

УДК 67.02, 004.942, 519.178

Комбинаторные модели для сборки и декомпозиции изделий

Божко А. Н.^{1,*}

[*abozhko@inbox.ru](mailto:abozhko@inbox.ru)

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В работе обсуждаются наиболее популярные комбинаторные модели, которые используются для синтеза проектных решений на этапе технологической подготовки сборочного производства. Показано, что отношения деталей в процессе сборки изделия можно представить в виде некоторой структуры предпочтений, которая формируется на основе объективных конструкторских ограничений, заложенных в изделие на этапе проектирования. Данная структура предпочтений представляет собой бинарное отношение предпорядка. Его симметричная часть представляет собой эквивалентность и описывает вхождение деталей в сборочные единицы. Асимметричная часть является частичным порядком и задает временное упорядочение деталей в процессе сборки. Этот предпорядок представляет собой минимальное описание отношений деталей изделия в процессе сборки. Он может быть использован для генерации множества допустимых альтернатив в задачах выбора рациональных последовательностей сборки и схем разбиения на сборочные единицы.

Ключевые слова: сборка, последовательность сборки, сборочная единица, задача принятия решений, бинарное отношение, предпорядок, эквивалентность, нестрогий порядок, частичный порядок

Проблема автоматизированного проектирования процесс а сборки технических систем является одной из самых важных и сложных в технологической подготовке машиностроительного и приборостроительного производства. В наше время актуальность этой задачи возрастает в связи с широким внедрением гибких автоматизированных и роботизированных производств, в которых большая часть технологических проектных решений принимается в автоматическом режиме или с минимальным участием человека.

Введение

Первые работы в этой области были выполнены в семидесятых годах прошлого века профессором В.В. Павловым и его учениками [20,21]. Важные результаты были получены следующими исследователями: A. Bourjault [4], T. De Fazio [1], L. Homem de Mello [6,15], A. Lambert [9,10], J-C. Latombe [3,8,18], S. Lee [11,12], T. Lozano-Rerez [13,14], D. Whitney [1,16], R. Wilson [17,18], J. Wolter [19], A. Sanderson [15]. Несмотря на то, что массив публикаций насчитывает несколько сотен и продолжает интенсивно

пополняться [2], проблема автоматизированного проектирования процесса сборки далека от своего завершения. В англоязычной литературе это направление исследований называется Assembly process planning (APP) или Computer aided assembly planning (CAAP). По сходству подходов и используемого математического аппарата все методы автоматизированного проектирования процессов сборки можно разделить на пять групп, как изображено на рис. 1 [2,4].



Рис. 1. Методы автоматизированного проектирования сборочных процессов

Перемещение детали (сборочной единицы) на позицию сборки можно рассматривать как задачу управления роботом в среде с препятствиями, которые образует собранный фрагмент изделия. Поэтому для проектирования последовательности сборки и сборочных траекторий можно использовать математические модели и вычислительные алгоритмы раздела информатики, который занимается программированием перемещений роботов (Motion planning) [13,14]. Эти методы входят в пятую группу классификации (см. рис. 1). В них полагается, что устанавливаемая деталь – это точка в конфигурационном пространстве, которую следует переместить в служебное положение, избегая столкновений с запрещенными областями, которые образуют собранный фрагмент изделия и элементы технологической системы (приспособления, установки, стенды и пр.). Применение данных методов для проектирования сборки даже сравнительно простых изделий связано с обработкой конфигурационного пространства очень высокой размерности, поэтому в этой области используются, как правило, приближенные (эвристические, генетические, бионические, стохастические и др.) алгоритмы поиска решений.

В исследованиях четвертой группы проектирование процесса сборки рассматривается как задача искусственного интеллекта. Задана статическая конфигурация,

представленная в виде набора утверждений, записанных на языке логики или представленных фрагментом семантической сети. Требуется вывести такую последовательность действий сборочного робота, которая достигает целевого состояния и не нарушает ни одно из ограничений. Еще в ранних работах по искусственному интеллекту показана состоятельность этого подхода на примере предельно упрощенных конструкций из мира кубиков. Применение данной парадигмы к реальным изделиям затруднительно, поскольку требует громадной вычислительной мощности решателя и больших усилий на формализацию множества ограничений (геометрических, размерных, структурных и пр.).

В группе геометрических методов задача сборки рассматривается как частный случай задачи анализа столкновений (Collision Detection), когда требуется найти траекторию перемещаемой детали, свободную от столкновений со статическим фрагментом сцены. Методы анализа столкновений эффективно применяются в современных симуляторах и играх. Попытка перенести полученные результаты в область проектирования процессов сборки влечет за собой трудноразрешимые проблемы. Во-первых, изделия машиностроения и приборостроения, как правило, отличаются от игровых и других сцен существенно более сложной геометрией. Во-вторых, моделирование игровых ситуаций не требует такой высокой точности, каковая необходима в процессе синтеза допустимой сборочной траектории.

Интерактивные методы – это такие методы, где основным источником проектной информации служит не чертеж или трехмерная модель изделия, а эксперт или лицо принимающее решение. Большая часть методов этого класса построена по принципу «generate and test» [2]. По некоторой системе ограничений (чаще всего это связи между деталями) строится допустимая последовательность сборки (или ее фрагмент), которая предъявляется для экспертной оценки на предмет технологической корректности или производственной рациональности. Этот подход имеет общие для всех человеко-машинных процедур недостатки: низкий уровень автоматизации и высокая доля ручного труда.

Методы проектирования сборочных процессов всех остальных групп классификации извлекают данные о собираемости и расчленяемости изделия из его конструктивно-технологических свойств, зафиксированных в комплекте конструкторской документации или трехмерной компьютерной модели. Для этого используются разнообразные методики, основанные на структурных (графы, гиперграфы, сети Петри, таблицы и пр.) и геометрических моделях изделия, а также интерактивные экспертные процедуры.

Вне зависимости от техники генерации множества допустимых последовательностей сборки (собираемость) и схем разбиения на сборочные единицы (расчленяемость), эти данные следует представить в виде некоторой компактной модели, которая допускает эффективный выбор рациональных проектных решений, после получения дополнительных сведений об условиях сборки, эксплуатации или ремонта изделия. Перечислить все альтернативы в явном виде не возможно, поскольку их количество

увеличивается по экспоненте с ростом числа деталей. Актуальное представление этих множеств не возможно в силу экспоненциального роста их мощности в зависимости от числа деталей. Рассмотрим способы описания собираемости и расчленяемости изделий, получившие наибольшее распространение в современных СААР-системах.

Диаграмма сборочных последовательностей

Диаграмма сборочных последовательностей (assembly sequence diagram) предложена А. Bourjault в 1987 году [4]. Этот носитель формируется на основе экспертного анализа механической структуры изделия, представленной в виде графа связей (liason diagram). Граф связей $G = (X, D)$, где $X = \{x_i\}_{i=1}$ множество вершин соответствует деталям, а ребро $d = \{x_k, x_l\} \in D$ тогда и только тогда, когда на детали x_k и x_l наложена механическая (соединение или сопряжение) или размерная (при косвенном базировании) связь (рис. 2).

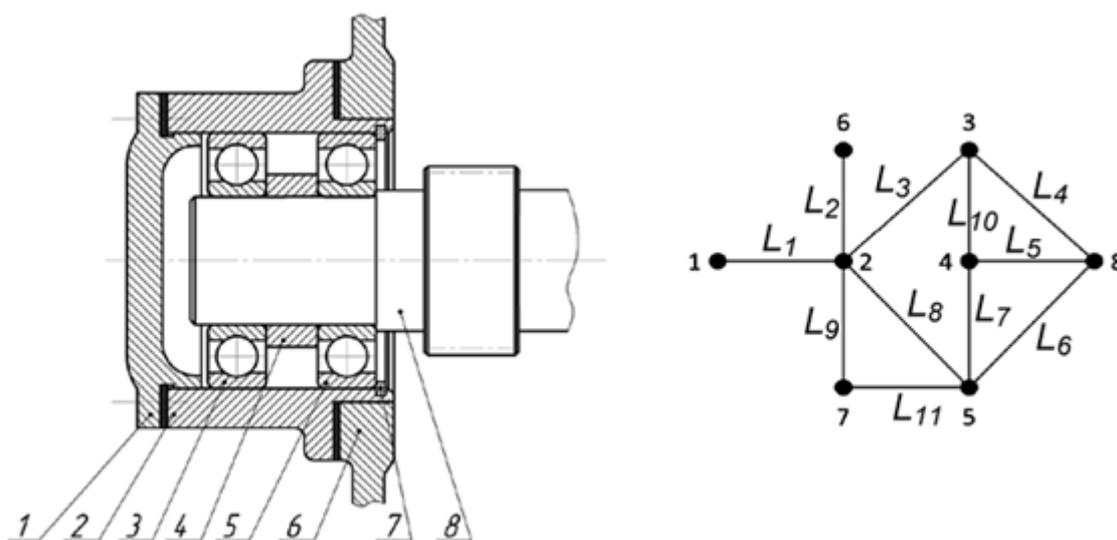


Рис. 2. Узел крепления вала и ее граф связей (liason diagram) этой конструкции

Граф связей предлагается для оценки лицу принимающему решение. Он анализирует пары связей (не вершин, что важно) и выносит заключение о существовании или отсутствии отношения предшествования в процессе сборки. В этом методе не выполняются специальные проектные операции по моделированию геометрии деталей. Все дополнительные ограничения на сборку (геометрические, размерные, технологические и пр.) опосредуются ЛПР и учитываются в виде порядковых отношений на множестве связей. Так для конструкции на рис. 2 предшествование связей задается следующими выражениями $L_6 \rightarrow L_7 \wedge L_5, L_5 \rightarrow L_4 \wedge L_{10}, L_4 \rightarrow L_3$. Первые два правила задают геометрические ограничения, третье правило сформулировано на по критерию технологичности сборки.

На основе экспертных данных, полученных ЛПР, строится так называемая диаграмма последовательностей сборки. Вершина этой диаграммы служат таблицы, в которых

ячейки соответствуют связям графа $G = (X, D)$. Белый цвет ячейки помечает нереализованную связь, черный цвет – реализованную связь, серый прямоугольник означает неиспользуемую клетку таблицы. Элементы соседних уровней соединяются ребром тогда и только тогда, когда между реализованные связи верхнего уровня представляют собой подмножество реализованных связей нижнего уровня. Очевидно, что любой путь из верхней вершины диаграммы в нижнюю дает описание некоторой допустимой последовательности сборки с разбиением на сборочные единицы или без него (рис.3).

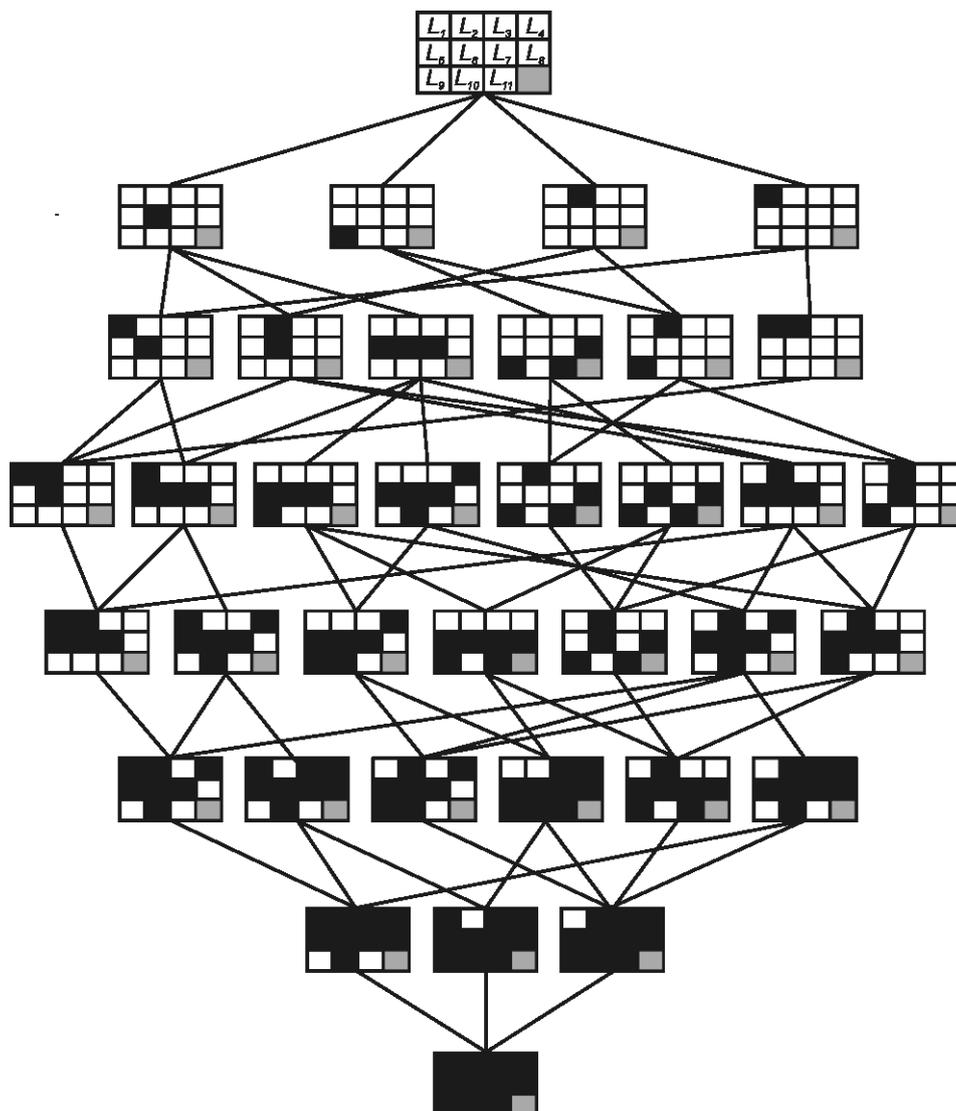


Рис. 3. Диаграмма сборочных последовательностей конструкции крепления вала

Большим недостатком описанного метода является процедура опроса ЛПР, в общем случае требующая попарного сравнения всех связей изделия. В нескольких работах, основанных на данном подходе, предложены способы сокращения количества обращений к эксперту за счет оптимизации процедуры и учета логических закономерностей. Самый известный метод этого типа разработан D. E. Whitney [1,16].

Представление в виде И – ИЛИ-графа

Еще один популярный способ описания данных о собираемости и расчленяемости изделия, предложенный в [6], основан на формализме И – ИЛИ-графов (альтернативных графов). Основные соглашения этого подхода состоят в следующем. Корневая вершина И – ИЛИ-графа описывает собранное изделие, листья соответствуют деталям, И-вершины представляют сборочные единицы (СЕ) разных уровней иерархии, а ИЛИ-вершины задают альтернативные варианты разбиения на сборочной единицы высшего уровня на более простые СЕ. Дуги альтернативного графа задают вхождение сборочных единиц и деталей в элементы высших уровней.

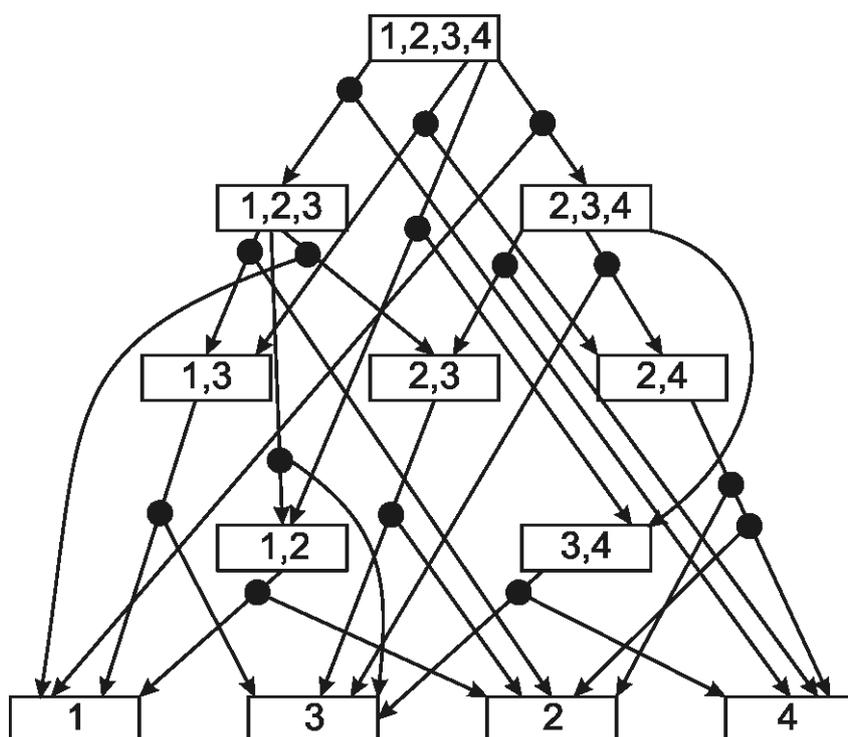


Рис. 4. Представление сборочной структуры фонарика в виде И – ИЛИ-графа

На рис. 4 изображена сборочная структура фонарика, представленная в виде И – ИЛИ-графа. Кванторы объединения (И, AND) обозначены на этом рисунке кружками черного цвета. Это простое изделие состоит из крышки корпуса (1), корпуса (2), батарейки (3) и головной части(4).

Аппарат И – ИЛИ-деревьев активно используется в исследованиях по искусственному интеллекту и структурному синтезу. В этих задачах решением является подграф (решающий подграф), который соединяет корневую вершину с подмножеством висячих вершин. Для поиска решающих подграфов применяется вычислительная процедура, которая называется алгоритм АО*. Этот алгоритм можно использовать и для поиска сборочных проектных решений. Любой решающий подграф сборочной структуры,

представленной в виде И – ИЛИ-графа, несет информацию о допустимых последовательностях сборки изделия и способах его разбиения на сборочные единицы разных уровней иерархии.

В исследованиях по автоматизации проектирования предложено несколько различных процедур генерации сборочной структуры изделия в форме И – ИЛИ-графа. Самой известной является техника, основанная на разрезании графа связей изделия $G = (X, D)$ [15]. Разрезание заключается в поиске связного подграфа $G' \subseteq G$ и отбрасывании ребер, которые связывают вершины G' с вершинами дополнения $G \setminus G'$. Такие подмножества служат кандидатами на обретение статуса сборочных единиц. Эксперт должен проанализировать все разрезания и отбраковать те из них, которые нарушают конструктивные и технологические условия существования СЕ.

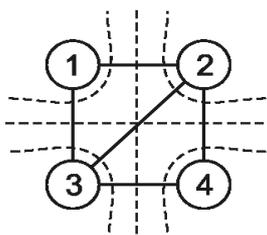


Рис. 5. Разрезания графа связей фонарика

На рис. 5 показан граф связей фонарика и все допустимые разрезания, которые изображены на этом рисунке пунктирными линиями. Следует отметить, что представление сборочной структуры в виде И – ИЛИ-графа является универсальным и может сочетаться с другими процедурами синтеза данных о собираемости и расчленяемости изделия. К недостаткам данного подхода можно отнести высокую комбинаторную сложность носителя. Множество вершин И – ИЛИ-графа растет по экспоненте в зависимости от числа деталей изделия. Даже для сравнительно простых технических систем (несколько десятков деталей) это объект невозможно изобразить на экране, а его матричное или списочное представление требует значительных вычислительных ресурсов для хранения и обработки.

Сетевая модель

Сети Петри представляют собой удобное средство описания дискретных асинхронных процессов различной физической природы. Поведение изделия в процессе сборки можно рассматривать как частный случай такого сорта процессов и описать в сетевых терминах. Первые исследования в этом направлении выполнены в конце прошлого столетия. В наше время аппарат сетей Петри (классических, раскрашенных, темпоральных, иерархических и др.) активно используется для моделирования сборочных роботов и процесса сборки технических систем [16].

Рассмотрим основные соглашения, которые принимаются при создании сетевой модели собираемого изделия. Сеть Петри представляет собой вектор (P, T, I, O) , в котором

$P=\{p_1,p_2,\dots,p_n\}$ – множество позиций, $T=\{t_1,t_2,\dots,t_m\}$ – множество переходов, $I : T \rightarrow P^n$ – входная функция, $O : T \rightarrow P^n$ – выходная функция, кроме того $P \cap T = \emptyset$.

Позиции $P=\{p_1,p_2,\dots,p_s,\dots,p_n\}$ задают допустимые состояния изделия в процессе сборки и/или разборки. Позиции с номерами p_1,p_2,\dots,p_s соответствуют деталям, p_s – изделию в сборе, а n представляет собой максимальное число различных состояний, которое может иметь изделие в процессе сборки. Если изделие состоит из s деталей, то $n < 2^s$. Переходы $T=\{t_1,t_2,\dots,t_m\}$ описывают операции сборки/разборки. Для любых

$$t_i \in T, p_j \in P, \\ \#(p_j, I(t_i)) \in \{0,1\}, \#(p_j, O(t_i)) \in \{0,1\}$$

то есть сеть, описывающая сборочный процесс, является ординарной. Начальная маркировка $\mu : P \rightarrow N$ заключается в размещении ровно одной фишки в каждую позицию, соответствующую детали изделия, то есть $\mu(p_i) = 1, i = \overline{1, s}; \mu(p_i) = 0, i = \overline{s+1, n}$. Сборочный процесс может быть представлен как последовательность срабатываний переходов, которая переводит начальную разметку сети $(1,1,\dots,1,0,\dots,0)$ в разметку $(0,0,\dots,0,0,\dots,1)$.

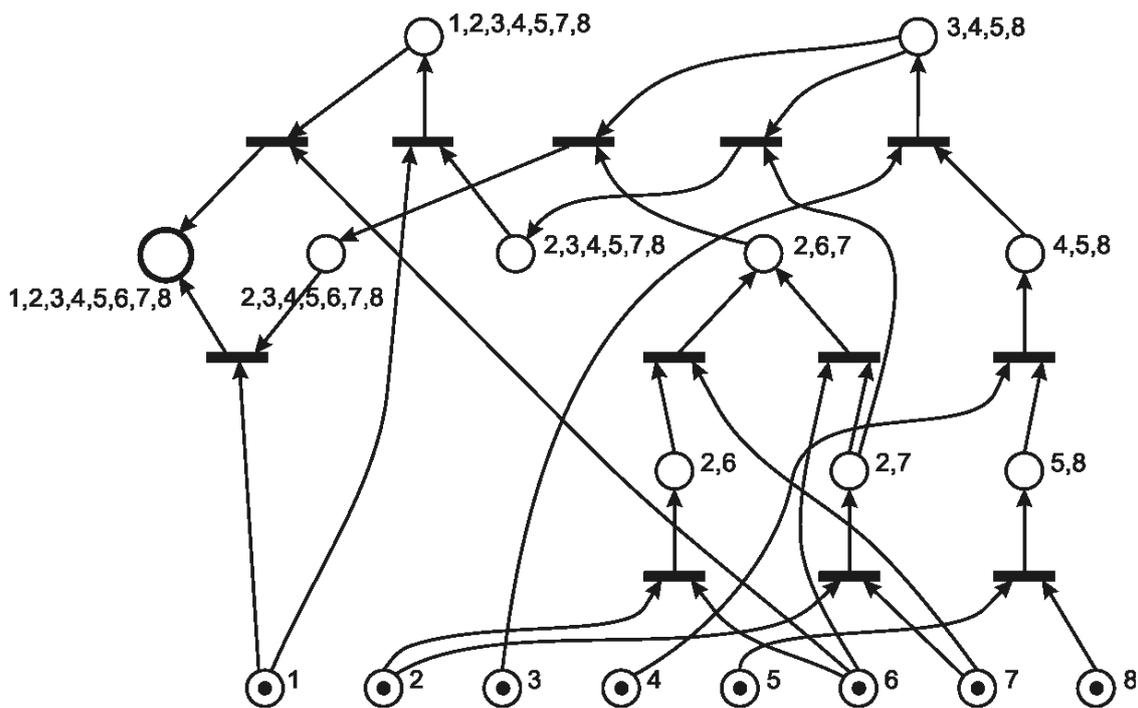


Рис.6. Сеть Петри узла крепления вала и ее начальная разметка

На рис. 6 изображена сеть Петри, которая описывает варианты сборки узла крепления вала (рис. 2), и начальная разметка этой сети. Позиция 1,2,3,4,5,6,7,8 соответствует собранному изделию, это единственная позиция сети, которая не имеет исходящих дуг.

Чтобы изображение сети осталось доступным для восприятия, на рис. 6 не показаны переходы и связи, описывающие операции разборки. Пример такой модели для небольшого подузла, состоящего из деталей с номерами 4,5,8, представлен на рис. 7.

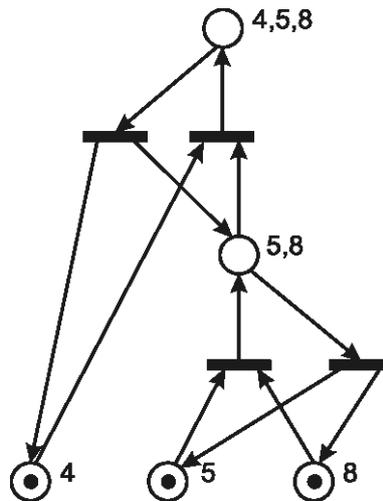


Рис. 7. Сеть Петри с переходами, описывающими операции сборки и разборки подузла

Сетевая модель требует описания всех состояний изделия в процессе сборки, сборочных операций, а также связей между ними. Это приводит к катастрофическому увеличению размерности модели по мере роста числа деталей. Кроме того, описанный аппарат не позволяет дать прямое определение такого важнейшего проектного решения, как разбиение на сборочные единицы, в сетевых терминах. Для этого приходится привлекать дополнительные графовые понятия и вычислительные алгоритмы.

Модель принятия решений

Последовательность сборки изделия и схема разбиения его на сборочные единицы – это «генетически» близкие проектные решения. Необходимые условия их существования зависят от общих конструкторских (геометрических, структурных, размерных, кинематических и др.) свойств изделия. Будем считать, что данные проектные решения порождаются некоторой общей структурой предпочтений, определенной на множестве деталей изделия $X = \{x\}^n$. Эта структура является не мнением ЛППР, как во многих задачах принятия решений, а существует объективно и представляет собой опосредованное выражение реальных технических связей и ограничений, заложенных конструктором на этапе проектирования изделия.

Введем несколько определений из теории принятия решений [22,23]. Бинарное отношение $\tau \subseteq A \times A$ называется отношением предпочтения, если оно рефлексивно, то есть $\forall a \in A \ a \tau a$. Это отношение индуцирует на множестве A два порожденных отношения: доминирования γ и безразличия β . Эти отношения задаются следующим образом: $\beta = \tau \cap \tau^{-1}$, $\gamma = \tau \setminus \beta$ то есть β представляет собой симметричную часть τ , а γ – антисимметричную часть родительского отношения предпочтения. Кроме того,

справедливы соотношения $\tau = \beta \cup \gamma, \beta \cap \gamma = \emptyset$. Отношение доминирования описывает превосходство объектов и обладает свойствами рефлексивности и антисимметричности, отношение безразличия задает сходство, подобие, близость альтернатив и является рефлексивным и симметричным. Пара (γ, β) задает структуру доминирования-безразличия на множестве A . Эта структура служит равносильным способом описания отношения предпочтения τ , поэтому можно записать $\tau = (\gamma, \beta)$.

Бинарное отношение $\delta \subseteq A \times A$ называется транзитивным, если $a\delta b, b\delta c \Rightarrow a\delta c, a, b, c \in A$. Структура доминирования-безразличия (γ, β) называется транзитивной, если γ и β транзитивны как бинарные отношения и доминирование γ транзитивно относительно безразличия β , то есть $a\gamma b, b\beta c \Rightarrow a\gamma c$ и $a\gamma b, a\beta c \Rightarrow c\gamma b$. Транзитивная структура доминирования-безразличия задает отношение предпочтения $\tau = \gamma \cup \beta$, которое в теории принятия решений называется предпорядком или квазипорядком.

Факторизацией называется перенос структуры отношения с одного множества на другое. Пусть на множестве A задано бинарное отношение δ и отношение эквивалентности ε . Эквивалентность ε задает разбиение A на непересекающиеся классы $C = \{C_i\}, \bigcup_i C_i = A, C_i \cap C_j = \emptyset \forall C_i, C_j \in C$. На фактор-множестве A/ε можно определить фактор-отношение δ/ε следующим образом: $(C_i, C_j) \in \delta/\varepsilon \Leftrightarrow (a, b) \in \delta$ для некоторых $a \in C_i, b \in C_j$.

Будем считать, что отношения деталей в процессе сборки изделия описываются некоторой структурой предпочтений $\tau \subseteq X \times X$, заданной на множестве $X = \{x\}_{i=1}^n$. Условимся, что она обладает свойством рефлексивности. Поскольку τ описывает упорядоченность деталей в процессе сборки и вхождение в сборочные единицы, она должна обладать свойством транзитивности. Таким образом, структура предпочтений τ является отношением предпорядка.

1. Отношение безразличия $\beta = \tau \cap \tau^{-1}$ предпорядка τ обладает свойствами рефлексивности симметричности и транзитивности, поэтому является отношением эквивалентности. Эквивалентность β разбивает множество деталей X на непересекающиеся классы – сборочные единицы.
2. Отношение доминирования $\gamma = \tau \setminus \beta$ – это рефлексивное антисимметричное и транзитивное отношение, то есть представляет собой нестрогий частичный порядок на множестве X . Частичный порядок γ описывает временную упорядоченность деталей при сборке изделия без предварительного разбиения на сборочные единицы.
3. Факторизация предпорядка τ по его симметричной части β дает отношение нестрога частичного порядка на фактор-множестве τ/β . Этот частичный порядок представляет собой описание сборки изделия с предварительным разбиением на сборочные единицы.

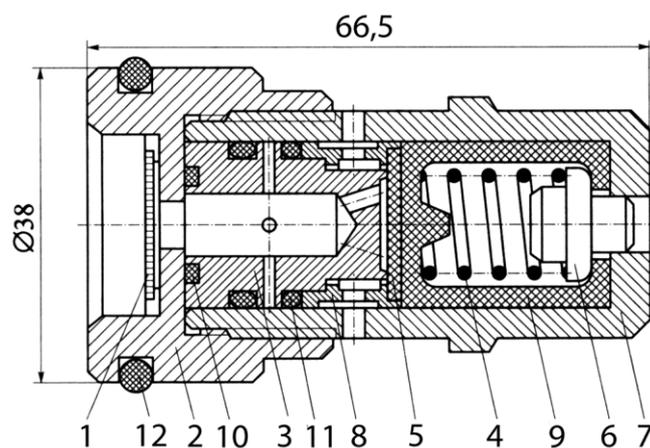


Рис. 8. Конструкция предохранительного гидроклапана

Номера на этом рисунке означают: 1 – фильтр; 2 – корпус; 3 – седло; 4 – пружина; 5 – мембрана; 6 – клапан; 7 – штуцер; 8 – подвижное кольцо; 9 – баллон; 10 – резиновое кольцо; 11 – резиновое кольцо; 12 – резиновое кольцо.

Рассмотрим в качестве примера конструкцию предохранительного гидроклапана (рис. 8.). Восстановим структуру предпочтений этого изделия по схемам общей и узловой сборки, которые показаны на рис. 9.

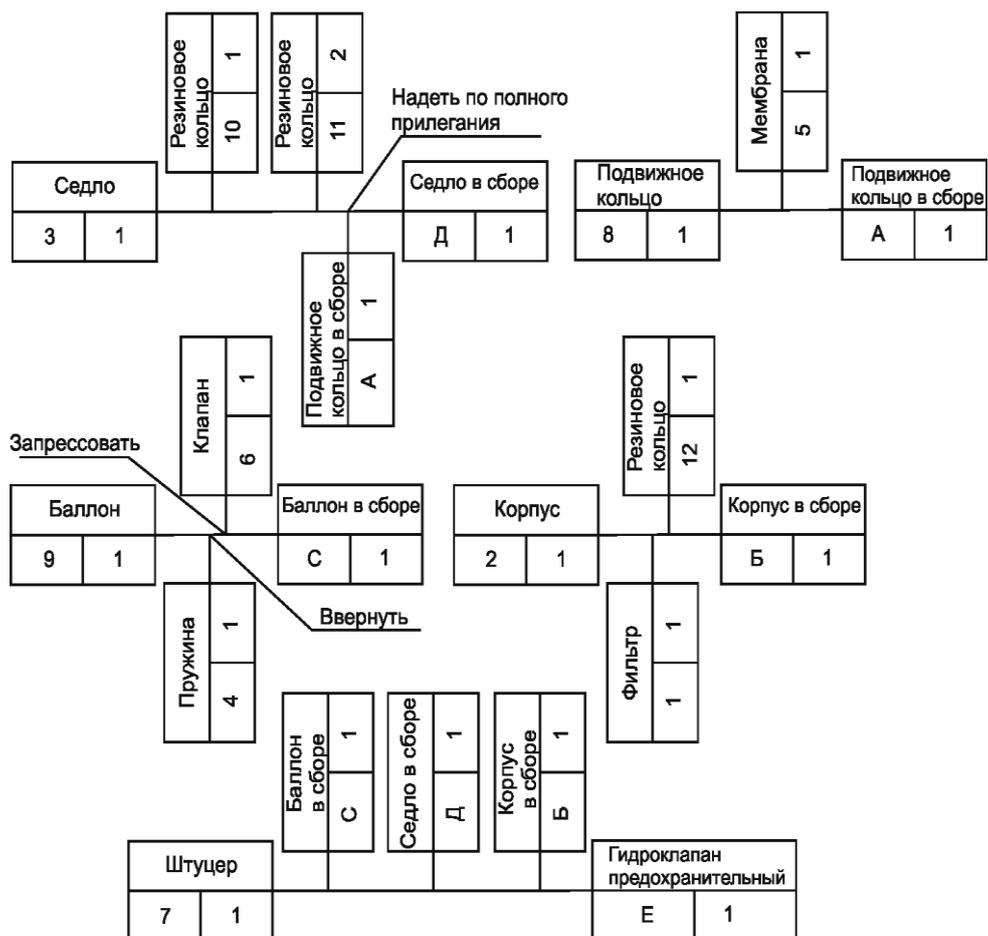


Рис. 9. Схемы сборки гидроклапана и его узлов

На рис. 10 показаны бинарные отношения, которые формируют структуру предпочтений τ гидроклапана. Классы эквивалентности, образующие сборочные единицы гидроклапана, показаны отдельно (А – Д), чтобы не усложнять восприятие изображения. Порядковое фактор-отношение (Е) описывает общую сборку гидроклапана из сборочных единиц (А – Д) и детали 7.

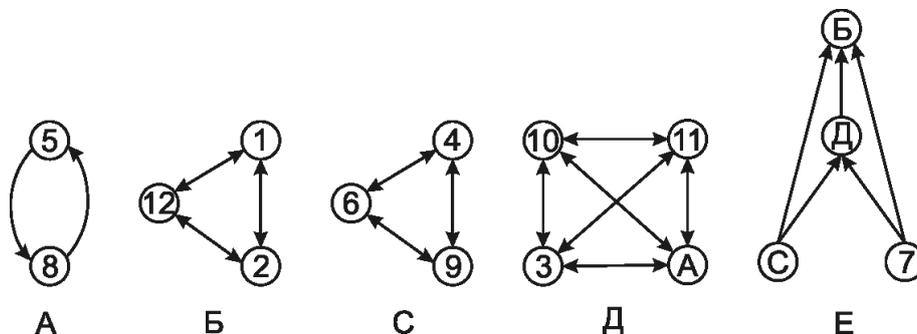


Рис. 10. Структура предпочтений предохранительного клапана

На рис. 11. представлены отношения доминирования для каждой сборочной единицы А – Д и всего изделия Е. Все эти отношения заданы в форме диаграммы Хассе, когда вершина a расположена выше вершины b и соединена с ней ребром тогда и только тогда, когда $a \geq b$ и не существует c такого, что $a \geq c \geq b$

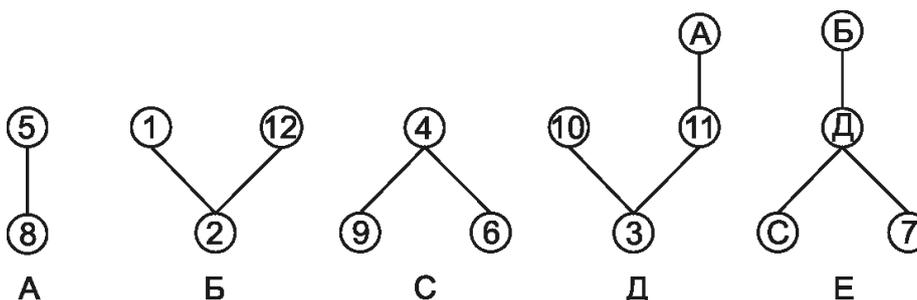


Рис. 11. Отношения доминирования сборочных единиц А – Д и гидроклапана Е

Итак, бинарное отношение предпорядка, определенное на множестве деталей изделия, дает адекватное и экономное описание взаимосвязи конструктивных элементов (деталей и сборочных единиц) в процессе сборки. Эта модель представляет расчленяемость и собираемость изделия, которые являются разными формами представления одних конструктивных сущностей, в общих порядковых терминах. Расчленяемость описывается как симметрическая часть отношения предпорядка и представляет собой отношение эквивалентности на множестве деталей изделия. Собираемость представляется в виде фактор-отношения на множестве классов эквивалентности и является, в общем случае, отношением частичного порядка. Частичный порядок порождает несколько согласованных с ним линейных порядков, где доупорядочение несравнимых пар выполняется по известным комбинаторным правилам.

Неполнота отношений доминирования, описывающих временную упорядоченность деталей при сборке изделий и узлов, дает технологу определенные преимущества во многих проектных ситуациях.

1. Частичный порядок порождает множество согласованных с ним линейных порядков, которые служат элементами исходного множества альтернатив для оптимального выбора по дополнительным (технологическим, производственным, экономическим и др.) критериям.
2. Эта множественность повышает вероятность рационального выбора в условиях неопределенности, при непредсказуемых изменениях свойств технологической или производственной систем.
3. Неполнота отношения доминирования дает основания для проведения дополнительной экспертизы и более глубокого изучения проектной ситуации. Операционное поле этого исследования ограничивается совокупностью всех несравнимых элементов частичного порядка. Можно предложить различные стратегии обработки несравнимых элементов, например выбор наиболее информативных пар сравнение которых в наибольшей степени линеаризует исходный частичный порядок.

Выводы

1. Рассмотрены наиболее популярные комбинаторные модели, которые используются для синтеза проектных решений на этапе технологической подготовки сборочного производства.
2. Показано, что отношения деталей в процессе сборки изделия можно представить в виде некоторой структуры предпочтений, которая формируется на основе объективных конструкторских ограничений, заложенных в изделие на этапе проектирования.
3. Данная структура предпочтений представляет собой бинарное отношение предпорядка. Его симметричная часть представляет собой эквивалентность и описывает вхождение деталей в сборочные единицы. Асимметричная часть является частичным порядком и задает временное упорядочение деталей в процессе сборки.
4. Структура предпочтений представляет собой минимальное описание ограничений и принуждений в процессе сборки. Она может служить источником для генерации множества последовательностей сборки изделия и его узлов, которые допускает конструкция. Эти последовательности формируют исходное множество альтернатив для выбора рационального решения по дополнительным критериям.

Список литературы

1. De Fazio T.L., Whitney D.E. Simplified generation of all mechanical assembly sequences // IEEE Journal of Robotics and Automation. 1987. Vol. 3, no. 6. P. 640-658. DOI: [10.1109/JRA.1987.1087132](https://doi.org/10.1109/JRA.1987.1087132)
2. Ghandi S., Masehian El. Review and taxonomies of assembly and disassembly path planning problems and approaches // Computer-Aided Design. 2015. Vol. 67-68. P. 58-86. DOI: [10.1016/j.cad.2015.05.001](https://doi.org/10.1016/j.cad.2015.05.001)
3. Goldwasser M., Latombe, J.-C., Motwani R. Complexity measures for assembly sequences // Proceedings 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Vol. 2. IEEE Publ., 1996. P. 1851-1856. DOI: [10.1109/ROBOT.1996.506981](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1996.506981)
4. Henrioud J.M., Bonneville F., Bourjault A. Evaluation and selection of assembly plans // Advances in Production Management Systems. 1991. P. 489-496. DOI: [10.1016/B978-0-444-88919-5.50055-X](https://doi.org/10.1016/B978-0-444-88919-5.50055-X)
5. Hermansson T, Bohlin R., Carlson J.S., Söderberg R. Automatic assembly path planning for wiring harness installations // Journal of Manufacturing Systems. 2013. Vol. 32, no. 3. P. 417-422. DOI: [10.1016/j.jmsy.2013.04.006](https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2013.04.006)
6. Homem de Mello L., Sanderson A. Planning repair sequences using the AND/OR graph representation of assembly plans // Proceedings 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Vol. 3. IEEE Publ., 1988. P. 1861-1862. DOI: [10.1109/ROBOT.1988.12341](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1988.12341)
7. Hui C., Yuan L., Kai-Fu Z. Efficient method of assembly sequence planning based on GAAA and optimizing by assembly path feedback for complex product // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2009. Vol. 42, no. 11. P. 1205-1205. DOI: [10.1007/s00170-008-161-8](https://doi.org/10.1007/s00170-008-161-8)
8. Kavraki L.E., Latombe J.-C., Wilson R.H. On the Complexity of Assembly Partitioning // Information Processing Letters. 1993. Vol. 48, no. 5. P. 229-235. DOI: [10.1016/0020-0190\(93\)90085-n](https://doi.org/10.1016/0020-0190(93)90085-n)
9. Lambert A.J.D. Disassembly sequencing: A survey // International Journal of Production Research. 2003. Vol. 41, no. 16. P. 3721-3759. DOI: [10.1080/0020754031000120078](https://doi.org/10.1080/0020754031000120078)
10. Lambert A.J.D. Optimal disassembly of complex products // International Journal of Production Research. 1997. Vol. 35, no. 9. P. 2509-2524. DOI: [10.1080/002075497194633](https://doi.org/10.1080/002075497194633)
11. Lee S., Shin Y. Assembly planning based on geometric reasoning // Computers & Graphics. 1990. Vol. 14, no. 2. P. 237-250. DOI: [10.1016/0097-8493\(90\)90035-V](https://doi.org/10.1016/0097-8493(90)90035-V)
12. Lee S., Shin Y. Assembly planning based on subassembly extraction // Proceedings 1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Vol. 3. IEEE Publ., 1990. P. 1606-1611. DOI: [10.1109/ROBOT.1990.126239](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1990.126239)

13. Lozano-Perez T., Wilson R.H. Assembly sequencing for arbitrary motions // Proceedings 1993 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Vol. 2. IEEE Publ., 1993. P.527-532. DOI: [10.1109/ROBOT.1993.291904](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1993.291904)
14. Lozano-Perez T. Spatial Planning: A Configuration Space Approach // IEEE Transactions on Computers. 1983. Vol.C-32, no. 2. P.108-120. DOI: [10.1109/TC.1983.1676196](https://doi.org/10.1109/TC.1983.1676196)
15. Sanderson A., Homem de Mello L., Zhang H. Assembly sequence planning // AI Magazine. 1990. Vol.11, no. 1. P.62-81. DOI: [10.1609/aimag.v11i1.824](https://doi.org/10.1609/aimag.v11i1.824)
16. Whitney D.E. Mechanical Assemblies: Their Design, Manufacture, and Role in Product Development. New York: Oxford University Press, 2004. 518 p.
17. Wilson R., Latombe J.-C. Geometric Reasoning about Mechanical Assembly // Artificial Intelligence. 1994. Vol.71, no. 2. P.371-396. DOI: [10.1016/0004-3702\(94\)90048-5](https://doi.org/10.1016/0004-3702(94)90048-5)
18. Wilson R.H., Kavraki L.E., Latombe J.C., Lozano-Perez T. Two-Handed Assembly Sequencing // International Journal of Robotics Research. 1995. Vol. 14, no. 4. P. 335-350. DOI: [10.1177/027836499501400403](https://doi.org/10.1177/027836499501400403)
19. Wolter J.D. On the automatic generation of assembly plans // Proceedings 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Vol. 1. IEEE Publ., 1989. P. 62-68. DOI: [10.1109/robot.1989.99968](https://doi.org/10.1109/robot.1989.99968)
20. Павлов В.В. Математическое обеспечение САПР в производстве летательных аппаратов. М.: МФТИ, 1978. 68 с.
21. Павлов В.В. Основы автоматизации проектирования технологических процессов сборки. М.: Изд-во МАТИ, 1975. 97 с.
22. Розен В.В. Цель – оптимальность – решение (математические модели принятия оптимальных решений). М.: Радио и связь, 1982. 168 с.
23. Юдин Д.Б. Вычислительные методы теории принятия решений. М.: Наука, 1989. 320 с.

Combinatorial Models for Assembly and Decomposition of Products

A.N. Bojko^{1,*}

* abozhko@inbox.ru

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: the assembly, assembly sequence, assembly unit, the task of decision-making, a binary relation, preorder, equivalence, non-strict order, partial order

The paper discusses the most popular combinatorial models that are used for the synthesis of design solutions at the stage of the assembly process flow preparation. It shows that while assembling the product the relations of parts can be represented as a structure of preferences, which is formed on the basis of objective design restrictions put in at the stage of the product design. This structure is a binary preference relation pre-order. Its symmetrical part is equivalence and describes the entry of parts into the assembly unit. The asymmetric part is a partial order. It specifies part- ordering time in in the course of the assembly process. The structure of preferences is a minimal description of the restrictions and constraints in the assembly process. It can serve as a source for generating multiple assembly sequences of a product and its components, which are allowed by design. This multiplicity increases the likelihood of rational choice under uncertainty, unpredictable changes in the properties of technological or industrial systems.

Incomplete dominance relation gives grounds for further examination and better understanding of the project situation. Operation field of the study is limited to a set of disparate elements of the partial order. Different strategies for processing the disparate elements may be offered, e.g. selection of the most informative pairs, comparison of which foremost linearizes the original partial order.

References

1. De Fazio T.L., Whitney D.E. Simplified generation of all mechanical assembly sequences. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 1987, vol. 3, no. 6, pp. 640-658. DOI: [10.1109/JRA.1987.1087132](https://doi.org/10.1109/JRA.1987.1087132)
2. Ghandi S., Masehian El. Review and taxonomies of assembly and disassembly path planning problems and approaches. *Computer-Aided Design*, 2015, vol. 67-68, pp. 58-86. DOI: [10.1016/j.cad.2015.05.001](https://doi.org/10.1016/j.cad.2015.05.001)

3. Goldwasser M., Latombe, J-C., Motwani R. Complexity measures for assembly sequences. *Proceedings 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Vol. 2.* IEEE Publ., 1996, pp. 1851-1856. DOI: [10.1109/ROBOT.1996.506981](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1996.506981)
4. Henrioud J.M., Bonneville F., Bourjault A. Evaluation and selection of assembly plans. *Advances in Production Management Systems*, 1991, pp. 489-496. DOI: [10.1016/B978-0-444-88919-5.50055-X](https://doi.org/10.1016/B978-0-444-88919-5.50055-X)
5. Hermansson T, Bohlin R., Carlson J.S., Söderberg R. Automatic assembly path planning for wiring harness installations. *Journal of Manufacturing Systems*, 2013, vol. 32, no. 3, pp. 417-422. DOI: [10.1016/j.jmsy.2013.04.006](https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2013.04.006)
6. Homem de Mello L., Sanderson A. Planning repair sequences using the AND/OR graph representation of assembly plans. *Proceedings 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Vol. 3.* IEEE Publ., 1988, pp. 1861-1862. DOI: [10.1109/ROBOT.1988.12341](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1988.12341)
7. Hui C., Yuan L., Kai-Fu Z. Efficient method of assembly sequence planning based on GAAA and optimizing by assembly path feedback for complex product. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2009, vol. 42, no. 11, pp. 1205-1205. DOI: [10.1007/s00170-008-161-8](https://doi.org/10.1007/s00170-008-161-8)
8. Kaviraki L.E., Latombe J.-C., Wilson R.H. On the Complexity of Assembly Partitioning. *Information Processing Letters*, 1993, vol. 48, no. 5, pp. 229-235. DOI: [10.1016/0020-0190\(93\)90085-n](https://doi.org/10.1016/0020-0190(93)90085-n)
9. Lambert A.J.D. Disassembly sequencing: A survey. *International Journal of Production Research*, 2003, vol. 41, no. 16, pp. 3721-3759. DOI: [10.1080/0020754031000120078](https://doi.org/10.1080/0020754031000120078)
10. Lambert A.J.D. Optimal disassembly of complex products. *International Journal of Production Research*, 1997, vol. 35, no. 9, pp. 2509-2524. DOI: [10.1080/002075497194633](https://doi.org/10.1080/002075497194633)
11. Lee S., Shin Y. Assembly planning based on geometric reasoning. *Computers and Graphics*, 1990, vol. 14, no. 2, pp. 237-250. DOI: [10.1016/0097-8493\(90\)90035-V](https://doi.org/10.1016/0097-8493(90)90035-V)
12. Lee S., Shin Y. Assembly planning based on subassembly extraction. *Proceedings 1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Vol. 3.* IEEE Publ., 1990, pp. 1606-1611. DOI: [10.1109/ROBOT.1990.126239](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1990.126239)
13. Lozano-Perez T., Wilson R.H. Assembly sequencing for arbitrary motions. *Proceedings 1993 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Vol. 2.* IEEE Publ., 1993, pp. 527-532. DOI: [10.1109/ROBOT.1993.291904](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1993.291904)
14. Lozano-Perez T. Spatial Planning: A Configuration Space Approach. *IEEE Transactions on Computers*, 1983, vol. C-32, no. 2, pp. 108-120. DOI: [10.1109/TC.1983.1676196](https://doi.org/10.1109/TC.1983.1676196)
15. Sanderson A., Homem de Mello L., Zhang H. Assembly sequence planning. *AI Magazine*, 1990, vol. 11, no. 1, pp. 62-81. DOI: [10.1609/aimag.v11i1.824](https://doi.org/10.1609/aimag.v11i1.824)
16. Whitney D.E. *Mechanical Assemblies: Their Design, Manufacture, and Role in Product Development*. New York, Oxford University Press, 2004. 518 p.

17. Wilson R., Latombe J.-C. Geometric Reasoning about Mechanical Assembly. *Artificial Intelligence*, 1994, vol. 71, no. 2, pp. 371-396. DOI: [10.1016/0004-3702\(94\)90048-5](https://doi.org/10.1016/0004-3702(94)90048-5)
18. Wilson R.H., Kavraki L.E., Latombe J.C., Lozano-Perez T. Two-Handed Assembly Sequencing. *International Journal of Robotics Research*, 1995, vol. 14, no. 4, pp. 335-350. DOI: [10.1177/027836499501400403](https://doi.org/10.1177/027836499501400403)
19. Wolter J.D. On the automatic generation of assembly plans. *Proceedings 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Vol. 1*. IEEE Publ., 1989, pp. 62-68. DOI: [10.1109/robot.1989.99968](https://doi.org/10.1109/robot.1989.99968)
20. Pavlov V.V. *Matematicheskoe obespechenie SAPR v proizvodstve letatel'nykh apparatov* [CAD mathematical software in aircraft production]. Moscow, MFTI Publ., 1978. 68 p. (in Russian).
21. Pavlov V.V. *Osnovy avtomatizatsii proektirovaniya tekhnologicheskikh protsessov sborki letatel'nykh apparatov* [Fundamentals of computer aided design of technological processes of aircraft assembly]. Moscow, MATI Publ., 1975. 98 p. (in Russian).
22. Rozen V.V. *Tsel' – optimal'nost' – reshenie (matematicheskie modeli prinyatiya optimal'nykh reshenii)* [Goal - optimality - solution (mathematical models of optimal decision making)]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1982. 168 p. (in Russian).
23. Yudin D.B. *Vychislitel'nye metody teorii prinyatiya resheniy* [Computational methods of decision-making theory]. Moscow, Nauka Publ., 1989. 320 p. (in Russian).