дает практически один и тот же результат ранжирования сравниваемых вариантов по степени предпочтения.

Поэтому вполне естественно, что наибольшее распространение получил критерий аддитивной сверки показателей сравниваемых вариантов, как самый простой и удобный в использовании.

Среди методов решения задач многокритериального выбора, базирующихся на свертках локальных критериев, в настоящее время самым распространенным методом является метод аналитической иерархии, учитывающий показатели превосходства критериев и показатели превосходства вариантов по отдельным критериям. Метод использует критерий аддитивной свертки показателей, позволяет выбрать наилучший вариант и провести ранжирование альтернативных вариантов по степени их предпочтения.

Однако, имеют место определенные сложности практического применения метода аналитической иерархии [13,16]:

- при составлении матриц парного сравнения критериев, а также сравниваемых вариантов по каждому критерию следует строго соблюдать условия транзитивности и согласованности численных значений элементов соответствующих матриц;

- после проведения расчетов следует оценивать уровень согласованности элементов каждой матрицы на его соответствие допустимому значению;

- шкалы, в которых осуществляют оценивание степеней предпочтения вариантов по каждому из критериев, полагаются шкалами отношений и притом не связанными друг с другом и с важностью критериев, что может поставить под сомнение корректность полученных результатов.

Упрощенный метод аналитической иерархии позволяет резко сократить затраты на проведение исследований при большом числе критериев и вариантов, поскольку использует только матрицу парного сравнения критериев. Для вычисления показателей предпочтения вариантов по отдельным критериям, используют нормированные значения количественных показателей вариантов, вычисленных непосредственно или на основе вербально-числовых шкал. Однако при построении матрицы парных сравнений критерив этому методу полностью свойственны недостатки метода анализа иерархий.

Мультипликативный метод аналитической иерархии, обладает большей разрешающей способностью, по сравнению с классическим методом аналитической иерархии, однако он достаточно сложный в практическом использовании [13].

Практическое использование методов многокритериального выбора на основе набора интегральных критериев или иерархии критериев также является достаточно трудоемким и сложным процессом [11].

Поэтому согласно [13, 16-18] имеет место явная необходимость разработки на базе теории важности критериев корректных и эффективных для ЛПР методов решения многокритериальных задач выбора

Постановка задачи

Необходимо разработать для ЛПР простй и удобный в использовании метод многокритериального выбора наилучшего варианта решения из набора альтернативных вариантов, позволяющий также осуществлять ранжирование вариантов по степени их предпочтения.

Решение задачи

На основе анализа большого числа ранее перечисленных работ, по решению задач многокритериального выбора, представляется целесообразным в основу разрабатываемого метода положить следующие три принципа:

-классический принцип парного сравнения, позволяющий установить взаимную связь предпочтения между сравниваемыми факторами;

- принцип арифметической прогрессии, позволяющий достаточно просто вычислять показатели важности критериев, а также показатели важности вариантов по отдельным критериям,

- принцип аддитивной свертки показателей для ранжирования альтернативных вариантов по степени их предпочтения и выбора среди них наилучшего

Таим образом, предлагаемый метод основан на использовании настраиваемой оценки предпочтения критериев и предпочтения вариантов по каждому критерию, а также арифметической прогрессии взаимосвязи показателей важности критериев и показателей важности вариантов по каждому критертю.

Поэтому данная работа является продолжением работ [19,20] и дальнейшим развитием высказанных в ней идей и подходов к проведению многокритериального сравнительного анализа альтернатиных вариантов на основе метода арифметической прогрессии.

Такой подход хорошо согласуется с результатами работ [21-23], в которых показано, что при решении задач многокритериальной оптимизации и поиске компромиссного решения очень важно, чтобы при варьировании значений весового коэффициента базового критерия сохранялась пропорциональность весовых коэффициентов всех критериев, которые могут составлять или не составлять полный ранжированный ряд.

В [20], при использовании классического парного сравнения критериев, приведенного в Приложении 1, на основе использования метода настраиваемой убывающей арифметической прогрессии подробно рассмотрены вопросы расчета показателей важности локальных критериев $\mathrm{K}_1, \mathrm{K}_2, \ldots\ldots \mathrm{K}_\mathrm{n}$ при полном порядке ранжирования этих критериев $\mathrm{K}_1 \succ \mathrm{K}_2 \ldots\ldots \succ \mathrm{K}_\mathrm{n}$, когда отсутствуют одинаковые по важности критерии. В этом случае уровни важности критериев k_i и показатели важности критериев α_i подчиняются следующим соотношениям: $k_1 > k_2 \ldots\ldots > k_n$ и $\alpha_1 > \alpha_2 \ldots\ldots > \alpha_n$. При этом критерий K_1, имеющий наибольший уровень важности k_1, является самым важным и занимает первое место в полном ранжированном ряду критериев.

Согласно [20] показатели важности критериев при полном порядке ранжирования критериев, вычисляют по следующей формуле:

$$\alpha_i = \frac{2 \cdot \left[\gamma \cdot (n-1) - (i-1) \cdot (\gamma - 1) \right]}{(\gamma + 1) \cdot n \cdot (n-1)} \quad i = 1, 2 \ldots n \qquad (1)$$

где α_i - показатель важности i-го критерия ;

i - номер места критерия в полном ранжированном ряду критериев;

n - число критериев в полном ранжированном ряду критериев;

γ - коэффициент, показывающий уровень превосходства показателя важности наиболее важного критерия по сравнению с наименее важным критерием, задает ЛПР, при этом:

$$\gamma = \frac{\alpha_1}{\alpha_n} \qquad (2)$$

При $\gamma = n$ формула (1), как более общая, преобразуется в простую, широко используемую на практике формулу Фишберна для расчета показателей важности полного ранжированного ряда критериев, и имеет следующий вид:

$$\alpha_i = \frac{2 \cdot (n - i + 1)}{n \cdot (n + 1)} \tag{3}$$

Показатели важности критериев, рассчитанные по формулам (1) и (3), являются членами убывающих арифметических прогрессий, знаменатели которых Δ_α соответственно определяют по формулам (4) и (5):

$$\Delta_\alpha = \frac{\alpha_1 - \alpha_n}{(n-1)} = \frac{\alpha_n \cdot (\gamma - 1)}{(n-1)} = \frac{2 \cdot (\gamma - 1)}{(\gamma + 1) \cdot n \cdot (n-1)} \tag{4}$$

При $\gamma = n$ формула (4) приобретает следующий вид:

$$\Delta_\alpha = \frac{\alpha_1 - \alpha_n}{(n-1)} = \frac{2}{(n+1) \cdot n} \tag{5}$$

Аналогично, при полном порядке ранжирования вариантов по каждому из критериев, когда отсутствуют одинаковые по важности варианты по критерию, имеем:

$$\beta_{vi} = \frac{2 \cdot \left[\gamma i \cdot (m-1) - (vi - 1) \cdot (\gamma i - 1) \right]}{(\gamma i + 1) \cdot m \cdot (m-1)} \text{ где } i = 1, 2 \ldots n \text{ , } v = 1, 2 \ldots m \tag{6}$$

где β_{vi} - показатель важности варианта v по $\boldsymbol{i}$ -му критерию ;

vi - номер места варианта v в полном ранжированном ряду вариантов по $\boldsymbol{i}$ -му критерию;

n - число критериев в полном ранжированном ряду критериев;

m - число вариантов в полном ранжированном ряду вариантов по каждому критерию;

γi - коэффициент, показывающий уровень превосходства показателя важности наиболее важного варианта по сравнению с наименее важным вариантом по $\boldsymbol{i}$ -му критерию, задает ЛПР, при этом:

$$\gamma i = \frac{\beta_{1i}}{\beta_{mi}} \text{ где где } i = 1, 2 \ldots n \tag{7}$$

При $\gamma i = m$ формула (6) преобразуется в более простую, и имеет следующий вид:

$$\beta_{vi} = \frac{2 \cdot (m - vi + 1)}{m \cdot (m+1)} \text{ где } i = 1, 2 \ldots n \text{ , } v = 1, 2 \ldots m \tag{8}$$

При полном порядке ранжирования как критериев, так и вариантов по каждому критерию, наилучший вариант решения B_1, среди сравниваемых альтернативных вариантов, которому соответствует обобщенный показатель важности β_1 , определяют из следующих выражений:

$$\beta_v = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \beta_{vi} \text{ где } v = 1, 2 ... m \quad (9)$$

$$\beta_l = \max_{v \in M} \beta_v = \max_{v \in M} \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \beta_{vi} \text{ где } v = 1, 2 ... m \quad (10)$$

где β_v - обобщенный показатель важности варианта v по всем критериям;

На практике при ранжировании критериев методом классического парного сравнения, приведенного в Приложение 1, возможно наличие одинаковых уровней важности у ряда критериев, что иллюстрирует, например, выражение (11),

$$k_1 > k_2 \approx k_3 > k_4 > k_5 \approx k_6 > ..... > k_n \quad (11)$$

что соответствует следующему виду ранжированного ряда критериев:

$$K_1 \succ K_2 \approx K_3 \succ K_4 \succ K_5 \approx K_6 \succ ..... \succ K_n$$

Также возможно наличие одинаковых уровней важности у ряда вариантов по одному и тому же критерию, например, $i-$му, как показано в (12)

$$k_{1i} > k_{2i} > k_{3i} \approx k_{4i} \approx k_{5i} > k_{6i} > ..... > k_{mi} \quad (12)$$

что соответствует следующему виду ранжированного ряда вариантов по $i-$му критерию:

$$B_{1i} \succ B_{2i} \succ B_{3i} \approx B_{4i} \approx B_{5i} \succ B_{6i} \succ ..... \succ B_{mi}$$

В этом случае имеет место частичный порядок ранжирования как критериев, так и вариантов по критерию. Критерии, а также варианты, имеющие одинаковый уровень важности при ранжировании, далее будем называть связанными факторами. Для расчета показателей важности частично ранжированного ряда факторов предлагается использовать метод, предусматривающий следующий порядок действий:

- разбиваем весь набор факторов каждого частично ранжированного ряда на группы важности, в каждую из которых включаем одинаковые по уровню важности факторы;
- считаем, что факторы, входящие в состав одной группы важности каждого частично ранжированного ряда, имеют одинаковые показатели важности;
- считаем, что показатели важности групп факторов любого частично ранжированного ряда являются членами убывающей арифметической прогрессии.

В этом случае с учетом [20] показатели важности критериев вычисляют в следующей последовательности:

1. Составляют уравнение нормировки следующего вида:

$$\frac{n \cdot (g-1) \cdot \Delta_\alpha}{(\gamma - 1)} + \sum_{j=1}^{g} n_j (g-j) \Delta_\alpha = 1 \quad (13)$$

где n - число локальных критериев подлежащих сравнению;

g - число групп важности в частично ранжированном ряду критериев;

j - номер группы важности критериев в частично ранжированном ряду критериев

$j = 1,...g$;

n_j - число связанных критериев, входящих в состав j-ой группы важности, в частично ранжированном ряду критериев.

γ - коэффициент, показывающий уровень превосходства показателя важности наиболее важного критерия по сравнению с наименее важным критерием, задает ЛПР;

Δ_α - знаменатель убывающей арифметической прогрессии, который устанавливает взаимосвязь показателей важности групп критериев.

2. Решают уравнение (13) относительно Δ_α и получают:

$$\Delta_\alpha = \left[\frac{n \cdot (g-1)}{(\gamma - 1)} + \sum_{j=1}^{g} n_j (g-j) \right]^{-1} \tag{14}$$

3. Вычисляют показатель важности α_n критериев наименее важной группы из следующего выражения::

$$\alpha_n = \frac{(g-1) \cdot \Delta_\alpha}{(\gamma - 1)} \tag{15}$$

4. Определяют показатели важности α_j групп критериев частично ранжированного ряда, учитывая то, что они являются членами убывающей арифметической прогрессии, по следующей формуле:

$$\alpha_{(j)} = \alpha_n + (g-j) \cdot \Delta_\alpha \text{ где } j = 1,...g \tag{16}$$

$\alpha_{(j)}$ - показатель важности критериев, входящих в состав $j-$ой группы важности критериев.

5. Осуществляют переход от показателей важности $\alpha_{(j)}$ групп критериев к показателям важности α_i отдельных критериев, входящих в состав частично ранжированного ряда, учитывая, что в каждой $j-$ой группе важности критериев имеется n_j связанных критериев.

В случае частичного порядка ранжирования вариантов по критерию, с учетом [20] показатели важности вариантов по этому критерию вычисляют в следующей последовательности:

1. Составляют для частично ранжированного ряда вариантов по каждому критерию уравнение нормировки следующего вида:

$$\frac{m \cdot (gi-1) \cdot \Delta_i}{(\gamma i - 1)} + \sum_{j=1}^{gi} n_{ji} (gi - j) \Delta_i = 1 \text{ где } i = 1,...n \tag{17}$$

где m - число вариантов подлежащих сравнению по каждому критерию;

gi - число групп важности в частично ранжированном ряду вариантов по $i-$му критерию;

j - номер группы важности вариантов в частично ранжированном ряду вариантов по $i-$му критерию $j=1,...gi$;

n_{ji} - число связанных вариантов, входящих в состав j-ой группы важности, в частично ранжированном ряду вариантов по $i-$му критерию;

γi - коэффициент, показывающий уровень превосходства показателя важности наиболее важного варианта по сравнению с наименее важным по $i-$му критерию, задает ЛПР;

Δ_i - знаменатель убывающей арифметической прогрессии, который устанавливает взаимосвязь показателей важности сравниваемых групп вариантов по $i-$му критерию.

2. Решают уравнение (18) относительно Δ_i и получают:

$$\Delta_i = \left[\frac{m\cdot(gi-1)}{(\gamma i-1)} + \sum_{j=1}^{gi} n_{ji}(gi-j) \right]^{-1} \text{ где } i=1,...n \qquad (18)$$

3. Вычисляют показатель важности β_{mi}, наименее важного варианта, по каждому $i-$му критерию из следующего выражения:

$$\beta_{mi} = \frac{(gi-1)\cdot\Delta_i}{(\gamma i-1)} \text{ где } i=1,2...n \qquad (19)$$

4. Определяют показатели важности групп вариантов частично ранжированного ряда по каждому критерию, учитывая то, что они являются членами убывающей арифметической прогрессии, по следующей формуле:

$$\beta_{(ji)} = \beta_{mi} + (gi-j)\cdot\Delta_i \text{ где } i=1,2...n \;\; j=1,...gi \qquad (20)$$

где $\beta_{(ji)}-$показатель важности j-ой группы вариантов, сравниваемых по i-му критерию.

5. Осуществляют переход от показателей важности $\beta_{(ji)}$ групп вариантов по критериям к показателям важности β_{vi} отдельных вариантов по критериям, учитывая, что в каждой $j-$ой группе важности вариантов по $i-$му критерию имеется n_{ji} связанных вариантов.

Таким образом, при использовании метода арифметической прогрессии для многокритериального сравнения альтернативных вариантов следует использовать следующие выражения:

- для расчета показателей важности критериев при полном порядке ранжирования критериев использовать выражение (1), а при частичном порядке ранжирования критериев последовательно использовать выражения (14) , (15) и (16);

- для расчета показателей важности вариантов по критерию при полном порядке ранжирования вариантов по этому критерию использовать выражение (6), а при частичном порядке ранжирования вариантов по этому критерию последовательно использовать выражения (18) , (19) и (20);

- для расчета обобщенного показателя важности каждого варианта, с учетом всех рассматриваемых критериев, использовать выражение (9), а для выбора наилучшего варианта решения использовать выражение (10).

Рассмотрим примеры, иллюстрирующие особенности практического использования метода арифметической прогрессии для проведения многокритериального сравнения и ранжирования по степени важности рассматриваемых альтернативных вариантов.

Пример 1. Используя метод арифметической прогрессии, провести сравнение пяти вариантов ($m=5$) по пяти локальным критериям ($n=5$), выполнить ранжирование вариантов по степени их предпочтения и выбрать наилучший вариант. Имеет место полный порядок ранжирования критериев и полный порядок ранжирования вариантов по каждому критерию. Исходные данные, касающиеся ранжирования критериев и ранжирования вариантов по каждому критерию, приведены в табл.1.

Исследовать влияние уровня превосходства показателя важности наиболее важного критерия, по сравнению с наименее важным критерием, при значениях $\gamma=3$, $\gamma=4$, $\gamma=5$, на устойчивость полученного ранжированного ряда вариантов.

Уровни превосходства показателя важности наиболее важного варианта по сравнению с наименее важным вариантом для всех критериев имеют одинаковые значения $\gamma 1=\gamma 2=\gamma 3=\gamma 4=\gamma 5=3$

Таблица 1 Места критериев и места вариантов по критериям в соответствующих полностью ранжированных рядах

Критерии		**Места вариантов в ранжированных рядах вариантов по критериям,** vi				
Критерий K_i	**Место критерия в ряду критериев,** i	**Вариант** B_1, $v=1$	**Вариант** B_2, $v=2$	**Вариант** B_3 , $v=3$	**Вариант** B_4, $v=4$	**Вариант** B_5, $v=5$
1	2	3	4	5	6	7
K_1	1	1	2	3	4	5
K_2	2	2	1	3	5	4
K_3	3	2	3	1	5	4
K_4	4	5	4	3	1	2
K_5	5	4	5	3	2	1

Решение. Согласно исходным данным имеет место полный порядок ранжирования критериев и полный порядок ранжирования вариантов по каждому из критериев. Поэтому

для вычисления показателей важности критериев и показателей важности вариантов по этим критериям соответственно используем выражения (1) и (6).

Подставляем в выражение (1) значения исходных данных $n=5$, $\gamma=3$, а также значение места критерия в ранжированном ряду критериев, i , приведенного в табл.1, столбец 2. Последовательно вычисляем показатели важности критериев α_i , которые записываем в табл. 2, столбец 2. Проводим аналогичные расчеты для $\gamma=4$ и $\gamma=5$, а вычисленные показатели важности критериев α_i соответственно записываем в табл 3 и табл.4, столбец 2.

Подставляем в выражение (6) значения исходных данных $m=5$, $\gamma i=3$ ($i=1,2...5$), а также места вариантов в ранжированном ряду вариантов по каждому критерию, vi, приведенные в табл.1, столбцы 3-7. Последовательно вычисляем показатели важности вариантов по каждому критерию β_{vi}, записываем их в табл.2 столбцы 3-7, которые соответствуют $\gamma=3$.

Копируем результаты, приведенные в табл.2, столбцы 3-7, в табл 3 и табл.4, столбцы 3-7, которые соответствуют $\gamma=4$ и $\gamma=5$.

Таблица 2 Численные значения показателей важности критериев и вариантов по критериям $\gamma=3$

Критерии		**Значения показателей важности вариантов по критериям,** β_{vi}				
Критерий K_i	**Значение показателя важности критерия,** α_i	**Вариант** B_1, $v=1$	**Вариант** B_2, $v=2$	**Вариант** B_3, $v=3$	**Вариант** B_4, $v=4$	**Вариант** B_5, $v=5$
1	2	3	4	5	6	7
K_1	0,3	0,3	0,25	0,2	0,15	0,1
K_2	0,25	0,25	0,3	0,2	0,1	0,15
K_3	0,2	0,25	0,2	0,3	0,1	0,15
K_4	0,15	0,1	0,15	0,2	0,3	0,25
K_5	0,1	0,15	0,1	0,2	0,25	0,3
	$\beta_v = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \beta_{vi}$	0,232	0,223	0,22	0,16	0,165

Таблица 3 Численные значения показателей важности критериев и вариантов по критериям, $\gamma = 4$

Критерии		**Значения показателей важности вариантов по критериям,** β_{vi}				
Критерий K_i	**Значение показателя важности критерия,** α_i	**Вариант** B_1, $v=1$	**Вариант** B_2, $v=2$	**Вариант** B_3, $v=3$	**Вариант** B_4, $v=4$	**Вариант** B_5, $v=5$
1	2	3	4	5	6	7
K_1	0,32	0,3	0,25	0,2	0,15	0,1
K_2	0,26	0,25	0,3	0,2	0,1	0,15
K_3	0,2	0,25	0,2	0,3	0,1	0,15
K_4	0,14	0,1	0,15	0,2	0,3	0,25
K_5	0,08	0,15	0,1	0,2	0,25	0,3
	$\beta_v = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \beta_{vi}$	0,237	0,227	0,22	0,152	0,155

Таблица 4 Численные значения показателей важности критериев и вариантов по критериям, $\gamma = 5$

Критерии		**Значения показателей важности вариантов по критериям,** β_{vi}				
Критерий K_i	**Значение показателя важности критерия,** α_i	**Вариант** B_1, $v=1$	**Вариант** B_2, $v=2$	**Вариант** B_3, $v=3$	**Вариант** B_4, $v=4$	**Вариант** B_5, $v=5$
1	2	3	4	5	6	7
K_1	0,3333	0,3	0,25	0,2	0,15	0,1
K_2	0,2667	0,25	0,3	0,2	0,1	0,15
K_3	0,2	0,25	0,2	0,3	0,1	0,15
K_4	0,1333	0,1	0,15	0,2	0,3	0,25
K_5	0,0667	0,15	0,1	0,2	0,25	0,3
	$\beta_v = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \beta_{vi}$	0,24	0,23	0,22	0,153	0,157

Обобщенный показатель важности каждого варианта β_v, учитывающий показатели важности критериев и показатели важности вариантов по этим критериям, вычисляем по выражению (9), Полученные результаты записываем в последнюю строку табл. 2.- 4

Анализ этих результатов показывает, что обобщенные показатели важности вариантов представляют собой ранжированные ряды следующего вида:

при $\gamma = 3$ $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3 > \beta_5 > \beta_4$

при $\gamma = 4$ $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3 > \beta_5 > \beta_4$

при $\gamma = 5$ $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3 > \beta_5 > \beta_4$

Анализ приведенных данных показывает, что для значений $\gamma = 3$, $\gamma = 4$ и $\gamma = 5$ ранжированные ряды обобщенных показателей важности сравниваемых альтернативных вариантов полностью идентичны.

Поэтому ранжированный ряд вариантов по степени их предпочтения, при значениях $\gamma = 3$, $\gamma = 4$ и $\gamma = 5$, имеет один и тот же вид: $B_1 \succ B_2 \succ B_3 \succ B_5 \succ B_4$. Согласно выражению (10) наилучшим вариантом решения является выбор варианта B_1, при этом ранжированный ряд вариантов является достаточно устойчивым в диапазоне изменений значения γ от 3 до 5.

Пример 2. Используя метод арифметической прогрессии, провести сравнение пяти вариантов (m=5) по пяти локальным критериям ($n = 5$), выполнить ранжирование вариантов по степени их предпочтения и выбрать наилучший вариант. Результаты ранжирования критериев и результаты ранжирования сравниваемых вариантов по отдельным локальным критериям, полученные ЛПР, имеют следующий вид:

$$K_1 \succ K_2 \succ K_3 \succ K_4 \approx K_5 \tag{20}$$

$$B_{11} \succ B_{21} \succ B_{31} \succ B_{41} \succ B_{51} \tag{21}$$

$$B_{22} \succ B_{12} \succ B_{32} \succ B_{52} \succ B_{42} \tag{22}$$

$$B_{33} \succ B_{13} \succ B_{23} \succ B_{53} \succ B_{43} \tag{23}$$

$$B_{44} \succ B_{54} \succ B_{34} \succ B_{14} \approx B_{24} \tag{24}$$

$$B_{55} \succ B_{45} \succ B_{35} \succ B_{15} \approx B_{25} \tag{25}$$

Заданы следующие значения коэффициентов уровня превосходства:

- коэффициента, показывающего уровень превосходства показателя важности наиболее важного критерия по сравнению с наименее важным критерием , $\gamma = 2,5$

- коэффициентов, показывающих уровень превосходства показателя важности наиболее важного варианта по сравнению с наименее важным вариантом по каждому критерию: по первому, второму и третьему критериям $\gamma 1 = \gamma 2 = \gamma 3 = 3$, а по четвертому и пятому критериям $\gamma 4 = \gamma 5 = 4$.

Решение. Результаты ранжирования критериев и вариантов по отдельным критериям, приведенные в виде выражений (20) –(25), представим в табличном виде, как показано в табл 5.

Таблица 5 Места критериев и места вариантов по критериям в соответствующих полностью или частично ранжированных рядах

Критерии		**Номера (места) групп вариантов в ранжированных рядах вариантов по критериям,** j				
Критерий K_i	**Номер группы важности критерия в ряду критериев,** j	**Вариант** B_1, $v=1$	**Вариант** B_2, $v=2$	**Вариант** B_3, $v=3$	**Вариант** B_4, $v=4$	**Вариант** B_5, $v=5$
1	2	3	4	5	6	7
K_1	1	1	2	3	4	5
K_2	2	2	1	3	5	4
K_3	3	2	3	1	5	4
K_4	4	4	4	3	1	2
K_5	4	4	4	3	2	1

Согласно исходным данным, имеет место:

- частичный порядок ранжирования критериев;
- полный порядок ранжирования вариантов по первому, второму и третьему критериям;
- частичный порядок ранжирования вариантов по четвертому и пятому критериям.

Для расчета показателей важности критериев, базовые исходные данные заносим в табл. 6, столбцы 1-3, используя данные, приведенные в табл 5, столбцы 1 и 2. Остальные исходные данные имеют следующие значения $n=5$, $g=4$, $\gamma=2{,}5$.

Последовательно используем выражения (14), (15), (16) и рассчитываем значения показателей важности критериев $\alpha_{(j)}$, входящих в группу важности j, которые записываем в табл.6, столбец 4. Далее, согласно табл.6, столбцы 3 и 4, находим показатели важности локальных критериев, α_i где $i=1,2..n$, которые записываем в табл.6, столбец 5.

Таблица 6 Показатели важности критериев

Критерий K_i	**Номер группы важности (** j **) в которую входит** i **-ый критерий**	**Число связанных критериев (** n_j **) в группе важности (** j **)**	**Показатель важности** $\alpha_{(j)}$ **критерия группы важности (** j **)**	**Показатель важности** α_i i **-го критерия**
1	2	3	4	5
K_1	1	1	0,3125	0,3125
K_2	2	1	0,25	0,25
K_3	3	1	0,1875	0,1875
K_4	4	2	0,1250	0,1250
K_5				0,1250

Для расчета показателей важности вариантов по первому, второму и третьему критериям исходные данные имеют следующие значения:

$m=5$, число альтернативных вариантов;

$\gamma i=3$ ($i=1,2,3$), коэффициент, показывающий уровень превосходства показателя важности наиболее важного варианта по сравнению с наименее важным вариантом по каждому из трех рассматриваемых критериев;

vi, порядковый номер (место) варианта v в полном ранжированном ряду вариантов по i -му критерию. Численные значения приведены в табл.5, столбцы 3 -7, строки K_1, K_2 и K_3.

Используя выражение (6) последовательно вычисляем показатели важности каждого из пяти вариантов по каждому из трех критериев, т. е. β_{vi}, где $v=1,..5$, $i=1,2,3$ и записываем значения этих показателей в табл.7, столбцы 2-6.

Таблица 7 Численные значения показателей важности вариантов по первому, второму и третьему критериям

Критерий K_i	**Значения показателей важности вариантов по критериям,** β_{vi}				
	Вариант B_1, $v=1$	**Вариант** B_2, $v=2$	**Вариант** B_3, $v=3$	**Вариант** B_4, $v=4$	**Вариант** B_5, $v=5$
1	2	3	4	5	6
K_1	0,3	0,25	0,2	0,15	0,1
K_2	0,25	0,3	0,2	0,1	0,15
K_3	0,25	0,2	0,3	0,1	0,15

Для расчета показателей важности вариантов по четвертому критерию исходные данные имеют следующие значения:

$m=5$, число альтернативных вариантов;

$\gamma i=\gamma 4=4$, коэффициент, показывающий уровень превосходства показателя важности наиболее важного

$vi=v4$, порядковый номер (варианта по сравнению с наименее важным вариантом по четвертому критерию;место) варианта v в полном ранжированном ряду вариантов по 4-му критерию. Численные значения $v4$, где $v=1,..5$, приведены в табл.5, столбцы 3-7, строка K_4.

v- номер варианта, j - номер группы важности, в которую входит вариант по четвертому критерию, $n_{ji}=n_{j4}$ - число связанных вариантов в составе группы важности j по четвертому критерию, соответственно приведены в табл 8, столбцы 1-3

$gi=g4=4$ число групп важности в частично ранжированном ряду вариантов по четвертому критерию.

Последовательно используя выражения (18), (19) и (20) вычисляем показатели важности групп важности вариантов $\beta_{(j4)}$ по четвертому критерию и записываем их в табл.8, столбец 4.

Далее, согласно табл.8, столбцы 3 и 4, находим показатели важности вариантов по четвертому критерию β_{v4}, где $v = 1,..5$, которые записываем в табл.8, столбец 5.

Таблица 8 Показатели важности вариантов по четвертому критерию

Вариант B_v	**Номер группы важности (j) в которую входит v-ый вариант по четвертому критерию**	**Число связанных вариантов (n_{ji}) в группе важности (j) по четвертому критерию**	**Показатель важности $\beta_{(ji)}$ варианта группы важности (j) по четвертому критерию**	**Показатель важности β_{v4} v-го варианта по четвертому критерию**
1	2	3	4	5
B_4	1	1	0,363	0,363
B_5	2	1	0,273	0,273
B_3	3	1	0,182	0,182
B_1	4	2	0,091	0,091
B_2				0,091

Аналогично четвертому критерию рассчитываем показатели важности вариантов по пятому критерию. Исходные данные имеют следующие значения:

$m = 5$, число альтернативных вариантов;

$\gamma i = \gamma 5 = 4$, коэффициент, показывающий уровень превосходства показателя важности наиболее важного варианта по сравнению с наименее важным вариантом по пятому критерию;

$vi = v5$, порядковый номер (место) варианта v в полном ранжированном ряду вариантов по 5-му критерию. Численные значения $v5$, где $v = 1,..5$, приведены в табл.5, столбцы 3-7, строка K_5.

v- номер варианта, j - номер группы важности, в которую входит вариант по пятому критерию, $n_{ji} = n_{j5}$ - число связанных вариантов в составе группы важности j по четвертому критерию, соответственно приведены в табл 9, столбцы 1-3.

$gi = g5 = 4$ число групп важности в частично ранжированном ряду вариантов по пятому критерию.

Последовательно используя выражения (18), (19) и (20) вычисляем показатели важности групп важности вариантов $\beta_{(j5)}$ по пятому критерию и записываем их в табл.9, столбец 4.

Далее, согласно табл.9, столбцы 3 и 4, находим показатели важности вариантов по пятому критерию β_{v5}, где $v = 1,..5$, которые записываем в табл.9, столбец 5.

Таблица 9 Показатели важности вариантов по пятому критерию

Вариант B_v	**Номер группы важности (j) в которую входит v-ый вариант по пятому критерию**	**Число связанных вариантов (n_{ji}) в группе важности (j) по пятому критерию**	**Показатель важности $\beta_{(ji)}$ варианта группы важности (j) по пятому критерию**	**Показатель важности β_{vi} v-го варианта по пятому критерию**
1	2	3	4	5
B_5	1	1	0,363	0,363
B_4	2	1	0,273	0,273
B_3	3	1	0,182	0,182
B_1	4	2	0,091	0,091
B_2				0,091

На основании данных, приведенных в табл.6, столбец 5, табл.7, столбцы 2-6, табл.8, столбец 5 и табл. 9, столбец 5 , формируем табл. 10, таблицу численных значений показателей важности критериев и показателей важности вариантов по этим критериям

Используя данные, приведенные в табл.10, , по выражению (9) рассчитываем обобщенные показатели важности каждого варианта β_v. Полученные значения , записываем в последнюю строку табл.10.

Таблица 10 Численные значения показателей важности критериев и вариантов по критериям

Критерии		**Значения показателей важности вариантов по критериям β_{vi}**				
Критерий K_i	**Значение показателя важности критерия (α_i)**	**Вариант** B_1, $v=1$	**Вариант** B_2, $v=2$	**Вариант** B_3, $v=3$	**Вариант** B_4, $v=4$	**Вариант** B_5, $v=5$
K_1	0,3125	0,3	0,25	0,2	0,15	0,1
K_2	0,2500	0,25	0,3	0,2	0,1	0,15
K_3	0,1875	0,25	0,2	0,3	0,1	0,15
K_4	0,1250	0,091	0,091	0,182	0,363	0,273
K_5	0,1250	0,091	0,091	0,182	0,273	0,363
	$\beta_v = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \beta_{vi}$	0,225875	0,213375	0,214250	0,170125	0,176375

Анализ этих результатов показывает, что обобщенные показатели важности вариантов представляют собой ранжированный ряд следующего вида:

$$\beta_1 > \beta_3 > \beta_2 > \beta_5 > \beta_4$$

Поэтому ранжированный ряд вариантов по степени предпочтения имеет следующий вид: $B_1 \succ B_3 \succ B_2 \succ B_5 \succ B_4$. Согласно выражению (10) наилучшим вариантом решения является выбор варианта B_1 .

Выводы

1. Для лица принимающего решение предложен метод арифметической прогрессии позволяющий проводить многокритериальное сравнение альтернативных вариантов, их ранжирование по степени важности и выбор наилучшего варианта.

2. Метод арифметической прогрессии предусматривает ранжирование критериев и сравниваемых вариантов по критериям на основе их классического парного сравнения, расчет показателей важности критериев и показателей важности вариантов по критериям, как соответствующих членов настраиваемых арифметических прогрессий, а также последующую аддитивную свертку этих показателей.

3. Приведены простые выражения для расчета показателей важности полного и частично ранжированного ряда критериев и вариантов по критериям, а также примеры, иллюстрирующие особенности практического применения метода арифметической прогрессии.

Список литературы

Приложение 1.

На практике для получения ранжированного ряда критериев обычно используют классический метод парного сравнения критериев, согласно которому следует:

- составить квадратную матрицу $\|k_{ij}\|$ парного сравнения критериев размерностью n , где n - число критериев, $i = 1,...n$ и $j = 1,...n$.

- заполнить матрицу коэффициентами k_{ij}, которые показывают предпочтение критерия i по отношению к критерию j , согласно следующему условию:

$$k_{ij} = \begin{cases} 1 & \textit{если критерий } i \textit{ более важен чем критерий } j \\ 0 & \textit{если критерий } i \textit{ менее важен чем критерий } j \\ 0,5 & \textit{если критерии } i \textit{ и } j \textit{ имеют одинаковую важность} \end{cases}$$

- присвоить диагональным элементам матрицы численные значения равные единице;

- обязательно проверить выполнение условия $k_{ij} + k_{ji} = 1$.

- после заполнения матрицы подсчитать уровень важности каждого критерия k_i , где $i = 1,...n$, по следующей формуле:

$$k_i = \sum_{j=1}^{n} k_{ij}$$

- провести ранжирование критериев с учетом вычисленных значений уровней важности этих критериев, располагая критерии не по возрастанию значений уровня их важности. При этом критерии, имеющие одинаковые уровни важности, следует считать связанными и объединить в одну группу важности, например:
если уровни важности критериев соответствуют условию

$$k_1 > k_2 \approx k_3 > k_4 > k_5 > ..... > k_{n-1} \approx k_n$$

то ранжированный ряд критериев должен соответствовать следующему условию

$$K_1 > K_2 \approx K_3 > K_4 > K_5 > ..... > K_{n-1} \approx K_n$$

Список литературы

1. Постников В.М., Черненький В.М. Методы принятия решений в системах организационного управления. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 205 с.
2. Зак Ю.А. Прикладные задачи многокритериальной оптимизации. М.: Экономика, 2014. 455 с.
3. Ногин В.Д. Линейная свертка в многокритериальной оптимизации // Искусственный интеллект и принятие решений. 2014. № 4. С. 73-82.
4. Грешилов А.А. Математические методы принятия решений. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 647 с.
5. Рыжикова Т.Н. Аналитический маркетинг. М.: ИНФРА-М, 2013. 288 с.
6. Князева М.Д. Методология проектирования программно-инструментальных средств сопровождения учебно-тренировочного процесса. М.: МИИГАиК, 2013. 196 с.
7. Беляева М.А. Моделирование систем. Конспект лекций. Ч. 1. М.: МГУП, 2012.188 с.
8. Беляева М.А. Моделирование систем. Конспект лекций. Ч. 2. М.: МГУП, 2012.148 с.
9. Волхонский В.В. Критерии выбора, контролируемых средствами обнаружения, параметров в системе безопасности // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2013. № 1. С. 8-12.
10. Миронова В.А. Методы теории оптимального управления. М.: Ун-т машиностроения, 2013. 102 с.
11. Постников М.Е., Постников В.М. Методы выбора полиграфического оборудования с использованием набора интегральных критериев // Известия высших учебных заведений. Проблемы полиграфии и издательского дела. 2010. № 2. С. 24-37.

12. Саати Т.Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий: пер. с англ. М.: Радио и связь, 1993. 316 с.
13. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений. М.: Университетская книга, Логос, 2008. 392 с.
14. Мадера А.Г. Моделирование и принятие решений в менеджменте. Руководство для будущих топ-менеджеров. М.: ЛКИ, 2009. 688 с.
15. Бродецкий Г.Л., Байбуза Е.А. Оптимизация запасов дистрибьютерской компании по многим критериям с учетом рисков // Логистика сегодня. 2015. № 3. С. 174-189.
16. Подиновский В.В., Подиновская О.В. О некорректности метода анализа иерархий // Проблемы управления. 2011. № 1. 8. 6-13.
17. Михайлов Я.В. Управленческие решения. Пособие для управленцев-практиков. М.: Экономика, 2011. 143 с.
18. Орлов А.И. Организационно-экономическое моделирование. Теория принятия решений. М.: КНОРУС, 2011. 568 с.
19. Постников В.М., Спиридонов С.Б. Методы выбора весовых коэффициентов локальных критериев // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 6. С. 267-287. DOI: 10.7463/0615.0780334
20. Постников В.М., Спиридонов С.Б. Выбор весовых коэффициентов локальных критериев на основе принципа арифметической прогрессии // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 9. С. 237-249. DOI: 10.7463/0915.0802449
21. Студенников К.О., Лопин В.Н. Об одном подходе к управлению информационными рисками на основе коэффициентов чувствительности // Информация и безопасность. 2013. № 2. С. 219-222.
22. Студенников К.О., Лопин В.Н. Комплексный подход к управлению информационными рисками на основе метода VIKOR // Вопросы защиты информации. 2015. № 2. С. 69-72.
23. On Yang Yu-Ping, Shien How-Ming, Leu Jun-Der, Tzeng Gwo-Hshiung. A VIKOR –based multiple criteria decision method for improving information security risk // International Journal of Information Technology & Decision Making. 2009. Vol. 8, no. 2. P. 267-286. DOI: 10.1142/S0219622009003375

Science & Education of the Bauman MSTU
Electronic journal
ISSN 1994-0408

Science and Education of the Bauman MSTU, 2015, no. 11, pp. 443–464.

DOI: **10.7463/1115.0822922**

Received: 04.10.2015
Revised: 18.10.2015

© Bauman Moscow State Technical Unversity

Multi-criteria Selection of Decision Option Based on the Additive Association of Indexes, Being the Members of Arithmetic Progressions

V.M. Postnikov[1], S.B. Spiridonov[1,*] *spirid@bmstu.ru

[1]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: local criteria, the indexes of importance of the criteria, the indexes of importance of the variants on criteria, additive association of indexes, the method of arithmetic progression

The paper considers a decision-maker (DM) oriented multi-criteria comparison approach to the alternatives and their ranking and choosing the best option. The approach is based on the method of arithmetic progression, which uses the principles of adjustable assessment of preference criteria as well as preferences of compared alternatives by the certain criteria and arithmetic progression of relationship between the importance factors of criteria and importance factors of options by these criteria. The proposed analytical progression method is easier and more convenient than method of analytical hierarchy. Thus, both methods are close enough in terms of used concept of comparing the alternative options. The analytical progression method involves a classical pairwise comparison of local criteria and compared options for each of these criteria. The results obtained are used for full or partial ranking both of criteria and of options for each criterion. In the process of ranking the criteria and options, called factors, are divided into groups of importance. In case of full ranking each group contains only one factor. In case of partial ranking a group comprises factors of the same importance. Then are defined indices of criteria importance and indices of the importance of options for each of the criteria, calculating them as the numerical values of the respective members of adjustable arithmetic progressions.

An adjustable assessment of factors preference allows a DM to specify a coefficient to show the level of index excellence of the most important group of factors as compared to the indices of the least important group. Thus, the indices of importance of each of ranked groups of factors are members of decreasing arithmetic progression. Further, for each alternative, is provided additive association of criteria importance indices and indices of options importance by these criteria, the maximum value of which corresponds to the best option of solution.

The paper offers simple analytical expressions to calculate the indices of importance of factors included both in full and in partial ranking.

It also presents examples illustrating the simplicity, convenience, and features of the arithmetic progression method used in practice.

References

1. Postnikov V.M., Chernen'kii V.M. *Metody prinyatiya reshenii v sistemakh organizatsionnogo upravleniya* [Decision-making methods in systems of organizational management]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2014. 205 p. (in Russian).
2. Zak Yu.A. *Prikladnye zadachi mnogokriterial'noi optimizatsii* [Applied problems of multicriteria optimization]. Moscow, Ekonomika Publ., 2014. 455 p. (in Russian).
3. Noghin V.D. Weighted sum scalarization in multicriteria optimization. *Iskusstvennyi intellekt i prinyatie reshenii = Artificial intelligence and decision making*, 2014, no. 4, pp. 73-82. (in Russian).
4. Greshilov A.A. *Matematicheskie metody prinyatiya reshenii* [Mathematical methods of decision making]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2014. 647 p. (in Russian).
5. Ryzhikova T.N. *Analiticheskii marketing* [Analytical marketing]. Moscow, INFRA-M Publ., 2013. 288 p. (in Russian).
6. Knyazeva M.D. *Metodologiya proektirovaniya programmno-instrumental'nykh sredstv soprovozhdeniya uchebno-trenirovochnogo protsessa* [Methodology of designing software-tools means of support of the training process]. Moscow, MIIGAiK Publ., 2013. 196 p. (in Russian).
7. Belyaeva M.A. *Modelirovanie sistem. Konspekt lektsii. Ch. 1* [Modeling of systems. Lecture notes. Pt. 1]. Moscow, MSUP Publ., 2012. 188 p. (in Russian).
8. Belyaeva M.A. *Modelirovanie sistem. Konspekt lektsii. Ch. 2* [Modeling of systems. Lecture notes. Pt. 2]. Moscow, MSUP Publ., 2012. 148 p. (in Russian).
9. Volkhonskiy V.V. Choice criteria for controlled by means of detection parameters in security system. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie = Journal of Instrument Engineering*, 2013, no. 1, pp. 8-12. (in Russian).
10. Mironova V.A. *Metody teorii optimal'nogo upravleniya* [Methods of optimal control theory]. Moscow, MAMI Publ., 2013. 102 p. (in Russian).
11. Postnikov M.E., Postnikov V.M. Methods of selection of printing equipment using a set of integrated criteria. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Problemy poligrafii i izdatel'skogo dela = Proceedings of the institutions of higher education. Issues of the graphic arts and publishing*, 2010, no. 2, pp. 24-37. (in Russian).
12. Saaty T.L. *The Analytic Hierarchy Process*. McGraw-Hill, 1980. (Russ. ed.: Saaty T.L. *Prinyatie reshenii. Metod analiza ierarkhii*. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1993. 316 p.).
13. Larichev O.I. *Teoriya i metody prinyatiya reshenii* [Theory and methods of decision making]. Moscow, Universitetskaya kniga Publ.; Logos Publ., 2008. 392 p. (in Russian).
14. Madera A.G. *Modelirovanie i prinyatie reshenii v menedzhmente. Rukovodstvo dlya budushchikh top-menedzherov* [Modeling and decision-making in management. Guidelines for future top managers]. Moscow, LKI Publ., 2010. 688 p. (in Russian).

15. Brodetskii G.L., Baibuza E.A. Inventory optimization of distribution company according to many criteria taking into account the risk. *Logistika segodnya*, 2015, no. 3, pp. 174-189. (in Russian).
16. Podinovski V.V., Podinovskaya O.V. On the theoretical incorrectness of the analytic hierarchy process. *Problemy upravleniya = Control sciences*, 2011, no. 1, pp. 8-13. (in Russian).
17. Mikhailov Ya.V. *Upravlencheskie resheniya: posobie dlya upravlentsev-praktikov* [Management decisions. Handbook for managers-practitioners]. Moscow, Ekonomika Publ., 2011. 143 p. (in Russian).
18. Orlov A.I. *Organizatsionno-ekonomicheskoe modelirovanie. Teoriya prinyatiya reshenii* [Organizational-economic modeling. Decision making theory]. Moscow, KNORUS Publ., 2011. 568 p. (in Russian).
19. Postnikov V.M., Spiridonov S.B. Selecting Methods of the Weighting Factors of Local Criteria. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2015, no. 6, pp. 267-287. DOI: 10.7463/0615.0780334
20. Postnikov V.M., Spiridonov S.B. Selecting the Weighting Local Criteria Factors. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2015, no. 9, pp. 237-249. DOI: 10.7463/0915.0802449
21. Studennikov K.O., Lopin V.N. About one information risk management approach based on sensitivity coefficients. *Informatsiya i bezopasnost' = Information and security*, 2013, no. 2, pp. 219-222. (in Russian).
22. Studennikov K.O., Lopin V.N. The complex approach to information risk management based on the VIKOR. *Voprosy zashchity informatsii = Information security questions*, 2015, no. 2, pp. 69-72. (in Russian).
23. On Yang Yu-Ping, Shien How-Ming, Leu Jun-Der, Tzeng Gwo-Hshiung. A VIKOR –based multiple criteria decision method for improving information security risk. *International Journal of Information Technology and Decision Making*, 2009, vol. 8, no. 2, pp. 267-286. DOI: 10.1142/S0219622009003375