

УДК 62-523.3

Идентификация гидродинамических характеристик золотникового распределителя

Попов Д. Н.¹, Сосновский Н. Г.^{1,*},
Княжанский А. А.¹

^{*}sosn@bmstu.ru

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

На примере гидропривода с механическим управлением рассмотрено влияние нестационарности течения жидкости в золотниковом распределителе на частоту колебаний выходного звена. В статье приведено сравнение результатов экспериментальных данных и результатов, полученных в ходе математического моделирования. При проведении численных экспериментов указанная нестационарность в структурной схеме гидропривода учтена с помощью звена запаздывания. Величина запаздывания определяется из условия уменьшения частоты колебаний выходного звена в $\sqrt{2}$ раз. Полученные результаты имеют научную новизну, так как в них впервые показано влияние нестационарности течения жидкости на динамику гидропривода с дроссельным регулированием.

Ключевые слова: автоколебания, гидропривод, звено запаздывания, исследования экспериментальные, модель математическая, распределитель золотниковый, характеристики гидродинамические, эффект запирания

Введение

Электрогидравлические следящие приводы (ЭГСП) широко применяют в современных системах управления разнообразными объектами, к которым относятся самолеты, ракеты, энергетические установки, роботы, подъемно–транспортные машины и другие технические устройства [1]. С развитием техники усложняются и возрастают требования к характеристикам ЭГСП. Например, изменение требований к авиационным гидроприводам в ряде случаев вызваны появлением высокоманевренных неустойчивых и малоустойчивых самолетов. Изменения продиктованы необходимостью осуществления процессов управления с малыми амплитудами сигналов, составляющих десятые и сотые доли процента номинальных значений сигнала [2]. При столь малых по амплитуде сигналах регулирование скорости выходного звена (штока гидроцилиндра) ЭГСП происходит в окрестности близких к нулю смещениях золотника. Многочисленные теоретические и экспериментальные исследования показывают, что в этой области ЭГСП будет неустойчивым. Однако с увеличением смещения золотника от нейтрального

положения ЭГСП может быть устойчивым, что подтверждают расчеты, выполненные как по линейным, так и по нелинейным математическим моделям.

На отличие результатов экспериментов, проведенных с реальными ЭГСП, от теоретических исследований влияет вид и параметры характеристик, описывающих диссипативные процессы в гидроприводе с нагруженным выходным звеном. Следует заметить, что математические модели гидроприводов с дроссельным регулированием обычно рассматривают в сосредоточенных параметрах, принимая квазистационарные значения коэффициентов в уравнениях, описывающих течение жидкости в окнах и каналах золотникового распределителя. Вычисленная с помощью таких моделей собственная частота выходного звена гидропривода получается приблизительно в 1,5 раза больше экспериментальных значений. Указанное отличие расчетных и экспериментальных значений собственных частот гидроприводов с дроссельным регулированием неоднократно отмечалось в ряде литературных источников, рассмотренных в [3]. Неопределенность причин не соответствия вычисляемых и наблюдаемых при экспериментах собственных частот гидропривода препятствует решению задачи о скрытых в нем колебаниях [4]. Это ограничивает условия для обоснованного выбора критерия, характеризующего динамику гидропривода. Такой критерий необходимо применять при разработке алгоритма многокритериальной оптимизации структуры и параметров проектируемого гидропривода.

Недостаточность информации о физической картине нестационарного течения жидкости в золотниковом распределителе не позволяла составить обоснованную математическую модель рассматриваемого процесса. Поэтому была проведена идентификация процесса путем экспериментальных исследований, выполненных на стенде с гидроприводом, золотниковый распределитель которого имел механизм управления вместо электрогидравлического усилителя. (ЭГУ). Такая замена была допустимой в связи с высоким быстродействием ЭГУ [5, 6, 7].

Установка для испытания гидропривода

Для исследования влияния нестационарности гидродинамических характеристик золотникового распределителя (ЗР) на частоты автоколебаний выходного звена гидропривода применена лабораторная установка, схема которой дана на рис. 1. На схеме элементы гидропривода показаны внутри контура, обведенного штриховой линией.

Основными элементами гидропривода являются:

- гидроцилиндр с поршнем (диаметр поршня $D=42$ мм, диаметр штока поршня $d=25$ мм, полный ход поршня из одного крайнего положения в другое $L=58$ мм);
- золотник цилиндрический с отрицательными перекрытиями;

Кроме этих устройств на схеме даны:

- мерный бак 1 для измерения расхода жидкости, протекающей через золотник при определении статических характеристик гидропривода;

- пружина 2 и маятник 3, которые служат для имитации позиционной и инерционной нагрузок на выходное звено гидропривода (шток поршня гидроцилиндра), соединительная муфта 6;

- манометры М1, М2 и М3, и два датчика давления ДД - для измерения и записи стационарных значений давлений в напорной линии перед дросселирующей кромкой золотника и в полостях гидроцилиндра;

- емкости 5, подключаемые с помощью вентиля В4, и В5 к полостям гидроцилиндра, - для изменения объемов жидкости, деформируемой при колебаниях поршня гидроцилиндра;

- датчик положения ДП золотника - для измерения и записи перемещения золотника, регулируемый упор 7 золотника и схематично изображенный регулируемый демпфер 8 золотника;

- В₁, В₂, В₃, В₆ - вентили для отключения приборов.

Для питания гидропривода рабочей жидкостью под давлением служит насосная станция, обеспечивающая подачу 19 л/мин и переливной клапан, настроенный на давление Р_п=4,4 МПа.

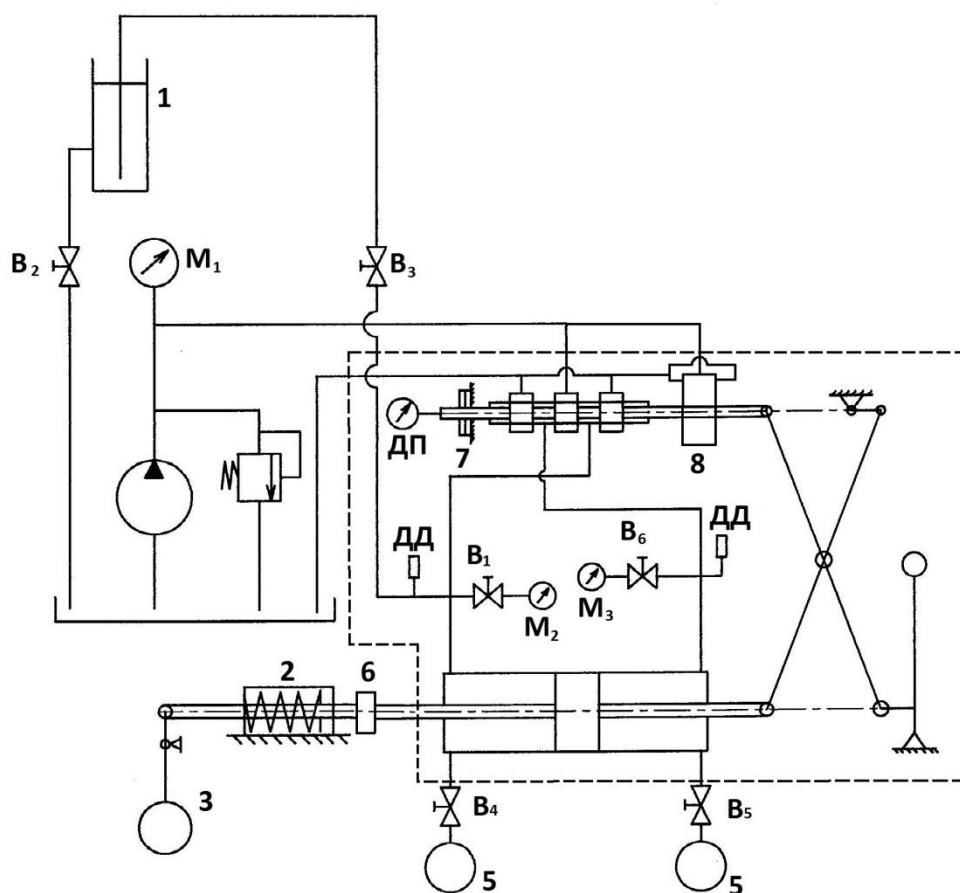


Рис. 1. Установка для испытания гидропривода

Статические характеристики

Для определения проводимости окна ЗР предварительно были проведены измерения расхода жидкости, протекающей через распределитель при различных смещениях золотника. Полученные данные приведены в таблице 1.

Таблица 1

№ изм.	Смещение золотника, мм	Перепад давления на окне ЗР Δp , МПа	Объём V, л	Время заполнения объёма V, с	Расход, л/мин	Кэф. проводимости золотника $\text{м}^4/(\text{с Н}^{1/2})$	Кэф. расхода, μ
1	0	3,92	0,5	71,9	0,42	—	—
2	0,50	3,56	1,0	29,0	2,07	5,30 E-05	0,69
3	0,75	3,00	1,0	16,9	3,56	5,31 E-05	0,86
4	1,01	2,76	1,0	13,8	4,35	5,27 E-05	0,82
5	1,17	2,60	1,0	12,6	4,75	5,30 E-05	0,79
6	1,30	2,48	1,0	11,8	5,07	5,29 E-05	0,78
7	1,50	2,32	1,0	10,8	5,56	5,27 E-05	0,77
8	1,65	2,20	1,0	10,6	5,67	5,29 E-05	0,73
9	1,80	2,12	1,0	10,3	5,85	5,31 E-05	0,70
10	2,00	2,00	1,0	9,9	6,06	5,33 E-05	0,67
11	2,48	1,80	1,0	9,3	6,42	5,28 E-05	0,61

При экспериментах давление питания составляло 4,4 МПа.

Проводимость k_z определена по формуле

$$k_z = \frac{Q}{\mu \cdot \sqrt{\Delta p}},$$

где Q – расход жидкости, протекающей через окно золотника, $\text{м}^3/\text{с}$,

Δp – перепад давления на щели золотника, Па.

При автоколебаниях амплитуда колебаний золотника составляла 2,5 мм (Хз.мах). Далее в расчётах значение коэффициента проводимости принято $k_z = 5,31 \times 10^{-5}$, $\text{м}^4/(\text{с Н}^{1/2})$ что соответствует смещению золотника 0,75 Хз.мах. При этом коэффициент расхода $\mu=0,7$.

Также при определении статических характеристик ЗР был зарегистрирован эффект одностороннего запираания полости гидроцилиндра, сообщенной со сливом. В этом случае при постоянном открытии окна ЗР и неизменном давлении питания расход жидкости не изменяется при изменении давления в полости гидроцилиндра. Результаты измерений приведены в таблице 2 и на рисунке 2.

Таблица 2

$X_3/X_3 \max$	dP , МПа	Q , л/мин	$X_3/X_3 \max$	dP , МПа	Q , л/мин
0,068	1,54	0,10	—"	2,4	2,14
—"	1,94	0,19	—"	2,8	2,33
—"	2,34	0,26	—"	3,0	2,50
—"	2,48	0,28	—"	4,4	2,50
—"	2,8	0,35	0,324	1,2	2,02
—"	3,2	0,41	—"	1,6	2,60
—"	4,4	0,41	—"	2,0	3,05
0,244	1,2	1,24	—"	2,4	3,26
—"	1,6	1,58	—"	2,56	3,26
—"	2,0	1,85	—"	4,4	3,26

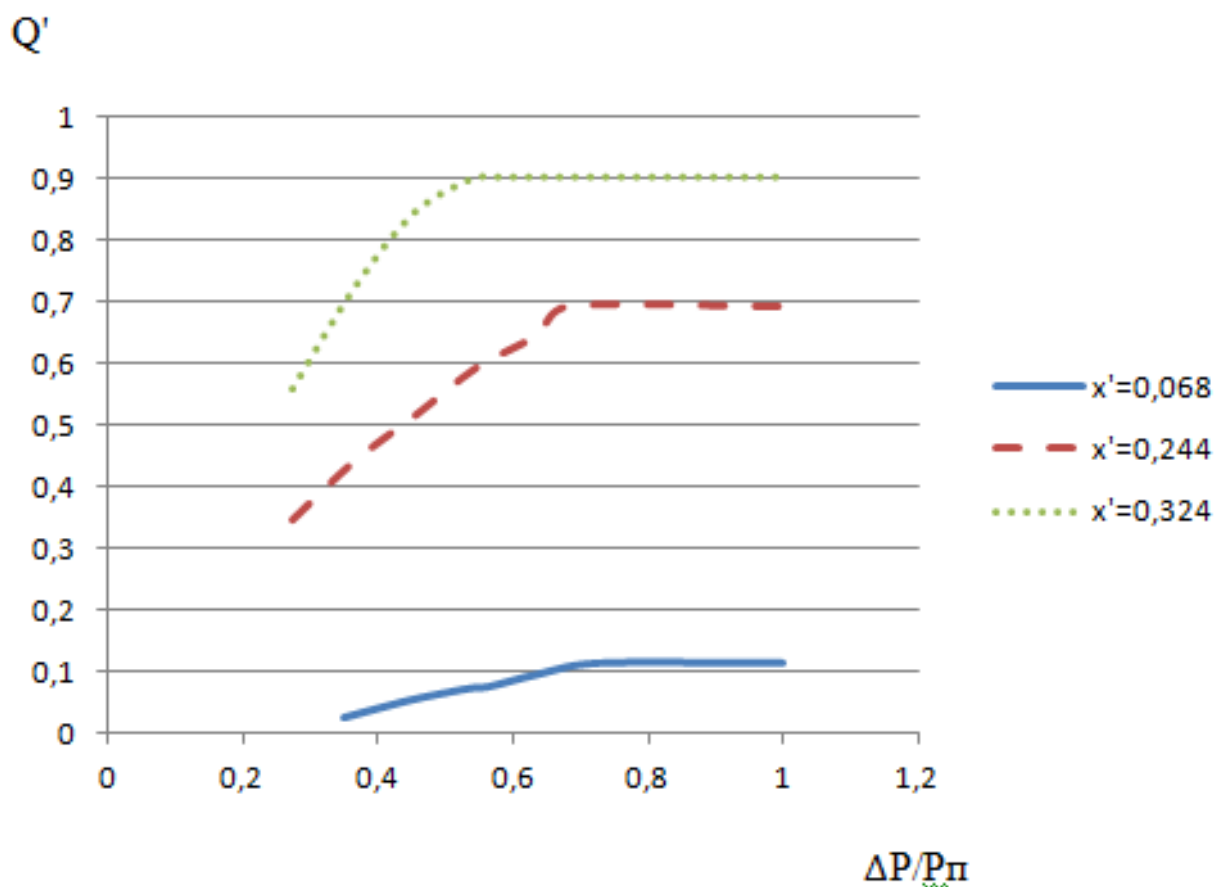


Рис. 2 Изменение расхода Q' через окно ЗР в зависимости от перепада давления при $Q' = Q/Q^*$, где $Q^* = 3,6$ л/мин и $x' = x/x_{\max}$.

Приведенные результаты измерений показывают, что увеличение расхода через окна ЗР прекращается при значениях $\Delta p/p_n$ близких к 0.5...0.7, проявляется эффект «запирания» течения.

Колебания в гидроприводе с подключенными к его полостям дополнительными емкостями

В результате неоднократно повторявшихся испытаний гидропривода было установлено, что экспериментальные значения частот автоколебаний выходного звена дроссельного гидропривода примерно в 1,5 раза меньше вычисленных по его линейной модели, которая определяется по формуле (1). О возможности такого расхождения в частотах указывалось ещё в работах, перечисленных в статье [3].

$$\omega_{0ц} = \sqrt{\frac{2F_{ц}^2 E_{ц}}{V_0 m}}, \quad (1)$$

где $F_{ц}$ – рабочая площадь поршня гидроцилиндра;

$E_{ц}$ – приведенный модуль упругости жидкости в гидроцилиндре;

V_0 – объем одной полости гидроцилиндра (при среднем положении поршня) и присоединенных к этой полости каналов;

m – приведенная к штоку поршня гидроцилиндра масса устройства, управляемого гидроприводом (см. на рис. 1, поз.3).

При экспериментах значение V_0 определялось суммой объемов одной полости гидроцилиндра и емкости, дополнительно подключенной к ней. Соответственно сказанному в формулу были подставлены величины $V_0 = 3,88 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$; $F_{ц} = 8,94 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $B_{ж} = 1372 \cdot 10^6 \text{ Па}$ (14000 кгс/см^2) для жидкости АМГ-10. Масса груза маятника, равная $m_m = 150 \text{ кг}$, приведена к массе m с помощью значений $R = 0,305 \text{ м}$ и $r = 0,260 \text{ м}$ плеч рычага, на котором закреплен груз маятника. Вычисленная по формуле (1) $\omega_{0ц} = 51,16 \text{ рад/с}$ ($f = 8,14 \text{ Гц}$).

Во время проведения экспериментов регистрировались перемещения золотника гидропривода, а следовательно и штока гидроцилиндра (рис.3). Экспериментальная частота автоколебаний гидропривода получилась меньше частоты, вычисленной по формуле (1).

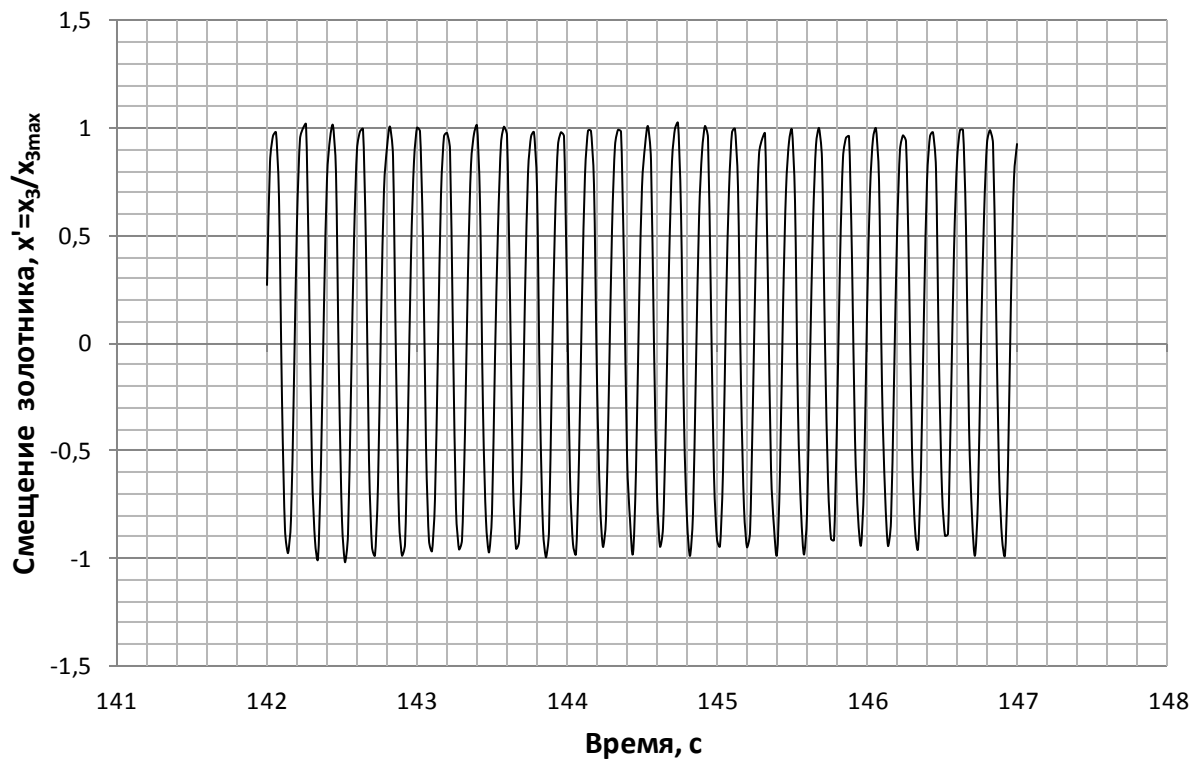


Рис. 3. Изменение положения золотника на экспериментальной установке при автоколебаниях выходного звена гидропривода, вызванных резким смещением ручки управления.

По полученным в эксперименте данным была определена частота автоколебаний золотника, а следовательно и выходного звена гидропривода. Она составляет $f=5,31$ Гц, что в 1,53 раза меньше рассчитанной для линейной модели частоты колебаний.

Для идентификации структуры и параметров нелинейной математической модели гидропривода в качестве исходной, использовалась следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dy_{шт}}{dt} &= v_{шт}; \\ \frac{dv_{шт}}{dt} &= \frac{S_1}{m} \cdot p_1 - \frac{S_2}{m} \cdot p_2 - P_{г.тр}; \\ \text{при } x_3 &\geq 0, \\ \frac{dp_1}{dt} &= \frac{k_{31} \cdot B_{ж1}}{V_1 + V_{1л}} \cdot x_3 \sqrt{|p_{п} - p_1|} \cdot \text{sign}(p_{п} - p_1) - \frac{S_1 \cdot B_{ж1}}{V_1 + V_{1л}} \cdot v_{шт}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= -\frac{k_{32} \cdot B_{ж2}}{V_2 + V_{2л}} \cdot x_3 \sqrt{|p_2 - p_{сл}|} \cdot \text{sign}(p_2 - p_{сл}) + \frac{S_2 \cdot B_{ж2}}{V_2 + V_{2л}} \cdot v_{шт}; \\ \text{при } x_3 &< 0, \\ \frac{dp_1}{dt} &= -\frac{k_{34} \cdot B_{ж1}}{V_1 + V_{1л}} \cdot x_3 \sqrt{|p_1 - p_{сл}|} \cdot \text{sign}(p_1 - p_{сл}) + \frac{S_1 \cdot B_{ж1}}{V_1 + V_{1л}} \cdot v_{шт}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \frac{k_{33} \cdot B_{ж2}}{V_2 + V_{2л}} \cdot x_3 \sqrt{|p_{п} - p_2|} \cdot \text{sign}(p_{п} - p_2) - \frac{S_2 \cdot B_{ж2}}{V_2 + V_{2л}} \cdot v_{шт}. \end{aligned}$$

В приведённых уравнениях применены следующие обозначения переменных и параметров:

x_3 – смещение золотника от нейтрального положения;

p_1, p_2 – давление в полостях гидроцилиндра;

$p_{\text{п}}$ – давление питания; $p_{\text{сл}}$ – давление слива;
 $S_1 = S_2 = S_{\text{п}}$ – рабочая площадь поршня гидроцилиндра;
 $v_{\text{шт}}$ – скорость движения штока гидроцилиндра;
 $B_{\text{ж1}}, B_{\text{ж2}}$ – модуль объемной упругости жидкости в полостях гидроцилиндра;
 $R_{\text{г. тр}}$ – сила вязкого трения, возникающая из-за наличия демпфера золотника;
 V_1, V_2 – объем полостей гидроцилиндра;
 $V_{1\text{л}}, V_{2\text{л}}$ – объем сосудов, подключенных к полостям гидроцилиндра;
 $y_{\text{шт}}$ – перемещение штока; m – масса, приведенная к штоку;
 $k_{31}; k_{32}; k_{33}; k_{34}$ – удельные проводимости окон золотника, принятые равными k_3 .

С помощью приведённых выше уравнений была составлена структурная схема исследуемого гидропривода рис.4 [8].

В данной математической модели учтён гидравлический демпфер золотника, который с помощью механической обратной связи создаёт нагрузку на выходном звене гидропривода.

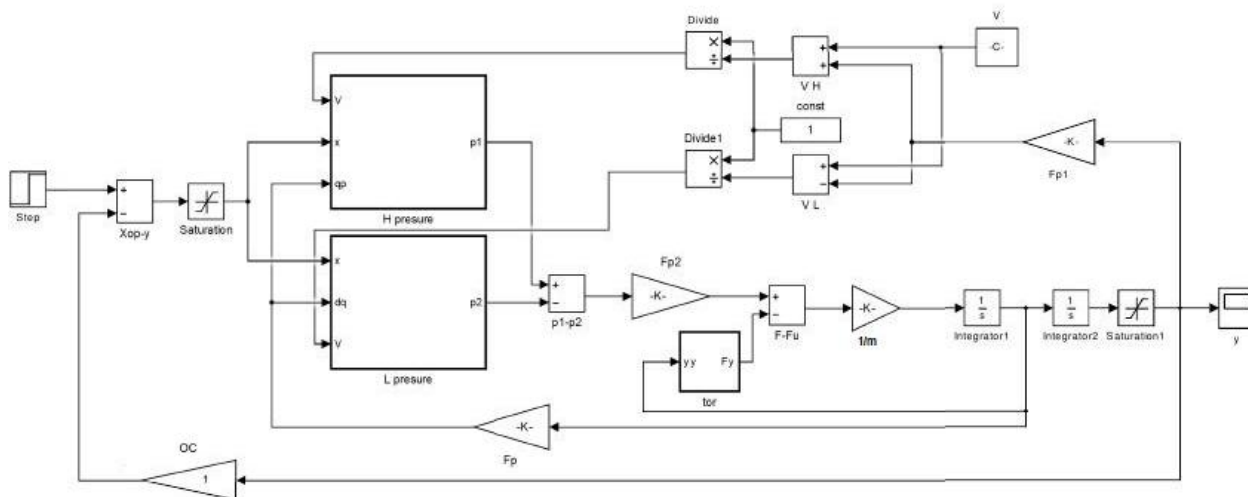


Рис. 4 Структурная схема гидропривода с свёрнутыми элементами схемы (субмоделями) для расчёта давления.

Приведённые на рисунке 4 субмодели представлены ниже на рис. 5а, 5б и 5в.

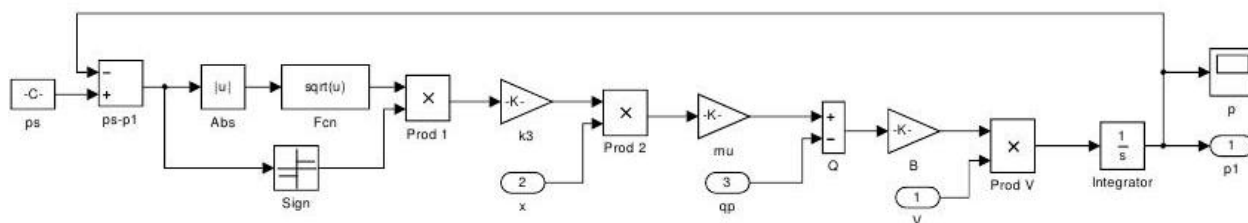


Рис. 5а Субмодель, описывающая формирование давления в полости гидроцилиндра сообщённого с давлением питания.

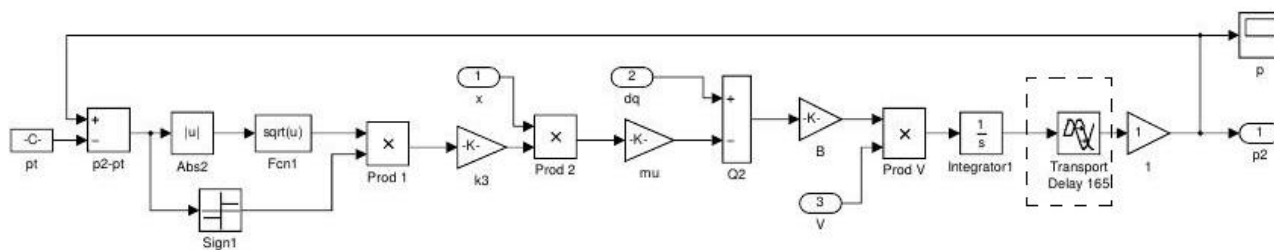


Рис. 5б Субмодель, описывающая формирование давления в полости гидроцилиндра сообщённого с давлением слива.

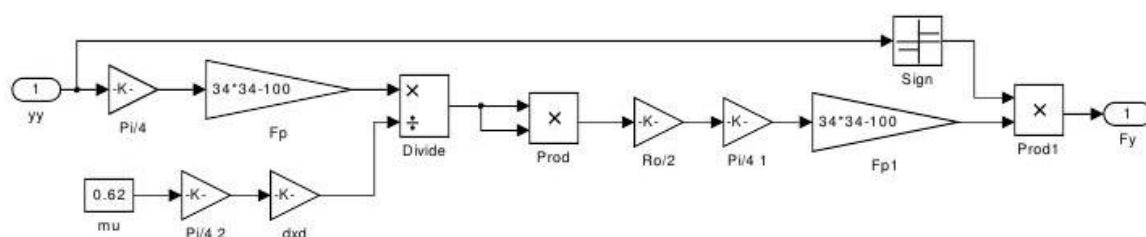


Рис. 5в Субмодель, описывающая силу вязкого трения возникающую при работе демпфера золотника.

В результате численного эксперимента определены параметры автоколебаний (рис. 6), амплитуда и частота которых соответствуют полученным при рассмотренных выше испытаниях гидропривода.

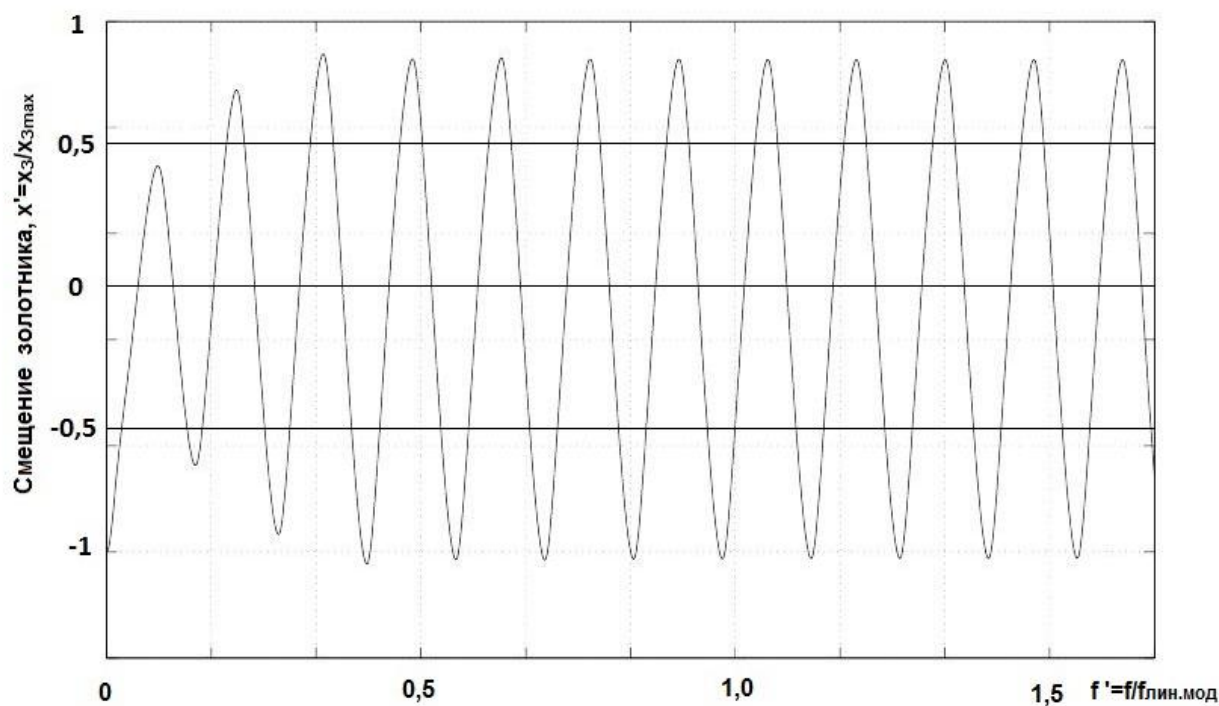


Рис. 6. Автоколебания выходного звена гидропривода.

В приведенных субмоделях нестационарность истечения жидкости через окна ЗР (процесс вызван периодическим изменением направления течения жидкости) учитывается включением звена чистого запаздывания (на рис. 5б обведено штриховой линией), постоянная времени которого определяется исходя из условия падения частоты автоколебаний выходного звена в $\sqrt{2}$ раз относительно частоты, вычисляемой по формуле (1). В рассматриваемом случае величина запаздывания равна 0,092 от периода автоколебаний [9]. Следует отметить что с увеличением времени запаздывания возможен переход к неустойчивым режимам работы гидропривода.

Также в субмоделях, описывающих формирование давления в полостях гидроцилиндра, может быть учтено условие возникновения эффекта "запирания" [10]. Граничные условия при описании данного явления приведены в статье [2]. С помощью этих условий по рассчитанному числу Рейнольдса и отношению давления слива и давления в полости гидроцилиндра сообщённой со сливом определяется появление и снятие эффекта "запирания" рис. 7а и 7б. Этот эффект влияет на амплитуду автоколебаний, частота которых уменьшается по сравнению с вычисляемой по формуле (1) вследствие нестационарности процесса истечения через окна золотникового распределителя рис. 8.

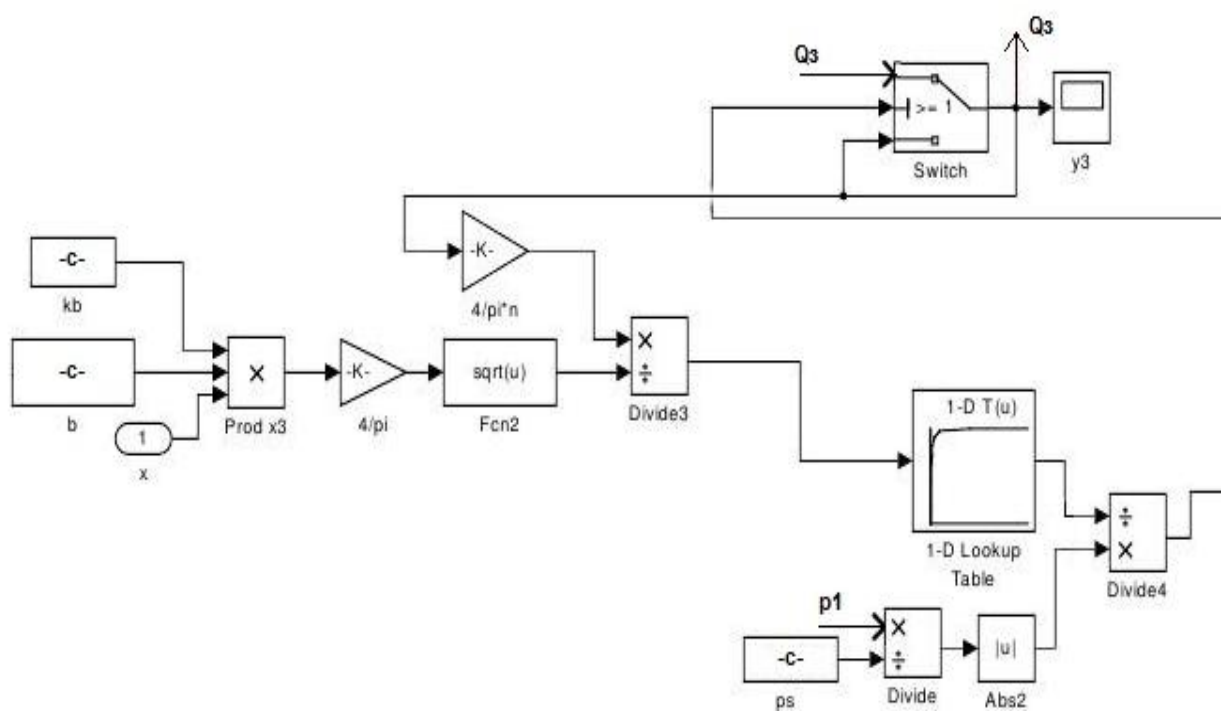


Рис. 7а Настройка субмодели, описывающей формирование давления в полости гидроцилиндра сообщённого с давлением питания, для учёта эффекта "запирания".

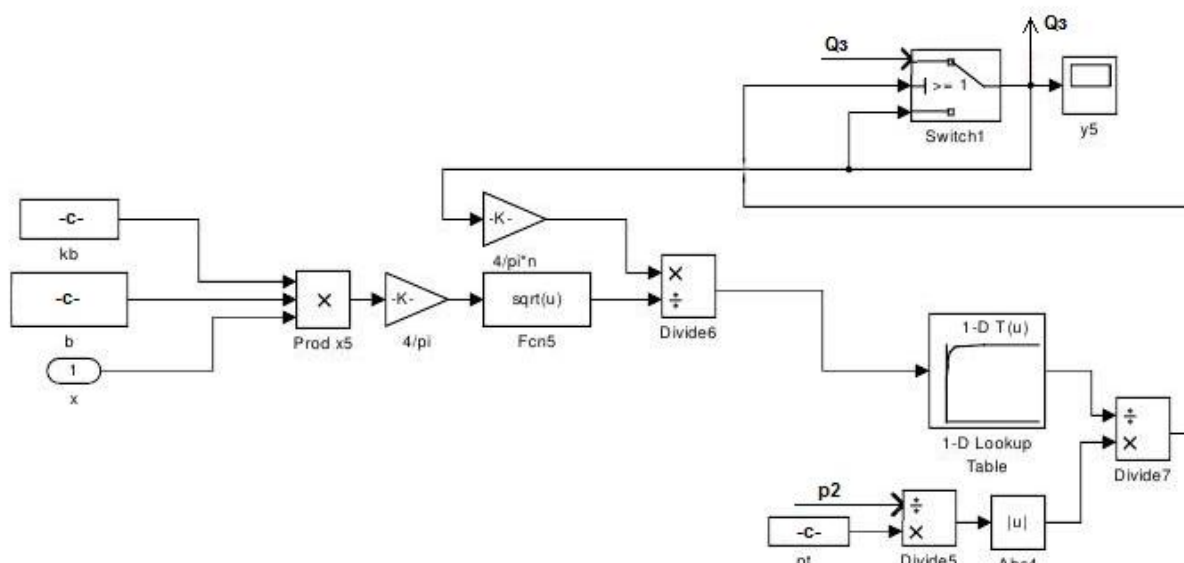


Рис. 76 Настройка субмодели описывающей формирование давления в полости гидроцилиндра сообщённого с давлением слива, для учёта эффекта "запирания".

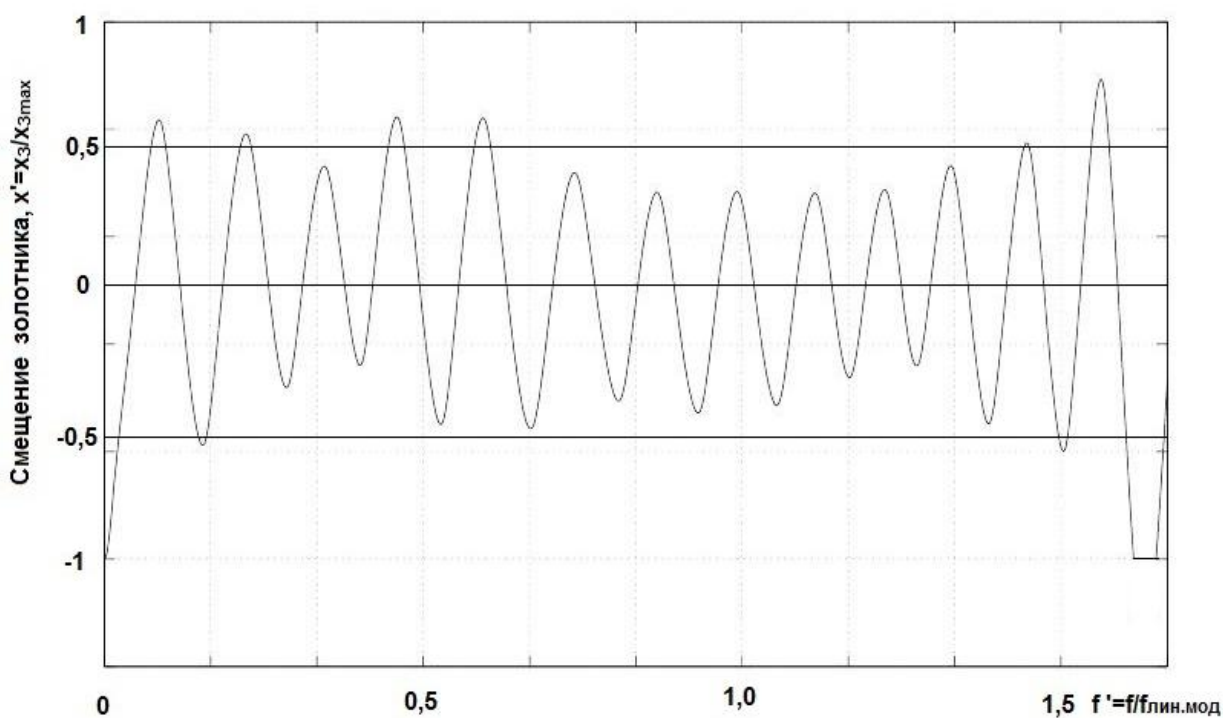


Рис. 8 Перемещение штока гидроцилиндра при моделировании с учётом эффекта "запирания".

Заключение

Представленные в статье материалы имеют научную новизну, так как в них впервые показано влияние нестационарного течения жидкости в золотниковом распределителе на параметры автоколебаний, возникающих в гидроприводе с дроссельным регулированием.

Кроме того, обнаружена возможность возникновения странного аттрактора и перехода от автоколебаний к расходящемуся процессу.

Список литературы

1. Попов Д.Н., Асташев В.К., Густомясов А.Н. и др. Машиностроение: энциклопедия. В 40 т. Т. IV-2: Электропривод. Гидро- и виброприводы. Кн. 2: Гидро- и виброприводы / под ред. В.К. Асташева, Д.Н. Попова. М.: Машиностроение, 2012. 303 с.
2. Фомичев В.М. Проектирование характеристик золотниковых распределителей в области "нуля" // Гидравлика и пневматика. 2005. № 20. С. 49-54.
3. Попов Д.Н., Княжанский А.А. О неопределённости собственной частоты дроссельного гидропривода // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2011. № 7. Режим доступа: <http://technomag.bmstu.ru/doc/198318.html> (дата обращения 01.04.2015).
4. Брагин В.О., Вагайцев В.И., Кузнецов Н.В., Леонов Г.А. Алгоритм поиска скрытых колебаний в нелинейных системах. Проблемы Айзермана, Калмана и цепи Чуа // Известия РАН. Теория и системы управления. 2011. № 4. С. 3-36.
5. Попов Д.Н., Замараев Д.С. Концепция оптимизации электрогидравлического следящего привода с дроссельным регулированием // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. № 6. С. 99-112. DOI: [10.7463/0613.0569281](https://doi.org/10.7463/0613.0569281)
6. Попов Д.Н., Замараев Д.С. Оптимизация электрогидравлического усилителя для следящего привода с дроссельным регулированием // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. № 12. С. 105-124. DOI: [10.7463/1213.0637872](https://doi.org/10.7463/1213.0637872)
7. Попов Д.Н. Механика гидро-и пневмоприводов: учебник. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 320 с.
8. Потемкин В.Г. Вычисления в среде MATLAB. М.: Диалог-МИФИ, 2004. 715 с.
9. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник для вузов. В 5 т. Т. 3. Синтез регуляторов систем автоматического управления / ред. К.А. Пупков, Н.Д. Егупов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 614 с.
10. Фабер Т.Е. Гидроаэродинамика: пер. с англ. / ред. пер. А.А. Павельев; пер. В.В. Коляда. М.: Постмаркет, 2001. 559 с.

Identification of Hydrodynamic Characteristics of the Spool-type Valve

D.N. Popov¹, N.G. Sosnovskii^{1,*},
A.A. Knyajanskii¹

*sosn@bmstu.ru

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: autooscillations, hydraulic drive, link delay, experimental research, mathematical model, spool-type valve, hydrodynamic characteristics, the effect of locking

Recently increased requirements for dynamic characteristics of hydraulic servo-drives demanded the use of nonlinear models, in addition to the linearized mathematical ones. Such models have to take into consideration the physical process features occurring in the hydraulic drive. However, references sometimes mention a discrepancy between the values of real natural frequency of oscillations and the theoretical value of natural oscillation frequency defined by the mathematical model, which takes into account only the standard nonlinearities. To identify reasons of abovementioned divergence the experiments have been conducted to study influence of flow unsteadiness on the auto-oscillation frequency of a hydraulic drive. Modern electrohydraulic throttle-controlled drives are usually equipped with the actuation (control) devices, which have operating speed much higher than that of the power part of a hydraulic drive. This circumstance allows us to use a mechanically controlled hydraulic drive to study the non-stationary characteristics of a spool-type valve. As a result of experiments, it has been found that the fluid flow unsteadiness can be taken into consideration through introducing the auto-oscillations of delay time into calculations.

The pilot studied results have a scientific novelty because they for the first time define the influence of the fluid flow unsteadiness in the spool-type valve on dynamics of a hydraulic drive with throttle control.

References

1. Popov D.N., Astashev V.K., Gustomiasov A.N., et al. *Mashinostroenie: entsiklopediia. V 40 t. T. 4-2: Elektroprivod. Gidro- i vibroprivody. Kn. 2: Gidro- i vibroprivody* [Mechanical Engineering: Encyclopedia. In 40 vols. Vol. 4-2: Electric drive. Hydraulic and vibro drives. Book 2: Hydraulic and vibro drives]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2012. 303 p. (in Russian).

2. Fomichev V.M. Design characteristics of the spool valves in the field of “zero”. *Gidravlika i pnevmatika = Hydraulics and Pneumatics*, 2005, no. 20, pp. 49-54. (in Russian).
3. Popov D.N., Knyazhanskii A.A. About indefiniteness of own frequency of a drosselling hydraulic actuator. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2011, no. 7. Available at: <http://technomag.bmstu.ru/doc/198318.html> , accessed 01.04.2015. (in Russian).
4. Bragin V.O., Vagaitsev V.I., Kuznetsov N.V., Leonov G.A. Algorithms for finding hidden oscillations in nonlinear systems. The Aizerman and Kalman conjectures and Chua's circuits. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*, 2011, no. 4, pp. 3-36. (English version of journal: *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2011, vol. 50, no. 4, pp. 511-543. DOI: [10.1134/S106423071104006X](https://doi.org/10.1134/S106423071104006X)).
5. Popov D.N., Zamaraev D.S. Concept of optimization of an electrohydraulic servo drive with throttle regulation. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2013, no. 6, pp. 99-112. DOI: [10.7463/0613.0569281](https://doi.org/10.7463/0613.0569281) (in Russian).
6. Popov D.N., Zamaraev D.S. Optimization of an electrohydraulic actuator for a servo drive with throttle control. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2013, no.12, pp. 105-124. DOI: [10.7463/1213.0637872](https://doi.org/10.7463/1213.0637872) (in Russian).
7. Popov D.N. *Mekhanika gidro-i pnevmoprivodov* [The mechanics of hydro-and pneumatic drives]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2002. 320 p. (in Russian).
8. Potemkin V.G. *Vychisleniya v srede MATLAB* [Calculations in MATLAB]. Moscow, Dialog-MIFI Publ., 2004. 715 p. (in Russian).
9. Pupkov K.A., Egupov N.D., eds. *Metody klassicheskoi i sovremennoi teorii avtomaticheskogo upravleniya: uchebnik dlya vuzov. V 5 t. T. 3. Sintez regulyatorov sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Methods of classical and modern automatic control theory. In 5 vols. Vol. 3. Synthesis of regulators of automatic control systems]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2004. 614 p. (in Russian).
10. Faber T.E. *Fluid Dynamics for Physicists*. Cambridge University Press, 1997. 440 p. (Russ. ed.: Faber T.E. *Gidroaerodinamika*. Moscow, Postmarket Publ., 2001. 559 p.).