

УДК 62, 62-5, 62-681.527

Моделирование динамики ротора электрошпинделя на магнитных подшипниках

Богданова Ю. В.^{1,2,*}, Гуськов А. М.^{1,2,*}

[*gouskov_am@mail.ru](mailto:gouskov_am@mail.ru)

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

²НИИ "Курчатовский институт", Москва, Россия

Рассматривается проблема стабилизации ротора высокоскоростного электрошпинделя на активных магнитных подшипниках (АМП). Современное развитие машино- и приборостроения, появление новых конструкционных материалов и инструментов предъявляют повышенные требования к производительности и точности обрабатывающего оборудования, что возможно только на базе поиска инновационных решений и подходов к конструированию компонентов станков и обрабатывающих комплексов, в частности, шпиндельных узлов станков. Благодаря принципу магнитной левитации обеспечивается устойчивый бесконтактный подвес ротора в магнитном поле, а применение электронных систем управления позволяет контролировать и управлять поведением вращающегося ротора. Актуальность применения магнитных подшипников для электрошпинделей объясняется следующими причинами: 1) высокие скорости вращения вследствие отсутствия механического контакта; 2) высокая точность позиционирования; 3) возможность мониторинга положения шпинделя и величины магнитных сил; 4) относительно высокая грузоподъемность АМП (до 106 Н м-2); 5) высокая механическая прочность; 6) возможность изменения жесткости и демпфирования в широких пределах. На мировом станкостроительном рынке высокоскоростные электрошпиндели с магнитными подшипниками отсутствуют (из-за их дороговизны и недостаточной надежности управления), что ставит задачу проведения исследований и поиск путей решения имеющихся проблем.

Ключевые слова: активные магнитные подшипники, бесконтактный подвес, шпиндельный узел, система управления, ПИД регулятор, стабилизация ротора

Введение

Тенденции последних исследований в области конструкций опорных узлов направлены на применение магнитных подшипников. Магнитный подшипник – это управляемое электромагнитное устройство, которое удерживает вращающуюся часть машины (ротор) в заданном положении относительно неподвижной части (статора) с помощью магнитных сил притяжения. Для быстроходных роторных систем, в том числе высокооборотных шпинделей, обычно используются активные магнитные подвесы, в

которых положение ротора относительно статора регулируется с помощью системы обратной связи, что обеспечивает устойчивость положения оси вращения [13, 14, 18, 27, 63 - 70]. Применение АМП в качестве подшипниковых узлов следующими причинами: 1) высокие скорости вращения вследствие отсутствия механического контакта; 2) высокая точность позиционирования; 3) возможность мониторинга положения шпинделя и величины магнитных сил; 4) относительно высокая грузоподъемность АМП (до 10^6 Н м^{-2}), 5) высокая механическую прочность 6) возможность изменения жесткости и демпфирования в широких пределах [15, 18].

Фирмой S2M (Франция), входящей в группу компаний SKF (Швеция) созданы и поставляются на рынок потребителей электрошпиндели для шлифования и фрезерования с частотой вращения до $100\,000 \text{ об·мин}^{-1}$. Фирмой IBAG (Швейцария) создан и поставляется электрошпиндель с магнитными подшипниками с частотой вращения $40\,000 \text{ об·мин}^{-1}$ мощностью 40 кВт. Последние исследования и разработки в области магнитных подшипников направлены на упрощение конструкции механической части шпиндельных узлов с целью снижения затрат на производство и обеспечения их доступности для широкого круга потребителей. Фирма SIEMENS (Германия), также выпускающая электрошпиндели на магнитных подшипниках, работает над созданием электрошпинделя на магнитных подшипниках без датчиков осевого и радиального положения вала, в котором управление магнитными подшипниками осуществляется по изменению параметров питания обмоток электромагнитов подшипников, что значительно упрощает конструкцию и снижает массогабаритные показатели. В России, Швейцарии и Франции также ведутся научные исследования и опытно-конструкторские работы в области шпиндельных узлов на магнитных подшипниках.

В первой и второй частях представлены исходные данные, расчетная схема и допущения, принятые для решения поставленной задачи. Третья часть содержит вывод уравнений динамики вращающегося ротора на АМП. Четвертая часть посвящена численным расчетам и обсуждению результатов моделирования.

Цель исследования. Моделирование динамики ротора высокоскоростного электрошпинделя на активных магнитных подшипниках, вращающегося со скоростью $5\,000 \text{ об·мин}^{-1}$ и $42\,000 \text{ об·мин}^{-1}$, с учетом действия периодической и постоянной нагрузок. Сконструировать ПИД регулятор, обеспечивающий позиционирования центра ротора $|D|$ не более $0,5 \text{ мкм}$.

1. Постановка задачи. Исходные данные

В табл.1 приведены исходные данные для расчета динамики ротора высокоскоростного электрошпинделя на АМП.

Табл. 1. Исходные данные

№	Наименование		Обозначение	
1.	3D-модель ротора с обмотками АМП и обмотками ротора электродвигателя (рис. 1.1)		spindel.prt	
2.	Максимальная частота вращения ротора		42 000 об·мин ⁻¹	
3.	Заданная частота вращения ротора		5 000 об·мин ⁻¹	
4.	Материал	вал ротора – сталь ШХ15	Плотность	7 800 кг·м ⁻³
		обмотки – сталь Э12		7 020 кг·м ⁻³
6.	Диаметр инструмента		$d = 0.02$ м	
7.	Максимальное смещение ротора		$ D = 0.5$ мкм	

3D-модель ротора с обмотками АМП и обмотками ротора электродвигателя приведена на рис. 1.

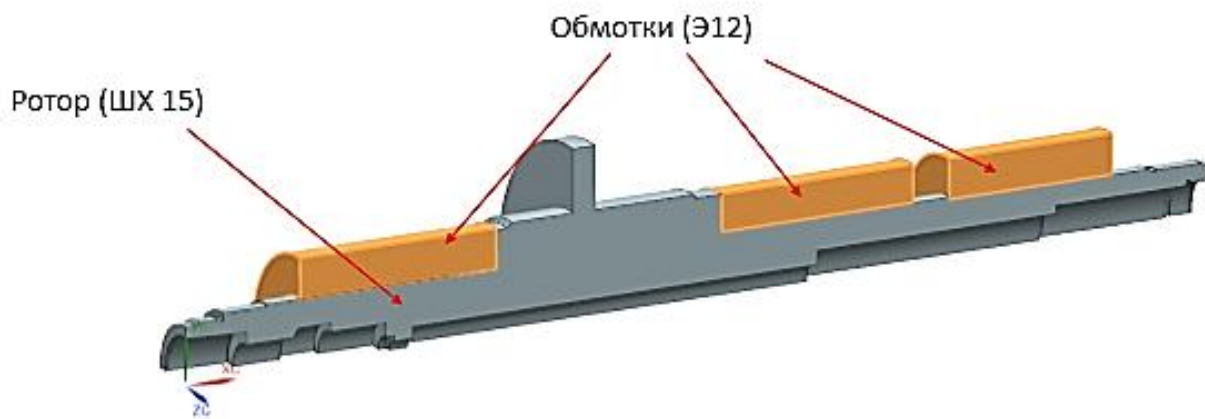


Рис. 1. 3D-модель симметричной части ротора с обмотками

2. Расчетная схема

Имеем вал ротора (сталь ШХ15) с обмотками (сталь Э12), в дальнейшем – ротор.

Рассматривается симметричный однородный жесткий ротор массой M , вращающийся вдоль продольной оси с постоянной угловой скоростью W в двух радиальных активных магнитных подшипниках АМП1 и АМП2. Схема приведена на рис. 2.

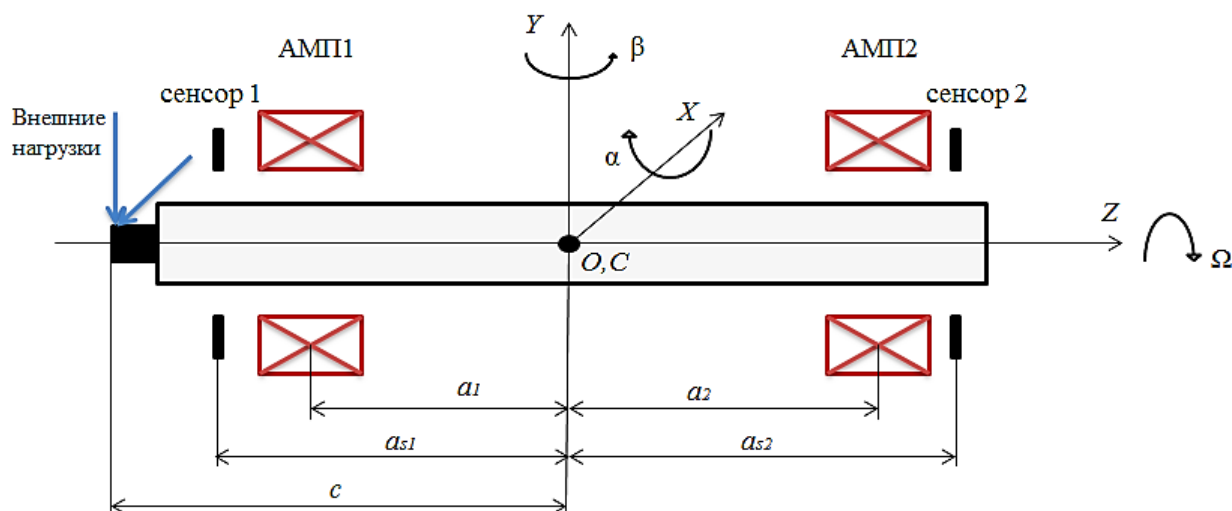


Рис. 2. Расчетная схема ротора на АМП

Введем инерциальную систему отсчета $OXYZ$, проходящую через геометрический полюс ротора и систему подвижных осей $Sxyz$, связанных с центром масс ротора.

Допущения, принятые для расчета:

1. Дисбаланс ротора равен нулю.
2. Перемещение ротора вдоль оси Z отсутствует.
3. В начальном положении центр масс C совпадает с центром инерциальной системы отсчета $OXYZ$.
4. Перемещения и повороты считаются малыми по сравнению с размерами ротора.

Движение ротора описывается перемещениями x_C, y_C центра масс C по отношению к неподвижной системе отсчета $OXYZ$. Отклонения и угловое вращение ротора вокруг оси описываются тремя карданными углами α, β, γ , где $\dot{\gamma} = \Omega$. Линеаризация приводит к двум характерным углам вращения α, β вокруг осей X и Y соответственно. Таким образом, движение ротора описывается вектором обобщенных координат

$q = [x_C, y_C, \alpha, \beta]$. Данные для расчета, полученные из 3D-модели представлены в табл. 1.

Таблица 1. Данные для расчета, полученные из 3D-модели

Наименование	Значение
Расстояние от центра масс до подшипников	$a_1 = 0.119$ м
	$a_2 = 0.145$ м
Расстояние от центра масс до сенсоров	$a_{s1} = 0.19$ м
	$a_{s2} = 0.14$ м
Расстояние от центра масс до точки приложения внешних нагрузок	$c = 0.207$ м
Диаметр ротора (по обмоткам)	$D = 0.089$ м

3. Уравнение движения

Для вывода дифференциальных уравнений движения ротора используют уравнения Лагранжа второго рода [1, 19]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad (1)$$

где T – кинетическая энергия, Q_i – обобщенные силы, q_i – обобщенные координаты.

Выражение для кинетической энергии имеет вид

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2 + \frac{1}{2} \Omega^T \mathbf{I}_C \Omega, \quad (2)$$

где $\dot{x}_C, \dot{y}_C, \dot{z}_C$ – составляющие скорости центра масс, $\mathbf{I}_C$ – тензор инерции тела, который в отсутствие дисбаланса по отношению к центру масс имеет вид

$$\mathbf{I}_C = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где I_x, I_y, I_z – осевые моменты инерции относительно соответствующих осей. Для однородного симметричного ротора $I_x = I_y$. Проекции угловой скорости на оси $Cxuz$ даются соотношениями [14]

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \cos \Omega t + \dot{\beta} \sin \Omega t \\ -\dot{\alpha} \sin \Omega t + \dot{\beta} \cos \Omega t \\ \Omega \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Подставляя выражения (3) и (4) в уравнение (2), принимая за вектор обобщенных координат $\mathbf{q} = [x_C, y_C, \alpha, \beta]^T$, и записав полученные уравнения в матричной форме имеем

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{\text{ext}}, \quad (5)$$

где $\mathbf{M}$ – симметричная положительно-определенная матрица инерции (6), $[\mathbf{G}]$ – кососимметричная матрица гироскопических моментов (7), $\mathbf{F}$ – вектор обобщенных электромагнитных сил реакций подвеса, $\mathbf{F}_{\text{ext}}$ – вектор внешних возмущающих сил.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\mathbf{G} = \Omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_z \\ 0 & 0 & -I_z & 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Между угловыми движениями α и β имеется гироскопическая связь.

3.1 Учет активных магнитных подшипников

Обобщенные электромагнитные реакции подвеса $\mathbf{F}$ создаются управляющими магнитными силами подшипников [1, 19]

$$\mathbf{F}_{\text{АМВ}} = \{F_{x1}, F_{y1}, F_{x2}, F_{y2}\}^T, \quad (1)$$

которые приложены к ротору в точках управления АМП1 и АМП2. Векторы $\mathbf{F}$ и $\mathbf{F}_{\text{АМВ}}$ связаны соотношениями

$$\mathbf{F} = \mathbf{T}_b^T \mathbf{F}_{\text{АМВ}}, \quad (2)$$

где $\mathbf{T}_b$ – матрица преобразований, устанавливающая связь между обобщенными координатами центра масс $\mathbf{q} = [x_C, y_C, \alpha, \beta]^T$ и смещениями ротора внутри магнитных подшипников $\mathbf{q}_b = [x_{b1}, y_{b1}, x_{b2}, y_{b2}]^T$

$$\mathbf{T}_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & a_1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & a_2 \\ 0 & 1 & -a_2 & 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

В предположении малости отклонений переменных от их номинальных значений или значений смещений используют линеаризованное выражение для магнитных сил (11) (линеаризуют уравнения в окрестности положения равновесия). Расчеты и эксперименты показывают, что ошибки, вносимые линеаризацией, весьма малы даже в том случае, если перемещения подвешиваемого тела сравнимы с зазором. Сочетание простоты и высокой степени адекватности является причиной широкого и успешного применения линейной модели подвеса в самых разнообразных приложениях.

$$\mathbf{F}_{\text{AMB}} = \begin{bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ F_{x2} \\ F_{y2} \end{bmatrix} = -\mathbf{K}_s \mathbf{q}_b + \mathbf{K}_i \mathbf{i} = - \begin{bmatrix} k_{s1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{s1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{s2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{s2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{b1} \\ y_{b1} \\ x_{b2} \\ y_{b2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{i1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{i1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{i2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{x1} \\ i_{y1} \\ i_{x2} \\ i_{y2} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Вектор $\mathbf{i} = (i_{x1}, i_{y1}, i_{x2}, i_{y2})^T$ содержит управляющие токи, $\mathbf{K}_s$, $\mathbf{K}_i$ – матрицы позиционных «отрицательных» жесткостей и токовых жесткостей каналов управления. Коэффициенты k_s имеют название в общем случае для АМП1 и АМП2 могут не совпадать, однако, для направлений x и y являются одинаковыми. Аналогичная ситуация с коэффициентами k_i . По причине отсутствия конкретных данных по АМП примем закон для магнитных сил в виде (11).

Коэффициент k_s связывает магнитную силу и перемещение тела. Как и жесткость пружины, работающей на растяжение – сжатие, он измеряется в $\text{Н} \cdot \text{м}^{-1}$. Однако если сила упругости пружины всегда направлена в сторону, противоположную перемещению, и стремиться вернуть тело в положение равновесия, то рассматриваемая составляющая магнитной силы направлена в сторону перемещения, и, следовательно, стремиться дестабилизировать систему.

Коэффициент k_i связывает магнитную силу и ток; он измеряется в $\text{Н} \cdot \text{А}^{-1}$ и называется токовой жесткостью подвеса.

Согласно [1]

$$k_s = \frac{2L_s n_s^2 i_{cs}^2}{d_s^2}, \quad k_i = \frac{2L_s n_s i_{cs}}{d_s}, \quad s = 1, 2, 3, 4, \quad (3)$$

где L_s – индуктивность активных обмоток, n_s – коэффициент числа полюсов, d_s – зазор, i_{cs} – ток смещения.

Уравнение движения записано в координатах центра масс $\mathbf{q}$. Связь между векторами $\mathbf{q}$ и $\mathbf{q}_b$ имеет вид

$$\mathbf{q}_b = \mathbf{T}_b \mathbf{q}. \quad (4)$$

Следовательно, выражение для магнитных сил преобразуется

$$\mathbf{F}_{\text{AMB}} = -\mathbf{K}_s \mathbf{T}_b \mathbf{q} + \mathbf{K}_i \mathbf{i}. \quad (5)$$

3.1 Учет внешнего возмущающего воздействия

Ротор воспринимает нагрузку F_{ext} в виде периодически и постоянно действующей на инструмент силы. Пусть периодическая сила действует в направлении Y и $\Omega_F = 2\Omega$, тогда

$$F_{\text{ext1}} = F_0 \sin 2\Omega t \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -c \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где F_0 – значение силы. Зная мощность P , из соотношения (16) найдем момент M , создаваемый силой F_0

$$P = M\Omega. \quad (16)$$

С другой стороны,

$$M = F_0 d, \quad (6)$$

тогда

$$F_0 = \frac{P}{\Omega d}. \quad (18)$$

Пусть в направлении оси X действует постоянная сила

$$F_{\text{ext2}} = F_0 \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ c \end{bmatrix}. \quad (19)$$

3.3 Управление магнитным подвесом

Ротор на магнитном подвесе является одним из примеров нелинейных систем, интенсивные исследования которых посвящены поиску оптимального устойчивого управления. Для управления обычно применяют децентрализованное или модальное управление с компенсацией [48, 49, 69, 86]. В качестве логического управляющего устройства обычно используют ПИД регулятор, реализующий пропорционально-интегрально-дифференциальный закон регулирования. Ток регулирования, в зависимости от коэффициентов регулятора и измеренной ошибки e положения ротора, определяется уравнением [12]

$$\dot{i} = - \left(K_1 e + K_2 \dot{e} + K_3 \int_{t_0}^t e \, d\tau \right), \quad (20)$$

где

$\mathbf{e} = \mathbf{q} - \mathbf{r}$ – разница между действительными и желаемыми значениями обобщенных координат;

$\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \mathbf{K}_3$ – диагональные матрицы соответствующих коэффициентов усиления

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_1 &= \text{diag}(K_{11}, K_{11}, K_{12}, K_{12}), \\ \mathbf{K}_2 &= \text{diag}(K_{21}, K_{21}, K_{22}, K_{22}), \\ \mathbf{K}_3 &= \text{diag}(K_{31}, K_{31}, K_{32}, K_{32}).\end{aligned}\quad (7)$$

Оценочные значения коэффициентов усиления (7) определяются соотношениями [10, 18, 20]

$$\begin{aligned}K_{11} &= K_{12} = \frac{-2k_{s1,2}}{k_{i1,2}}, \\ K_{21} &= K_{22} = \frac{\sqrt{\frac{-M k_{s1,2}}{2}}}{k_{i1,2}}, \\ K_{31} &= K_{32} = \frac{M p}{k_{i1,2}},\end{aligned}\quad (8)$$

где M – масса ротора, p – положительное число [10].

В случае если целью управления является стабилизация ротора у положения равновесия, тогда $\mathbf{r} = 0$ [18]. Измерение положения ротора относительно статора (зазора) осуществляется с помощью датчиков перемещения, установленных в соответствующих поперечных сечениях ротора. Поэтому закон управления принимает вид [19]

$$\dot{\mathbf{i}} = - \left(\mathbf{K}_1 \mathbf{q}_s + \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{K}_3 \int_{t_0}^t \mathbf{q}_s d\tau \right), \quad (23)$$

где $\mathbf{q}_s = (x_{s1}, y_{s1}, x_{s2}, y_{s2})^T$ – смещения ротора внутри сенсоров. Связь между обобщенными координатами центра масс ротора и $\mathbf{q}_s$ определяется соотношением

$$\mathbf{q}_s = \mathbf{T}_s \mathbf{q}, \quad (9)$$

где $\mathbf{T}_s$ – матрица преобразований

$$\mathbf{T}_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -a_{s1} \\ 0 & 1 & a_{s1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & a_{s2} \\ 0 & 1 & -a_{s2} & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

3.4 Уравнение движения

Подставляя полученные в предыдущих трех пунктах выражения в (5), получим следующее

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{T}_b^T - \mathbf{K}_s \mathbf{T}_b \mathbf{q} + \mathbf{K}_i \mathbf{i} + \mathbf{F}_{\text{ext}}, \quad (26)$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{T}_b^T \mathbf{K}_s \mathbf{T}_b \mathbf{q} = \mathbf{T}_b^T \mathbf{K}_i \mathbf{i} + \mathbf{F}_{\text{ext}}. \quad (27)$$

С учетом управления (20)

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{T}_b^T \mathbf{K}_s \mathbf{T}_b \mathbf{q} = -\mathbf{T}_b^T \mathbf{K}_i \left(\mathbf{K}_1 \mathbf{q}_s + \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{K}_3 \int_{t_0}^t \mathbf{q}_s d\tau \right) + \mathbf{F}_{\text{ext}} \quad (28)$$

и преобразования (24)

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{T}_b^T \mathbf{K}_s \mathbf{T}_b \mathbf{q} &= -\mathbf{T}_b^T \mathbf{K}_i \left(\mathbf{K}_1 \mathbf{T}_s \mathbf{q} + \mathbf{K}_2 \mathbf{T}_s \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_3 \mathbf{T}_s \int_{t_0}^t \mathbf{q} d\tau \right) + \mathbf{F}_{\text{ext}}, \\ \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} + \underbrace{\mathbf{T}_b^T \mathbf{K}_i \mathbf{K}_2 \mathbf{T}_s}_{\mathbf{D}} \dot{\mathbf{q}} + \underbrace{\mathbf{T}_b^T \mathbf{K}_s \mathbf{T}_b}_{\mathbf{K}_s} \mathbf{q} + \underbrace{\mathbf{T}_b^T \mathbf{K}_i}_{\mathbf{K}_I} \mathbf{K}_1 \mathbf{T}_s \mathbf{q} + \underbrace{\mathbf{T}_b^T \mathbf{K}_i}_{\mathbf{K}_I} \mathbf{K}_3 \mathbf{T}_s \int_{t_0}^t \mathbf{q} d\tau &= \mathbf{F}_{\text{ext}}, \\ \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} + \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_s + \mathbf{K}_I \mathbf{K}_1 \mathbf{T}_s \mathbf{q} + \mathbf{K}_I \mathbf{K}_3 \mathbf{T}_s \int_{t_0}^t \mathbf{q} d\tau &= \mathbf{F}_{\text{ext}}. \end{aligned} \quad (29)$$

Таким образом, уравнение движение имеет вид

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} + \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_s + \mathbf{K}_I \mathbf{K}_1 \mathbf{T}_s \mathbf{q} + \mathbf{K}_I \mathbf{K}_3 \mathbf{T}_s \int_{t_0}^t \mathbf{q} d\tau = \mathbf{F}_{\text{ext}}. \quad (30)$$

Приведем уравнение движения (30) к стандартной форме Коши [18]. Система (30) может быть сведена к системе двенадцати ОДУ первого порядка с вектором состояния $\mathbf{X} \in R^{12}$ со следующими блочными переменными

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1 &= \int_{t_0}^t \mathbf{q} d\tau, \quad \mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{q}, \quad \mathbf{x}_3 = \dot{\mathbf{x}}_2 = \dot{\mathbf{q}}, \\ \mathbf{X} &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \mathbf{x}_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (31)$$

Тогда система (30) принимает вид

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \mathbf{X} + \mathbf{Y}, \quad (32)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}_I \mathbf{K}_3 \mathbf{T}_s & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}_s + \mathbf{K}_I \mathbf{K}_1 \mathbf{T}_s & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{G} + \mathbf{D} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{F}_{\text{ext}} \end{bmatrix}.$$

$\mathbf{I}$ – единичная матрица.

4. Численное моделирование

Исследование динамики ротора на АМП проводим в программном комплексе MATLAB®.

4.1 Собственные частоты и формы

Для вычисления собственных частот и форм свободных колебаний полагаем, что вращение отсутствует, т.е. $W = 0$ и правая часть уравнения движения равна нулю. АМП удерживают ротор в подвешенном состоянии с помощью магнитных сил, управляемых токами. Данное условие может быть выражено жесткостью подшипников k_L . Для различных значений жесткости подшипниковых узлов получим разные собственные частоты. Для величины $k_L = 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-1}$ собственные частоты $f_1 = f_2 = 17.9 \text{ Гц}$, $f_3 = f_4 = 70.25 \text{ Гц}$. Четыре степени свободы, следовательно, четыре собственные частоты. Каждая вторая частота равна предыдущей, ввиду отсутствия гироскопического слагаемого – колебания в плоскостях XZ и YZ одинаковые.

Так как жесткость подшипников – управляемая величина, на рис. 3 представлена зависимость собственных частот от значения жесткости k_L .

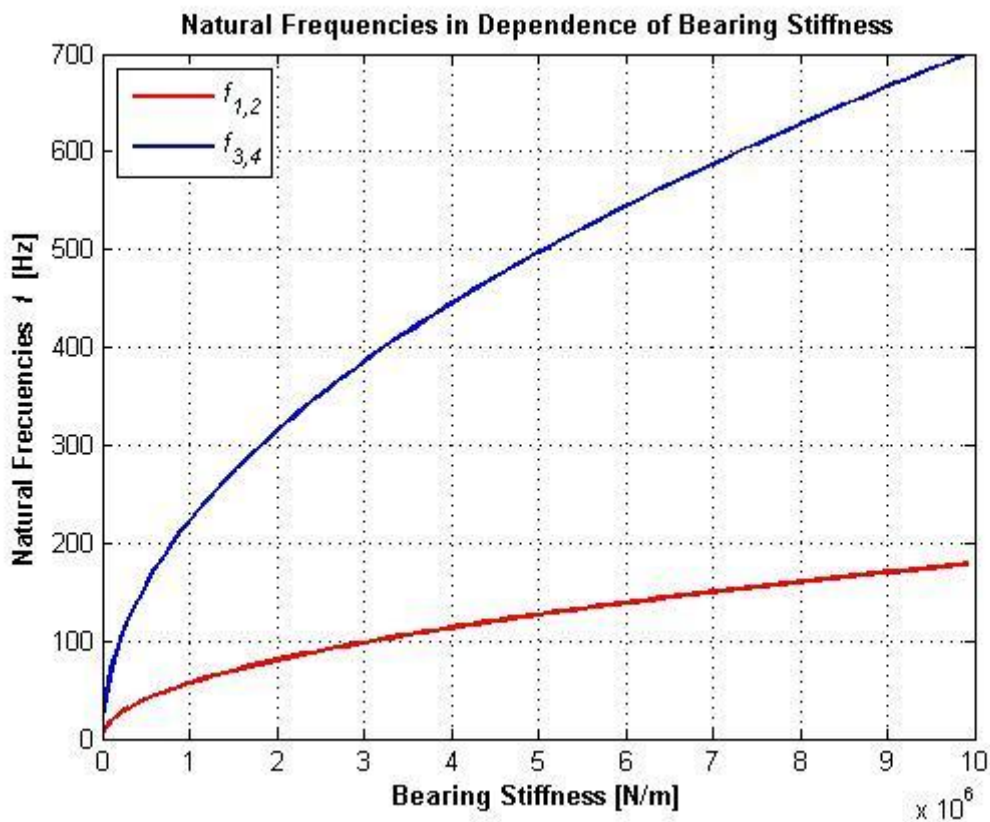


Рис. 3. Собственные частоты в зависимости от жесткости подшипников

4.2 Диаграмма Кэмпбелла

Зависимость собственных частот колебаний от частоты возбуждения называют диаграммой Кэмпбелла. В этом случае $W \neq 0$ и в уравнении присутствует гироскопическое слагаемое. При появлении частоты возбуждения собственные частоты раздваиваются. Различают прямую и обратную прецессии. Диаграмма Кэмпбелла приведена на рис. 4.

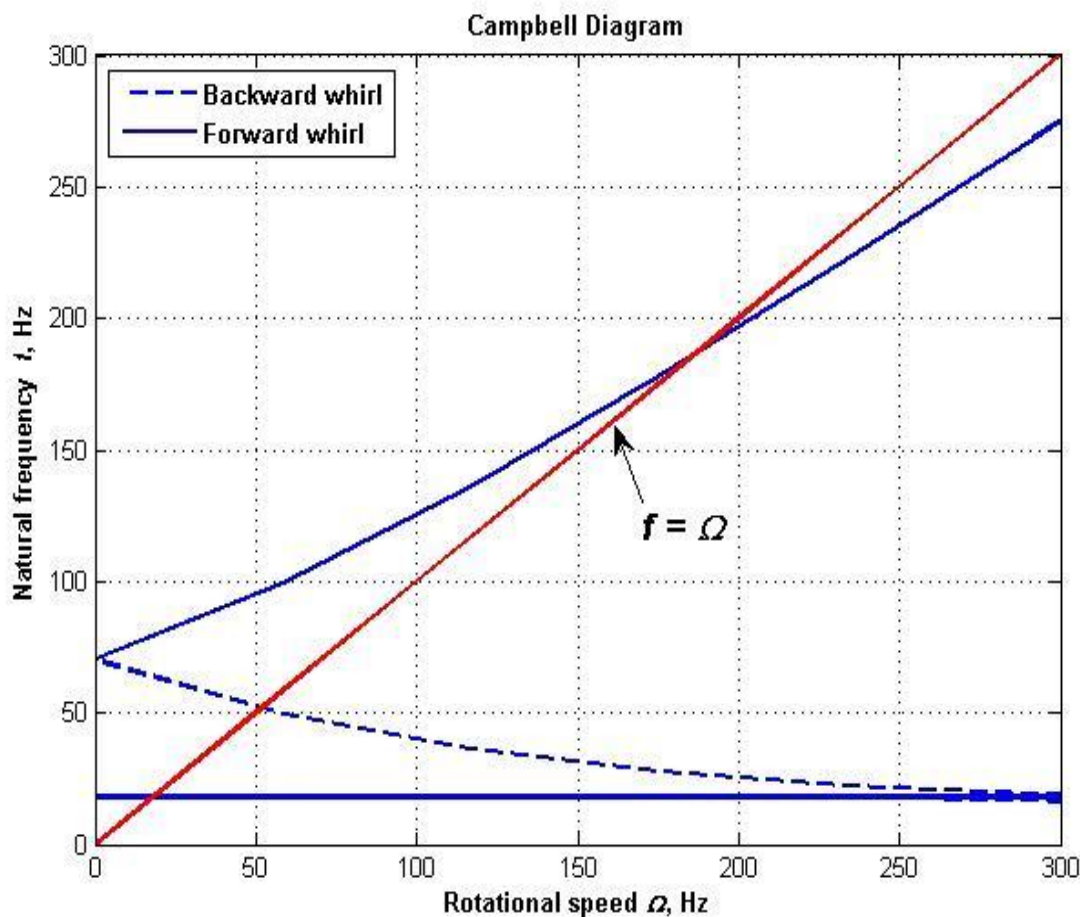


Рис. 4. Диаграмма Кэмпбелла

На рис. 4. представлены две первые собственные частоты свободных колебаний.

По теореме Кельвина добавление в систему уравнений гироскопических слагаемых не повлияет на устойчивость системы.

4.3 Моделирование динамики ротора на АМП

Решаем систему уравнений (32) на интервале t от 0 до 2 с, считая скорость вращения ротора постоянной и равной $W = 5000$ об·мин⁻¹. Значения позиционных жесткостей АМП $k_{s1} = k_{s2} = -10^5$ Н·м⁻¹ и токовых жесткостей каналов управления $k_{i1} = k_{i2} = 100$ Н·А⁻¹ (11). Для удовлетворения требуемого значения к максимальному смещению ротора не более $|D| = 0.5$ мкм, были подобраны следующие значения коэффициентов усиления ПИД регулятора

$$K_{11} = K_{12} = 10^7, \quad K_{21} = K_{22} = 10^2, \quad K_{31} = K_{32} = 10^4.$$

Результаты численного решения для $\omega = 5000 \text{ об} \cdot \text{мин}^{-1}$ приведены на рис. 5 – 7.

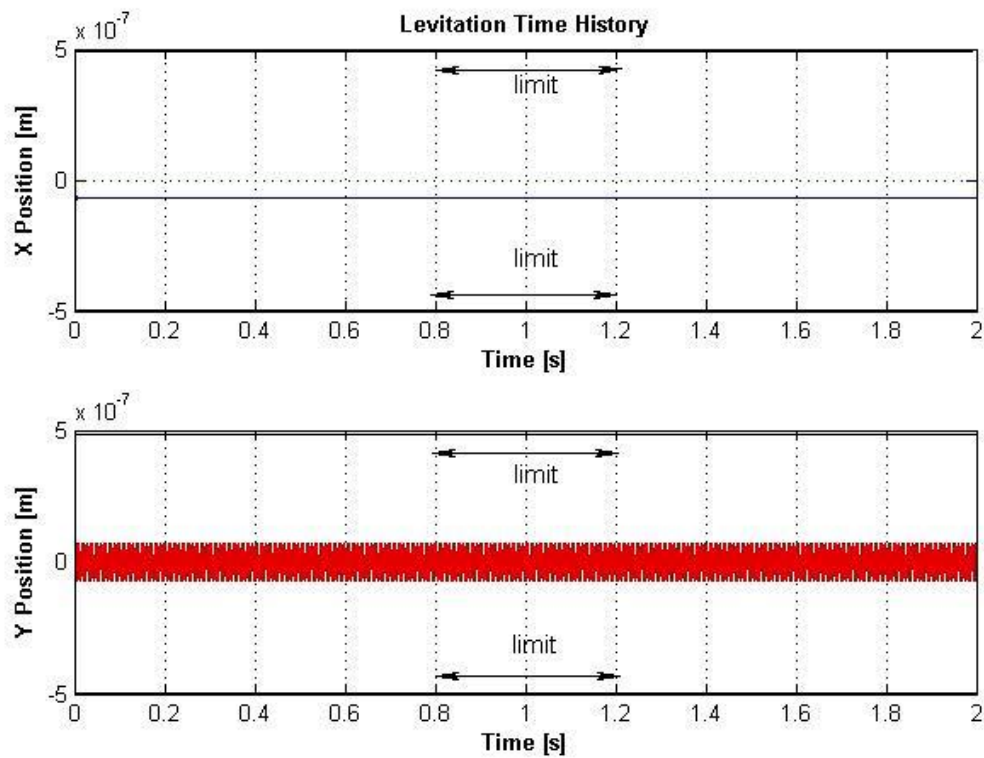


Рис. 5. Колебания ротора в течение заданного времени

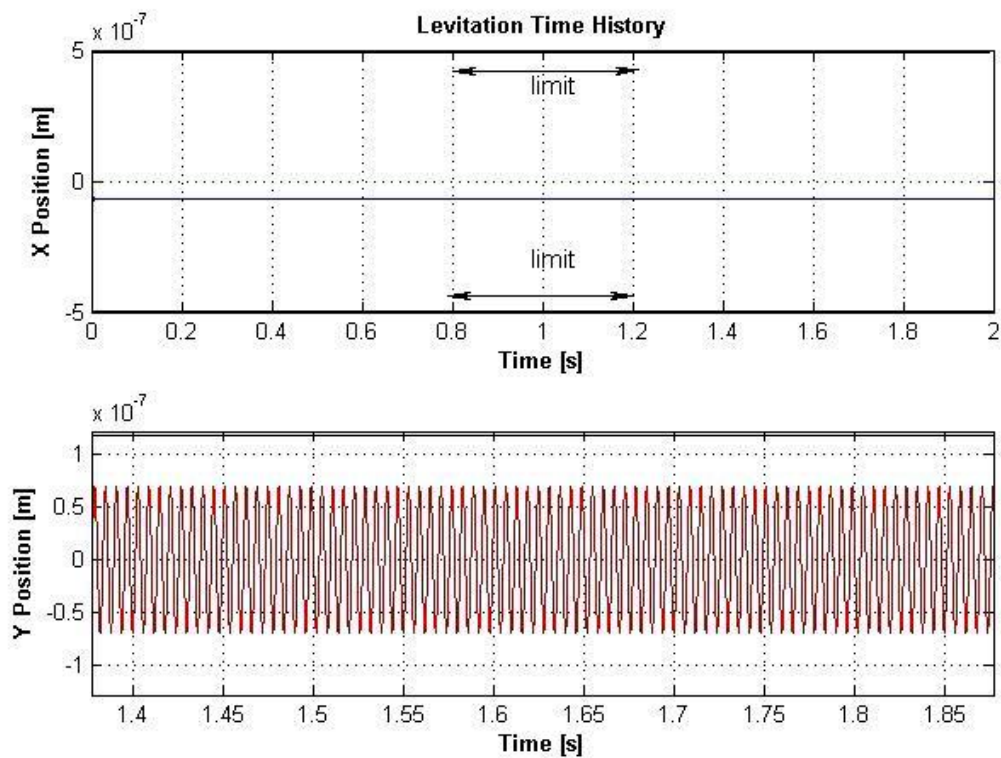


Рис. 6. Характер колебаний

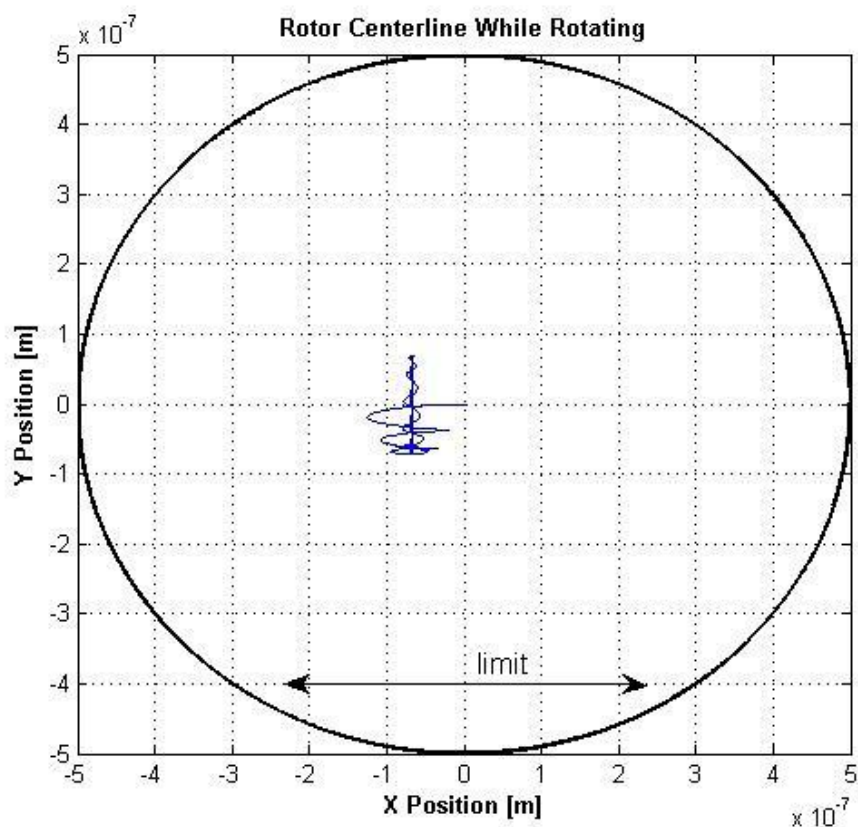


Рис. 7. Вращение ротора (фронтальный вид)

На рис. 8 – 10 приведены результаты моделирования для максимальной скорости вращения $W = 42000 \text{ об} \cdot \text{мин}^{-1}$.

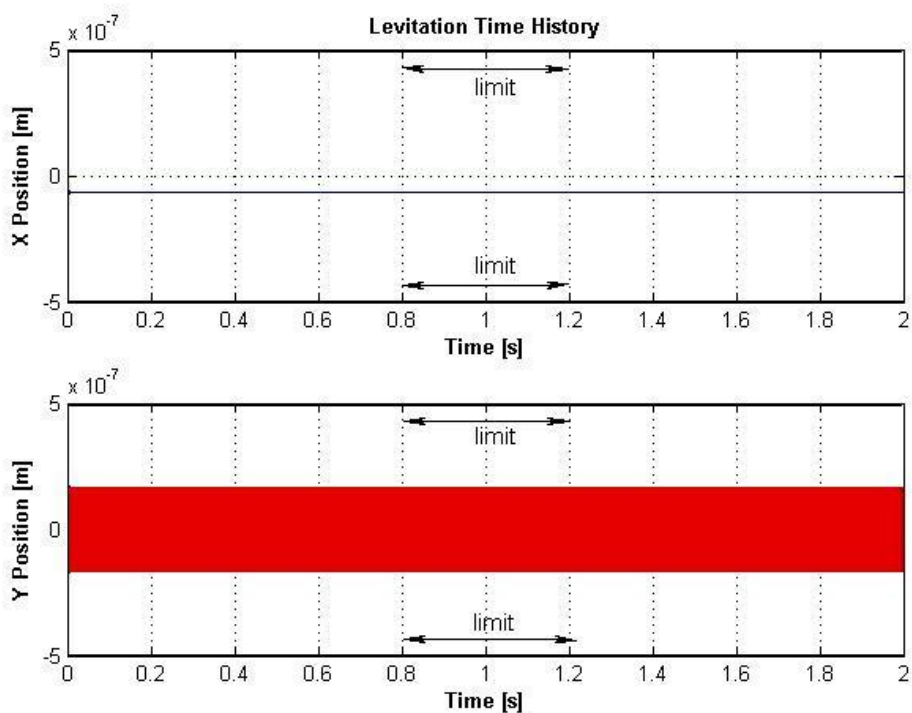


Рис. 8. Колебания ротора в течение заданного времени

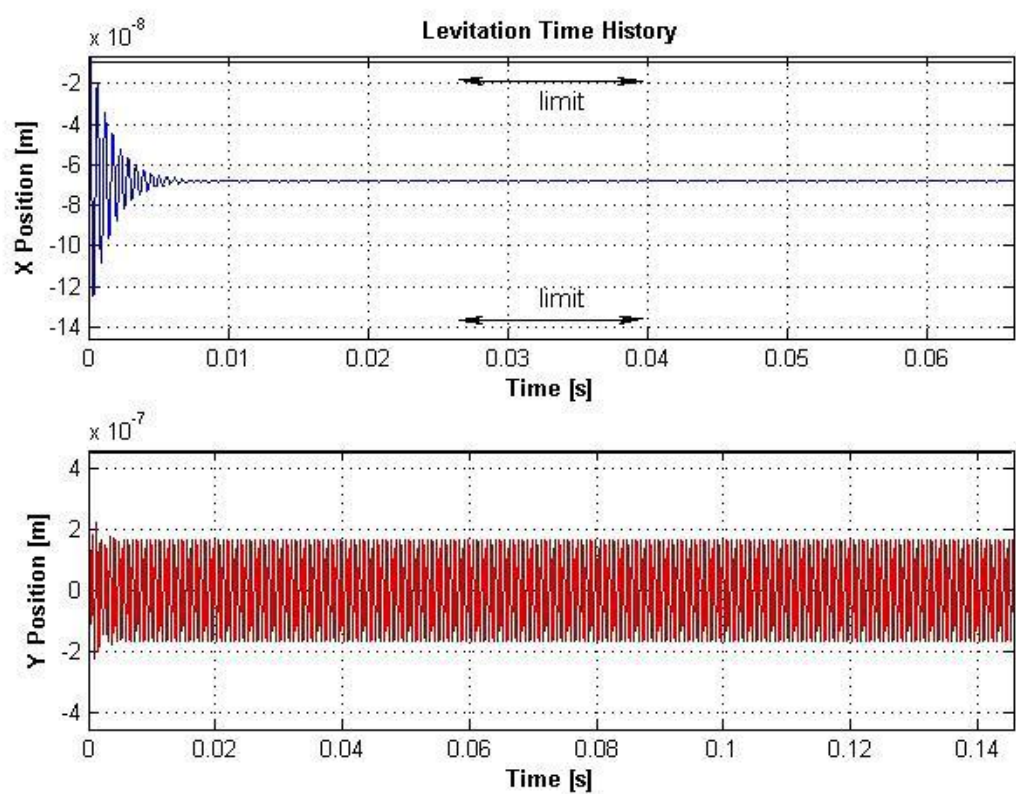


Рис. 9. Характер колебаний

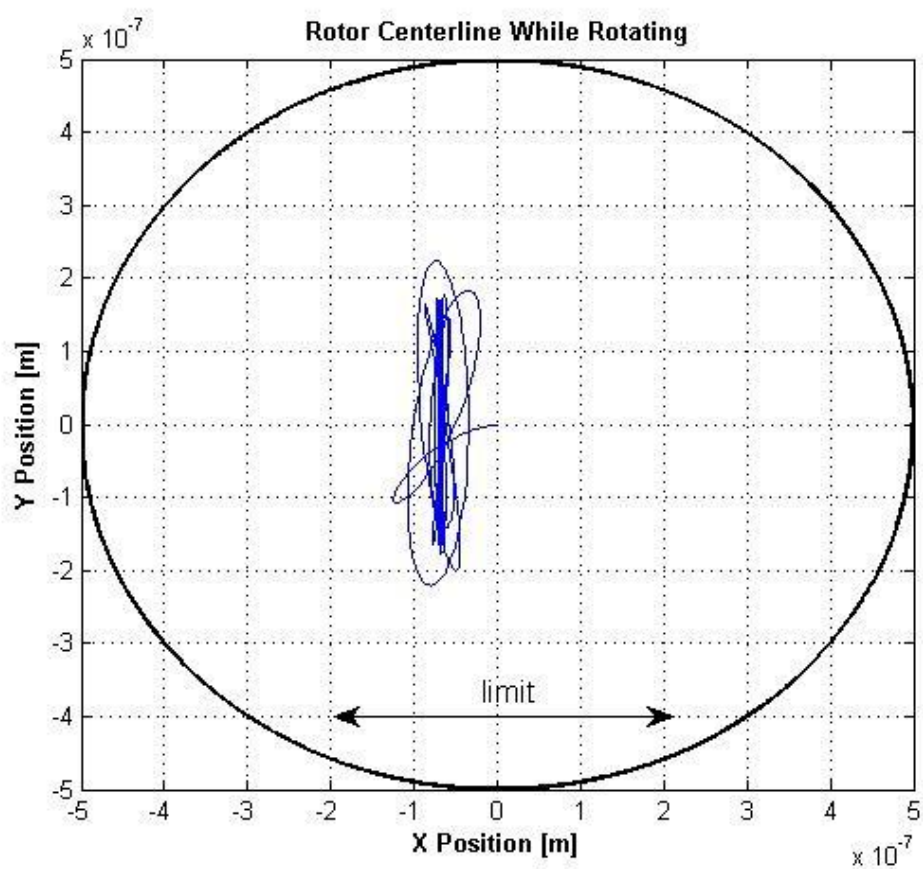


Рис. 10. Вращение ротора (фронтальный вид)

Заключение

Проведено моделирование динамики вращающегося ротора на магнитных подшипниках с учетом принятых допущений. С помощью оценочных формул (8) и путем дальнейшего подбора коэффициентов усиления ПИД управления удовлетворить заданным требованиям максимального смещения ротора не более 0.5 мкм удалось при следующих значениях коэффициентов $K_{11} = K_{12} = 10^7$, $K_{21} = K_{22} = 10^2$, $K_{31} = K_{32} = 10^4$. Исходя из полученных значений коэффициентов усиления, можно оценить параметры магнитных подшипников и подобрать необходимые в зависимости от заданных конструкционных и технических требований к работе электрошпинделя.

Проведенная работа предполагает дальнейшее исследование проблемы позиционирования ротора высокоскоростного электрошпинделя на активных магнитных подшипниках с целью усовершенствования предлагаемой разработки.

Благодарность

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках научно-исследовательского проекта «СПИН» между МГТУ им Н.Э. Баумана и Fraunhofer IWU (г. Кемниц, Германия) № 07.09-15/501 от 24.06.2014 г.

Список литературы

1. Харламов Б.В. Электрическая машина с магнитным подвесом ротора: а.с. 1152067 СССР. 1986.
2. Шаров В.С., Шнайдер Г.З., Галкин В.И. Электродвигатель переменного тока с электромагнитной подвеской ротора: а.с. 454639 СССР. 1974.
3. Боговой И. Г., Журавлев Ю.Н. Синтез системы автоматического управления радиальными электромагнитными подшипниками // Алгоритмы и программы: информ. бюллетень ВНТИЦ. 1984. № 6 (63). С. 69.
4. Вейнберг Д.М., Верещагин В.П., Данилов-Нитусов Н.Н., Шереметьевский Н.Н. Системы магнитного подвеса в исполнительных органах управления ориентацией КА // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1981. № 3. С.152-157.
5. Вейнберг Д.М., Верещагин В.П. К определению основных параметров электромагнитных подшипников // Труды ВНИИЭМ. Вопросы электромеханики. 1989. Т. 89. С. 12-19.
6. Воронков В.С. Исследование динамики магнитного подвеса с инерционной обратной связью в усилителе постоянного тока // Известия ВУЗов. Электромеханика. 1979. № 11. С. 1032-1040.
7. Воронков В.С. Стабилизация вала в активных магнитных подшипниках // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1991. № 4. С. 63 -70.

8. Воронков В.С., Поздеев О.Д. Исследование систем стабилизации магнитного подшипника // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1980. № 4. С. 30-39.
9. Воронков В.С., Поздеев О.Д. Оптимизация системы стабилизации магнитного подвеса // Известия ВУЗов. Приборостроение. 1979. № 9. С. 53-57.
10. Журавлев Ю.Н. Активные магнитные подшипники: теория, расчет, применение. СПб.: Политехника, 2003. 206 с.
11. Линьков Р.В., Урман Ю.М. Влияние системы регулирования подвеса на угловые движения несбалансированного ротора неконтактного гироскопа // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1986. № 4. С. 5-12.
12. Леонтьев М.К., Давыдов А.Л., Дегтярев С.А. Динамика роторных систем, опирающихся на магнитные подшипники // Газотурбинные технологии. 2011. № 3. С. 16-22.
13. Moril S., Katayama K. Control System for a Magnetic Type Bearing: pat. 4795927 US. 1989.
14. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. 824 с.
15. Поляхов Н.Д., Стоцкая А.Д. Моделирование электромагнитных процессов в активных магнитных подшипниках // Вопросы образования и науки: теоретический и методический аспекты: тезисы докл. межд. заочн. науч.-практ. конф. (Тамбов, 28 сентября 2012 г.). Тамбов, 2012. С. 96-101.
16. Поляхов Н.Д., Стоцкая А.Д. Об электромагнитных процессах в активных магнитных подшипниках // Мягкие вычисления и измерения SCM'2012: тезисы докл. межд. конф. (Санкт-Петербург, 24-25 июня 2012 г.). СПб., 2012. С. 143-145.
17. Поляхов Н.Д., Стоцкая А.Д. Обзор способов практического применения активных магнитных подшипников // Научное приборостроение. 2012. Т. 22, № 4. С. 5-18.
18. Genta G. Part 3: Dynamics of Rotating and Reciprocating Machinery // In book: Vibration Dynamics and Control. Springer US, 2009. P. 577-824.
19. Schweizer G., Maslen E.H. Ch. 7: Dynamics of the Rigid Rotors; Ch. 10: Dynamics of Flexible Rotors // In book: Magnetic Bearings. Theory, Design and Application to Rotating Machinery. Springer Berlin Heidelberg, 2009. P. 167-189; P. 251-297.
20. Magnetic Bearings, Theory and Applications / ed. by B. Polajžer. Sciyo, Rijeka, 2010.

Modeling the Rotor Dynamics of Electros spindle on Magnetic Bearings

Yu.V. Bogdanova^{1,2}, A.M. Guskov^{1,2,*}

gouskov_am@mail.ru

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

²National Research Centre "Kurchatov Institute", Moscow, Russia

Keywords: active magnetic bearings, contactless support, spindle, control system, PID low, rotor stabilization

The research object is the rotor of electros spindle on magnetic bearings.

The purpose of work is positioning of the rotor center no more than 0.5 microns. The rotor on magnetic bearings rotates with a speed of 5 000 rpm and 42 000 rpm and is subjected to constant and periodic action of an external disturbance.

Research of the existing technical solutions in the field of electros spindles on magnetic bearings is conducted. Despite the known benefits of magnetic suspension a number of problems in the application of such structures in electros spindle units is identified due to their high cost and lack of control reliability. To solve the assigned task the following assumptions are accepted: the rotor unbalance is equal to zero, movement of the rotor along axis Z is absent, in the initial position the center of mass C coincides with the center of the inertial reference system $OXYZ$, displacements and rotations are assumed to be small compared to the size of the rotor. Modeling of dynamics of the rotating rotor on magnetic bearings is realized. The control system based on PID controller to provide the desired value of the maximum displacement of the rotor is developed. The analysis of rotor dynamics taking into account the accepted assumptions is carried out and further study of this subject in order to improve the existing system of positioning control of the rotor that can reliably stabilize the rotor magnetic bearings under the influence of various factors is planned.

References

1. Kharlamov B.V. *Elektricheskaya mashina s magnitnym podvesom rotora* [Electric machine with magnetic suspension of rotor]. Patent SU, no. 1152067, 1986. (in Russian).
2. Sharov V.S., Shnayder G.Z., Galkin V.I. *Elektroprivod' peremennogo toka s elektromagnitnoy podveskoy rotora* [AC motor with electromagnetic suspension of rotor]. Patent SU, no. 454639, 1974. (in Russian).

3. Bogovoy I. G., Zhuravlev Yu.N. Synthesis of automatic control system of radial electromagnetic bearings. *Algoritmy i programmy: inform. byulleten' VNTITs*, 1984, no. 6 (63), pp. 69. (in Russian).
4. Veynberg D.M., Vereshchagin V.P., Danilov-Nitusov H.H., Sheremet'evskiy H.H. Magnetic suspension system of executive control bodies of orientation of spacecraft. *Izvestiya AN SSSR. Mekhanika tverdogo tela = Journal of USSR Academy of Sciences. Mechanics of Solids*, 1981, no. 3, pp.152-157. (in Russian).
5. Veynberg D.M., Vereshchagin V.P. Determination of basic parameters of the electromagnetic bearings. *Trudy VNIEM. Voprosy elektromekhaniki*, 1989, vol. 89, pp. 12-19. (in Russian).
6. Voronkov B.C. The study of dynamics of magnetic suspension with inertial feedback in amplifier of DC. *Izvestiya VUZov. Elektromekhanika = Russian Electromechanics*, 1979, no. 11, pp. 1032-1040. (in Russian).
7. Voronkov B.C. Stabilization of shaft in active magnetic bearings. *Izvestiya AN SSSR. Mekhanika tverdogo tela = Journal of USSR Academy of Sciences. Mechanics of Solids*, 1991, no. 4, pp. 63 -70. (in Russian).
8. Voronkov V.S., Pozdeev O.D. Study of stabilization systems of magnetic bearing. *Izvestiya AN SSSR. Mekhanika tverdogo tela = Journal of USSR Academy of Sciences. Mechanics of Solids*, 1980, no. 4, pp. 30-39. (in Russian).
9. Voronkov V.S., Pozdeev O.D. Optimization of the stabilization system of the magnetic suspension. *Izvestiya VUZov. Priboroostroenie*, 1979, no. 9, pp. 53-57. (in Russian).
10. Zhuravlev Yu.N. *Aktivnye magnitnye podshipniki: teoriya, raschet, primeneniye* [Active magnetic bearings: theory, design, application]. St. Petersburg, Politekhnik Publ., 2003. 206 p. (in Russian).
11. Lin'kov R.V., Urman Yu.M. Influence of suspension regulatory system on angular movement of unbalanced rotor of noncontact gyroscope. *Izvestiya AN SSSR. Mekhanika tverdogo tela = Journal of USSR Academy of Sciences. Mechanics of Solids*, 1986, no. 4, pp. 5-12. (in Russian).
12. Leont'ev M.K., Davydov A.L., Degtyarev S.A. Dynamics of rotor systems based on magnetic bearings. *Gazoturbinnyye tekhnologii = Gas Turbo Technology*, 2011, no. 3, pp. 16-22. (in Russian).
13. Moril S., Katayama K. *Control System for a Magnetic Type Bearing*. Patent US, no. 4795927, 1989.
14. Lur'e A.I. *Analiticheskaya mekhanika* [Analytical mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1986. 560 p. (in Russian).
15. Polyakhov N.D., Stotskaya A.D. Simulation of electromagnetic processes in active magnetic bearings. *Voprosy obrazovaniya i nauki: teoreticheskiy i metodicheskiy aspekty: tezisy dokl. mezhd. zaochn. nauch.-prakt. konf.* [Education and science: theoretical and methodological aspects: abstracts of international correspondence scientific-practical conf.], Tambov, 28 September, 2012. Tambov, 2012, pp. 96-101. (in Russian).

16. Polyakhov N.D., Stotskaya A.D. Electromagnetic processes in active magnetic bearings. *Myagkie vychisleniya i izmereniya SCM'2012: tezis dokl. mezhd. konf.* [Soft computing and measurements SCM'2012: abstracts of international conf.], St. Petersburg, 24-25 June, 2012. St. Petersburg, 2012, pp. 143-145. (in Russian).
17. Polyakhov N.D., Stotskaya A.D. The methods review of practical application for active magnetic bearings. *Nauchnoe priborostroenie*, 2012, vol. 22, no. 4, pp. 5-18. (in Russian).
18. Genta G. Part 3: Dynamics of Rotating and Reciprocating Machinery. In: *Vibration Dynamics and Control*. Springer US, 2009, pp. 577-824.
19. Schweizer G., Maslen E.H. Ch. 7: Dynamics of the Rigid Rotors; Ch. 10: Dynamics of Flexible Rotors. In: *Magnetic Bearings. Theory, Design and Application to Rotating Machinery*. Springer Berlin Heidelberg, 2009, pp. 167-189; pp. 251-297.
20. Polajžer B., ed. *Magnetic Bearings, Theory and Applications*. Sciyo, Rijeka, 2010.