

УДК 629.78

Оценка точности определения параметров движения астероида Апофис по измерениям комплекса «Небосвод»

*Гуо П., магистр
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов»*

*Научный руководитель: Ивашкин В.В., д.ф.-м.н., профессор
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана
кафедра «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов»
kafsm3@sm.bmstu.ru*

Введение

В данной статье описаны результаты работы по анализу точности определения параметров орбиты астероида Апофис на основе бортовых угловых измерений системы «Небосвод», проектируемой сейчас Корпорацией «Комета» [1]. Измерения выполняются на борту одного или двух КА этой системы. Анализируется также точность прогнозирования движения астероида после определения его орбиты.

1. Постановка задачи

Комплекс «Небосвод» включает в себя два КА на геосинхронных орбитах. Наклонение их орбит $i=11^\circ$ и 12° [1]. На каждом космическом аппарате устанавливается телескоп, позволяющий сканировать небо и визировать звезды, а также астероиды и кометы. Полагая, что обработка изображений звезд и астероида, формируемых на матрице ПЗС, позволяет опознать звезды, построить на борту КА инерциальную систему координат и привязать к ней линию визирования астероида с борта КА определением ее прямого восхождения α и склонения δ , соответствующих моменту измерения t .

Точность этих измерений определяется характеристиками оптической системы визирования, в частности, матрицы ПЗС, неточным характером астероида и значениями

звёздной величины астероида. Полагаем, что суммарная случайная ошибка состоит из двух частей: $\Delta_{\text{и}} = \Delta_{\text{и1}} + \Delta_{\text{и2}}$, где $\Delta_{\text{и1}}$ – ошибка измерения углового положения точечного объекта, $\Delta_{\text{и2}}$ – ошибка измерения за счет неточечного характера объекта: $\Delta_{\text{и2}} = \Delta_{\text{R}} / 3\rho$, Δ_{R} – линейная ошибка в размере объекта; ρ – расстояние от КА до визируемого объекта. При этом случайные ошибки угловых измерений полагаются распределенными по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратичными отклонениями: $\sigma_{\delta} = \sigma_{\text{и}}$; $\sigma_{\alpha} = \sigma_{\text{и}} / \cos \delta$. Полагаем также наличие систематических ошибок в измерениях углов α и δ . Они приняты равными СКО ошибки измерения углового положения точечного объекта $\sigma_{\text{и1}}$.

В данной работе рассматривается задача оценки точности определения параметров движения астероида Апофис по результатам измерениям комплекса «Небосвод».

2. Алгоритмы определения параметров орбиты астероида

Расчёты определения параметров орбиты астероида Апофис по угловым бортовым измерениям проводились в три этапа.

На первом этапе проанализирована видимость на каждый момент измерений, который проверяется на два условия. Это, во-первых, отсутствие вхождения астероида в тень от Земли и Луны. Во-вторых, угол между направлениями с КА на астероид и центр Солнца не должен быть меньше 30° [1]. На данном этапе анализа при определении параметров орбиты астероида выполняется учет основных возмущений, оказывающих влияние на движение астероида. Это возмущение от сжатия Земли, а также возмущения за счет притяжения другими телами Солнечной системы (Солнце, Луна и другие планеты). Для приближенного прогнозирования движения КА применен аналитический метод с учетом вековых возмущений от второй зональной гармоники J_2 в движении КА. Возмущенное движение КА получается по их возмущенным элементам [2, 3].

На втором этапе рассматривалась задача определения начального приближения параметров орбиты астероида по угловым измерениям. В настоящей работе оно получается с помощью классического метода Гаусса [4].

На третьем этапе проводилось уточнение начального приближения параметров орбиты астероида с помощью метода наименьших квадратов (МНК) [5-7]. Выбран вектор параметров астероида $\mathbf{Q}$ в качестве оцениваемых параметров. Выражение МНК можно писать в виде:

$$\delta \hat{\mathbf{Q}} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}(\boldsymbol{\theta}_И - \boldsymbol{\theta}_Р), \quad (1)$$

$$\mathbf{A} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{\theta}}{\partial \mathbf{Q}} \right)^T \mathbf{P} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\theta}}{\partial \mathbf{Q}} \right), \mathbf{B} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{\theta}}{\partial \mathbf{Q}} \right)^T \mathbf{P}, \quad (2)$$

где $\boldsymbol{\theta}_И$ – вектор измерений; $\boldsymbol{\theta}_Р$ – вектор расчетных значений измеряемых функций; $\mathbf{P}$ – весовые матрицы измеренных векторов $\boldsymbol{\theta}$:

$$\mathbf{P} = \text{diag}([\sigma_\alpha^{-2}(t_j), \sigma_\delta^{-2}(t_j)]), j = 1, \dots, N, \quad (3)$$

где σ_α и σ_δ – СКО ошибки измерения прямого восхождения α и склонения δ , N – число моментов измерений.

Оценка вектора получается итерационно. Вычисления завершаются приближением с номером $s=n$, для которого выполняется неравенство

$$|\delta \hat{\mathbf{Q}}_i^{(s)}| < \varepsilon_i, (s = 1, 2, \dots, n; i = 1, \dots, 6), \quad (4)$$

где ε – набор заданных точностей; n – количество приближений.

В конце оценку параметров движения найдём как сумму ряда

$$\hat{\mathbf{Q}} = \hat{\mathbf{Q}}^{(0)} + \sum_{s=1}^n \delta \hat{\mathbf{Q}}^{(s)}, \quad (5)$$

где $\hat{\mathbf{Q}}^{(0)}$ – начальное приближение оцениваемых параметров по методу Гаусса.

3. Алгоритмы определения точностей навигации и прогнозирования движения астероида

Оценка точности определения орбиты за счет ошибок измерений получается двумя способами. В аналитическом способе делаем расчет корреляционных матриц для ошибок определения элементов орбиты от случайных ошибок измерения, и также разработан алгоритм для определения ошибки от систематических ошибок измерения:

$$\mathbf{K}_w = \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{Q}} \mathbf{A}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{Q}} \right)^T, \quad \delta \mathbf{W}_{\text{сист}} = \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{Q}} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \vartheta_{\text{сист}}, \quad (6)$$

где $\mathbf{K}_w$ – корреляционная матрица вектора $\mathbf{W}$ для случайных ошибок измерения, $\delta \mathbf{W}_{\text{сист}}$ – отклонение от систематических ошибок измерения $\vartheta_{\text{сист}}$, весовая матрица соответствует реальным ошибкам измерений.

В статистическом способе – метод Монте-Карло [8] сделано значительное количество независимых испытаний, сравнивая расчетную орбиту астероида, полученную обработкой измерений, с известной исходной точной орбитой. Оценку точности прогнозирования получаем, определяя точки пересечения номинальной и расчетной орбит с картинной плоскостью у Земли, а также по перигейному расстоянию для обеих орбит.

4. Численные результаты анализа

Сначала проанализирована видимость при измерении с борта КА–1 и КА–2. На рис.1 приведены орбиты Земли (сплошная кривая) и Апофиса (штриховая) с несколькими линиями визирования астероида с КА–1, для визирования с 1 июня 2028 года по 20 апреля 2029 года. На рис. 1 указаны соответствующие времена и расстояния визирования. До сближения с Землей в апреле 2029 г. КА–1 и КА–2 имеют общую зону невидимости (ЗНВ) из-за засветки от Солнца с 19 ч. 21/8/2028 по 8 ч. 24/9/2028 (UTC). Эта зона отмечена штриховкой на рис. 1. Здесь расстояние от Апофиса до Земли составляет ~ 41 млн км. Интервал засветки от Солнца - 33.5 сут. После сближения с Землей есть ЗНВ с 2 ч. 14 апреля 2029 года по 20 апреля 2029 года.

Кроме того, ещё существуют несколько небольших ЗНВ из-за тени от Земли. Для КА–1 зоны невидимости распределены с 13 ноября по 27 декабря 2028 года. Продолжительность этих ЗНВ в каждый день не более 72 мин - с 15 ч. до 17 ч. Для КА–2 они расположены с 20 ноября 2028 года по 26 января 2029 года; продолжительность этих ЗНВ в каждый день не более 70 мин - с 7 ч до 10 ч. Не существуют ЗНВ из-за тени от Луны в течение года.

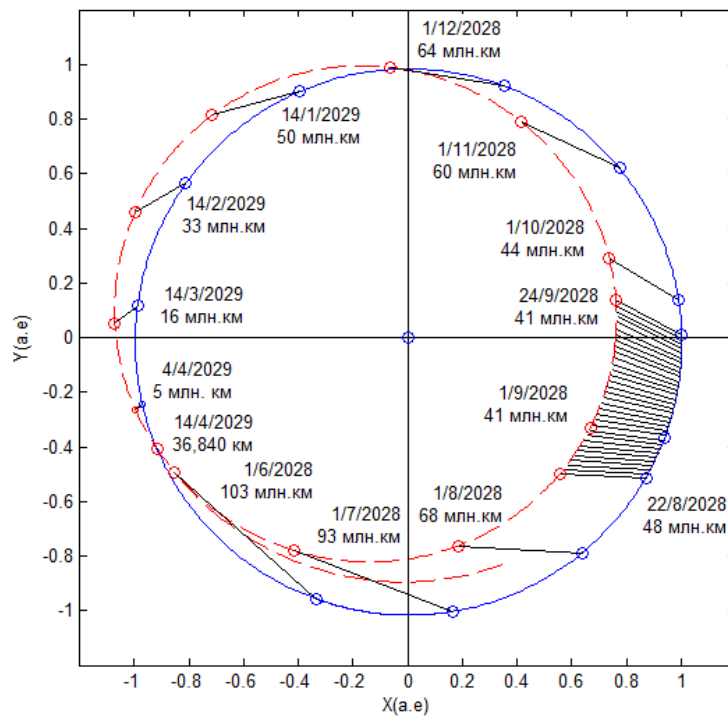


Рис. 1. Орбиты Апофиса (пунктирная) и Земли (сплошная) с 1 июня 2028 года по 20 апреля 2029 года, теневая часть – зона невидимости из-за засветки от Солнца

На рис. 2 приведена зависимость звёздной величины от времени полета Апофиса в течение 317 суток до прохождения перигея. Видно, что для астероида Апофис размером 320 м звёздная величина не более 19^m . В этом случае точность наблюдения с помощью системы «Небосвод» будет высокой, как правило, ошибка измерения $\sigma_{и1}$ будет меньше $0,02''$.

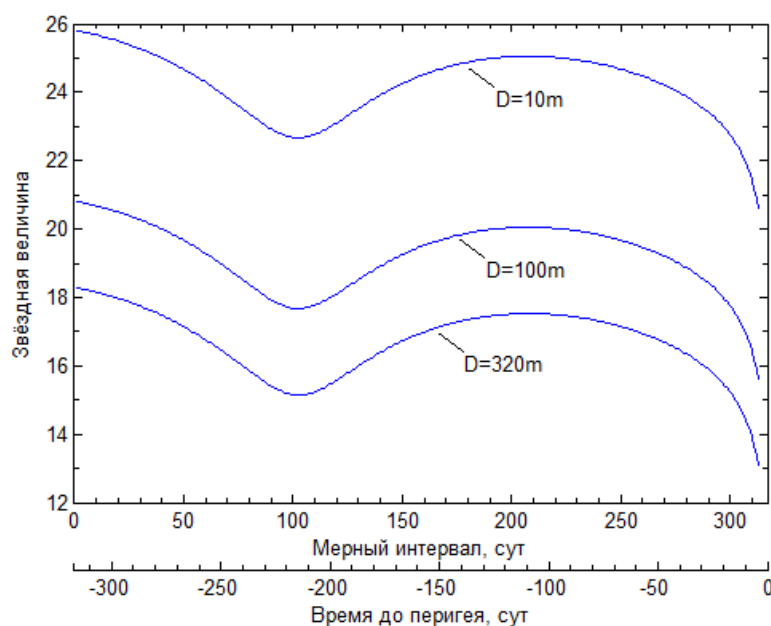


Рис. 2. Зависимости звёздной величины от времени полета для астероидов, имеющих одинаковую орбиту с астероидом Апофис, с размерами 320 м, 100 м и 10 м

На данном этапе анализа зависимости точности навигации от параметров начального момента t_0 , мерного интервала ΔT и интервала между измерениями Δt рассмотрены три участка движения астероида Апофис: 1) дальний, когда расстояние от Земли до Апофиса r_0 примерно от 100 млн. км в 2028-2029 г.г., 2) средний, с расстоянием от 50 млн. км, 3) близкий к сближению с Землей в 2029 г. Предполагаем, что измерения выполняются, начиная с начального момента каждого участка, и в каждый момент измерений выполняются наблюдения астероида Апофис с двух КА. В качестве оцениваемых параметров выбран вектор состояния астероида Апофис в начальный момент времени каждого участка.

Анализ выполнен по аналитическому методу и методу Монте-Карло. Для каждого варианта программы измерения вычислим производные от измеряемых параметров по уточняемым параметрам методом конечных разностей, и затем находим корреляционную матрицу для определения отклонения от случайных ошибок измерения и ещё значения отклонения от систематических ошибок измерения.

1) Дальний участок полета астероида (начальное расстояние от Земли до Апофиса около 100 млн. км)

В данном разделе приведены результаты оценки точности навигации на дальнем от Земли участке полета Апофис ($r_0 \sim 100$ млн. км; $\sim$ за 317 суток до прохождения перигея) для случая: $\sigma_{и1} = 0,02''$; $\Delta T = [0, 300 \text{ сут}]$; $\Delta t = 12 \text{ мин.}$ На рис. 3 изображена зависимость точности навигации по перигейному расстоянию δr_π от мерного интервала для данного случая.

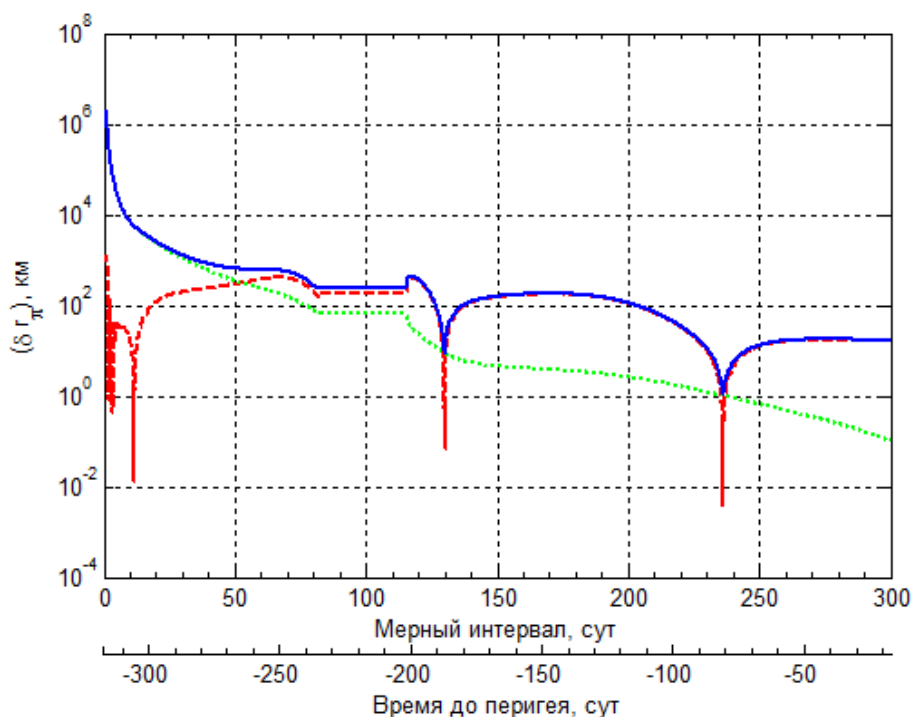


Рис. 3. Зависимость точности навигации по перигейному расстоянию δr_π от мерного интервала ΔT на дальнем участке ($\Delta t = 12 \text{ мин.}$, $\sigma_{и1} = 0,02''$; штриховая – отклонение от систематических ошибок измерения; пунктирная – отклонение 3σ от случайных ошибок измерения; сплошная – максимальное отклонение от обеих ошибок измерений)

Видно, что вначале при увеличении мерного интервала, отклонение от случайных ошибок уменьшается. Когда мерная база ΔT меньше 50 суток, главным фактором, влияющим на точность навигаций, является случайные ошибки измерения. Отклонение от систематических ошибок измерения увеличивается. А когда мерная база ΔT более 50

суток, главный фактор - это систематические ошибки измерения. Максимальное отклонение в этом случае не превышает по перигейному расстоянию 450 км. А когда мерная база ΔT более 200 суток, максимальное отклонение меньше 100 км.

2) *Средний участок полета астероида (начальное расстояние от Земли до Апофиса около 50 млн. км)*

На рис. 4 показаны результаты анализа точности навигации на среднем от Земли участке траектории полета астероида Апофис. В этом случае начало сеанса получается, когда расстояние от Земли до астероида Апофис около 50 млн. км – 14 января 2029 г. (~за 90 суток до прохождения перигея). Отклонение от систематических ошибок измерений значительно меньше чем отклонение от случайных ошибок измерений в течение 60 сут от начала данного участка (см. рис. 4).

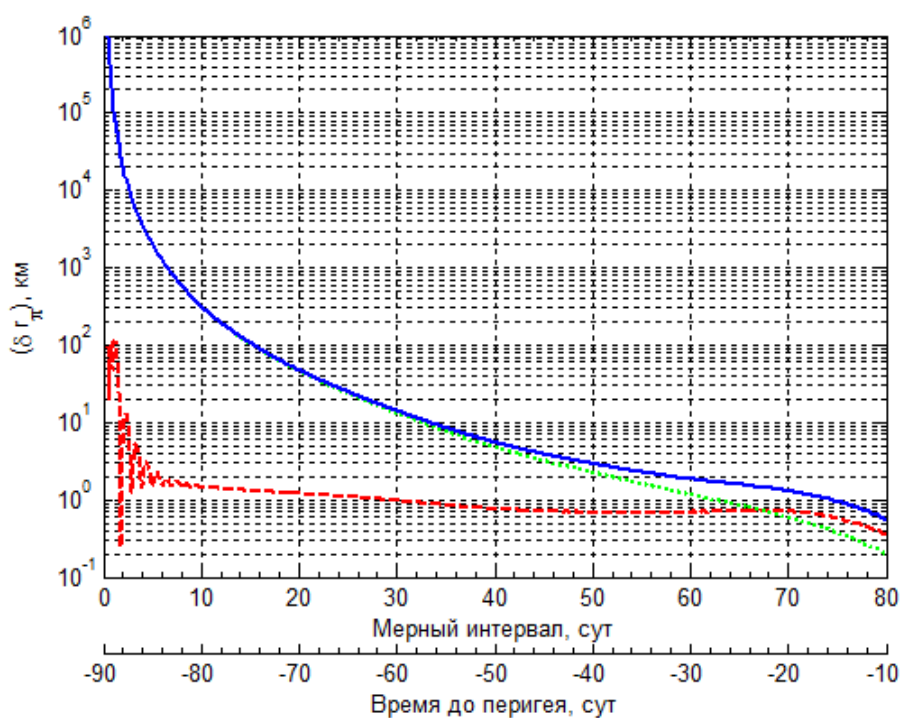


Рис. 4. Зависимость точности навигации по перигейному расстоянию δr_π от мерного интервала ΔT на среднем участке ($\Delta t=12$ мин, $\sigma_{n1} = 0,02''$, $r_0 \sim 50$ млн. км; штриховая – отклонение от систематических ошибок измерения; пунктирная – отклонение 3σ от случайных ошибок измерения; сплошная – максимальное отклонение от обеих ошибок измерений)

3) Ближний от Земли участок полета астероида (начальное расстояние от Земли до Апофиса около 3,5 млн. км)

На рис. 5 приведена точность навигации на ближнем от Земли участке траектории полета астероида ($r_0 \sim 3,5$ млн. км; $\sim$ за 7 суток до прохождения перигея) для варианта интервала между измерениями $\Delta t = 6$ мин. На рис. 6 приведена зависимость максимального отклонения по перигейному расстоянию от мерного интервала ($\Delta T = [0, 7 \text{ сут}]$) на ближнем от Земли участке траектории полета астероида ($r_0 \sim 3,5$ млн. км; $\sim$ за 7 суток до прохождения перигея) для трех вариантов интервала между измерениями ($\Delta t = 6$ мин, 12 часов, 1 сут). Видно, что за 12 ч измерений получим предельную точность δr_π меньше 10 км, если измерения проводятся через 6 минут с двух КА комплекса «Небосвод». А также, если КА-1 и КА-2 комплекса «Небосвод» измеряют через 12 часов, за сутки измерений тоже можно получить такую же точность навигации (см. рис. 6).

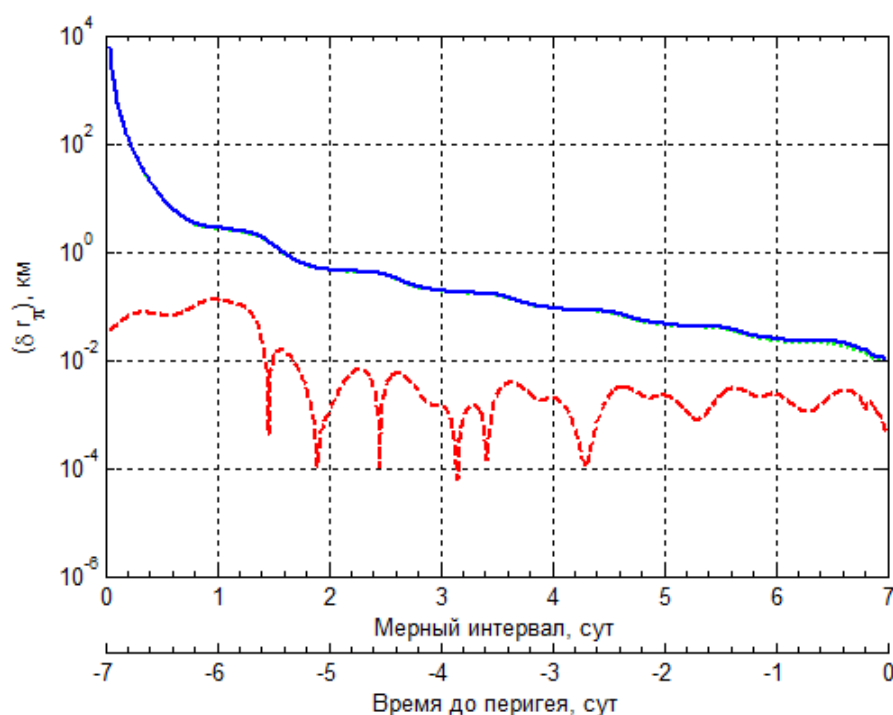


Рис. 5. Зависимость точности навигации по перигейному расстоянию δr_π от мерного интервала ΔT на ближнем участке ($\Delta t = 6$ мин, $\sigma_{и1} = 0,02''$, $r_0 \sim 3,5$ млн. км; штриховая – отклонение от систематических ошибок измерения; сплошная – отклонение 3σ от случайных ошибок измерения и максимальное отклонение от обеих ошибок измерений)

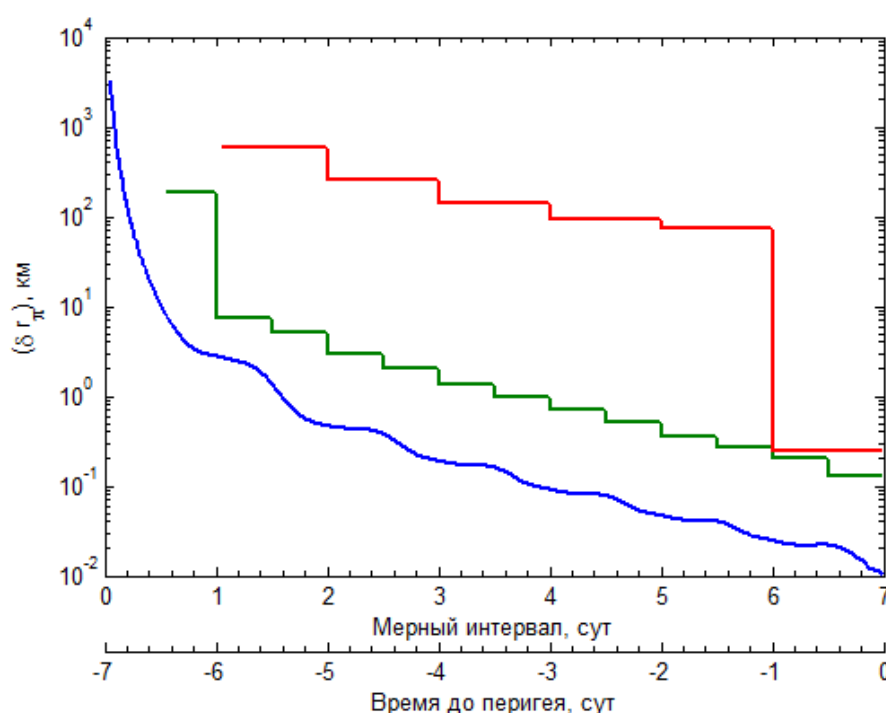


Рис. 6. Зависимость максимального отклонения по перигейному расстоянию от мерного интервала на ближнем участке ($r_0 \sim 3,5$ млн. км; $\sigma_{и1} = 0,02''$; $\Delta t = 6$ мин, 12 часов, 1 сут.)

Заключение

В настоящей работе разработаны алгоритмы определения параметров движения астероида и получены оценки точности навигации по измерениям комплекса «Небосвод». Рассмотрены три участка движения астероида Апофис: 1) дальний, с расстоянием от Земли до Апофиса от 100 млн. км - в 2028-2029 г.; 2) средний, с расстоянием до Апофиса от 50 млн. км – в 2029 г.; 3) близкий к сближению с Землей в апреле 2029 г., с расстоянием до Апофиса от 3,5 млн. км. Анализ звёздной величины астероида Апофис на данных участках показал, что она не более 19^m . При этом точность измерения с КА будет высокой, она принята $0,02''$. Полученные предварительные результаты анализа работы системы показали, что получаются довольно хорошие точности определения орбиты астероида на основе измерений системы «Небосвод». При наблюдении на ближнем участке полета астероида с двух КА данной системы и при интервале между измерениями не более 12 часов, точность определения орбиты астероида по перигейному расстоянию в течение примерно суток будет меньше 10 км.

Список литературы

1. Кулешов Ю.П., Егоров В.Л., Мисник В.П., Яковенко Ю.П., Рыхлова Л.В., Шугаров А.С., Шустов Б.М., Захаров А.И., Прохоров М.Е., Богачев А.В., Николаев С.Л., Орловский И.В., Платонов В.Н. Принципы и основные технические решения создания астрономического космического комплекса обнаружения и определения параметров движения опасных для Земли астероидов и комет (комплекс «Небосвод») // Экологический вестник научных центров ЧЭС. 2013. № 4. Т. 2. С. 89–97.
2. Ноздрин В.И., Рудаков В.М. Методы определения орбит: пер. с англ. / под ред. В.Г. Демина. М.: Мир, 1970. 472 с. [Pedro R. Escobal. Methods of orbit determination. New York: John Wiley & Sons, 1965.].
3. Абалакин В.К., Аксенов Е.П., Гребенников Е.А., Демин В.Г., Рябов Ю.А. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике / под ред. Г.Н. Дубошина. М.: Наука, 1976. 864 с.
4. David A. Vallado. Fundamentals of Astrodynamics and Applications. New York: Space Technology Series, 1997. 944 p.
5. Аким Э.Л., Эннеев Т.М. Определение параметров движения космического летательного аппарата по данным траекторных измерений // Космические исследования. 1963. Т. 1. Вып. 1. С. 5–50.
6. Eneev T.M., Ivashkin V.V., Sharov V.A., Bagdasaryan J.V. Space autonomous navigation system of Soviet project for manned fly by Moon // Acta Astronautica. 2010. Vol. 66. P. 341–347.
7. Лысенко Л.Н., Бетанов В.В., Звягин Ф.В. Теоретические основы баллистико–навигационного обеспечения космических полетов. Изд–во: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. 518 с.
8. Степнов М.Н. Статистические методы обработки результатов механических испытаний: справочник. М.: Машиностроение, 1985. 232 с.