Наука и Образование
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Сетевое научное издание
ISSN 1994-0408

Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана.
Электрон. журн. 2015. № 05. С. 334–347.

DOI: **10.7463/0515.0770568**

Представлена в редакцию: 22.03.2015

УДК 378.1

Геометрические преобразования в инженерной геометрии

Боровиков И. Ф.[1,*], **Иванов Г. С.**[1]

[*]bif1986@mail.ru

[1]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Настоящая публикация посвящена анализу и обоснованию вопросов преподавания одного из важнейших разделов курса «Начертательная геометрия» «Геометрические преобразования». На основе критического анализа выдвигаются предложения по совершенствованию методики изложения этого раздела на занятиях и в учебной литературе, а также расширению области применения геометрических преобразований для решения позиционных и метрических задач, моделирования поверхностей, а также конструирования сложных технических форм, отвечающих ряду наперед заданных условий. Реализация этих предложений внесет вклад в реальную трансформацию традиционного курса начертательной геометрии в инженерную геометрию, соответствующую современным тенденциям и мировому опыту подготовки инженерных кадров, в улучшение качества подготовки специалистов.

Ключевые слова: начертательная геометрия, инженерная геометрия, геометрические преобразования, моделирование поверхностей, сопрягающая поверхность, позиционные и метрические задачи

Введение

Мир техники – это многообразие сложных геометрических форм и их взаимосвязей. Хорошо ориентироваться и быть востребованным в этом мире может специалист, обладающих необходимой суммой знаний, умеющих самостоятельно взаимодействовать с инновационно-развивающейся средой профессиональной деятельности и разрешать нестандартные ситуации. Инженерно-геометрические дисциплины (начертательная геометрия, инженерная и компьютерная графика) составляют фундамент подготовки таких специалистов. Они способствуют развитию пространственного представления, без которого невозможна конструкторская, технологическая и изобретательская деятельность.

В последнее время в связи с потребностями производства, современными тенденциями и мировым опытом подготовки инженерных, научных и преподавательских кадров появилась необходимость в трансформации традиционного курса начертательной геометрии в курс инженерной геометрии. Это должно обеспечить:

- подготовку молодых инженеров с ориентацией на профессиональную деятельность в CAD/CAE/CAM/PDM/PLM – системах [1];

- научную специальность 05.01.01 «Инженерная геометрия и компьютерная графика» молодыми специалистами, способными пополнить кадровый состав научно-исследовательских организаций и высокотехнологических отраслей производства [2];

- обновление и пополнение кафедр инженерной графики преподавательскими кадрами, владеющими системными знаниями на междисциплинарном уровне [2, 3].

Настоящая публикация посвящена анализу и обоснованию вопросов преподавания одного из важнейших разделов курса «Геометрические преобразования», а именно:

- критическому анализу содержания и методики изложения этого раздела в существующих учебниках начертательной геометрии;

- предложениям авторов статьи излагать материал указанной темы с учетом современной технологии твердотельного моделирования;

- применению более широкого класса преобразований (аффинных, проективных и бирациональных) к решению задач моделирования и проектирования.

Изложение темы «Геометрические преобразования» в курсах начертательной геометрии

В существующих курсах начертательной геометрии геометрические преобразования преподносятся как **способы преобразования чертежа,** предназначенные для упрощения алгоритмов решения позиционных и метрических задач путем приведения прямых и плоскостей общего положения в частное положение (проецирующее или уровня). Некорректный термин «преобразование чертежа» дал основание авторам учебного пособия [4] использовать некорректные формулировки, например:

- преобразовать чертеж прямой общего положения в чертеж прямой уровня и (или) проецирующей прямой;

- преобразовать чертеж плоскости общего положения в чертеж проецирующей плоскости и (или) плоскости уровня.

Они противоречат определению предмета начертательной геометрии, изучающей способы решения пространственных (стереометрических) задач **на чертеже**. Такой же уровень некомпетентности демонстрируется в изложении способа замены плоскостей проекций, точнее, принятой системы обозначений в учебнике [5] и в его компиляциях. Использование новых плоскостей проекций под порядковыми номерами 3, 4, … противоречит общепринятым: в трехмерном пространстве с декартовой системой координат $Oxyz$ связаны три плоскости проекций $\Pi_1 = Oxy$, $\Pi_2 = Oxz$, $\Pi_3 = Oyz$. Плоскостей проекций в трехмерном пространстве с другими порядковыми номерами не может быть по определению, ибо преобразование одной системы координат $Oxyz$ в другую, например $O'x'y'z'$ или $\overline{O}\overline{x}\overline{y}\overline{z}$, не меняет число осей координат и, как следствие, число плоскостей проекций. Толкование В.О.Гордоном [5], что исходная система координат (плоскостей проекций Π_1, Π_2) остается неизменной, а дополнительные плоскости проекций $\Pi_3, \Pi_4,...$ вводятся лишь для упрощения алгоритмов решения задач, не выдерживает критики с позиций теории преобразований [6].

Вторая глава «Теория преобразований» книги Ф.Клейна «Высшая геометрия» [6] начинается с двоякого толкования уравнений преобразования (1) трехмерного пространства [7]:

1. В системе уравнений (1) X, Y, Z - координаты некоторой точки A пространства относительно системы отнесения $Oxyz$, а $\overline{X}, \overline{Y}, \overline{Y}$ - координаты той же точки A относительно системы отнесения $\overline{O}\overline{x}\overline{y}\overline{z}$ (рис.1). В этом случае уравнения (1) называются формулами преобразования координат, то есть одна система координат преобразуется в другую, а фигура остается в покое.

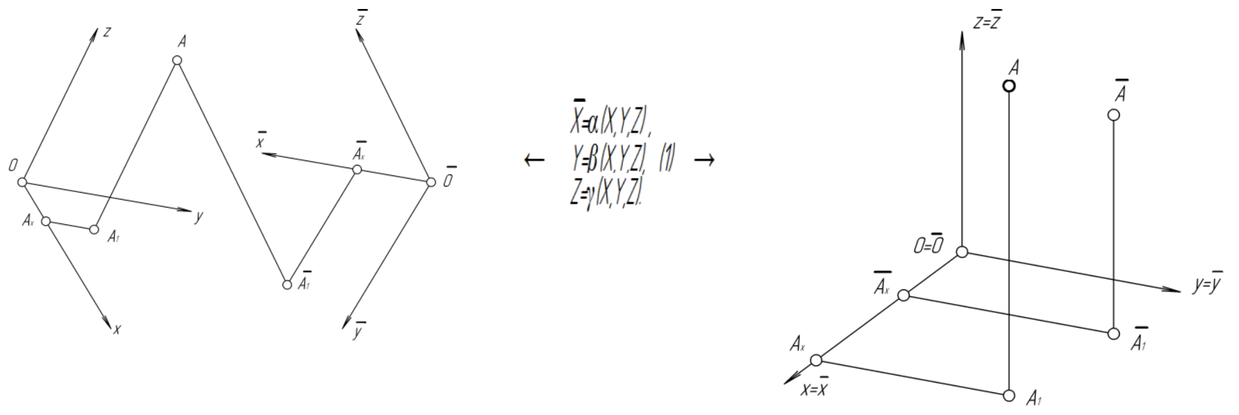

Рис.1. Двоякое толкование уравнений преобразования трехмерного пространства

2. В системе уравнений (1) X, Y, Z - координаты некоторой точки A, а $\overline{X}, \overline{Y}, \overline{Y}$ - координаты точки $\overline{A}$ относительно данной системы отнесения $Oxyz = \overline{O}\overline{x}\overline{y}\overline{z}$. В этом случае уравнения (1) называются формулами преобразования пространства, то есть одна фигура преобразуется в другую, а система координат остается в покое.

В зависимости от такого толкования функций (1) способы преобразования делятся на две группы.

1. Преобразования системы координат:

а) способ замены плоскости проекций;

б) способ дополнительного проецирования.

2. Преобразование пространства:

а) способ плоскопараллельного движения;

б) способ вращения вокруг проецирующей прямой;

в) способ вращения вокруг прямой уровня.

Такое толкование уравнений (1) подчеркивает диалектическое единство аналитического (первое) и синтетического (второе) представлений геометрических преобразований пространства. В учебнике [7] это подтверждено выводом формул преобразования способов замены плоскостей проекций и плоскопараллельного движения.

Завершая краткий анализ изложения темы «Геометрические преобразования» в курсах начертательной геометрии, уделим внимание двум вопросам.

1. Нужно ли в современных условиях сокращения часов на изучение учебного курса излагать все более или менее известные способы преобразования на чертеже?

Раньше набор преобразований определялся простотой алгоритмов решения тех или иных задач, удобством их реализации на ограниченной плоскости чертежа. В настоящее время на первое место в соответствии с Федеральными государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования выдвигается требование выявления и установления межпредметных связей. В свете этого изучаемым в курсе аналитической геометрии способам параллельного переноса, вращения и композиции переноса с вращением в начертательной геометрии соответствуют:

- способ замены плоскостей проекций (первое толкование уравнений (1));

- способы вращения и плоскопараллельного перемещение (второе толкование уравнений (1).

2. Можно ли вращение вокруг линии уровня называть способом?

Этот вопрос возникает естественным образом: в отличие от других способов вращение вокруг линии уровня применяется, в основном, лишь для преобразования плоскости общего положения в плоскость уровня. На первый взгляд кажется, что эта задача, решаемая другими способами в два этапа, здесь решается проще, то есть в один этап. На самом деле под вращением вокруг линии уровня скрывается композиция двух преобразований (рис.2):

1) плоскость $\alpha(ABC)$ общего положения заменой плоскостей проекций $\Pi_2 \rightarrow \overline{\Pi}_2$ преобразуется в проецирующую плоскость $\overline{\alpha}_2(\overline{A}\overline{B}\overline{C})$;

2) плоскость $\overline{\alpha}_2(\overline{A}\overline{B}\overline{C})$ вращением вокруг фронтально проецирующей прямой $i(\overline{i}_1 = h_1, \quad \overline{i}_2 = \overline{A}_2)$ преобразуется в плоскость уровня $\overline{\overline{\alpha}}(\overline{\overline{A}}_1\overline{\overline{B}}_1\overline{\overline{C}}_1, \overline{\overline{A}}_2\overline{\overline{B}}_2\overline{\overline{C}}_2)$.

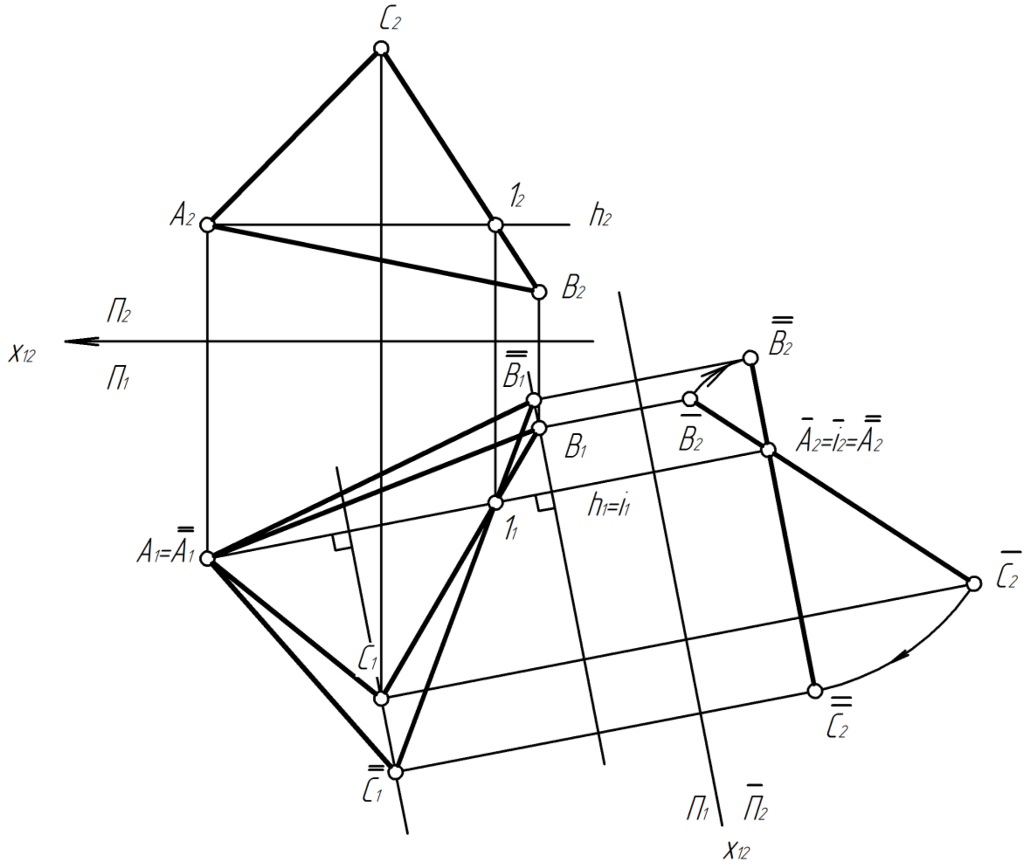

Рис.2. Способ вращения вокруг линии уровня

Таким образом, так называемым способом вращения вокруг линии уровня плоскость $\alpha(ABC)$ общего положения преобразуется в плоскость уровня $\overline{\alpha}_2(\overline{A}\overline{B}\overline{C})$ композицией двух **разнотипных** преобразований: замены плоскостей проекций и вращения вокруг проецирующей прямой. В других случаях эта задача решается композицией двух **однотипных** преобразований.

В результате, как и следовало ожидать, имеем полное единство в толковании преобразований движения в курсах аналитической и начертательной геометрий. Это подтверждает полезность и целесообразность параллельного решения геометрических задач аналитическими и синтетическими способами.

Геометрические преобразования в курсе инженерной геометрии

Вопросы расширения и дополнения раздела «Геометрические преобразования» в курсе инженерной геометрии как преемницы начертательной геометрии рассмотрим с позиций требований компьютерной графики, конструирования и моделирования технических форм.

В инженерной геометрии по сравнению с традиционными курсами начертательной геометрии геометрические преобразования имеют существенно больше применений. Отметим основные из них.

1. Применение геометрических преобразований для решения позиционных и метрических задач с участием кривых линий и поверхностей. Идея решения такого рода задач состоит в предварительном преобразовании исходных данных (геометрические фигуры, условия, параметры) в более простые. Например, кривые и поверхности второго порядка преобразуются соответственно в окружность, сферу, цилиндрическую поверхность. Задача решается в упрощенном (преобразованном) варианте по известному алгоритму. Обратным преобразованием решение задачи отображается на исходные данные. Примеры решения таких задач приводятся в [7].

2. Вторая область применения геометрических преобразований связана с моделированием поверхностей в методе двух изображений [8]. В начертательной геометрии и инженерной практике рассматривается кинематический способ образования поверхностей и задание их проекциями геометрической части определителя или в случае сложных (технических) поверхностей – линейным или сетчатым каркасом. Теоретически (стык начертательной и алгебраической геометрий) поверхность моделируется соответствием, возникающим между полями первых и вторых проекций ее точек на плоскостях проекций, в частности, между полями горизонтальных и фронтальных проекций.

Такой способ моделирования поверхностей достаточно сложен и требует владения смежными разделами геометрии (теории кривых и поверхностей, теории нелинейных, в частности бирациональных соответствий). Однако сложность компенсируется возможностью исследования свойств «в целом» моделируемых поверхностей. На изучаемой поверхности можно построить семейства простейших линий, определить характер их инциденций и т.д. Эти свойства важны при решении ряда прикладных задач проектирования и расчета оболочек. Таким образом, возникает взаимосвязь методов начертательной, алгебраической и дифференциальной геометрий в решении прикладных задач.

3. Третья, с нашей точки зрения, основная область применения геометрических преобразований в инженерной геометрии связана с конструированием кривых линий и поверхностей. Это утверждение основывается на анализе тем диссертационных работ по специальности 05.01.01 – инженерная геометрия и компьютерная графика, защищенных за последние 50 – 60 лет.

Здесь, в первую очередь, следует отметить работы профессора И.И. Котова и его многочисленных учеников, заложивших теоретическую базу современного метода компьютерной графики в конструировании поверхностей – метода «выдавливания» [9]. По этому методу сначала конструируется плоский контур в виде дуги какой-либо кривой или обвода (составной линии). Далее этот контур «выдавливается» в пространство, оставаясь неизменным или претерпевая определенные изменения формы (сжатие, растяжение, «масштабирование» и т.д.) в процессе своего движения. В итоге в терминах и понятиях проф. И.И.Котова [10] получаются поверхности параллельного переноса (конгруэнтных сечений), линейных преобразований (аффинных, проективных), нелинейных преобразований (непрерывно-топографические поверхности).

В связи с этим возникает необходимость изложения в учебных курсах теории проективных и бирациональных преобразований. С точки зрения простоты и удобства применения при решении прикладных задач следует ограничиться рассмотрением центральных преобразований. Эти преобразования содержат пучок слабоинвариантных прямых [11], на которых инвариантная кривая индуцирует проективитеты, неинволюционные и инволюционные. В частных случаях проективитеты вырождаются в аффинитеты и преобразования движения, существенно упрощая алгоритмы построения соответственных точек и делая их удобными для конструирования и исследования свойств алгебраических кривых высших порядков [7].

Идея **расслоения**, использованная при задании центральных преобразований плоскости, достаточно просто обобщается на 3-мерное [11] и многомерные пространства [12]. В частности, преобразование $T_{n-n'}$ трехмерного пространства можно задать как совокупность центральных преобразований T_i плоскостей пучка $l(\alpha_i)$, где ось l пучка может быть собственной или несобственной. Носитель центров S_i преобразований T_i представляет собой пространственную кривую s^k, для которой ось l должна быть $(k-1)$-секантой. Носителем инвариантных кривых d^n преобразований T_i является алгебраическая поверхность Δ^m с $(m-\nu)$-кратной прямой l, где $m \le n$. При этом кривая s^k на Δ^m должна быть $(\nu-2)$- или $(\nu-1)$-кратной. При соблюдении указанных условий преобразование $T_{n-n'}$ пространства расслаивается в пучке плоскостей $l(\alpha_i)$ на центральные преобразования T_i. Прямые конгруэнции $K\textit{г}(1,k)$, заданной фокальными линиями l и s^k, являются носителями соответственных точек A и A'. В итоге на прямых этой конгруэнции $T_{n-n'}$ индуцирует в общем случае проективитеты, которые изменением аппарата преобразования $T_{n-n'}$ можно превратить в аффинитеты и преобразования движения.

Таким образом, некоторые бирациональные преобразования пространства можно представить как совокупность ∞^2 преобразований самосоответственных прямых конгруэнции $K\textit{г}(1,k)$, что существенно упрощает алгоритм построения соответственных точек. Как следствие, использование таких преобразований при решении прикладных задач упрощает решение за счет уменьшения их размерности. Это согласуется с кинематическим способом образования технических форм трехмерного пространства. Сочетание наглядности кинематического способа образования поверхностей с возможностями способа расслояемых преобразований в их конструировании и исследовании свойств представляет достаточно эффективный инструмент в проектировании технических форм $[11, 13]$. В качестве иллюстрации сказанного приведем пример проектирования сопрягающей поверхности «лонжерон – лопасть» $[13]$.

Задача конструирования поверхности гладкого сопряжения лонжерона несущего винта вертолета, имеющего прямоугольное сечение $s_n(a, b)$ с лопастью винта, корневое сечение s_A которой задано основными геометрическими характеристиками d, c, f, x_c, x_f (рис. 3), решена в три этапа.

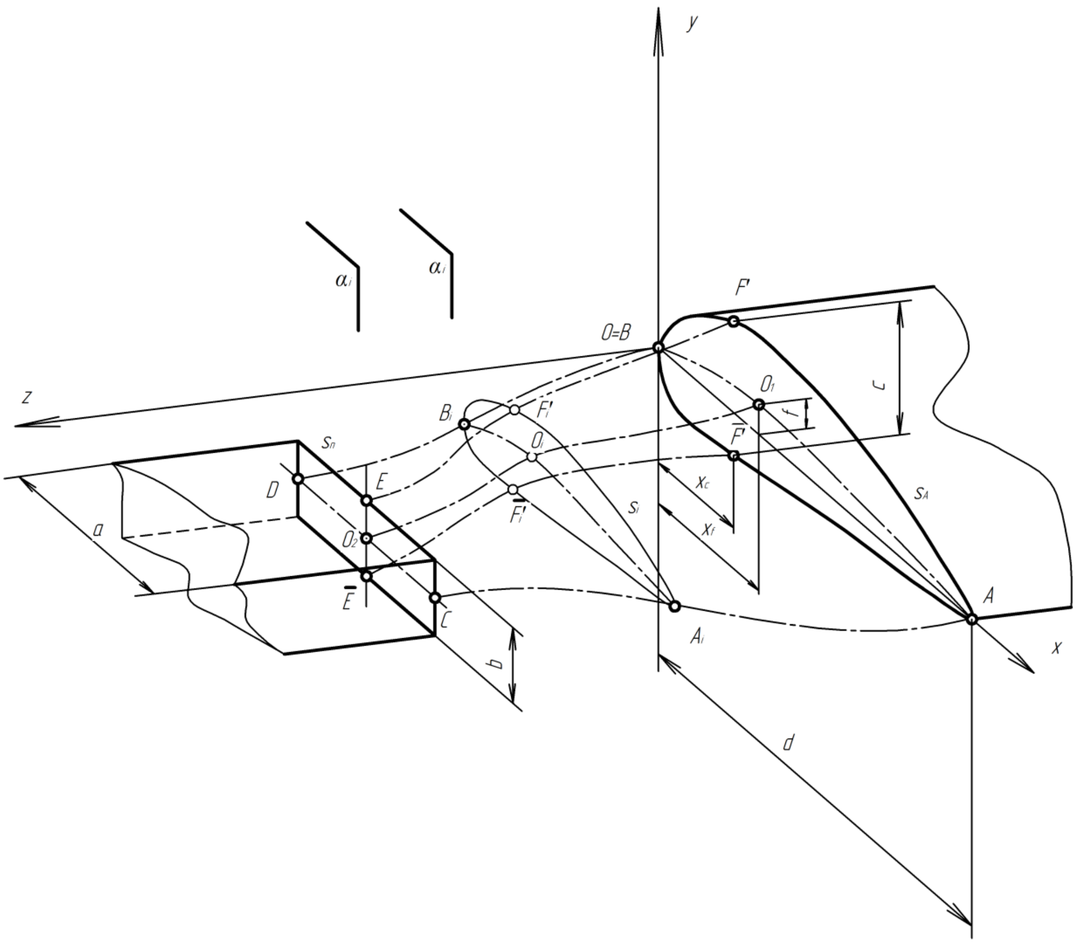

Рис.3. Сопрягающая поверхность «лонжерон-лопасть»

1. Построение геометрической модели поверхности, обеспечивающей плавный переход от симметричного профиля, вписанного в прямоугольник s_n к симметричному профилю с максимальной толщиной c. Эта поверхность получена как образ линейчатой поверхности в нелинейном преобразовании, расслаивающемся в пучке плоскостей, параллельных координатной плоскости Oxy, на кубические преобразования с пучками слабоинвариантных коник (рис.4).

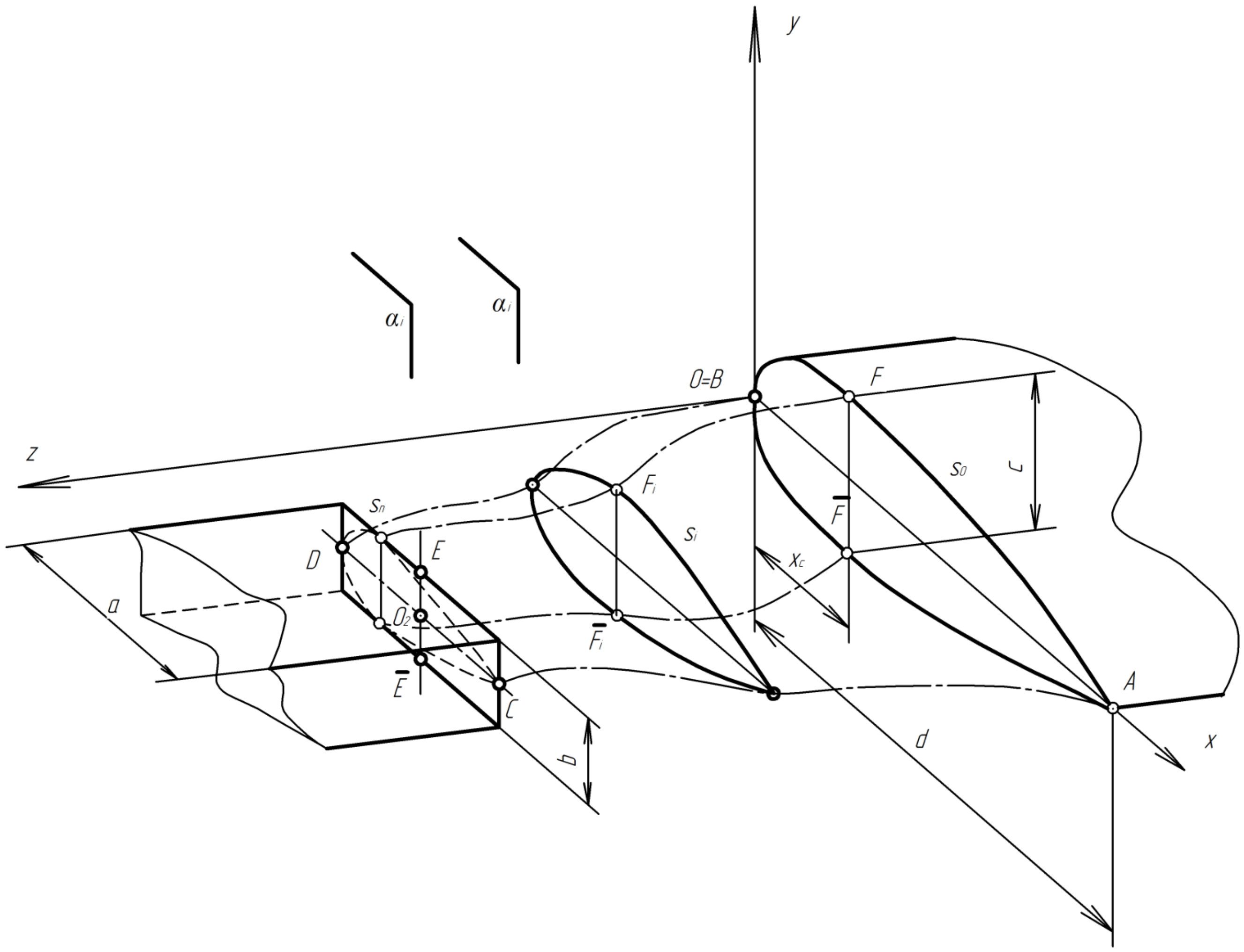

Рис. 4. Поверхность, сопрягающая симметричные аэродинамические профили

2. Получение геометрической модели поверхности, обеспечивающей плавный переход от заданного прямоугольного сечения к симметричному аэродинамическому профилю с длиной хорды d и толщиной c.

3. Конструирование искомой поверхности Σ, как образа поверхности, полученной на предыдущем этапе, в центральном нелинейном преобразовании, расслаивающемся в связке прямых с центром в несобственной точке оси Oy на параллельные переносы.

Заключение

Выполненный в статье анализ преподавания раздела «Преобразования чертежа» в курсе начертательной геометрии позволил авторам обосновать предложения по изменению его содержания в современных условиях.

1. С учетом рекомендаций ФГОС третьего поколения [14] в части установления междисциплинарных связей предлагается согласовать преподавание преобразований движения в курсах аналитической и начертательной геометрий. Это позволит студентам

убедиться в полезности и целесообразности сочетания аналитических и графических способов решения геометрических задач.

2. Области применения геометрических преобразований необходимо расширить для:

а) решения позиционных и метрических задач с участием кривых линий и поверхностей;

б) моделирования поверхностей в методе двух изображений;

в) конструирования технических кривых линий и поверхностей, отвечающих ряду наперед заданных условий.

Реализация этих предложений внесет свой вклад в реальную трансформацию традиционного курса начертательной геометрии в инженерную геометрию, вызванную потребностями производства и соответствующую современным тенденциям и мировому опыту подготовки инженерных кадров, в улучшение качества инженерно-геометрической подготовки, и, как следствие, качества подготовки специалистов.

Список литературы

1. Горнов А.О., Усанова Е.В., Шацилло Л.А. ГГП – состояние, тенденции, прогнозы // III Научно-практическая интернет-конференция «Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе в условиях ФГОС ВПО» (КГП-2012) (сентябрь-ноябрь 2012 г.): тр. Пермь: ПГТУ, 2013. С. 39-47. Режим доступа: http://dgng.pstu.ru/conf2012/papers/20/ (дата обращения 01.04.2015).
2. Москаленко В.О., Иванов Г.С., Муравьев К.А. Как обеспечить общегеометрическую подготовку студентов технических университетов // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э.Баумана. Электрон. журн. 2012. № 8. Режим доступа: http://technomag.edu.ru/doc/445140.html (дата обращения 01.04.2015).
3. Серегин В.И., Иванов Г.С. Инженерная геометрия – теоретическая база построения геометрических моделей // Международная научно-теоретическая конференция «Инновационное развитие современной науки»: тр. Ч. 3. Уфа: РИЦ БашГУ, 2014. С. 339-346.
4. Гузненков В.Н., Жирных Б.Г., Новоселова Л.В. Рабочая тетрадь по начертательной геометрии (для записи лекций). М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 40 с.
5. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. М.: Высшая школа, 2000. 272 с.
6. Клейн Ф. Высшая геометрия: пер. с нем. М.: Либроком, 2009. 400 с.
7. Иванов Г.С. Начертательная геометрия. М.: Изд-во МГУЛ, 2012. 340 с.
8. Иванов Г.С. Теоретические основы начертательной геометрии. М.: Машиностроение, 1998. 158 с.
9. Гузненков В.Н., Журбенко П.А. Autodesk Inventor 2012. Трехмерное моделирование деталей и создание чертежей. М.: ДМК Пресс, 2012. 120 с.

10. Котов И.И. Начертательная геометрия. М.: Изд-во МАИ, 1973. 200 с.
11. Иванов Г.С. Конструирование технических поверхностей (математическое моделирование на основе нелинейных преобразований). М.: Машиностроение, 1987. 192 с.
12. Иванов Г.С. Применение идеи расслоения в конструировании кремоновых преобразований // Основные направления научно-педагогической деятельности факультета ландшафтной архитектуры: научные труды МГУЛ. Вып. 348. 2010. С. 96-100.
13. Боровиков И.Ф. Конструирование сопрягающих гиперповерхностей на основе расслояемых преобразований: автореф. дис. … канд. техн. наук. М., 1985. 18 с.
14. Байденко В.И. Выявление состава компетенций выпускников вузов как необходимый этап проектирования ГОС ВПО нового поколения. М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2006. 72 с.

Science & Education of the Bauman MSTU
Electronic journal
ISSN 1994-0408

Science and Education of the Bauman MSTU, 2015, no. 05, pp. 334–347.

DOI: **10.7463/0515.0770568**

Received: 22.03.2015

Geometric Transformations in Engineering Geometry

I.F. Borovikov[1,*], G.S. Ivanov[1]

[*]bif1986@mail.ru

[1]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: the descriptive geometry, engineering geometry, geometrical transformations, modeling of surfaces, interfacing a surface, position and metric tasks

Recently, for business purposes, in view of current trends and world experience in training engineers, research and faculty staff there has been a need to transform traditional courses of descriptive geometry into the course of engineering geometry in which the geometrical transformations have to become its main section. On the basis of critical analysis the paper gives suggestions to improve a presentation technique of this section both in the classroom and in academic literature, extend an application scope of geometrical transformations to solve the position and metric tasks and simulation of surfaces, as well as to design complex engineering configurations, which meet a number of pre-specified conditions.

The article offers to make a number of considerable amendments to the terms and definitions used in the existing courses of descriptive geometry. It draws some conclusions and makes the appropriate proposals on feasibility of coordination in teaching the movement transformation in the courses of analytical and descriptive geometry. This will provide interdisciplinary team teaching and allow students to be convinced that a combination of analytical and graphic ways to solve geometric tasks is useful and reasonable.

The traditional sections of learning courses need to be added with a theory of projective and bi-rational transformations. In terms of application simplicity and convenience it is enough to consider the central transformations when solving the applied tasks. These transformations contain a beam of sub-invariant (low-invariant) straight lines on which the invariant curve induces non-involution and involution projectivities. The expediency of nonlinear transformations application is shown in the article by a specific example of geometric modeling of the interfacing surface "spar-blade".

Implementation of these suggestions will contribute to a real transformation of a traditional course of descriptive geometry to the engineering geometry, raising the level of engineering and geometrical training and, as a consequence, provide quality assurance of training specialists.

References

1. Gornov A.O., Usanova E.V., Shatsillo L.A. Geometric and graphic training - status, trends, and forecasts. *3 Nauchno-prakticheskaya internet-konferentsiya "Problemy kachestva graficheskoi podgotovki studentov v tekhnicheskom vuze v usloviyakh FGOS VPO" (KGP-2012): tr.* [Proc. of the 3rd Scientific and practical Internet conference "Problems of quality of graphic training of students in technical university under Federal State Educational Standards of Higher Professional Education" (KGP-2012)], September-November 2012. Perm, PSTU Publ., 2013, pp. 39-47. Available at: http://dgng.pstu.ru/conf2012/papers/20/ , accessed 01.04.2015. (in Russian).
2. Moskalenko V.O., Ivanov G.S., Murav'ev K.A. How to ensure general Geometry training to students of technical universities. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2012, no. 8. Available at: http://technomag.edu.ru/doc/445140.html , accessed 01.04.2015. (in Russian).
3. Seregin V.I., Ivanov G.S. Engineering geometry is the theoretical basis of constructing of geometric models. *Mezhdunarodnaya nauchno-teoreticheskaya konferentsiya "Innovatsionnoe razvitie sovremennoi nauki": tr.* [Proc. of the International scientific and theoretical conference "Innovative development of modern science"]. Pt. 3. Ufa, BashSU Publ., 2014, pp. 339-346. (in Russian).
4. Guznenkov V.N., Zhirnykh B.G., Novoselova L.V. *Rabochaya tetrad' po nachertatel'noi geometrii (dlya zapisi lektsii)* [Workbook on descriptive geometry (for recording lectures)]. Moscow, Bauman MSTU Publ. 40 p. (in Russian).
5. Gordon V.O., Sementsov-Ogievskii M.A. *Kurs nachertatel'noi geometrii* [Descriptive geometry course]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2000. 272 p. (in Russian).
6. Klein F. *Vysshaya geometriya* [Higher geometry].Transl. from German. Moscow, Librokom Publ., 2009. 400 p. (in Russian).
7. Ivanov G.S. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Moscow, Moscow State Forest University Publ., 2012. 340 p. (in Russian).
8. Ivanov G.S. *Teoreticheskie osnovy nachertatel'noi geometrii* [Theoretical foundations of descriptive geometry]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1998. 158 p. (in Russian).
9. Guznenkov V.N., Zhurbenko P.A. *Autodesk Inventor 2012. Trekhmernoe modelirovanie detalei i sozdanie chertezhei* [Autodesk Inventor 2012. Three-dimensional modeling of parts and creation of drawings]. Moscow, DMK Press, 2012. 120 p. (in Russian).
10. Kotov I.I. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Moscow, MAI Publ., 1973. 200 p. (in Russian).
11. Ivanov G.S. *Konstruirovanie tekhnicheskikh poverkhnostei (matematicheskoe modelirovanie na osnove nelineinykh preobrazovanii)* [Designing of technical surfaces (mathematical modeling based on nonlinear transformations).]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1987. 192 p. (in Russian).

12. Ivanov G.S. Application of idea of stratification in design of Cremona transformations. *Osnovnye napravleniya nauchno-pedagogicheskoi deyatel'nosti fakul'teta landshaftnoi arkhitektury: nauchnye trudy MGUL* [The main directions of scientific and pedagogical activity of faculty of landscape architecture: scientific papers of Moscow State Forest University]. Iss. 348. 2010, pp. 96-100. (in Russian).
13. Borovikov I.F. *Konstruirovanie sopryagayushchikh giperpoverkhnostei na osnove rassloyaemykh preobrazovanii. Avtoref. kand. dis*. [Designing of conjugating hypersurfaces based on stratifiable transformations. Abstract of cand. diss.]. Moscow, 1985. 18 p. (in Russian).
14. Baidenko V.I. *Vyyavlenie sostava kompetentsii vypusknikov vuzov kak neobkhodimyi etap proektirovaniya GOS VPO novogo pokoleniya* [Identification of competencies of graduates as necessary stage of designing new generation of State Educational Standards of Higher Professional Education]. Moscow, Research center of problems quality of training Publ., 2006. 72 p. (in Russian).