

УДК 004.93'14

Использование алгоритма кластеризации для разбиения изображения на односвязные области

Белим С. В.¹, Кутлуниин П. Е.^{1,*}

*kutlumin.pavel@gmail.com

¹ОмГУ им. Ф.М. Достоевского, Омск, Россия

В статье предложена методика разбиения изображения на односвязные области по цвету. Пиксели исходного изображения представляются в виде точек пространства признаков, по которым строится минимальное остовное дерево. В качестве весов рёбер используются расстояния между точками. Для выделения кластеров дерево разбивается на поддеревья путём удаления рёбер с максимальным весом, где каждое поддерево представляет односвязную область на изображении. Кластеризация проводится итеративно, где на каждом шагу более крупные кластеры разбиваются на более мелкие, образуя иерархию разбиения на кластеры. Проведён компьютерный эксперимент на фотографических изображениях.

Ключевые слова: обработка изображений, выделение односвязных областей, кластеризация

1. Введение

Проблема выделения на изображениях односвязных областей является актуальной при решении большого количества прикладных задач, таких как обработка спутниковых фотографий поверхности земли [1, 2], обработка снимков биологических объектов под микроскопом [3], обработка медицинских данных [4,5], локализация текста на изображениях [6, 7] и т.д.

Задача разбиения цифровых изображений на связные области решалась в различных постановках для различных типов изображений. Классическая постановка задачи состоит в поиске связных областей на двуцветном черно-белом изображении. В этом случае каждый пиксель имеет цвет, обозначаемый либо 0, либо 1 и ставится задача поиска групп пикселей, имеющих одинаковый цвет, проход по которым изменяет координату либо на 0, либо на 1. Для задачи в такой постановке было выработано несколько алгоритмов [8-11], позволяющих получить результат за полиномиальное время. В связи с успешностью работы данных алгоритмов в большом количестве случаев методы выделения связных областей на цветных изображениях включают в себя этап бинаризации изображения [12-14].

Для выделения областей на цветных и полутоновых изображениях в большинстве случаев используются итерационные алгоритмы. Например, алгоритм k-средних [15,16] используется в основном в пространстве яркостей пикселей и служит для разбиения изображений на заранее заданное количество областей. Главным преимуществом данного алгоритма является простота и скорость работы. Однако использование метода k-средних может приводить к ошибочным результатам при обработке цветных изображений. Может происходить слияние областей с различным цветом и одной интенсивностью. Часто используется группа алгоритмов, основанная на выделении границы областей [17,18]. В этом случае сначала решается задача поиска четких границ областей на изображении. После чего замкнутые контуры рассматриваются как искомые односвязные области. Использование поиска областей на основе выделения их границ позволяет получать существенно лучшие результаты по сравнению с методом k-средних при правильном выборе фильтров и параметров фильтров. Однако и этот подход обладает целым набором недостатков. Так при появлении даже самого небольшого разрыва в контуре выделение односвязной области становится невозможным. Кроме этого области выделяются не точно, так как существует проблема принадлежности точек, лежащих на границе. Также следует отметить очень медленную работу метода в целом.

Существуют алгоритмы непосредственного выделения областей. Прежде всего, следует отметить известный алгоритм роста регионов (Region Growing) [19], который позволяет выделить заранее заданное количество регионов по какому-либо признаку, например, яркости. Однако следует отметить, что данный алгоритм является рекурсивным и требует большого объема памяти. Более того для него существует ограничение на объем изображения, возникающее вследствие возможности переполнения стека. В методе слияния регионов (Region Merging) [20] производится разбиение изображения на области каким-либо быстрым методом, а затем производится слияние соседних областей, если они удовлетворяют некоему критерию схожести. В методе разбиения и слияния областей (Region splitting and merging) [21] производится несколько этапов разбиения изображения на области и подобласти. После этого также производится слияние по некоторому критерию. В методе водораздела (Watershed Segmentation) [22] полутоновое изображение рассматривается как некоторый ландшафт, в котором высота уровня поверхности определяется яркостью точки. Далее производится поиск областей минимума, разделенных областями максимума.

Методы кластеризации изображений в основном базируются на представлении изображения в виде некоторой статистической выборки. На основе метода k-средних построены алгоритмы fuzzy-кластеризации [23], в которых объекты изображений представляются в виде нечетких множеств. Разбиение на области производится через вычисление функции принадлежности к нечетким множествам. В методе максимальной дисперсии [24], как и в методе k-средних необходимо заранее определиться с количеством кластеров. В работе [25] предложен алгоритм кластеризации на основе метода дендрограмм.

Целью данной статьи ставится разработка алгоритма разбиения изображения на односвязные области с использованием метода кластеризации.

2. Постановка задачи и метод решения

Сформулируем формальную постановку задачи. Преобразуем набор пикселей изображения во множество точек векторного пространства. Выбор размерности пространства зависит от постановки задачи. Если требуется выделить кластеры одного цвета, то достаточно ограничиться трехмерным пространством модели RGB. В случае необходимости выделения связных областей к трем цветовым координатам необходимо добавить две пространственные и работать в пятимерном пространстве, которое в дальнейшем будем обозначать RGBXY. В рамках этой статьи ограничимся рассмотрением случая пространства RGBXY. При объединении пространственных и цветовых координат в одно пространство необходимо произвести процедуру нормализации масштабов. Пусть палитра содержит m оттенков каждого цвета, а изображение имеет размер $M \times N$. Выберем минимальный пространственный размер изображения $L = \min(M, N)$ и проведем масштабирование цветовой гаммы умножив все значения цвета на L/m . Для вычисления расстояний между точками используется Евклидова метрика. Расстояния между точками v_i и v_j будем обозначать $d(v_i, v_j)$. Поставим задачу кластеризации полученного множества точек пятимерного пространства на подмножества точек, расположенных близко друг к другу.

Для решения задачи кластеризации сопоставим множеству точек взвешенный полносвязный граф. Вершинами графа будут точки построенного множества v_i , а ребрами – расстояния между ними $d_{ij} = d(v_i, v_j)$ в пространстве RGBXY. Для построенного графа найдем минимальное остовное дерево. Выполним разбиение данного дерева на поддеревья, каждое из которых будет соответствовать одному кластеру. Основной проблемой является выбор ребер, которые необходимо отбросить, для разбиения дерева на поддеревья. Из алгоритма построения графа видно, что вес ребер будет тем меньше, чем ближе точки расположены рядом пространственно и чем ближе их цвета. По постановке задачи мы ищем связные кластеры точек, имеющие близкие цвета. Таким образом, необходимо разделить дерево на поддеревья, имеющие ребра наименьшей длины. Будем разбивать минимальное остовное дерево на поддеревья, удаляя наиболее длинные ребра. Следует отметить, что простое упорядочивание по длине и удаление самых длинных ребер не приводит к приемлемым результатам в случае изображений с размытыми границами. Кроме того, при построении полного графа для реальных

изображений матрица инцидентности может оказаться слишком большой для размещения ее в памяти и потребовать длительного времени для построения. Поэтому необходимо строить сразу минимальное остовное дерево без построения графа в целом. Для решения этой задачи применим жадный алгоритм.

Пусть на некотором этапе построена часть дерева T_k , содержащая вершины $\{v_{i1}, \dots, v_{ik}\}$. Рассмотрим ближайших соседей каждой из вершин, входящих в T_k . Выберем ту вершину, расстояние от которой до одной из вершин T_k является минимальным. Строим часть дерева T_{k+1} , присоединяя выбранную вершину v_{ik+1} к дереву T_k . Продолжаем алгоритм до тех пор пока не будут исчерпаны все вершины. При построении минимально остовного дерева данным методом возникает проблема выбора начальной точки. Как показал компьютерный эксперимент, результат построения дерева и дальнейшая кластеризация, существенно зависят от выбора начальной точки. Будем выбирать корень дерева так, чтобы он соответствовал некоторой точке на достаточно протяженной области изображения одного цвета. Для этого осуществляем проход по всем точкам изображения и в качестве корня выбираем первую точку имеющую ближайших соседей того же, цвета, что и у нее, с некоторой точностью, учитывающей оттенки.

При работе данного жадного алгоритма построения минимального остовного дерева в первую очередь будут присоединяться точки, относящиеся к одному кластеру. После исчерпания кластера будет происходить переход на следующий кластер. Ребро, соответствующее переходу на соседний кластер, будет существенно отличаться по длине от соседних ребер. Построим график зависимости длины ребер от порядкового номера присоединения данного ребра. Переходы от одного кластера к другому будут выглядеть как пики на графике. Если граница области на изображении четкая, то пик будет резкий, если граница области на изображении размытая, то пик будет сглаженным. Будем искать максимумы на графике, превышающие по высоте, некоторое значение R_l , и отбрасывать, соответствующие им ребра. При этом будет происходить разбиение дерева на поддеревья. Следует отметить, что для реальных изображений будут присутствовать пики, связанные с отдельными точками, сильно отличающимися от окружающих. Чтобы не выделять кластеры, содержащие одну вершину, будем удалять только ребра, приводящие к выделению поддерева, состоящего более чем из одной вершины.

3. Компьютерный эксперимент

Эксперимент проводился как на искусственных изображениях, так на фотографиях различных объектов. В качестве искусственных изображений использовались рисунки с четко выделенными геометрическими фигурами. Для проверки предложенного метода на фотографических объектах использовалось известное изображение «Перцы», часто используемое для тестирования методов кластеризации изображений.

На рисунке 1 представлено искусственное изображение и график длин ребер в порядке их присоединения к дереву.

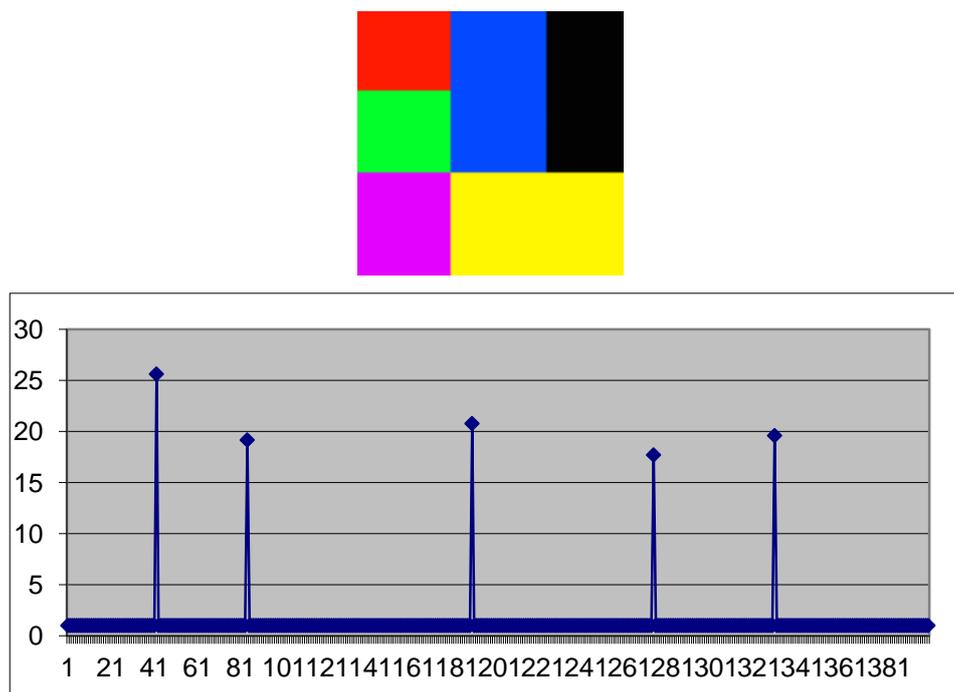


Рис. 1. Искусственное изображение и график длин ребер в порядке их присоединения жадным алгоритмом.

На данном графике хорошо выделяются пики максимумов. Удаляя соответствующие ребра, получаем разбиение на кластеры, представленное на рисунке 2.

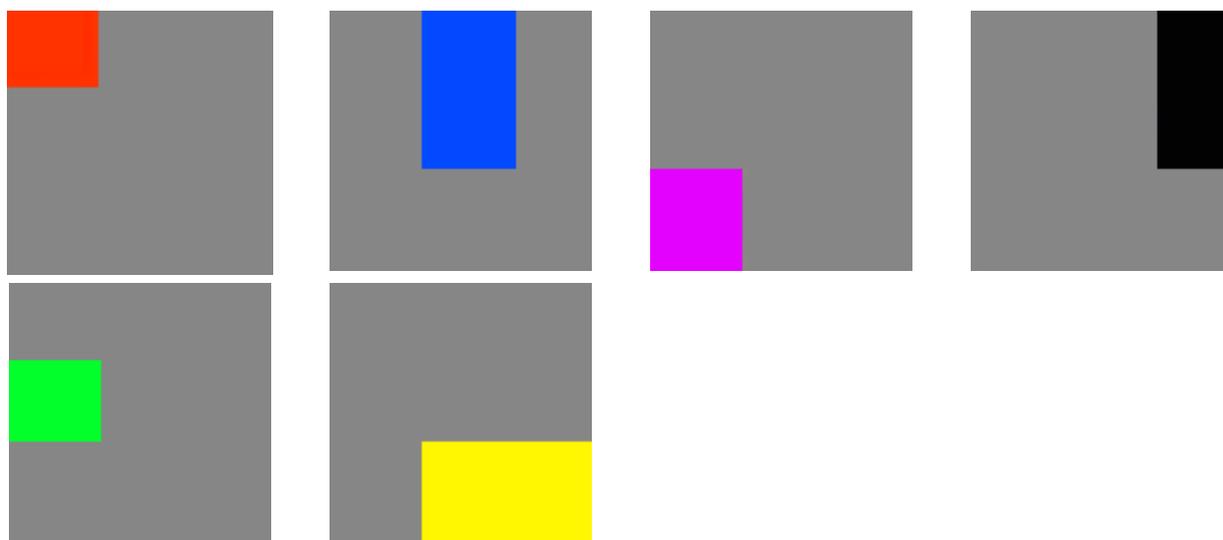


Рис. 2. Результаты кластеризации изображения, приведенного на рисунке 1.

Как видим, алгоритм практически идеально справляется с изображениями, характеризующимися четкими контурами и не содержащими градиентной заливки.

Проведем эксперимент на фотографическом изображении «Перцы». Исходное изображение и график длин ребер в порядке их присоединения к дереву представлены на рисунке 3.

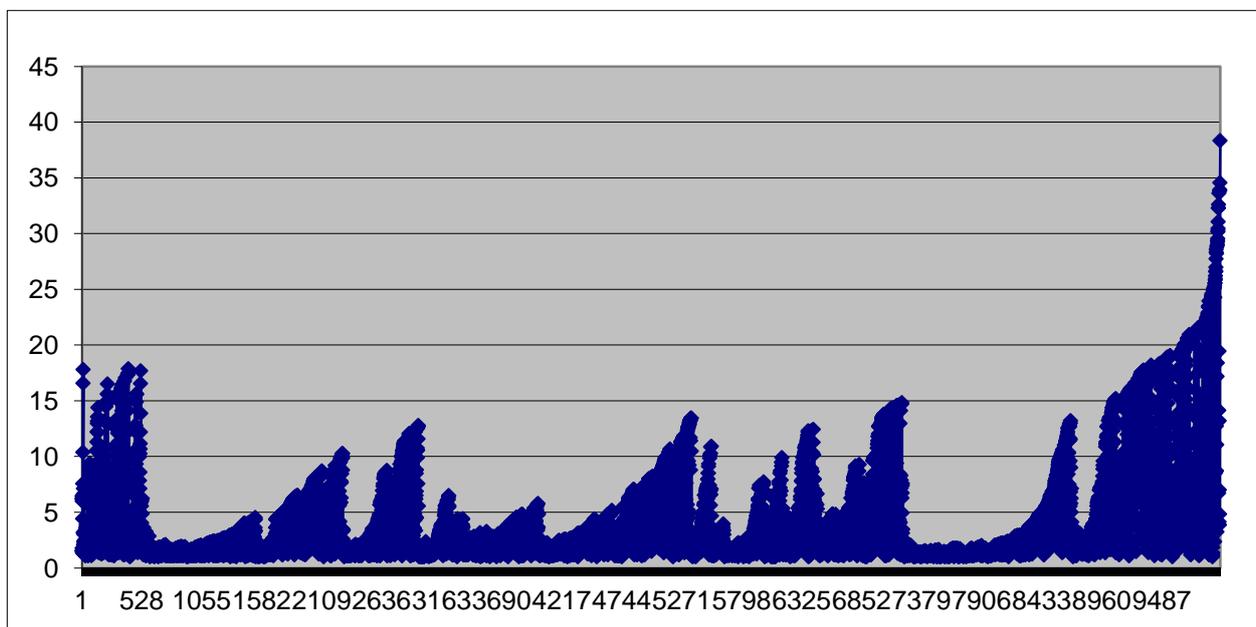


Рис. 3. Изображение «Перцы» и график длин ребер в порядке их присоединения к дереву.

Как видно из графика для фотографических изображений присутствует целый ряд пиков разной высоты, причем некоторые из них размытые. В соответствии с алгоритмом будем строить дендрограмму кластеризации. Находим самый высокий пик, отделяющий поддерево с количеством вершин больше одной, и принимаем его высоту за R_0 . На первом уровне дендрологического дерева разместим кластеры, получающиеся отбрасыванием ребер, соответствующих пикам в интервале $[0.9R_0, R_0]$. Кластеры второго уровня получаются при отбрасывании ребер, соответствующих пикам в интервале $[0.92R_0, 0.9R_0]$ и т.д. При постановке компьютерного эксперимента был выбран шаг $h=0.1$. На рисунке 4 представлены результаты кластеризации второго и третьего уровней.

Второй уровень				
Третий уровень				

Рис. 4. Второй и третий уровни кластеризации для изображения «Перцы».

Как видно из рисунка 4 на каждом следующем уровне происходит разбиение кластеров, полученных на предыдущем уровне, на более мелкие кластеры. Остановка алгоритма происходит либо принудительно на некотором уровне, либо в случае, когда выделяются области равномерной заливки. На изображениях с большим количеством мелких деталей возможно разбиение на отдельные пиксели.

Выводы

Таким образом, предложенный метод кластеризации позволяет построить иерархию разбиений изображения на односвязные области любой заданной глубины. При достаточно большой глубине дерева происходит разбиение на отдельные пиксели. Предложенный метод позволяет абсолютно точно произвести кластеризацию искусственных изображений с четкими границами. Для фотографических изображений с размытыми границами областей в первую очередь происходит выделение небольших кластеров, связанных с резким перепадом яркости. Следует отметить, что данный метод позволяет отслеживать однопиксельные кластеры, возникающие вследствие импульсного шума, и выделять, в первую очередь, достаточно большие области.

Предложенный метод свободен от недостатков, присущих самому распространенному методу k -средних, и позволяет достаточно хорошо разделять области разного цвета с одинаковой интенсивностью. К тому же не требуется априорного определения количества кластеров. Вместо этого необходимо выбрать глубину разбиения, а количество кластеров будет определено автоматически. Причем в данном случае нет простой замены одного параметра на другой. Глубина разбиения определяет насколько сильно должны отличаться цвета пикселей, для того чтобы они относились к разным кластерам. Также предложенный метод свободен от недостатков выделения контуров областей. Достаточно найти одну точку границы, чтобы отделить две области друг от друга.

Отличительной особенностью предложенного метода является естественное построение иерархии кластеров, которая позволяет выбирать уровень детализации. Данное свойство делает данный метод применимым в алгоритмах предобработки изображений для дальнейшего распознавания образов или поиска деталей на изображении.

Список литературы

1. Барталев С.А., Ховратович Т.С. Анализ возможностей применения методов сегментации спутниковых изображений для выявления изменений в лесах // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2011. Т. 8, № 1. С. 44-62.
2. Катаев С.Г., Кусков А.И. Проблемы исследования геофизических полей // Вестник ТГПУ. 2000. № 2 (15). С. 21-27.

3. Yingying Deng, Qingmin Liao. An accurate segmentation method for white blood cell images // Proc. 2002 IEEE International Symposium on Biomedical Imaging. IEEE, 2002. P. 245-248. DOI: [10.1109/ISBI.2002.1029239](https://doi.org/10.1109/ISBI.2002.1029239)
4. Абламейко С.В., Недзьведь А.М., Белоцерковский А.М., Рудкая Е.А. Сегментация трехмерных изображений компьютерной томографии на основе глобально-локальной информации // Вестник БГУ. Сер. 1. Физика. Математика. Информатика. 2009. № 1. С. 58-64.
5. Ying Y., Tian G.Y. Defects area segmentation for X-ray images // Proceedings of the 12th Chinese Automation & Computing Society Conference. UK, Loughborough, England, 2006. P. 155-158.
6. Андрианов А.И. Локализация текста на изображениях сложных графических сцен // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 3. Режим доступа: [URL:http://www.science-education.ru/109-r9311](http://www.science-education.ru/109-r9311) (дата обращения 01.01.2015).
7. Epshtein B., Ofek E., Wexler Y. Detecting Text in Natural Scenes with Stroke Width Transform // 23rd IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). San Francisco. IEEE, 2010. P. 2963-2970. DOI: [10.1109/CVPR.2010.5540041](https://doi.org/10.1109/CVPR.2010.5540041)
8. Нарасимхан Р. Автоматический анализ сложных изображений: сб. переводов: пер. с англ. М.: Мир, 1969. 310 с.
9. Rosenfeld A. Picture Processing by Computer. Academic Press, N.Y.; London, 1969.
10. Башкиров О.А., Рудометова С.Б., Чудинович Б.М. Выделение и счет связанных областей на дискретном изображении // Автоматика и телемеханика. 1972. № 11. С. 84-91.
11. He L., Chao Y., Suzuki Y., Wu K. Fast connected-component labeling // Pattern Recognition. 2009. Vol. 42, no. 9. P. 1977-1987. DOI: [10.1016/j.patcog.2008.10.013](https://doi.org/10.1016/j.patcog.2008.10.013)
12. Pietikainen M., Maenpaa T., Ojala T. Multiresolution gray-scale and rotation in variant texture classification with local binary patterns // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2002. Vol. 24, iss. 7. P. 971-987. DOI: [10.1109/TPAMI.2002.1017623](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2002.1017623)
13. Haralick R.M., Shapiro L.G. Image segmentation techniques // Computer Vision, Graphics, and Image Processing. 1985. Vol. 29, no. 1. P. 100-132. DOI: [10.1016/S0734-189X\(85\)90153-7](https://doi.org/10.1016/S0734-189X(85)90153-7)
14. Fu K. S., Mu J. K. A survey on image segmentation // Pattern Recognition. 1981. Vol. 13, no.1. P. 3-16. DOI: [10.1016/0031-3203\(81\)90028-5](https://doi.org/10.1016/0031-3203(81)90028-5)
15. Wang J.Z., Li J., Wiederhold G. SIMPLicity: Semantics-Sensitive Integrated Matching for Picture Libraries // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2001. Vol. 23, no. 9. P. 947-963.
16. Wang J.Z., Du Y. Scalable Integrated Region-based Image Retrieval using IRM and Statistical Clustering // Proc. ACM/IEEE Joint Conference on Digital Libraries. Roanoke, VA. ACM, 2001. P. 268-277. DOI: [10.1145/379437.379679](https://doi.org/10.1145/379437.379679)

17. Буй Т.Т.Ч., Спицын В.Г. Анализ методов выделения краев на цифровых изображениях // Доклады ТУСУР. 2010. № 2 (22), ч. 2. С. 221-223.
18. Senthilkumaran N.A., Rajesh R. Study on Edge Detection Methods for Image Segmentation // Proceedings of the International Conference on Mathematics and Computer Science (ICMCS-2009). Vol. 1. 2009. P. 255-259.
19. Jianping Fan, Yau D.K.Y., Elmagarmid A.K., Aref W.G. Automatic image segmentation by integrating color-edge extraction and seeded region growing // IEEE Transactions on Image Processing. 2001. Vol. 10, iss. 10. P. 1454-1466. DOI: [10.1109/83.951532](https://doi.org/10.1109/83.951532)
20. Calderero F., Marques F. Region Merging Techniques Using Information Theory Statistical Measures // IEEE Transactions on Image Processing. 2010. Vol. 19, no. 6. P. 1567-1586. DOI: [10.1109/TIP.2010.2043008](https://doi.org/10.1109/TIP.2010.2043008)
21. Reyad Y.A., El-Zaart A., Mathkour H., Al-Zuair M. Image Thresholding Using Split and Merge Techniques with Log-Normal Distribution // Canadian Journal on Image Processing and Computer Vision. 2010. Vol.1, no.3. P. 36-45.
22. Haris K., Efstratiadis S.N., Maglaveras N., Katsaggelos A.K. Hybrid Image Segmentation Using Watersheds and Fast Region Merging// IEEE Transactions on Image Processing. 1998. Vol. 7, no. 12. P. 1684-1699. DOI: [10.1109/83.730380](https://doi.org/10.1109/83.730380)
23. Baraldi A., Blonda P. A Survey of Fuzzy Clustering Algorithms for Pattern Recognition – Part I // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B: Cybernetics. 1999. Vol. 29, no. 6. P. 778-785. DOI: [10.1109/3477.809032](https://doi.org/10.1109/3477.809032)
24. Veenman C. J., Reinders M. J. T., Backer E. A Maximum Variance Cluster Algorithm // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2002. Vol. 24, no. 9. P. 1273-1280. DOI: [10.1109/TPAMI.2002.1033218](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2002.1033218)
25. Башков Е.А., Вовк О.Л. Кластеризация изображений методом дендрограмм // Наукові праці Донецького національного технічного університету «Проблеми моделювання та автоматизації проектування динамічних систем». № 78. Донецьк: ДНТУ, 2005. С. 152-161.

Usage of Clustering Algorithm to Segment Image into Simply Connected Domains

S.V. Belim¹, P.E. Kutlunin^{1,*}

*kutlunin.pavel@gmail.com

¹Omsk State University n.a. F.M. Dostoevskiy, Omsk, Russia

Keywords: image processing, selection of simply-connected domains, clusterization

The article suggests a method of image segmentation into simply connected domains based on color. Pixels from an original image are represented as points in five-dimensional space which includes three color and two spatial coordinates. The points are normalized in order to eliminate distinguished characteristics. The set of points is compared with a weighted complete graph. The points of five-dimensional space are vertexes in the graph. Euclidian distance between the points is used as weights of the edges in the graph. To solve the task of clustering, a minimum spanning tree of the graph is built. For clustering, the tree is separated into sub-trees by removing some edges. Each sub-tree is a simply connected domain on the original image. In order to improve algorithm speed and reduce memory usage a greedy algorithm is used to build this minimum spanning tree for the graph. Edges to be removed are searched on the graph representing the length of an added edge versus a sequence number of its adding to the tree in the greedy algorithm. The desired edges are detected as maximums on the graphic. This search is based on assumption that transition to an adjacent cluster leads to connection of longer edge in comparison with edges within a cluster. Segmentation into clusters is iterative. At each step the bigger clusters are divided into smaller ones. It means that hierarchy of clusters can be built. A computer experiment was carried out using different images.

The suggested method has no disadvantages of the most common method of k-means and allows dividing domains with different colors but the same intensity. Therewith there is no need to specify a number of clusters. Instead, it is necessary to choose a segmentation depth then a number of clusters will be automatically defined. The suggested method has no disadvantages of detection of image edges either. It is sufficient to find one point of image edge to separate two domains.

A distinctive feature of the suggested method is natural building of cluster hierarchy, which allows choosing a level of details. This feature makes the method applicable for algorithms of preliminary image processing for further pattern recognition or searching details on an image.

References

1. Bartalev S.A., Khovratovich T.S. Assessment of satellite images segmentation methods for forest change detection. *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa = Current Problems in Remote Sensing of the Earth from Space*, 2011, vol. 8, no. 1, pp. 44-62. (in Russian).
2. Kataev S.G., Kuskov A.I. Problem of natural dynamic system description. *Vestnik TGPU = TSPU Bulletin*, 2000, no. 2 (15), pp. 21-27. (in Russian).
3. Yingying Deng, Qingmin Liao. An accurate segmentation method for white blood cell images. *Proc. 2002 IEEE International Symposium on Biomedical Imaging*. IEEE, 2002, pp. 245-248. DOI: [DOI: 10.1109/ISBI.2002.1029239](https://doi.org/10.1109/ISBI.2002.1029239)
4. Ablameiko S.V., Nedz'ved' A.M., Belotserkovskii A.M., Rutsкая E.A. Segmentation of three-dimensional computed tomography images based on global-local information. *Vestnik BSU. Ser. 1: Physics. Mathematics. Information Science*, 2009, no. 1, pp. 58-64. (in Russian).
5. Ying Y., Tian G.Y. Defects area segmentation for X-ray images. *Proceedings of the 12th Chinese Automation & Computing Society Conference*. UK, Loughborough, England, 2006, pp. 155-158.
6. Andrianov A.I. Text area detection on complicated images. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya = Modern problems of science and education*, 2013, no. 3. Available at: [URL:http://www.science-education.ru/109-r9311](http://www.science-education.ru/109-r9311), accessed 01.01.2015. (in Russian).
7. Epshtein B., Ofek E., Wexler Y. Detecting Text in Natural Scenes with Stroke Width Transform. *23rd IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. San Francisco. IEEE, 2010, pp. 2963-2970. DOI: [10.1109/CVPR.2010.5540041](https://doi.org/10.1109/CVPR.2010.5540041)
8. Narasimhan R. *Avtomaticheskii analiz slozhnykh izobrazhenii: sb. perevodov* [Automatic analysis of complex images: collection of translations]. Russian transl. from English. Moscow, Mir Publ., 1969. 310 p.
9. Rosenfeld A. *Picture Processing by Computer*. Academic Press, N.Y.; London, 1969.
10. Bashkirov O.A., Rudometova S.B., Chudinovich B.M. The isolation and counting of connected areas on a discrete image. *Avtomatika i telemekhanika*, 1972, no. 11, pp. 84-91. (English version: *Automation and Remote Control*, 1972, vol. 33, no. 11, pp. 1821-1827.).
11. He L., Chao Y., Suzuki Y., Wu K. Fast connected-component labeling. *Pattern Recognition*, 2009, vol. 42, no. 9, pp. 1977-1987. DOI: [10.1016/j.patcog.2008.10.013](https://doi.org/10.1016/j.patcog.2008.10.013)
12. Pietikainen M., Maenpaa T., Ojala T. Multiresolution gray-scale and rotation in variant texture classification with local binary patterns. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, vol. 24, iss. 7, pp. 971-987. DOI: [10.1109/TPAMI.2002.1017623](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2002.1017623)
13. Haralick R.M., Shapiro L.G. Image segmentation techniques. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1985, vol. 29, no. 1, pp. 100-132. DOI: [10.1016/S0734-189X\(85\)90153-7](https://doi.org/10.1016/S0734-189X(85)90153-7)

14. Fu K. S., Mu J. K. A survey on image segmentation. *Pattern Recognition*, 1981, vol. 13, no.1, pp. 3-16. DOI: [10.1016/0031-3203\(81\)90028-5](https://doi.org/10.1016/0031-3203(81)90028-5)
15. Wang J.Z., Li J., Wiederhold G. SIMPLicity: Semantics-Sensitive Integrated Matching for Picture Libraries. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2001, vol. 23, no. 9, pp. 947-963.
16. Wang J.Z., Du Y. Scalable Integrated Region-based Image Retrieval using IRM and Statistical Clustering. *Proc. ACM/IEEE Joint Conference on Digital Libraries*, Roanoke, VA. ACM, 2001, pp. 268-277. DOI: [10.1145/379437.379679](https://doi.org/10.1145/379437.379679)
17. Bui T.T.Ch., Spitsyn V.G. Analysis of methods of digital images edge detection. *Doklady TUSUR = Proceedings of TUSUR University*, 2010, no. 2 (22), pt. 2, pp. 221-223. (in Russian).
18. Senthilkumaran N.A., Rajesh R. Study on Edge Detection Methods for Image Segmentation. *Proceedings of the International Conference on Mathematics and Computer Science (ICMCS-2009). Vol. 1.* 2009, pp. 255-259.
19. Jianping Fan, Yau D.K.Y., Elmagarmid A.K., Aref W.G. Automatic image segmentation by integrating color-edge extraction and seeded region growing. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, vol. 10, iss. 10, pp. 1454-1466. DOI: [10.1109/83.951532](https://doi.org/10.1109/83.951532)
20. Calderero F., Marques F. Region Merging Techniques Using Information Theory Statistical Measures. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, vol. 19, no. 6, pp. 1567-1586. DOI: [10.1109/TIP.2010.2043008](https://doi.org/10.1109/TIP.2010.2043008)
21. Reyad Y.A., El-Zaart A., Mathkour H., Al-Zuair M. Image Thresholding Using Split and Merge Techniques with Log-Normal Distribution. *Canadian Journal on Image Processing and Computer Vision*, 2010, vol.1, no.3, pp. 36-45.
22. Haris K., Efstratiadis S.N., Maglaveras N., Katsaggelos A.K. Hybrid Image Segmentation Using Watersheds and Fast Region Merging. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, vol. 7, no. 12, pp. 1684-1699. DOI: [10.1109/83.730380](https://doi.org/10.1109/83.730380)
23. Baraldi A., Blonda P. A Survey of Fuzzy Clustering Algorithms for Pattern Recognition – Part I. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B: Cybernetics*, 1999, vol. 29, no. 6, pp. 778-785. DOI: [10.1109/3477.809032](https://doi.org/10.1109/3477.809032)
24. Veenman C. J., Reinders M. J. T., Backer E. A Maximum Variance Cluster Algorithm. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, vol. 24, no. 9, pp. 1273-1280. DOI: [10.1109/TPAMI.2002.1033218](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2002.1033218)
25. Bashkov E.A., Vovk O.L. Clusterization of images by the method of dendrograms. *Naukovi pratsi Donets'kogo natsional'nogo tekhnichnogo universitetu “Problemi modelyuvannya ta avtomatizatsii proektuvannya dinamichnikh sistem”* [Scientific papers of Donetsk National Technical University “The problems of modeling and automation of design of dynamic systems”]. No. 78. Donetsk, DNTU, 2005, pp. 152-161. (in Russian).