

УДК 621.92

## **Имитационная динамическая модель процесса шлифования сложнопрофильных деталей. Развитие методов моделирования**

Воронов С. А.<sup>1</sup>, Киселёв И. А.<sup>1,\*</sup>, Ма В.<sup>1</sup>,  
Ширшов А. А.<sup>1</sup>

[\\*i.a.kiselev@yandex.ru](mailto:i.a.kiselev@yandex.ru)

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

---

В работе представлен обзор литературных источников, посвященных моделированию процесса шлифования. Рассмотрены статистические, энергетические и имитационные подходы к расчету сил шлифования. Выявлены основные стадии взаимодействия абразивных зерен и обрабатываемой поверхности, приведено описание основных подходов к геометрическому моделированию образования новых поверхностей при шлифовании. Рассмотрены достоинства и недостатки применения прямого моделирования взаимодействия отдельных зерен и обрабатываемой поверхности методом конечных элементов и методом молекулярной динамики. Представлена структура комплексной имитационной модели процесса шлифования сложнопрофильных податливых деталей, учитывающей динамику процесса обработки. Предлагаемая модель пространственного шлифования включает в себя модель динамики заготовки, модель динамики фрезы, модель сил резания, основанную на численном алгоритме геометрического моделирования. Предлагаемый подход позволяет выполнять моделирование обработки деталей со сложной формой поверхности и оценить уровень вибраций, отклонение формы и качество поверхности, а также величины усилий шлифования при различных сочетаниях параметров технологического процесса.

**Ключевые слова:** шлифование, алгоритм геометрического моделирования, силы шлифования, сложнопрофильные детали, динамика

---

### **Введение**

Процесс шлифования представляет собой удаление материала за счет взаимодействия с большим количеством абразивных зерен, расположенных случайным образом на поверхности шлифовального круга. Зерна соединены между собой связующим материалом, могут иметь различную форму, ориентацию и жесткость скрепления. Каждое из зерен в зоне резания из-за случайного расположения в радиальном и окружном направлении по-своему взаимодействует с материалом детали. При этом в зависимости от

глубины внедрения зерна в материал детали реализуются различные механизмы взаимодействия - скольжение, царапание (образование борозды с наплывами по бокам без образования стружки) или резание. Кроме того из-за малых глубин обработки, случайного распределения абразивных частиц, а также из-за упругих свойств детали и инструмента для удаления припуска с поверхности детали применяют большое число последовательных проходов инструмента (выхаживание). При этом усилия шлифования и объем удаляемого материала снижается с каждым проходом, что является существенным отличием от лезвийной обработки (например, фрезерования). Существенное влияние на результат обработки оказывают также температурные деформации обрабатываемой детали и остаточные напряжения, вызванные пластическим деформированием ее поверхностного слоя.

Выбор рациональных режимов может осуществляться на основе экспертных систем, которые объединяют большое количество экспериментальных данных, устанавливающих зависимость между выбранными входными и выходными параметрами процесса. Однако такой подход требует проведения очень большого числа экспериментов для каждого исследуемого техпроцесса и позволяет получить скорее качественные оценки параметров процесса, чем количественные.

Для осуществления рационального выбора режимов обработки шлифованием сложных деталей необходима разработка комплексной имитационной математической модели процесса шлифования, которая должна учитывать различные физические аспекты процесса обработки и давать возможность определять усилия шлифования, отжатия инструмента и обрабатываемой детали, их динамическое поведение, а также качество итоговой поверхности детали.

## **1. Модели сил шлифования**

Одним из важнейших отличий подходов к моделированию процесса шлифования является способ моделирования усилий резания при шлифовании. В настоящее время существуют три основных метода: статистический подход, энергетический подход и имитационный физический подход.

В рамках статистического подхода шлифование рассматривается как процесс лезвийной обработки наподобие фрезерования, при этом каждое абразивное зерно считается отдельной режущей кромкой. Предполагается, что мгновенная толщина срезаемого слоя для всех зерен, находящихся в данный момент времени в контакте с поверхностью детали, одинакова. Полное усилие резания может быть определено по

эмпирическому соотношению [1], предполагая пропорциональную зависимость равнодействующей сил резания от толщины срезаемого слоя, умноженную на количество активных зерен, находящихся в контакте с материалом детали. Расчет количества активных зерен производится на основе предположения о равномерном распределении зерен по поверхности шлифовального круга. Мгновенная толщина срезаемого слоя для каждого из зерен рассчитывается на основе теоретических зависимостей [1]. Геометрические характеристики зерен, их случайное распределение по поверхности шлифовального круга и формирование поверхности детали не принимаются во внимание.

В работе [2] рассматривается взаимодействие инструмента и обрабатываемой детали при шлифовании на микроскопическом уровне, при этом выделяются следующие четыре вида взаимодействия: абразивное зерно/заготовка, стружка/заготовка, стружка/связка, связка/заготовка (см.рис. 1).

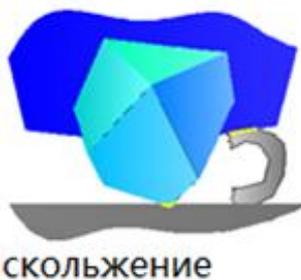
### 1. Абразивное зерно/заготовка



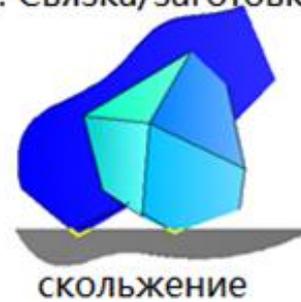
### 2. Стружка/заготовка



### 3. Стружка/связующее



### 4. Связка/заготовка



**Рис. 1.** Виды взаимодействия шлифовального круга и обрабатываемой детали на микро уровне

Энергетический подход к определению сил шлифования рассматривает только взаимодействие между абразивными зернами и заготовкой, остальными видами взаимодействия, показанными на рисунке 1, пренебрегается. В рамках данного подхода предполагается, что зерна при взаимодействии с материалом детали проходят три стадии (рис. 2): скольжение, царапание, срезание материала.

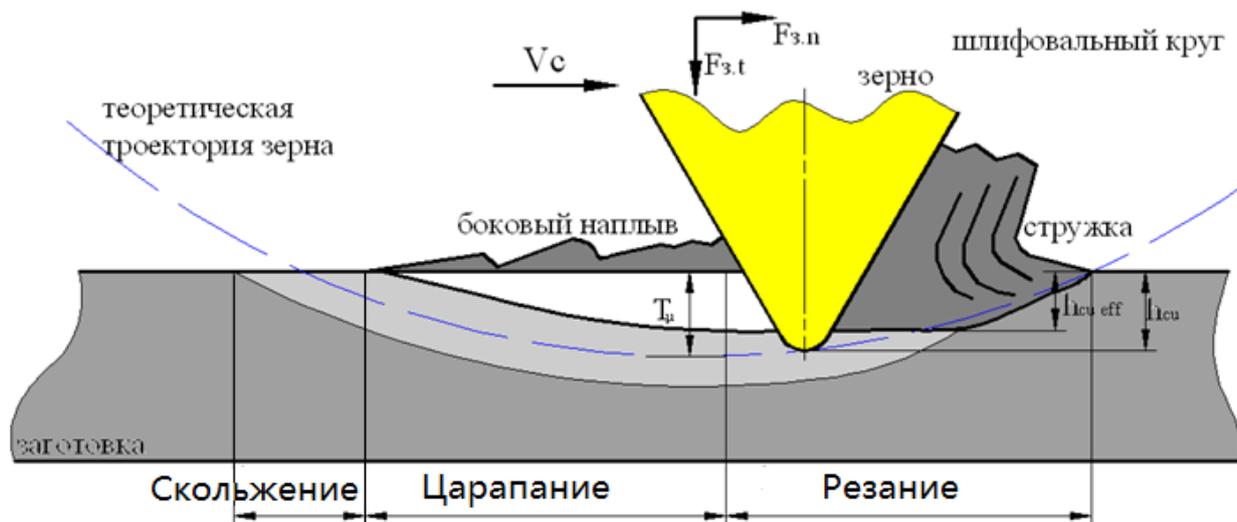


Рис. 2. Три стадии взаимодействия зерна с обрабатываемой поверхностью

При этом полная энергия представляет собой сумму энергий для каждого из видов взаимодействия. Анализ формы мелкой шлифовальной стружки показал, что материал детали сначала расплавлялся и только после этого удалялся с поверхности детали, что говорит о возможной связи энергии резания и энергии плавления обрабатываемого материала. В рамках данной теории [3] на основании экспериментальных исследований делается вывод о том, что для большинства металлических материалов энергия резания составляет около 75% от энергии плавления для данного материала. На основе вычисленной величины энергии может быть определено усилие стружкообразования. Поскольку царапание представляет собой локальное пластическое деформирование поверхностного слоя материала детали (без срезания) при малых погружениях зерен в тело детали (вход зерна в тело детали), то усилие царапания зависит от длины «режущего фронта» активных зерен и задается в виде удельной силы на единицу длины. Скользяние представляет собой трение нижней (затупившейся) части зерна о поверхность детали в момент первоначального контакта и зависит от суммарной площади поверхностей трения всех активных зерен. Итоговая величина окружного усилия шлифования определяется как суперпозиция усилий всех трех стадий взаимодействия зерен круга с поверхностью детали:

$$F_t = F_{t,chip} + F_{t,plough} + F_{t,sliding} \quad (1)$$

В отличие от статистического подхода в данном случае лучше учитывается реальный механизм взаимодействия зерен с поверхностью детали, поскольку учитываются особенности взаимодействия отдельных зерен шлифовального круга с обрабатываемой поверхностью детали. Однако энергетический подход не позволяет определять форму обработанной поверхности и проводить детальное моделирование физических процессов в зоне контакта на микроуровне.

Имитационный подход предполагает моделирование процесса шлифования на микроуровне, т.е. определение условий взаимодействия каждого отдельного зерна с

материалом поверхности детали. Как правило, для этих целей используют алгоритм геометрического моделирования, например, в работе [4] применяется алгоритм Z-буфера в упрощенной постановке, используемый также при моделировании процесса фрезерования [5-11]. Алгоритм геометрического моделирования позволяет описать изменения поверхности детали при взаимодействии с каждым зерном шлифовального круга, вычислить глубину погружения зерен в тело детали и, с использованием этой информации, определить локальные усилия резания. Далее усилия резания для активных зерен приводятся к общей системе координат шлифовального круга с целью последующего использования в общей динамической модели.

## 2. Геометрическое моделирование процесса шлифования

Существуют различные способы геометрического моделирования взаимодействия абразивных зерен с поверхностью детали. В упрощенном случае [4,12,13] принимают, что удаляется (срезается) весь материал детали, попавший в ометаемый объем при прохождении зерна (рис. 3). В этом случае применение метода Z-буфера значительно упрощается.

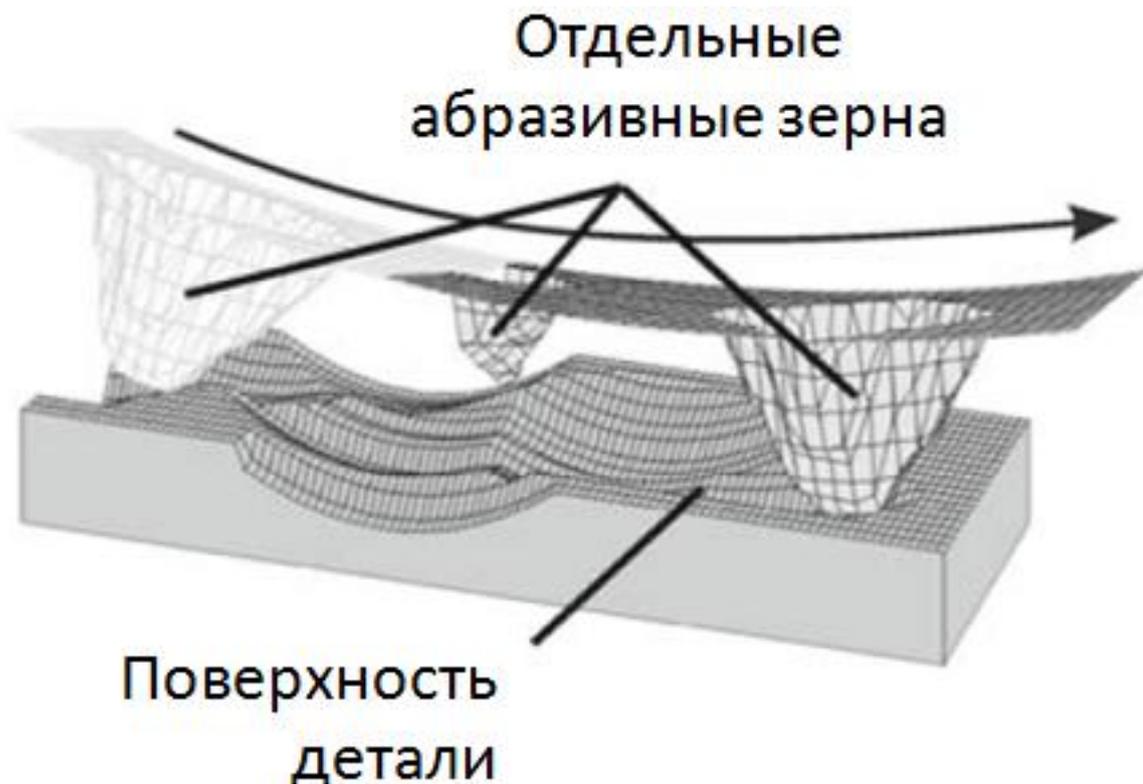
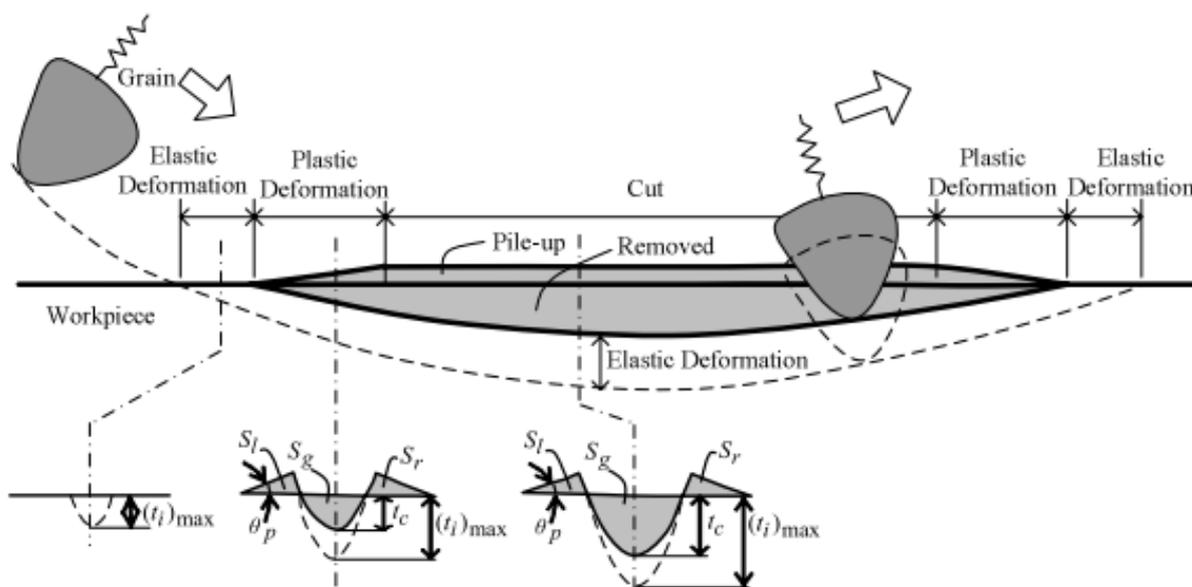


Рис. 3. Геометрическое моделирование взаимодействия зерен шлифовального круга с поверхностью детали [13]

Таким образом, предполагается, что при взаимодействии зерна с обрабатываемой поверхностью реализуется только процесс резания. Однако экспериментальные

исследования по царапанию поверхности абразивным зерном показывают образование напыла по краям борозды [14]. То есть, часть материала не удаляется, а пластически деформируется, и ее необходимо учитывать при проходе следующих зерен через данную область поверхности детали.

Способ учета образования напыла при геометрическом моделировании предложен в работе [15]. В соответствии с предлагаемым способом по бокам от траектории прохождения зерна наращивается часть материала, геометрические характеристики которой задаются в процентном соотношении от удаляемого объема материала. В работе [15] высота напыла убывает при удалении от зерна по линейному закону. В [16] показано применение квадратичного закона для расчета формы напыла. При учете податливости связующего в радиальном направлении авторы [17] предлагают для каждого зерна ввести условную радиальную жесткость закрепления, как показано на рис. 3. В этом случае при моделировании требуется на каждом шаге по времени проводить итерационный поиск равновесного положения. Также на рис. 4 показаны три этапа взаимодействия зерна с обрабатываемой поверхностью, и соответствующие им схемы образования напыла и срезания материала.



**Рис. 4.** Стадии взаимодействия зерна с обрабатываемой поверхностью и схема образования напыла с учетом упругих отжатий зерен [17]

В литературе рассматривается различная форма абразивных зерен. В работе [18] расчет производится в предположении, что все абразивные зерна имеют сферическую форму и одинаковый размер. Данное предположение существенно упрощает моделирование, но является грубым и не находит экспериментального подтверждения. В

работах [3, 15] предлагается принимать коническую форму зерна. В работе [19] рассматриваются более сложные зерна с многогранной формой. Каждый тип модели подходит для определенных типов абразивного материала.

При создании модели шлифовального круга необходимо знать закон распределения размеров абразивных зерен и координат, определяющих их положение на поверхности круга. Для экспериментального изучения формы зерен и их распределения по поверхности круга применяют метод оптической профилометрии. Несмотря на случайный характер распределения зерен, в простейших моделях [18] принимают равномерное распределение зерен по поверхности круга, при этом количество активных зерен может быть определено при помощи аналитических зависимостей [20]. Такие модели имеют невысокую точность и недостаточно полно отражают протекающие при шлифовании физические процессы. Для учета случайного положения зерен вводят законы случайного распределения размеров и положений зерен [21]. В работе [22] показано, что закон случайного распределения вершин зерен может обладать отрицательной асимметрией, т.е. глубина впадин между зернами больше относительно средней линии профиля круга, чем высота вершин зерен.

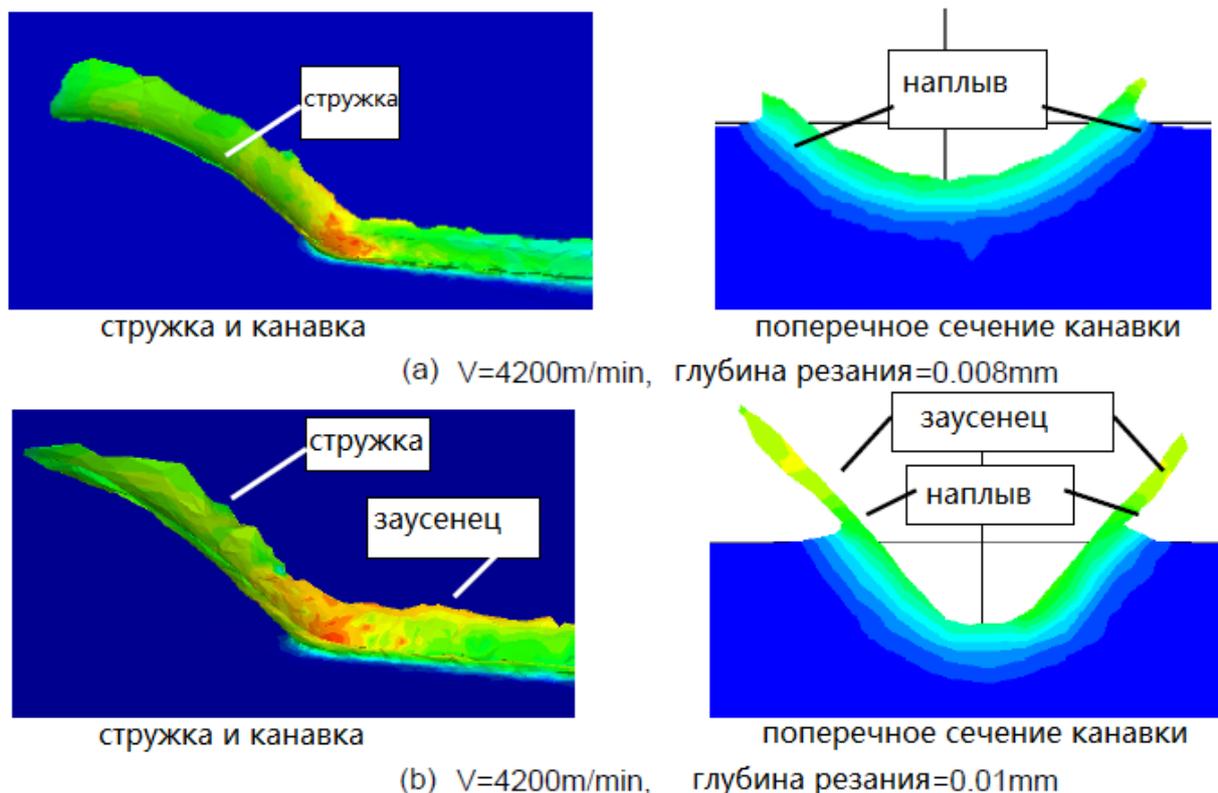
В работах [4,12] предлагается трехмерная модель процесса плоского шлифования. При этом для моделирования инструмента предложено использовать спектральный анализ трехмерной функции профиля поверхности круга, полученной в результате измерения. Для моделирования обрабатываемой поверхности использован метод, подобный алгоритму Z-буфера. При определении усилия резания, действующего на каждое зерно шлифовального круга, используют механистические модели в виде функции площади сечения срезаемого слоя или мгновенной толщины срезаемого слоя. Коэффициенты этих моделей требуют экспериментального определения.

### **3. Моделирование деформирования материала при взаимодействии зерен с обрабатываемой поверхностью**

В работе [15] предлагается на базе метода конечных элементов проводить более полный анализ процессов пластического деформирования и срезания материала при взаимодействии одного зерна с поверхностью. В результате такого расчета удастся предсказать соотношение объемов срезанного материала и бокового наплыва, а также рассчитать усилия резания и остаточные напряжения после прохождения зерна. В работе [15] показана возможность моделирования с помощью МКЭ образования стружки (рисунок 5а) при взаимодействии зерна с обрабатываемой поверхностью. Показано, что в случае превышения некоторой критической глубины резания модель позволяет

предсказывать образование заусенца (рисунок 5b). В работе [23] представлены результаты определения сил резания и остаточных напряжений в процессе скольжения и царапания при прохождении полушарового абразивного зерна с помощью программного обеспечения «Abaqus». В работе [24] представлен обзор и классификация статей применяющих метод конечных элементов для моделирования процесса шлифования. Несмотря на то, что данный подход не позволяет моделировать одновременную обработку целым шлифовальным кругом из-за очень высокой вычислительной сложности, его несомненным достоинством является возможность определения остаточных напряжений и формы бокового наплыва.

Применение метода конечных элементов для моделирования взаимодействия абразивных зерен с обрабатываемой поверхностью сталкивается с существенной трудностью, вызванной весьма малыми размерами зоны деформирования материала (единицы и десятки мкм) в пределах которой материал в общем случае нельзя считать удовлетворяющим гипотезам сплошности и однородности. В результате, полученные результаты либо будут носить качественный характер, либо потребуются ограничиться моделированием обработки монокристаллических материалов в предположении регулярной бездефектной структуры.



**Рис. 5.** Результаты моделирования взаимодействия абразивного зерна с обрабатываемой поверхностью при помощи МКЭ

Другим подходом к моделированию, учитывающим малые размеры зоны деформирования, является метод молекулярной динамики и родственный ему подход сглаженных гидродинамических частиц. В рамках данных подходов деформируемая среда рассматривается в виде набора большого количества простых однотипных малых частиц, взаимодействующих между собой при помощи центральных потенциальных сил. Характер взаимодействия определяется способом задания потенциальной функции, от которой существенно зависят результаты моделирования. Примерами работ, применяющих данный подход, являются статьи [25,26]. Хотя использование методов молекулярной динамики не дает возможности осуществить полное моделирование обработки всей поверхности детали шлифовальным кругом из-за чрезвычайно высоких вычислительных затрат, описанный подход позволяет выявить глубинные принципы механики разрушения материала при взаимодействии отдельных зерен с обрабатываемой поверхностью.

#### **4. Влияние динамики технологической системы на качество обработки**

Существенное влияние на качество и точность обработанной поверхности при шлифовании оказывают статические и динамические деформации станка и обрабатываемой детали. В работах [22,27] предлагаются математические модели процесса шлифования на базе метода конечных элементов: более грубая модель для станка, более точные модели для обрабатываемой детали и шлифовального круга вместе с валом и подшипниковыми опорами. Все динамические модели нуждаются в экспериментальной настройке с применением подходов экспериментального модального анализа. Дополнительно в рамках полной динамической модели системы осуществляется моделирование системы управления и механизмов обратной связи станка.

Деформации инструмента, узлов станка и обрабатываемой детали, вызванные вибрациями в системе, влияют на их взаимное положение и таким образом приводят к изменению геометрии зоны резания, и, следовательно, усилий резания. В свою очередь, усилия резания оказывают влияние на развитие вибрационного процесса, вследствие чего в динамической системе возникает обратная связь, имеющая запаздывание. В случае если возникновение подобной обратной связи приводит к нарастанию вибраций и их переходу к автоколебательному режиму, качество обработки ухудшается, усилия резания существенно возрастают и появляется возможность поломки инструмента. Подобные вибрации в иностранной литературе получили название «чаттера». Наличие неблагоприятных режимов, сопровождающихся возникновением чаттера, свойственно

всем процессам механической обработки резанием: точению, сверлению, фрезерованию, хонингованию и шлифованию [28-30].

На возникновение автоколебаний при шлифовании в большей степени оказывает влияние нелинейный характер зависимости усилий шлифования от мгновенной глубины погружения шлифовального круга в тело детали. Эффект запаздывания, обусловленный регенерацией обрабатываемой поверхности оказывает меньшее влияние, поскольку в зоне резания одновременно находится большое количество абразивных зерен.

Чаттерные режимы при шлифовании приводят к существенному ухудшению как размерной точности, так и качества обработанной поверхности, могут приводить к возникновению прижогов, поэтому требуется заранее выявлять неблагоприятные с динамической точки зрения режимы обработки за счет имитационного моделирования динамики шлифования.

## **5. Структурная схема модели динамики пространственного шлифования податливых деталей**

Обзор литературных источников показывает, что большинство работ посвящено исследованию процесса обработки шлифованием поверхностей с простой геометрической формой (чаще всего рассматриваются плоские поверхности). Кроме того, в работах, как правило, не рассматривается влияние податливости обрабатываемой детали на результат обработки и не учитывается динамика обработки. В тоже время, учет указанных особенностей представляет существенную трудность из-за принципиальных ограничений алгоритмов, применяемых авторами перечисленных в обзоре статей.

В настоящей работе предлагается построить модель динамики пространственного шлифования на основе модели динамики процесса фрезерования, представленной авторами настоящей статьи в работах [31-34]. В рамках предлагаемой модели каждое абразивное зерно рассматривается как отдельная режущая кромка со случайными характеристиками формы и расположения на поверхности шлифовального круга. Количество режущих кромок зависит от размеров шлифовального круга и его зернистости и может превышать 1 млн., что обуславливает дополнительные требования к производительности алгоритма и требует его значительной модификации в части геометрического моделирования. Блок схема модели представлена на рис. 6.

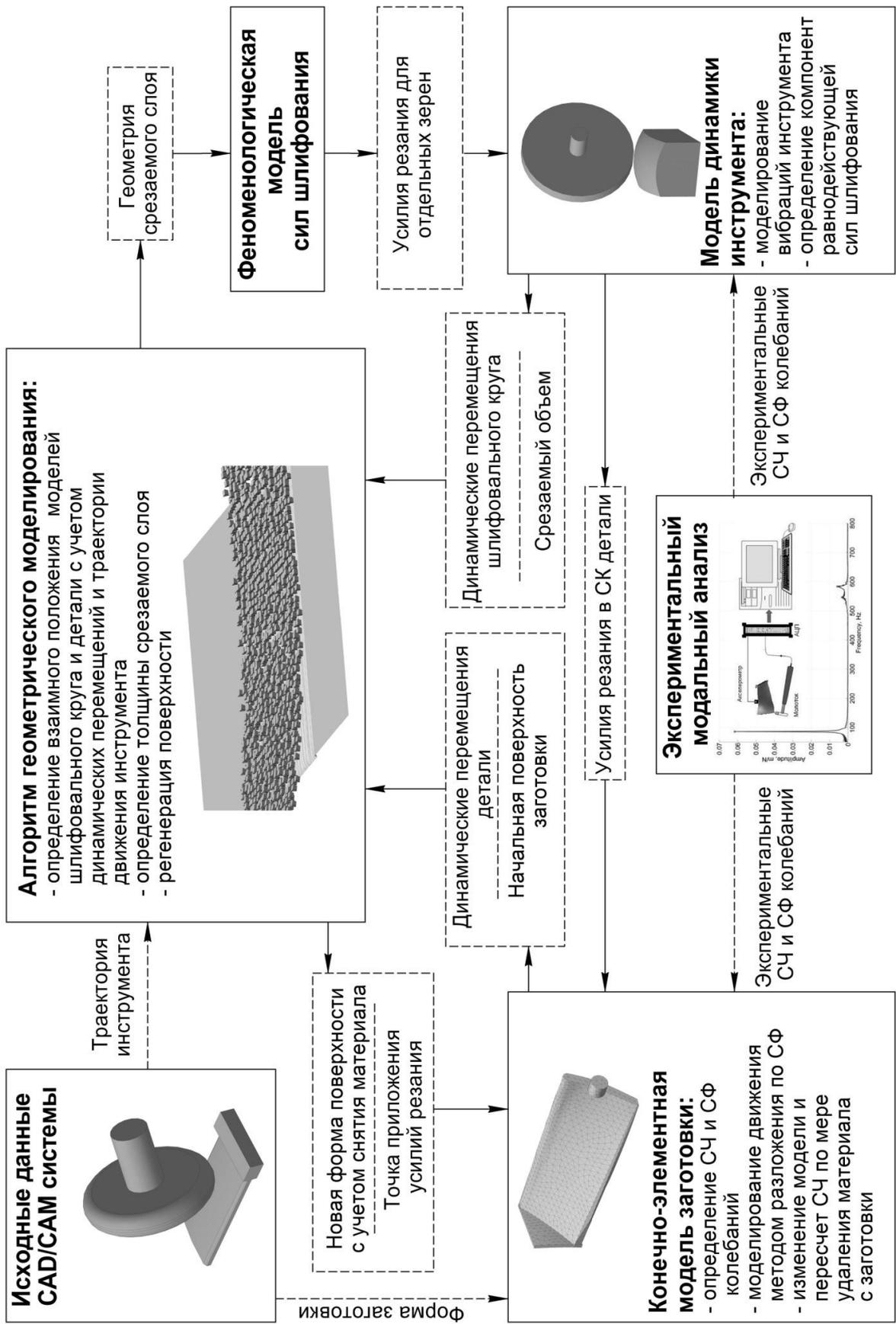


Рис. 6. Блок-схема имитационной модели процесса шлифования

Имитационная модель содержит в своем составе три основных блока. Базовым является блок определения взаимного положения модели шлифовального круга и модели обрабатываемой поверхности, с учетом вибраций инструмента и детали, а также движения подачи в соответствии с маршрутом обработки. Алгоритм геометрического моделирования (второй блок модели) позволяет определять на основании информации о взаимном положении моделей инструмента и обрабатываемой поверхности распределение толщины срезаемого слоя между зернами шлифовального круга, а также формировать новую поверхность детали в процессе обработки. В третьем блоке алгоритма с использованием информации о распределении толщины срезаемого слоя рассчитываются усилия шлифования на основе феноменологических моделей. Уравнения динамической модели численно интегрируются с использованием итерационного уточнения. Основные особенности каждого из блоков модели авторы рассчитывают продемонстрировать в следующих частях настоящей статьи.

### **Заключение**

На основе литературного обзора, затрагивающего основные особенности моделирования процесса шлифования, в настоящей работе предложена комплексная математическая модель динамики пространственного шлифования, состоящая из модели динамики заготовки, модели динамики фрезы, модели сил резания, основанной на численном алгоритме геометрического моделирования. Предложенная модель позволяет оценить уровень вибраций, отклонение формы и качество поверхности, а также величины усилий шлифования при различных сочетаниях параметров технологического процесса.

### **Список литературы**

1. Tonshoff H.K., Friemuth T., Becker J.C. Process monitoring in grinding // CIRP Annals - Manufacturing Technology. 2002. Vol. 51, no. 2. P. 551-571. DOI: [10.1016/S0007-8506\(07\)61700-4](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)61700-4)
2. Subramanian K., Lindsay R.P. A Systems Approach for the Use of Vitrified Bonded Superabrasive Wheels for Precision Production Grinding // Trans. ASME. Journal of Manufacturing Science and Engineering. 1992. Vol. 114, no. 1. P. 41-52. DOI: [10.1115/1.2899757](https://doi.org/10.1115/1.2899757)
3. Malkin S., Guo C. Grinding Technology: Theory and Applications of Machining with Abrasives. New York, Industrial Press Publ., 2008.
4. Salisbury E.J., Domala K.V., Moon K.S., Miller M.H., Sutherland J.W. A three-dimensional model for the surface texture in surface grinding, Part 1: Surface generation model // Journal of Manufacturing Science and Engineering. 2001. Vol. 123. P. 576-581. DOI: [10.1115/1.1391427](https://doi.org/10.1115/1.1391427)
5. Anderson R.O. Detecting and eliminating collisions in NC machining // Computer-Aided Design. 1978. Vol. 10, no. 2. P. 231-237. DOI: [10.1016/0010-4485\(78\)90058-1](https://doi.org/10.1016/0010-4485(78)90058-1)

6. Hook T.V. Real-time shaded NC milling display // ACM SIGGRAPH Computer Graphics. 1986. Vol. 20, no. 4. P. 15-20. DOI: [10.1145/15922.15887](https://doi.org/10.1145/15922.15887)
7. Hsu P.-L., Yang W.-T. Realtime 3D simulation of 3-axis milling using isometric projection // Computer-Aided Design. 1993. Vol. 25, no. 4. P. 215-224. DOI: [10.1016/0010-4485\(93\)90052-P](https://doi.org/10.1016/0010-4485(93)90052-P)
8. Jerard R.B., Fussell B.K., Ercan M.T. On-line optimization of cutting conditions for NC machining // Proc. of the NSF Design, Manufacturing, and Industrial Innovation Research Conference, Tampa, Florida, USA, Jan. 7-10, 2001. P. 7-10.
9. Takata S., Tsai M.D., Inui M., Sata T. A cutting simulation system for machinability evaluation using a workpiece model // CIRP Annals - Manufacturing Technology. 1989. Vol. 38, no. 1. P. 417-420. DOI: [10.1016/S0007-8506\(07\)62736-X](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62736-X)
10. Kim G.M., Cho P.J., Chu C.N. Cutting force prediction of sculptured surface ball-end milling using Z-map // International Journal of Machine Tools and Manufacture. 2000. Vol. 40, no. 2. P. 277-291. DOI: [10.1016/S0890-6955\(99\)00040-1](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(99)00040-1)
11. Lazoglu I. Sculpture surface machining: a generalized model of ball-end milling force system // International Journal of Machine Tools and Manufacture. 2003. Vol. 43, no. 5. P. 453-462. DOI: [10.1016/S0890-6955\(02\)00302-4](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(02)00302-4)
12. Salisbury E.J., Domala K.V., Moon K.S., Miller M.H., Sutherland J.W. A three-dimensional model for the surface texture in surface grinding, Part 2: Grinding wheel surface texture model // Trans. ASME. Journal of Manufacturing Science and Engineering. 2001. Vol.123. P. 582-590. DOI: [10.1115/1.1391428](https://doi.org/10.1115/1.1391428)
13. Zitt U.R. Modellierung und Simulation von Hochleistungsschleifprozessen. Dissertation. University of Kaiserslautern, 1999.
14. Torrance A.A. Modelling abrasive wear // Wear. 2005. Vol. 258, no. 1. P. 281-293. DOI: [10.1016/j.wear.2004.09.065](https://doi.org/10.1016/j.wear.2004.09.065)
15. Xuekun Li, Yiming Rong. Framework of grinding process modeling and simulation based on microscopic interaction analysis // Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. 2011. Vol. 27, no. 2. P. 471-478. DOI: [10.1016/j.rcim.2010.06.029](https://doi.org/10.1016/j.rcim.2010.06.029)
16. Chen X., Rowe W.B. Analysis and simulation of the grinding process. Part II: Mechanics of grinding // International Journal of Machine Tools and Manufacture. 1996. Vol. 36, no. 8. P. 883-896. DOI: [10.1016/0890-6955\(96\)00117-4](https://doi.org/10.1016/0890-6955(96)00117-4)
17. Sakakura M., Tsukamoto S., Fujiwara T., Inasaki I. Visual simulation of grinding process // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture. 2008. Vol. 222, no. 10. P. 1233-1239. DOI: [10.1243/09544054JEM1032](https://doi.org/10.1243/09544054JEM1032)
18. Chen X., Rowe W.B. Analysis and simulation of the grinding process. Part I: Generation of the grinding wheel surface // International Journal of Machine Tools and Manufacture. 1996. Vol. 36, no. 8. P. 871-882. DOI: [10.1016/0890-6955\(96\)00116-2](https://doi.org/10.1016/0890-6955(96)00116-2)
19. Werner K., Klocke F., Brinksmeier E. Modelling and simulation of grinding processes // Proc. of the 1<sup>st</sup> European Conf. on Grinding, Aachen, 6-7 November 2003. P. 8-1-8-27.

20. Li K., Liao W. Modelling of ceramic grinding processes Part I. Number of cutting points and grinding forces per grit // Journal of Materials Processing Technology. 1997. Vol. 65, no. 1. P. 1-10. DOI: [10.1016/0924-0136\(95\)02232-5](https://doi.org/10.1016/0924-0136(95)02232-5)
21. Hou Z.B., Komanduri R. On the mechanics of the grinding process - Part I. Stochastic nature of the grinding process // International Journal of Machine Tools and Manufacture. 2003. Vol. 43, no. 15. P. 1579-1593. DOI: [10.1016/S0890-6955\(03\)00186-X](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(03)00186-X)
22. Weinert K., Blum H., Jansen T., Rademacher A. Simulation based optimization of the NC-shape grinding process with toroid grinding wheels // Production Engineering. 2007. Vol. 1, no. 3. P. 245–252. DOI: [10.1007/s11740-007-0042-8](https://doi.org/10.1007/s11740-007-0042-8)
23. Tahsin Tecelli, Xun Chen. An Investigation of the Rubbing and Ploughing in Single Grain Grinding using Finite Element Method // Proc. of the 8th Int. Conf. on Manufacturing Research, Durham, UK, 14-16 Sept. 2010. Available at: <http://eprints.hud.ac.uk/8597/> , accessed 01.04.2015.
24. Doman D.A., Warkentin A., Bauer R. Finite element modeling approaches in grinding // International Journal of Machine Tools and Manufacture. 2009. Vol. 49, no. 2. P. 109-116. DOI: [10.1016/j.ijmachtools.2008.10.002](https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2008.10.002)
25. Lin B., Yu S.Y., Wang S.X. An experimental study on molecular dynamics simulation in nanometer grinding // Journal of Materials Processing Technology. 2003. Vol. 138, no. 1. P. 484-488. DOI: [10.1016/S0924-0136\(03\)00124-9](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(03)00124-9)
26. Li J., Fang Q., Liu Y., Zhang L. A molecular dynamics investigation into the mechanisms of subsurface damage and material removal of monocrystalline copper subjected to nanoscale high speed grinding // Applied Surface Science. 2014. Vol. 303. P. 331-343.
27. Popp K.M., Kroger M., Deichmueller M., Denkena B. Analysis of the machine structure and dynamic response of a tool grinding machine // Proc. of the 1<sup>st</sup> Int. Conf. on Process Machine Interaction. 2008. P. 299–307.
28. Merrit H.E. Theory of Self-Excited Machine Tool Chatter: Contribution to Machine-Tool Chatter Research // Trans. ASME. Journal of Manufacturing Science and Engineering. 1965. Vol. 87, no. 4. P. 447-454. DOI: [10.1115/1.3670861](https://doi.org/10.1115/1.3670861)
29. Tlustý J., Poláček M. The stability of the machine tools against self-excited vibration in machining // Proceedings of the International Research in Production Engineering ASME Conference. Pittsburgh, 1963. P. 465-474.
30. Tobias S., Fishwick W. Theory of regenerative machine tool chatter // The Engineer. London (UK), 1958. Vol. 205. P. 199-203.
31. Воронов С.А., Киселев И.А. Геометрический алгоритм 3mzbl для моделирования процессов обработки резанием. Алгоритм изменения поверхности и определения толщины срезаемого слоя // Инженерный журнал: наука и инновации. 2012. № 6. Режим доступа: <http://engjournal.ru/catalog/eng/teormech/261.html> (дата обращения 01.04.2015).

32. Воронов С.А., Киселев И.А., Аршинов С.В. Методика применения численного моделирования динамики многокоординатного фрезерования сложнопрофильных деталей при проектировании технологического процесса // Инженерный журнал: наука и инновации. 2012. № 6. Режим доступа: <http://engjournal.ru/catalog/eng/teormech/260.html> (дата обращения 01.04.2015).
33. Киселев И.А. Геометрический алгоритм 3MZBL для моделирования процессов обработки резанием. Методика описания поверхности заготовки // Инженерный журнал: наука и инновации. 2012. № 6. Режим доступа: <http://engjournal.ru/catalog/eng/teormech/269.html> (дата обращения 01.04.2015).
34. Kiselev I., Voronov S. Methodic of Rational Cutting Conditions Determination for 3-D Shaped Detail Milling Based on the Process Numerical Simulation // Proc. ASME. 46391; Vol. 6: 10th International Conference on Multibody Systems, Nonlinear Dynamics, and Control. 2014. Art. no. V006T10A075. DOI: [10.1115/DETC2014-34894](https://doi.org/10.1115/DETC2014-34894)

## **Numerical Simulation of a Grinding Process Model for the Spatial Work-pieces: Development of Modeling Techniques**

S.A. Voronov<sup>1</sup>, I.A. Kiselev<sup>1,\*</sup>, V. Ma<sup>1</sup>,  
A.A. Shirshov<sup>1</sup>

\*[i.a.kiselev@yandex.ru](mailto:i.a.kiselev@yandex.ru)

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

---

**Keywords:** grinding, geometry simulation algorithm, grinding forces, spatial geometry workpieces, dynamics of grinding

---

The article presents a literature review in simulation of grinding processes. It takes into consideration the statistical, energy based, and imitation approaches to simulation of grinding forces. Main stages of interaction between abrasive grains and machined surface are shown. The article describes main approaches to the geometry modeling of forming new surfaces when grinding. The review of approaches to the chip and pile up effect numerical modeling is shown. Advantages and disadvantages of grain-to-surface interaction by means of finite element method and molecular dynamics method are considered. The article points out that it is necessary to take into consideration the system dynamics and its effect on the finished surface. Structure of the complex imitation model of grinding process dynamics for flexible work-pieces with spatial surface geometry is proposed from the literature review. The proposed model of spatial grinding includes the model of work-piece dynamics, model of grinding wheel dynamics, phenomenological model of grinding forces based on 3D geometry modeling algorithm. Model gives the following results for spatial grinding process: vibration of machining part and grinding wheel, machined surface geometry, static deflection of the surface and grinding forces under various cutting conditions.

### **References**

1. Tonshoff H.K., Friemuth T., Becker J.C. Process monitoring in grinding. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 2002, vol. 51, no. 2, pp. 551-571. DOI: [10.1016/S0007-8506\(07\)61700-4](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)61700-4)
2. Subramanian K., Lindsay R.P. A Systems Approach for the Use of Vitrified Bonded Superabrasive Wheels for Precision Production Grinding. *Trans. ASME. Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 1992, vol. 114, no. 1, pp. 41-52. DOI: [10.1115/1.2899757](https://doi.org/10.1115/1.2899757)

3. Malkin S., Guo C. *Grinding Technology: Theory and Applications of Machining with Abrasives*. New York, Industrial Press Publ., 2008.
4. Salisbury E.J., Domala K.V., Moon K.S., Miller M.H., Sutherland J.W. A three-dimensional model for the surface texture in surface grinding, Part 1: Surface generation model. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2001, vol. 123, pp. 576-581. DOI: [10.1115/1.1391427](https://doi.org/10.1115/1.1391427)
5. Anderson R.O. Detecting and eliminating collisions in NC machining. *Computer-Aided Design*, 1978, vol. 10, no. 2, pp. 231-237. DOI: [10.1016/0010-4485\(78\)90058-1](https://doi.org/10.1016/0010-4485(78)90058-1)
6. Hook T.V. Real-time shaded NC milling display. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 1986, vol. 20, no. 4, pp. 15-20. DOI: [10.1145/15922.15887](https://doi.org/10.1145/15922.15887)
7. Hsu P.-L., Yang W.-T. Realtime 3D simulation of 3-axis milling using isometric projection. *Computer-Aided Design*, 1993, vol. 25, no. 4, pp. 215-224. DOI: [10.1016/0010-4485\(93\)90052-P](https://doi.org/10.1016/0010-4485(93)90052-P)
8. Jerard R.B., Fussell B.K., Ercan M.T. On-line optimization of cutting conditions for NC machining. *Proc. of the NSF Design, Manufacturing, and Industrial Innovation Research Conference*, Tampa, Florida, USA, Jan. 7-10, 2001, pp. 7-10.
9. Takata S., Tsai M.D., Inui M., Sata T. A cutting simulation system for machinability evaluation using a workpiece model. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 1989, vol. 38, no. 1, pp. 417-420. DOI: [10.1016/S0007-8506\(07\)62736-X](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62736-X)
10. Kim G.M., Cho P.J., Chu C.N. Cutting force prediction of sculptured surface ball-end milling using Z-map. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2000, vol. 40, no. 2, pp. 277-291. DOI: [10.1016/S0890-6955\(99\)00040-1](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(99)00040-1)
11. Lazoglu I. Sculpture surface machining: a generalized model of ball-end milling force system. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2003, vol. 43, no. 5, pp. 453-462. DOI: [10.1016/S0890-6955\(02\)00302-4](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(02)00302-4)
12. Salisbury E.J., Domala K.V., Moon K.S., Miller M.H., Sutherland J.W. A three-dimensional model for the surface texture in surface grinding, Part 2: Grinding wheel surface texture model. *Trans. ASME. Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2001, vol.123, pp. 582-590. DOI: [10.1115/1.1391428](https://doi.org/10.1115/1.1391428)
13. Zitt U.R. *Modellierung und Simulation von Hochleistungsschleifprozessen. Dissertation*. University of Kaiserslautern, 1999.
14. Torrance A.A. Modelling abrasive wear. *Wear*, 2005, vol. 258, no. 1, pp. 281-293. DOI: [10.1016/j.wear.2004.09.065](https://doi.org/10.1016/j.wear.2004.09.065)
15. Xuekun Li, Yiming Rong. Framework of grinding process modeling and simulation based on microscopic interaction analysis. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2011, vol. 27, no. 2, pp. 471-478. DOI: [10.1016/j.rcim.2010.06.029](https://doi.org/10.1016/j.rcim.2010.06.029)
16. Chen X., Rowe W.B. Analysis and simulation of the grinding process. Part II: Mechanics of grinding. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 1996, vol. 36, no. 8, pp. 883-896. DOI: [10.1016/0890-6955\(96\)00117-4](https://doi.org/10.1016/0890-6955(96)00117-4)

17. Sakakura M., Tsukamoto S., Fujiwara T., Inasaki I. Visual simulation of grinding process. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 2008, vol. 222, no. 10, pp. 1233-1239. DOI: [10.1243/09544054JEM1032](https://doi.org/10.1243/09544054JEM1032)
18. Chen X., Rowe W.B. Analysis and simulation of the grinding process. Part I: Generation of the grinding wheel surface. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 1996, vol. 36, no. 8, pp. 871-882. DOI: [10.1016/0890-6955\(96\)00116-2](https://doi.org/10.1016/0890-6955(96)00116-2)
19. Werner K., Klocke F., Brinksmeier E. Modelling and simulation of grinding processes. *Proc. of the 1<sup>st</sup> European Conf. on Grinding*, Aachen, 6-7 November 2003, pp. 8-1-8-27.
20. Li K., Liao W. Modelling of ceramic grinding processes Part I. Number of cutting points and grinding forces per grit. *Journal of Materials Processing Technology*, 1997, vol. 65, no. 1, pp. 1-10. DOI: [10.1016/0924-0136\(95\)02232-5](https://doi.org/10.1016/0924-0136(95)02232-5)
21. Hou Z.B., Komanduri R. On the mechanics of the grinding process - Part I. Stochastic nature of the grinding process. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2003, vol. 43, no. 15, pp. 1579-1593. DOI: [10.1016/S0890-6955\(03\)00186-X](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(03)00186-X)
22. Weinert K., Blum H., Jansen T., Rademacher A. Simulation based optimization of the NC-shape grinding process with toroid grinding wheels. *Production Engineering*, 2007, vol. 1, no. 3, pp. 245-252. DOI: [10.1007/s11740-007-0042-8](https://doi.org/10.1007/s11740-007-0042-8)
23. Tahsin Tecelli, Xun Chen. An Investigation of the Rubbing and Ploughing in Single Grain Grinding using Finite Element Method. *Proc. of the 8th Int. Conf. on Manufacturing Research*, Durham, UK, 14-16 Sept. 2010. Available at: <http://eprints.hud.ac.uk/8597/> , accessed 01.04.2015.
24. Doman D.A., Warkentin A., Bauer R. Finite element modeling approaches in grinding. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2009, vol. 49, no. 2, pp. 109-116. DOI: [10.1016/j.ijmachtools.2008.10.002](https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2008.10.002)
25. Lin B., Yu S.Y., Wang S.X. An experimental study on molecular dynamics simulation in nanometer grinding. *Journal of Materials Processing Technology*, 2003, vol. 138, no. 1, pp. 484-488. DOI: [10.1016/S0924-0136\(03\)00124-9](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(03)00124-9)
26. Li J., Fang Q., Liu Y., Zhang L. A molecular dynamics investigation into the mechanisms of subsurface damage and material removal of monocrystalline copper subjected to nanoscale high speed grinding. *Applied Surface Science*, 2014, vol. 303, pp. 331-343.
27. Popp K.M., Kroger M., Deichmueller M., Denkena B. Analysis of the machine structure and dynamic response of a tool grinding machine. *Proc. of the 1<sup>st</sup> Int. Conf. on Process Machine Interaction*, 2008, pp. 299-307.
28. Merrit H.E. Theory of Self-Excited Machine Tool Chatter: Contribution to Machine-Tool Chatter Research. *Trans. ASME. Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 1965, vol. 87, no. 4, pp. 447-454. DOI: [10.1115/1.3670861](https://doi.org/10.1115/1.3670861)
29. Tlustý J., Poláček M. The stability of the machine tools against self-excited vibration in machining. *Proceedings of the International Research in Production Engineering ASME Conference*, Pittsburgh, 1963, pp. 465-474.

30. Tobias S., Fishwick W. Theory of regenerative machine tool chatter. *The Engineer*. London (UK), 1958, vol. 205, pp. 199-203.
31. Voronov S.A., Kiselev I.A. Cutting process modelling geometric algorithm 3MZBL: Algorithm of surface modification and instantaneous chip thickness determination. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii = Engineering Journal: Science and Innovation*, 2012, no. 6. Available at: <http://engjournal.ru/catalog/eng/teormech/261.html> , accessed 01.04.2015. (in Russian).
32. Voronov S.A., Kiselev I.A., Arshinov S.V. Dynamics' numerical simulation application procedure of multi-axis die-milling at process design. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii = Engineering Journal: Science and Innovation*, 2012, no. 6. Available at: <http://engjournal.ru/catalog/eng/teormech/260.html> , accessed 01.04.2015. (in Russian).
33. Kiselev I.A. Cutting process modelling geometric algorithm 3MZBL: working surface description approach. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii = Engineering Journal: Science and Innovation*, 2012, no. 6. Available at: <http://engjournal.ru/catalog/eng/teormech/269.html> , accessed 01.04.2015. (in Russian).
34. Kiselev I., Voronov S. Methodic of Rational Cutting Conditions Determination for 3-D Shaped Detail Milling Based on the Process Numerical Simulation. *Proc. ASME. 46391; Vol. 6: 10th International Conference on Multibody Systems, Nonlinear Dynamics, and Control*. 2014, art. no. V006T10A075. DOI: [10.1115/DETC2014-34894](https://doi.org/10.1115/DETC2014-34894)