

УДК 519.28

Квантификация и агрегирование предпочтений, высказанных в вербальной форме членами коллектива экспертов

Гурченков А. А.^{1,*}, Шахнов И. Ф.¹

^{*}challenge2005@mail.ru

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

²ФИЦ "Информатика и Управление" РАН, Москва, Россия

Задача количественной оценки (квантификации) интенсивности (степени) проявления одних факторов по сравнению с другими факторами часто встречается на практике в различных областях исследований. Однако далеко не все показатели, характеризующие интересующие нас явления, процессы и отдельные объекты, могут быть измерены с помощью технических средств. В этом случае приходится прибегать к оценкам, даваемым высококвалифицированными специалистами – экспертами.

В настоящей работе описывается возможный способ нахождения коллективной оценки степени проявления интересующих пользователя свойств (например, предпочтительности) у объектов рассматриваемой группы на базе индивидуальных качественных (вербальных) оценок, высказанных членами коллектива экспертов. Агрегирование суждений экспертов основано на использовании методов теории вероятности. Предполагается, что вербальные суждения экспертов представляют собой результаты тернарных сравнений объектов рассматриваемой группы.

Ключевые слова: квантификация, агрегирование, эксперт, коллектив, вербальные оценки, тернарные сравнения, вероятность, математическое ожидание

Упорядочение объектов по степени проявления у них исследуемых свойств – одна из важных задач, которые необходимо уметь решать при математическом моделировании различных аспектов функционирования сложных систем. Более того, исследование различного рода процессов в экономической, социальной и экологической сфере и построение соответствующих математических моделей, как правило, начинается с выявления и упорядочения по важности факторов, наиболее сильно влияющих на протекание этих процессов. Не менее важной является задача количественной оценки (квантификации) интенсивности (степени) предпочтений одних факторов по сравнению с другими факторами. Однако далеко не все показатели, характеризующие интересующие нас явления, процессы и отдельные объекты, могут быть измерены с помощью технических средств. В этом случае приходится прибегать к использованию суждений высококвалифицированных специалистов – экспертов в рассматриваемой области. Исходной информацией в данном случае служат качественные (вербальные) суждения

пользователя (лица, принимающего решения, и/или работающих с ним экспертов) о той или иной степени предпочтительности рассматриваемых объектов при сравнении их друг с другом [1].

В качестве действенного инструмента для решения данной задачи в работе [2] был предложен метод тернарных сравнений. В настоящей работе представлен один из возможных способов агрегирования мнений коллектива экспертов в той же задаче – задаче квантификации предпочтений, выраженных в вербальной форме. В качестве базовой модели описания предпочтений используется метод тернарных сравнений. Подробный обзор иных методов описания предпочтений и их агрегирования дан в цикле работ А.И. Орлова [3,4].

Метод тернарных сравнений [2]

Согласно этому методу рассматриваемые объекты O_i , $i = 1, n$, прежде всего, упорядочиваются и нумеруются в порядке убывания их предпочтительности

$$O_1 > O_2 > \dots > O_{n-1} > O_n \quad (1)$$

где символ «>» означает «быть предпочтительнее, чем...». В том же порядке нумеруются значения v_i функции интенсивности предпочтений $u(O_i)$ объектов O_i :

$$v_1 = u(O_1) > v_2 = u(O_2) > \dots > v_n = u(O_n) \quad (2)$$

Далее вводятся в рассмотрение величины s_i , r_i :

$$r_{i+1} = \frac{v_{i+1} - v_{i+2}}{v_i - v_{i+2}}, s_{i+1} = \frac{v_i - v_{i+1}}{v_{i+1} - v_{i+2}} = \frac{1 - r_{i+1}}{r_{i+1}}, i = 1, n' - 2. \quad (3)$$

Величину r_{i+1} можно интерпретировать как «относительное расстояние» между объектами O_{i+1} и O_{i+2} по степени предпочтительности (или как относительную предпочтительность объекта O_{i+1} по сравнению с объектом O_{i+2}), когда за единицу измерения расстояния (степени предпочтительности) принято расстояние по предпочтительности между объектами O_i и O_{i+2} . Величины r_{i+1} или s_{i+1} , $i = 1, n' - 2$, должны быть определены эмпирическим путем самим пользователем или работающими с ним экспертами.

Для измерения величин r_{i+1} , s_{i+1} разработаны очень простые порядковые и количественные шкалы [2]. В простейшем случае порядковая шкала имеет пять упорядоченных градаций: $\gamma = \{\text{градация } \gamma_1 - \text{объект } O_{i+1} \text{ по предпочтительности практически не отличается от объекта } O_i; \text{ градация } \gamma_2 - \text{объект } O_{i+1} \text{ по степени предпочтительности ближе к объекту } O_i, \text{ чем к объекту } O_{i+2}; \text{ градация } \gamma_3 - \text{по степени предпочтительности объект } O_{i+1} \text{ находится примерно посередине между объектами } O_i \text{ и } O_{i+2}; \text{ градация } \gamma_4 - \text{по степени предпочтительности объект } O_{i+1} \text{ находится ближе к объекту } O_{i+2}, \text{ чем к объекту } O_i; \text{ градация } \gamma_5 - \text{объект } O_{i+1} \text{ практически равноценен объекту } O_{i+2}\}$. Затем на порядковой шкале строится количественная шкала $\langle \gamma \rangle$ с

делениями $\langle \gamma_k \rangle$ для перевода качественных градаций γ_k шкалы γ в конкретные числовые значения $\langle \gamma_k \rangle$ шкалы $\langle \gamma \rangle$. Например:

$$\langle \gamma \rangle = \{ \langle \gamma_1 \rangle = 1,0; \langle \gamma_2 \rangle = 0,75; \langle \gamma_3 \rangle = 0,5; \langle \gamma_4 \rangle = 0,25; \langle \gamma_5 \rangle = 0 \}.$$

При использовании введенной таким образом локальной тернарной шкалы для определения искомого численного значения величины r_{i+1} , соответствующей объекту O_{i+1} , достаточно, чтобы пользователь выбрал какой-то один из трех возможных ответов на вопрос о сравнительной предпочтительности объекта O_{i+1} :

- 1) с точки зрения предпочтительности объект O_{i+1} ближе к объекту O_{i+2} , чем к объекту O_i ;
- 2) с точки зрения предпочтительности объект O_{i+1} ближе к объекту O_i , чем к объекту O_{i+2} ;
- 3) по своей предпочтительности объект O_{i+1} находится примерно посередине между объектами O_i и O_{i+2} .

Количественной характеристикой степени предпочтительности (интенсивности предпочтений) объекта O_i является величина $\acute{v}_i$, равная [2]

$$\acute{v}_i = \frac{v_i - v_n}{v_1 - v_n} = \left[1 + \sum_{t=i}^{n-2} \prod_{k=t+1}^{n-1} s_k \right] \left[1 + \sum_{t=1}^{n-2} \prod_{k=t+1}^{n-1} s_k \right]^{-1} \quad (4)$$

$$\sum_a^b 0, a > b, i = 1, n' - 1, \acute{v}_n = 0, \acute{v}_1 = 1.$$

Обработка и агрегирование мнений экспертов

Обобщим полученные выше результаты на случай, когда для оценки каждого из объектов O_i привлекается свой коллектив экспертов, состоящий из N_i членов, $i = 2, n' - 1$. Задачей привлеченных экспертов является установление их собственных индивидуальных оценок (с помощью описанной выше тернарной шкалы $\langle \gamma \rangle$) величин r_i относительной предпочтительности объектов O_i , $i = 2, n' - 1$.

Обозначим через μ_i^j мнение эксперта $\mathcal{E}_j$ относительно величины r_i . Для обработки мнений экспертов воспользуемся математическим аппаратом теории вероятности. В общем случае мнение эксперта μ_i^j будем представлять в виде вероятностного закона $P_i^j(r_i^j = \gamma_k)$, $k = 1, m$, распределения возможных значений r_i^j величины r_i на шкале $\gamma = \{\gamma_k, k = 1, m\}$, где m -число выделяемых градаций на этой шкале. Вероятность $P_i^j(r_i^j = \gamma_k)$ трактуется как степень уверенность эксперта $\mathcal{E}_j$ в том, что истинным значением r_i является величина $r_i^j = \gamma_k$. Вероятностный закон $\{p_i^j(r_i^j = \gamma_k), k = 1, 5\}$,

заданный, например, в виде вектора-строки $\{0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, 0\}$, означает, что по мнению эксперта $\mathcal{E}_j$ оценка r_i для объекта O_i не выходит за рамки диапазона $\gamma_4 \leq r_i \leq \gamma_2$. При этом вероятность $p_i^j(r_i^j = \gamma_1)$ того, что величина r_i примет значение γ_1 равна нулю. Вероятность $p_i^j(r_i^j = \gamma_2)$ того, что r_i примет значение γ_2 равна $\frac{1}{3}$. Вероятности того, что величина r_i примет значение γ_3, γ_4 и γ_5 , равны, соответственно, $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, 0$. Если же эксперт $\mathcal{E}_j$ уверен в том, что истинным значением величины r_i является только одно значение γ_u , то $p_i^j(r_i^j = \gamma_u) = 1$, а для всех остальных γ_k имеем $p_i^j(r_i^j = \gamma_k) = 0, k = 1, \dots, m, k \neq u$.

Согласно способу их введения, для каждого объекта O_i возможные его оценки r_i (равные $r_i^j = \gamma_k, k = 1, \dots, m$), указанные экспертом $\mathcal{E}_j$, образуют полную группу несовместных событий, поэтому

$$\sum_k p(r_i^j = \gamma_k) = 1, k = 1, \dots, m. \quad (5)$$

Обозначим через μ_j агрегированное мнение коллектива экспертов $O_j, j = 1, \dots, N$, относительно оценки r_i объекта O_i :

$$\mu_j = j\mu_i^j, j = 1, \dots, N. \quad (6)$$

Агрегируя мнение экспертов будем считать, что оценки r_i^j и r_t^j , данные экспертом $\mathcal{E}_j$ объектам O_i, O_t , и оценки r_i^u и r_t^u , данные экспертом $\mathcal{E}_u$ тем же объектам O_i, O_t , являются независимыми в вероятностном смысле:

$$P(r_i^j = \gamma_k, r_t^j = \gamma_w) = P(r_i^j = \gamma_k)P(r_t^j = \gamma_w), \quad (7)$$

$$P(r_i^j = \gamma_k, r_t^u = \gamma_w) = P(r_i^j = \gamma_k)P(r_t^u = \gamma_w); \\ i, t \in 2, \dots, n-1; j, u \in 1, \dots, N; k, w \in 1, \dots, m, \quad (8)$$

так что

$$P(\mu_i^j, \mu_t^u) = P(\mu_i^j)P(\mu_t^u), \quad (9)$$

где $P(\mu_i^j, \mu_t^u)$ – вероятность того, что оба мнения μ_i^j, μ_t^u являются истинными одновременно. Вышесказанное означает отсутствие коррелированности и взаимовлияния мнений экспертов в отношении анализируемых объектов $O_i, i = 1, \dots, n$.

Введем в рассмотрение величину $P(\mathcal{E}_j)$ – вероятность правоты эксперта $\mathcal{E}_j$ (степень доверия лица, принимающего решения (ЛПР) к мнению эксперта $\mathcal{E}_j$):

$$0 \leq P(\mathcal{E}_j) \leq 1, \sum_j P(\mathcal{E}_j) = 1, j = 1, \dots, N, \quad (10)$$

и обозначим через $P(\hat{r}_i = \gamma_k)$ вероятность того, что (согласно агрегированному мнению коллектива экспертов) истинным значением $\hat{r}_i$ является значение γ_k . Примем, что

$$P(\hat{r}_i = \gamma_k) = \sum_j P(\mathcal{E}_j) p_i^j(r_i^j = \gamma_k); k = 1, \dots, m, j = 1, \dots, N_i. \quad (11)$$

Величины $P(\mathcal{E}_j)$ определяются по специальным методикам, учитывающим такие факторы, как компетентность экспертов, их принадлежность к тем или иным научным школам, личный опыт участия в экспертизах, наличие заинтересованности в тех или иных результатах экспертизы и т.д. [3, 4]. Вероятность $p_i^j(r_i^j = \gamma_k)$, $k = 1, \dots, m$, т.е. мнения μ_i^j экспертов $\mathcal{E}_j$ в отношении каждого объекта O_i , $i = 2, \dots, n-1$ должны быть получены от самых экспертов. Вероятностный закон (11) характеризует «разброс» мнений экспертов по поводу величины $\hat{r}_i$. Усредненное мнение $\bar{r}_i$ привлеченной группы экспертов по тому же поводу можно определить, например, как математическое ожидание величины r_i

$$\bar{r}_i = \sum_k \langle \gamma_k \rangle P(\hat{r}_i = \gamma_k); k = 1, \dots, m, i = 2, \dots, n-1. \quad (12)$$

Подставляя найденные значения $\bar{r}_i$ в выражения (4) последовательно находим искомые количественные оценки степени (предпочтения или степени) проявления рассматриваемого свойства у объектов O_i , $i = 1, \dots, n$, основанные на коллективных вербальных оценках привлеченной группы экспертов. Отметим, что значения величин $p_i^j(r_i^j = \gamma_k)$, $k = 1, \dots, m$, для каждого эксперта $\mathcal{E}_j$, $j = 1, \dots, N_i$ в отдельности могут быть найдены с помощью описанного выше метода тернарных сравнений. Методы тернарных сравнений находят применение в широком классе задач. [5-11].

Заключение

Разработка математических моделей предназначенных для формального математического описания предпочтений лиц, принимающих решения (ЛПР), или степени проявления конкретных свойств у объектов рассматриваемой группы, представляется весьма актуальной. Дело в том, что решение большинства прикладных оптимизационных задач даже при наличии самой современной вычислительной техники, как правило, невозможно без личного участия ЛПР. Испытанным средством повышения достоверности информации, получаемой в виде мнений лиц, участвующих в выработке сложных решений, является использование коллективного мнения этих лиц. Именно такая модель агрегирования мнений разных лиц (выраженных в вербальной форме) описана в настоящей работе.

Список литературы

1. Орлов А.И. Прикладная статистика. М.: Экзамен, 2006.

2. Шахнов И.Ф. Квантификация предпочтений, выраженных в вербальной форме // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2013. Т. 79, № 1. С. 77-79.
3. Орлов А.И. Тридцать лет статистики объектов нечисловой природы (обзор) // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2009. Т. 75, № 5. С. 55-64.
4. Орлов А.И. О развитии экспертных технологий в нашей стране // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2010. Т. 76, № 11. С. 64-70.
5. Чебурахин И.Ф., Цурков В.И. Синтез дискретных логических устройств обработки информации на основе теории агентов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 3. С. 27-34.
6. Mironov A.A., Tsurkov V.I. Open transportation models with a minimax criterion // Doklady Mathematics. 2001. Vol. 64, no. 3. P. 374-377.
7. Миронов А.А., Цурков В.И. Замкнутые транспортные модели с минимаксным критерием // Автоматика и телемеханика. 2002. № 3. С. 50-61.
8. Десятчиков А.А., Ковков Д.В., Лобанцов В.В., Маковкин К.А., Матвеев И.А., Мурынин А.Б., Чучупал В.Я. Комплекс алгоритмов для устойчивого распознавания человека // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2006. № 6. С. 119-130.
9. Бондур В.Г., Матвеев И.А., Мурынин А.Б., Трёкин А.Н. Распознавание выгоревших территорий на мультиспектральных изображениях с адаптируемой маской облачности // Известия ЮФУ. Технические науки. 2012. № 6 (131). С. 153-156.

Preference Quantification and Aggregation Verbally Expressed by the Expert Group Members

A.A. Gurchenkov^{1,*}, I.F. Shakhnov²

^{*}challenge2005@mail.ru

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

²Federal Research Center "Informatics and Management"
of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Keywords: quantification, aggregation, expert, group, verbal estimates, ternary comparisons, probability, expectation value

The article deals with the important problem of the development of mathematical methods of processing expert judgments and transferring them into a quantitative form.

In contrast to the traditional methods of paired comparisons this paper suggested the use of the method of ternary comparisons. This method assumes that the analyzed objects are already ranked and numbered in order of preference. For every three standing nearby objects the quantitative measure of local ("ternary") degree of preference of the object occupying the second place is introduced. The unit of measurement is the degree of preference of the first object over the last. Simple qualitative and quantitative scales were developed, which are suggested to be used by the experts to describe their opinions about the desirability of objects in each triplet. The formula for finding the final quantitative assessment of the preference of these objects based on their local estimates, the unit of measurement being the degree of preference of the best object in comparison with the worst in the initial ranking.

The situation was also analyzed, when an assessment is conducted by the team of experts. In this case, it is proposed to calculate for each object the weighted average assessment of the local preferences on the basis of estimates given by each expert. The weight is the "degree of confidence" team leader has to the opinion of each expert. Total quantitative assessment is calculated using the same formula as in the case of an individual expert.

A distinctive feature of the proposed model of experts' assessment is the use of local ternary qualitative and quantitative scales. This approach can significantly simplify the formalization of expert opinions and their subsequent aggregation. The proposed model can be used in various fields of human activity, that use expert judgment: from the evaluation of the flavor of food and drinks to assessing the acceptability of possible policy options or economic decisions.

References

1. Orlov A.I. *Prikladnaya statistika* [Applied statistics]. Moscow, Ekzamen Publ., 2006. (in Russian).
2. Shakhnov I.F. Quantification of the Preferences Expressed in Verbal Form. *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov = Industrial laboratory. Materials diagnostics*, 2013, vol. 79, no 1, pp. 77-79. (in Russian).
3. Orlov A.I. Thirty Years of the Statistics of Non-Numeric Objects (review). *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov = Industrial laboratory. Materials diagnostics*, 2009, vol. 75, no. 5, pp. 55-64. (in Russian).
4. Orlov A.I. On the Development of Expert Technology in Our Country (review). *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov = Industrial laboratory. Materials diagnostics*, 2010, vol. 76, no. 11, pp. 64-70. (in Russian).
5. Cheburakhin I.F., Tsurkov V.I. Syntheses Discrete Logical Device Information Handling on Base of the Theories Agent. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie = Mechatronics, Automation, Control*, 2011, no. 3, pp. 27-34. (in Russian).
6. Mironov A.A., Tsurkov V.I. Open transportation models with a minimax criterion. *Doklady Mathematics*, 2001, vol. 64, no. 3, pp. 374-377.
7. Mironov A.A., Tsurkov V.I. Closed transportation models with minimax criterion. *Avtomatika i telemekhanika*, 2002, no. 3, pp. 50-61. (English version of journal: *Automation and Remote Control*, 2002, vol. 63, no. 3, pp. 388-398. DOI: [10.1023/A:1014794115686](https://doi.org/10.1023/A:1014794115686)).
8. Desyatchikov A.A., Kovkov D.V., Lobantsov V.V., Makovkin K.A., Matveev I.A., Murynin A.B., Chuchupal V.Ya. A system of algorithms for stable human recognition. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Teoriya i sistemy upravleniya*, 2006, no. 6, pp. 119-130. (English version of journal: *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2006, vol. 45, no. 6, pp. 958-969. DOI: [10.1134/S1064230706060116](https://doi.org/10.1134/S1064230706060116)).
9. Bondur V.G., Matveev I.A., Murynin A.B., Trekin A.N. Recognition of burned areas in multispectral images using adaptive cloud mask. *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki = Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*, 2012, no. 6, pp. 153-156. (in Russian).