

УДК 519.812.4

Выбор весовых коэффициентов локальных критериев на основе принципа арифметической прогрессии

Постников В. М.¹, Спиридонов С. Б.^{1,*}

[*spirid@bmstu.ru](mailto:spirid@bmstu.ru)

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Для лица принимающего решение рассмотрен подход к расчету весовых коэффициентов локальных критериев, входящих в состав интегральных критериев, используемых для сравнительной оценки альтернативных вариантов, их ранжирования, и выбора наилучшего варианта. Подход основан на использовании принципа арифметической прогрессии при формировании ранжированного ряда весовых коэффициентов критериев, при этом рассматриваются варианты как полного, так и частичного порядка ранжирования критериев. Все критерии разбиваются на группы, в случае полного ранжирования в состав каждой группы входит только один критерий, в случае частичного ранжирования в состав группы входят одинаковые по важности критерии. Предложен к использованию метод настраиваемой оценки предпочтения критериев, учитывающий взаимосвязь весовых коэффициентов групп критериев в виде элементов арифметической прогрессии. Приведены простые аналитические выражения для расчета весовых коэффициентов критериев, а также примеры их использования.

Ключевые слова: весовые коэффициенты критериев, локальные критерии, оценка предпочтения критериев, уровень важности критериев, принцип арифметической прогрессии

Введение

Бурное развитие средств вычислительной техники постоянно требует своевременного решения задач модернизации аппаратных и программных средств, а также организационных структур действующих систем обработки информации (СОИ) для удовлетворения постоянно растущих потребностей пользователей [1].

Для сравнения альтернативных вариантов развития СОИ, их ранжирования, выбора наилучшего варианта и оценки устойчивости выбранного решения, лицо принимающее решение (ЛПР), как правило, использует интегральные критерии в виде аддитивной, мультипликативной, минимаксной, нелинейной или комбинированной свертки локальных критериев [2-4].

В состав интегрального критерия локальные критерии, как правило, входят с весовыми коэффициентами, учитывающими уровень важности этих локальных критериев.

Уровни важности локальных критериев обычно рассчитывают на основе классического метода парного сравнения критериев [5]. Далее осуществляют ранжирование критериев согласно уровню их важности. В практической деятельности имеет место как полный, так и частичный порядок ранжирования локальных критериев, при котором возможно наличие критериев, имеющих одинаковый уровень важности. Порядок ранжирования критериев является основой для расчета их весовых коэффициентов [6].

Количество локальных критериев, учитываемых ЛПР при ранжировании, согласно [7], рекомендуется брать не более 10, поскольку взаимный сравнительный анализ большего числа критериев ограничивается психологическими возможностями человека, в данном случае ЛПР, и при дальнейшем увеличении числа критериев у ЛПР могут возникнуть определенные затруднения при их сравнении и ранжировании. Однако на практике, как показано в [8], для проведения детального сравнительного анализа альтернативных вариантов, число локальных критериев, которые следует учитывать, может быть гораздо больше. В [9] рассмотрен подход к сравнению альтернативных вариантов развития СОИ по большому числу критериев, и на примере показано, что следует локальные критерии объединять в группы важности, чтобы корректно решить задачи расчета их весовых коэффициентов.

В настоящее время существует достаточно большое число методов, которые используют для расчета весовых коэффициентов локальных критериев, в [10] рассмотрены практически все основные методы, а также показана тенденция постоянного развития и совершенствования этих методов для удовлетворения требований ЛПР.

Согласно [10], в перспективе, особое внимание при расчете весовых коэффициентов критериев следует уделить методу настраиваемой арифметической прогрессии, основанному на использовании принципов настраиваемой оценки предпочтения критериев и арифметической прогрессии взаимосвязи показателей важности критериев. Это утверждение хорошо согласуется с результатами работ [11-13], в которых показано, что при решении задач многокритериальной оптимизации и поиске компромиссного решения очень важно, чтобы при варьировании значений весового коэффициента базового критерия сохранялась пропорциональность весовых коэффициентов всех критериев, которые могут составлять или не составлять полный ранжированный ряд. Поскольку предложенный в [10] метод предназначен только для расчета весовых коэффициентов критериев, составляющих полный ранжированный ряд критериев, то необходимо дальнейшее совершенствование и развитие этого метода для расширения круга решаемых задач.

Постановка задачи

Необходимо разработать метод расчета весовых коэффициентов критериев, учитывающий как полный, так и частичный порядок их ранжирования, основанный на использовании принципов настраиваемой оценки предпочтения критериев и арифметической прогрессии взаимосвязи показателей важности этих критериев

Решение задачи

Поскольку данная работа является продолжением исследований, приведенных в [10] и дальнейшим развитием высказанных в ней идей, то сначала следует в краткой форме изложить полученные в ней основные результаты, как исходные данные для решения поставленной задачи.

В [10] на основе использования метода настраиваемой убывающей арифметической прогрессии подробно рассмотрены вопросы расчета весовых коэффициентов локальных критериев $K_1, K_2, \dots, K_n$ при полном порядке ранжирования этих критериев $K_1 \succ K_2 \dots \succ K_n$, когда отсутствуют одинаковые по важности критерии. В этом случае уровни важности критериев k_i и весовые коэффициенты критериев α_i подчиняются следующим соотношениям: $k_1 > k_2 \dots > k_n$ и $\alpha_1 > \alpha_2 \dots > \alpha_n$.

Согласно [10] весовые коэффициенты критериев при полном порядке ранжирования критериев, вычисляются по следующей формуле:

$$\alpha_i = \frac{2 \cdot [\gamma \cdot (n-1) - (i-1) \cdot (\gamma-1)]}{(\gamma+1) \cdot n \cdot (n-1)} \quad i=1, 2 \dots n \quad (1)$$

где α_i - весовой коэффициент i -го критерия ;

i - номер критерия в полном ранжированном ряду критериев;

n - число критериев в полном ранжированном ряду критериев;

γ - коэффициент, показывающий уровень превосходства весового коэффициента наиболее важного критерия по сравнению с наименее важным критерием, задает ЛПР, при этом:

$$\gamma = \frac{\alpha_1}{\alpha_n} \quad (2)$$

При $\gamma = n$ формула (1), как более общая, преобразуется в простую, широко используемую на практике формулу Фишберна для расчета весовых коэффициентов полного ранжированного ряда критериев, и имеет следующий вид:

$$\alpha_i = \frac{2 \cdot (n-i+1)}{n \cdot (n+1)} \quad (3)$$

Весовые коэффициенты, рассчитанные по формулам (1) и (3), являются членами убывающих арифметических прогрессий, знаменатели которых Δ_α соответственно определяют по формулам (4) и (5):

$$\Delta_\alpha = \frac{\alpha_1 - \alpha_n}{(n-1)} = \frac{\alpha_n \cdot (\gamma-1)}{(n-1)} = \frac{2 \cdot (\gamma-1)}{(\gamma+1) \cdot n \cdot (n-1)} \quad (4)$$

При $\gamma = n$ формула (3) приобретает следующий вид:

$$\Delta_{\alpha} = \frac{\alpha_1 - \alpha_n}{(n-1)} = \frac{2}{(n+1) \cdot n} \quad (5)$$

При этом, согласно выражению (4), справедливы следующие оценки знаменателя убывающей арифметической прогрессии, характеризующего изменение весовых коэффициентов критериев:

- при расчете весовых коэффициентов критериев по методу настраиваемой убывающей арифметической прогрессии имеем:

$$\Delta_{\alpha} = \frac{\alpha_n \cdot (\gamma - 1)}{(n-1)} \quad (6)$$

- при расчете весовых коэффициентов критериев по методу не настраиваемой убывающей арифметической прогрессии, когда $\gamma = n$ (подход Фишберна), имеем:

$$\Delta_{\alpha} = \alpha_n \quad (7)$$

На практике при ранжировании критериев методом классического парного сравнения, приведенного в Приложение 1, возможно наличие одинаковых уровней важности у ряда критериев, что иллюстрирует, например, выражение (8):

$$k_1 > k_2 \approx k_3 > k_4 > k_5 \approx k_6 > \dots > k_n \quad (8)$$

В этом случае имеет место частичный порядок ранжирования критериев и выражению (8), отражающему уровни важности критериев, соответствует выражение (9), отражающее частичный порядок ранжирования критериев:

$$K_1 \succ K_2 \approx K_3 \succ K_4 \succ K_5 \approx K_6 \succ \dots \succ K_n \quad (9)$$

Критерии, имеющие одинаковый уровень важности, например, K_2 и K_3 , которые приведены в выражении (9), далее будем называть связанными. Поскольку при наличии связанных критериев, использовать выражение (1) неприемлемо, то для расчета весовых коэффициентов частично ранжированного ряда критериев предлагается использовать метод, предусматривающий следующий порядок действий:

- следует разбить весь набор частично ранжированного ряда критериев на группы важности, в каждую из которых включить одинаковые по уровню важности критерии;
- считать, что критерии, входящие в состав одной группы важности имеют одинаковые весовые коэффициенты;
- считать, что весовые коэффициенты критериев групп важности являются членами убывающей арифметической прогрессии.

В этом случае для варианта частично ранжированного ряда критериев, соответствующего, например, условию (9) при числе критериев $n = 7$, получаем результаты, приведенные в табл.1., поясняющие специфику применения принципа убывающей арифметической прогрессии для расчета весовых коэффициентов критериев.

Таблица 1 Пояснение к расчету весовых коэффициентов частичного порядка ранжирования критериев вида

$$K_1 \succ K_2 \approx K_3 \succ K_4 \succ K_5 \approx K_6 \succ K_7$$

Критерий	Весовой коэффициент критерия	Состав весового коэффициента критерия					Номер группы важности частично ранжированного ряда критериев
K_1	$\alpha_1 = \alpha_7 + 4\Delta_\alpha$	α_7	Δ_α	Δ_α	Δ_α	Δ_α	1
K_2	$\alpha_2 = \alpha_7 + 3\Delta_\alpha$	α_7	Δ_α	Δ_α	Δ_α		2
K_3	$\alpha_3 = \alpha_7 + 3\Delta_\alpha$	α_7	Δ_α	Δ_α	Δ_α		2
K_4	$\alpha_4 = \alpha_7 + 2\Delta_\alpha$	α_7	Δ_α	Δ_α			3
K_5	$\alpha_5 = \alpha_7 + \Delta_\alpha$	α_7	Δ_α				4
K_6	$\alpha_6 = \alpha_7 + \Delta_\alpha$	α_7	Δ_α				4
K_7	$\alpha_7 = \alpha_7$	α_7					5

Δ_α - знаменатель убывающей арифметической прогрессии взаимосвязи весовых коэффициентов критериев

При расчете весовых коэффициентов критериев частично ранжированного ряда должно быть выполнено следующее условие:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = \sum_{j=1}^g n_j \alpha_j = 1 \quad (10)$$

при этом

$$\sum_{j=1}^g n_j = n \quad (11)$$

где n - число локальных критериев подлежащих сравнению;

g - число групп важности в частично ранжированном ряду критериев;

i - номер критерия в ранжированном ряду критериев $i = 1, \dots, n$;

j - номер группы важности критериев в частично ранжированном ряду критериев $j = 1, \dots, g$;

α_i - весовой коэффициент i -го критерия в ранжированном ряду критериев;

α_j - весовой коэффициент связанного критерия, входящего в состав j -ой группы важности, в частично ранжированном ряду критериев;

n_j - число связанных критериев, входящих в состав j -ой группы важности, в частично ранжированном ряду критериев.

На основании принципа убывающей арифметической прогрессии весовой коэффициент связанного критерия, входящего в состав j -ой группы важности, определяют из следующего выражения:

$$\alpha_j = \alpha_n + (g - j)\Delta_\alpha \quad j=1,..g \quad (12)$$

После подстановки выражения (12) в (10) и проведения ряда преобразований с учетом выполнения условия (11) получаем:

$$n \cdot \alpha_n + \sum_{j=1}^g n_j (g - j)\Delta_\alpha = 1 \quad (13)$$

В состав уравнения (13) входят две неизвестные переменные Δ_α и α_n , поэтому при решении этого уравнения возможно решение одной из двух задач: прямой или обратной. При решении прямой задачи задаем численные значения n , n_j , g , Δ_α и, решая уравнение (13), определяем значение α_n . При решении обратной задачи задаем численные значения n , n_j , g , α_n и, решая уравнение (13), определяем значение Δ_α .

Далее подставляя численные значения Δ_α и α_n в выражение (12) определяем весовые коэффициенты критериев частично ранжированного ряда критериев.

Рассмотрим практическое применение предложенного метода расчета весовых коэффициентов частично ранжированного ряда критериев на примере.

Пример1. Вычислить весовые коэффициенты семи критериев при частичном порядке их ранжирования, который соответствует выражению (9).

Исходные данные для рассматриваемого ранжированного ряда критериев соответствуют выражению (9) и для наглядности приведены в табл 1.. Поэтому имеем:

$$n = 7, n_1 = 1, n_2 = 2, n_3 = 1, n_4 = 2, n_5 = 1, g = 5.$$

Решение Подставляем исходные данные в уравнение (13) и получаем уравнение следующего вида:

$$n \cdot \alpha_7 + 4 \cdot \Delta_\alpha + 2 \cdot 3 \cdot \Delta_\alpha + 2 \cdot \Delta_\alpha + 2 \cdot \Delta_\alpha = 1 \quad (14)$$

Далее относительно уравнения (14) решаем прямую или обратную задачи в зависимости от требований ЛПР. В данном примере последовательно рассмотрим решение прямой и обратной задачи и сравним результаты.

Решаем прямую задачу и полагаем, что изменение весовых коэффициентов критериев, входящих в соседние группы важности, соответствует величине. $\Delta_\alpha = 0,05$.

Значение $\Delta_\alpha = 0,05$ подставляем в уравнение (14), решаем уравнение относительно α_7 и получаем, что $\alpha_7 = 0,043$.

Подставляем значения $\Delta_\alpha = 0,05$ и $\alpha_7 = 0,043$ в уравнение (12) и получаем следующие значения весовых коэффициентов критериев:

$$\alpha_1 = 0,243, \quad \alpha_2 = \alpha_3 = 0,193, \quad \alpha_4 = 0,142, \quad \alpha_5 = \alpha_6 = 0,093, \quad \alpha_7 = 0,043.$$

Согласно (2) получаем показатель превосходства весового коэффициента наиболее важного критерия по сравнению с наименее важным критерием, т. е. $\gamma = \alpha_1 / \alpha_n = 5,65$.

Решаем обратную задачу и считаем, что весовой коэффициент наименее важного критерия соответствует величине $\alpha_7 = 0,05$. Значение $\alpha_7 = 0,05$ подставляем в уравнение (14), решаем уравнение относительно Δ_α и получаем изменение значения весовых коэффициентов критериев, соответствующее знаменателю убывающей арифметической прогрессии, т. е. $\Delta_\alpha = 0,046$

Подставляем значения $\Delta_\alpha = 0,046$ и $\alpha_7 = 0,05$ в уравнение (12) и получаем следующие значения весовых коэффициентов критериев:

$$\alpha_1 = 0,235, \quad \alpha_2 = \alpha_3 = 0,189, \quad \alpha_4 = 0,142, \quad \alpha_5 = \alpha_6 = 0,096, \quad \alpha_7 = 0,05.$$

Согласно (2) получаем показатель превосходства весового коэффициента наиболее важного критерия по сравнению с наименее важным критерием, т.е. $\gamma = \alpha_1 / \alpha_n = 4,7$.

Следует иметь в виду, что, при использовании предложенного метода расчета весовых коэффициентов критериев, показатель γ не входит в уравнение (13) и поэтому γ является неуправляемым параметром для ЛПР. Для того, чтобы параметр γ стал управляемым для ЛПР, и предложенный метод расчета весовых коэффициентов частично ранжированного ряда критериев обладал большими функциональными возможностями, необходимо провести следующие преобразования.

Представляем выражение (2) в виде

$$\alpha_n = \frac{\alpha_1}{\gamma} \quad (15)$$

Проводим замену α_1 в выражении (15) на соответствующее ему значение из выражения (12) и получаем следующее выражение:

$$\alpha_n = \frac{\alpha_n + (g-1) \cdot \Delta_\alpha}{\gamma} \quad (16)$$

Решаем уравнение (16) относительно α_n и получаем:

$$\alpha_n = \frac{(g-1) \cdot \Delta_\alpha}{(\gamma-1)} \quad (17)$$

Подставляем значение α_n из выражения (17) в выражение (13) и получаем:

$$\frac{n \cdot (g-1) \cdot \Delta_\alpha}{(\gamma-1)} + \sum_{j=1}^g n_j (g-j) \Delta_\alpha = 1 \quad (18)$$

Решаем уравнение (18) относительно Δ_α и получаем:

$$\Delta_\alpha = \left[\frac{n \cdot (g-1)}{(\gamma-1)} + \sum_{j=1}^g n_j (g-j) \right]^{-1} \quad (19)$$

Определяем весовые коэффициенты критериев частично ранжированного ряда, учитывая то, что они являются членами убывающей арифметической прогрессии, по следующей формуле:

$$\alpha_j = \alpha_n + (g-j) \cdot \Delta_\alpha \quad (20)$$

Порядок расчета весовых коэффициентов частично ранжированного ряда критериев, при условии задания показателя превосходства весового коэффициента наиболее важного критерия по сравнению с наименее важным, следует представить в следующем виде:

1) подставляем в выражение (19) численные значения исходных данных для рассматриваемого варианта частично ранжированного ряда критериев и значение γ , задаваемое ЛПР, определяем значение Δ_α , т.е. знаменателя арифметической прогрессии, устанавливающего связь между весовыми коэффициентами групп критериев

2) подставляем значения Δ_α , g и γ в выражение (17) и определяем α_n , значение весового коэффициента наименее важного критерия.

3) определяем весовые коэффициенты частично ранжированного ряда критериев по выражению (20).

Пример 2 Критерии ранжированы согласно условию (9), поэтому исходные данные соответствуют примеру 1. ЛПР считает, что весовой коэффициент первого критерия в три раза превосходит весовой коэффициент седьмого критерия, поэтому $\gamma = 3$.

Необходимо вычислить весовые коэффициенты частично ранжированного ряда критериев, соответствующего условию (9).

Исходные данные имеют вид:

$$n = 7, n_1 = 1, n_2 = 2, n_3 = 1, n_4 = 2, n_5 = 1, g = 5, \gamma = 3.$$

Решение.

1) Подставляем исходные данные в выражение (19) и получаем:

$$\Delta_\alpha = \left[\frac{7 \cdot (5-1)}{(3-1)} + \sum_{j=1}^5 n_j (5-j) \right]^{-1} = 0,036$$

2) Подставляем полученные данные в выражение (17) и получаем:

$$\alpha_n = \frac{(g-1) \cdot \Delta_\alpha}{(\gamma-1)} = \frac{(5-1) \cdot 0,036}{(3-1)} = 0,071$$

3) Подставляем данные в выражение (20) и получаем весовые коэффициенты критериев: $\alpha_j = \alpha_n + (g-j) \cdot \Delta_\alpha$.

$$\alpha_1 = 0,214 \quad \alpha_2 = \alpha_3 = 0,179 \quad \alpha_4 = 0,143 \quad \alpha_5 = \alpha_6 = 0,107 \quad \alpha_7 = 0,071.$$

Сравнительный анализ результатов, полученных в процессе решения примеров 1 и 2, приведен в табл.2

Таблица 2 Сравнительный анализ результатов расчета весовых коэффициентов критериев

№	γ	Δ_α	α_1	$\alpha_2 = \alpha_3$	α_4	$\alpha_5 = \alpha_6$	α_7
1	5,65	0,050	0,243	0,193	0,142	0,093	0,043
2	4,70	0,046	0,235	0,190	0,143	0,096	0,050
3	3,00	0,036	0,214	0,179	0,143	0,107	0,071

Следует иметь в виду, что в случае полного ранжированного ряда критериев, когда выполняется условие $K_1 \succ K_2 \succ K_3 \succ K_4 \succ K_5 \succ K_6 \dots \succ K_n$, при расчете весовых коэффициентов критериев имеем $g = n$ и $n_j = 1$, $j = i = 1, \dots, n$

Следовательно, выражение (19) упрощается за счет того, что

$$\sum_{j=1}^g n_j (g - j) = \sum_{i=1}^n (n - i) = \frac{n \cdot (n - 1)}{2}$$

Поэтому имеем следующее:

- для полного ранжированного ряда критериев при использовании принципа управляемой арифметической прогрессии выражение (19) приобретает следующий вид:

$$\Delta_\alpha = \left[\frac{n \cdot (n - 1)}{(\gamma - 1)} + \frac{n \cdot (n - 1)}{2} \right]^{-1} = \frac{2 \cdot (\gamma - 1)}{(\gamma + 1) \cdot n \cdot (n - 1)},$$

т.е соответствует выражению (4) и весовые коэффициенты критериев можно вычислять по более простой формуле (1).

- для полного ранжированного ряда критериев, при использовании принципа неуправляемой арифметической прогрессии, когда $\gamma = n$, выражение (19) упрощается еще в большей степени и приобретает следующий вид:

$$\Delta_\alpha = \left[\frac{n \cdot (n - 1)}{(n - 1)} + \frac{n \cdot (n - 1)}{2} \right]^{-1} = \frac{2}{(n + 1) \cdot n},$$

т.е соответствует выражению (5) и весовые коэффициенты критериев можно вычислять по более простой формуле (3).

Поэтому для примера 2, например, в случае полного ранжированного ряда из семи критериев, соответствующего условию $K_1 \succ K_2 \succ K_3 \succ K_4 \succ K_5 \succ K_6 \succ K_7$, возможны следующие варианты:

- при использовании принципа управляемой арифметической прогрессии и задания, например $\gamma = 3$, используя выражения (1) и (4), получаем:

$$\Delta_\alpha = 0,024$$

$$\alpha_1 = 0,215, \alpha_2 = 0,190, \alpha_3 = 0,166, \alpha_4 = 0,142, \alpha_5 = 0,119, \alpha_6 = 0,096, \alpha_7 = 0,072$$

- при использовании принципа неуправляемой арифметической прогрессии, когда $\gamma = n = 7$, используя выражения (3) и (5), получаем

$$\Delta_{\alpha} = 0,036$$

$$\alpha_1 = 0,250, \alpha_2 = 0,214, \alpha_3 = 0,179, \alpha_4 = 0,143, \alpha_5 = 0,107, \alpha_6 = 0,071, \alpha_7 = 0,036$$

Последовательное использование выражений (19), (17) и (20) позволяет провести расчет весовых коэффициентов критериев как полного, так и частично ранжированного ряда при использовании принципа управляемой арифметической прогрессии, а при использовании принципа неуправляемой арифметической прогрессии следует использовать выражения (12) и (13)..

Таким образом, можно дать следующие рекомендации по эффективному, т.е. более простому, практическому использованию разработанных, на основе принципа арифметической прогрессии, аналитических выражений для расчета весовых коэффициентов локальных критериев

1. Следует построить ранжированный ряд критериев на основе использования классического метода парного сравнения критериев. При этом может иметь место как полный, так и частичный порядок ранжирования критериев.

2. При частичном порядке ранжирования критериев и использовании принципа управляемой арифметической прогрессии следует применять выражения (19), (17) и (20)

3. При частичном порядке ранжирования критериев и использовании принципа неуправляемой арифметической прогрессии следует применять выражения (12) и (13)

4. При полном порядке ранжирования критериев и использовании принципа управляемой арифметической прогрессии следует применять выражения (1) и (4).

3. При полном порядке ранжирования критериев и использовании принципа неуправляемой арифметической прогрессии следует применять выражения (3) и (5)

Выводы

1. Для лица принимающего решение на основе использования метода настраиваемой арифметической прогрессии предложен подход к расчету весовых коэффициентов локальных критериев, входящих в состав интегральных критериев, используемых для сравнительной оценки альтернативных вариантов, их ранжирования, и выбора наилучшего варианта.
2. Разработан метод настраиваемой арифметической прогрессии, который базируется на принципах настраиваемой оценки предпочтения критериев и арифметической прогрессии взаимосвязи показателей важности критериев.
3. Получены простые аналитические выражения для вычисления весовых коэффициентов критериев, входящих в состав частично ранжированного ряда.

Даны рекомендации по их использованию и приведены примеры, показывающие удобство применения предложенных аналитических выражений при решении практических задач.

Список литературы

1. Постников В.М., Черненький В.М. Методы принятия решений в системах организационного управления. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 205 с.
2. Зак Ю.А. Прикладные задачи многокритериальной оптимизации. М.: Экономика, 2014. 455 с.
3. Ногин В.Д. Линейная свертка в многокритериальной оптимизации // Искусственный интеллект и принятие решений. 2014. № 4. С. 73-82.
4. Грешилов А.А. Математические методы принятия решений. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 647 с.
5. Михайлов Я.В. Управленческие решения. Пособие для управленцев-практиков. М.: Экономика, 2011. 143 с.
6. Мендель А.В. Модели принятия решений: учеб. пособие. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. 463 с.
7. Емельянов С.В., Ларичев О.И. Многокритериальные методы принятия решений. М.: Знание, 1985. 32 с.
8. Орлов А.И. Организационно-экономическое моделирование. Теория принятия решений. М.: КНОРУС, 2011. 568 с.
9. Постников В.М., Спиридонов С.Б. Подход к выбору варианта модернизации сервера ЛВС // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. № 2. С. 255-272. DOI: [10.7463/0213.0535392](https://doi.org/10.7463/0213.0535392)
10. Постников В.М., Спиридонов С.Б. Методы выбора весовых коэффициентов локальных критериев // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 6. С. 267-287. DOI: [10.7463/0615.0780334](https://doi.org/10.7463/0615.0780334)
11. Студенников К.О., Лопин В.Н. Об одном подходе к управлению информационными рисками на основе коэффициентов чувствительности // Информация и безопасность. 2013. № 2. С. 219-222.
12. Студенников К.О., Лопин В.Н. Комплексный подход к управлению информационными рисками на основе метода VIKOR // Вопросы защиты информации. 2015. № 2. С. 69-72.
13. On Yang Yu-Ping, Shien How-Ming, Leu Jun-Der, Tzeng Gwo-Hshiung. A VIKOR –based multiple criteria decision method for improving information security risk // International Journal of Information Technology & Decision Making. 2009. Vol. 8, no. 2. P. 267- 286. DOI: [10.1142/S0219622009003375](https://doi.org/10.1142/S0219622009003375)

Selecting the Weighting Local Criteria Factors Based on the Principle of Arithmetic Progression

V.M. Postnikov¹, S.B. Spiridonov^{1,*}

[*spind@bmstu.ru](mailto:spind@bmstu.ru)

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: weighting criteria, local criteria, preference assessment criteria, the level of importance of the criteria, the principle of arithmetic progression

An approach to calculate the weighting factors of the local criteria is considered for a decision maker (DM). As an additive, multiplicative, mini-max, non-linear, or combined convolution, these criteria are part of the integral criteria used for comparative assessment of the alternatives, their ranking, and choosing the best option. The approach is based on the method of custom arithmetic progression and on the principles of customizable assessment of criteria preference and arithmetic progression of interrelations between weight indicators of criteria.

An assessment of criteria preference uses the classical method for pairwise comparison of criteria and their ranking, taking into consideration the calculated values of weight levels of these criteria. Thus, the paper discusses options both for full and for partial order of criteria priorities, whereby the same weight level of criteria is possible. In ranking all the criteria are divided into the weight groups. In the case of complete ranking each group includes only one criterion, in the case of a partial ranking the group includes the same criteria in terms of weight.

In the case of customizable assessment of criteria preference a DM specifies a key figure to differentiate weighting factors of the boundary groups, i.e. a coefficient to show the superiority level of criteria weights of the most weighting group in comparison with criteria weights of the less weighting group. Thus, the criteria weighting factors of the ranked groups are members of decreasing arithmetic progression.

The simple analytical expressions to calculate weighting factors of criteria that are part of the ranked series are obtained.

A DM has a large set of control parameters, namely: the number of criteria, the number of criteria groups, the number of criteria in each group, the level of difference in criterion weightings of the boundary groups. These parameters allow us to conduct research activities and make recommendations on the selection of the most appropriate set of weighting factors of the local criteria.

The paper gives examples to show that it is easy to use the proposed analytical expressions for calculating the weighting factors of criteria to solve practical problems.

References

1. Postnikov V.M., Chernen'kii V.M. *Metody prinyatiya reshenii v sistemakh organizatsionnogo upravleniya* [Decision-making methods in systems of organizational management]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2014. 205 p. (in Russian).
2. Zak Yu.A. *Prikladnye zadachi mnogokriterial'noi optimizatsii* [Applied problems of multicriteria optimization]. Moscow, Ekonomika Publ., 2014. 455 p. (in Russian).
3. Noghin V.D. Weighted sum scalarization in multicriteria optimization. *Iskusstvennyi intellekt i prinyatie reshenii = Artificial intelligence and decision making*, 2014, no. 4, pp. 73-82. (in Russian).
4. Greshilov A.A. *Matematicheskie metody prinyatiya reshenii* [Mathematical methods of decision making]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2014. 647 p. (in Russian).
5. Mikhailov Ya.V. *Upravlencheskie resheniya: posobie dlya upravlentsev-praktikov* [Management decisions. Handbook for managers-practitioners]. Moscow, Ekonomika Publ., 2011. 143 p. (in Russian).
6. Mendel' A.V. *Modeli prinyatiya reshenii* [Models of decision-making]. Moscow, YuNITI-DANA Publ., 2010. 463 p. (in Russian).
7. Emel'ianov S.V., Larichev O.I. *Mnogokriterial'nye metody prinyatiya reshenii* [Multicriteria decision making methods]. Moscow, Znanie Publ., 1985. 32 p. (in Russian).
8. Orlov A.I. *Organizatsionno-ekonomicheskoe modelirovanie. Teoriya prinyatiya reshenii* [Organizational-economic modeling. Decision making theory]. Moscow, KNORUS Publ., 2011. 568 p. (in Russian).
9. Postnikov V.M., Spiridonov S.B. Approach to selection of a way to upgrade a LAN server. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Bauman = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2013, no. 2, pp. 255-272. DOI: [10.7463/0213.0535392](https://doi.org/10.7463/0213.0535392) (in Russian).
10. Postnikov V.M., Spiridonov S.B. Selecting Methods of the Weighting Factors of Local Criteria. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Bauman = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2015, no. 6, pp. 267-287. DOI: [10.7463/0615.0780334](https://doi.org/10.7463/0615.0780334)
11. Studennikov K.O., Lopin V.N. About one information risk management approach based on sensitivity coefficients. *Informatsiya i bezopasnost' = Information and security*, 2013, no. 2, pp. 219-222. (in Russian).
12. Studennikov K.O., Lopin V.N. The complex approach to information risk management based on the VIKOR. *Voprosy zashchity informatsii = Information security questions*, 2015, no. 2, pp. 69-72. (in Russian).
13. On Yang Yu-Ping, Shien How-Ming, Leu Jun-Der, Tzeng Gwo-Hshiung. A VIKOR –based multiple criteria decision method for improving information security risk. *International Journal of Information Technology and Decision Making*, 2009, vol. 8, no. 2, pp. 267- 286. DOI: [10.1142/S0219622009003375](https://doi.org/10.1142/S0219622009003375)