

УДК 537.311.4

Численное моделирование электрической проводимости контактов шероховатых тел

Мурашов М. В.^{1,*}, Панин С. Д.¹,
Климов С. М.¹

[*murashov@bmstu.ru](mailto:murashov@bmstu.ru)

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

С начала 20 века и до настоящего времени предпринимаются усилия по разработке модели электропроводности контактов. Особенную актуальность задача контактной электропроводности приобретает с развитием микро- и нанотехнологий. Проводить заимствование из более глубоко проработанных моделей контактной теплопроводности на основе аналогии между тепло- и электропроводностью часто не возможно из-за ряда принципиальных различий. При разработанных на сегодняшний день в той или иной мере 3D-моделях деформирования шероховатых тел 3D-модели электропроводности через контактирующие шероховатые тела нет. В статье предложена пространственная модель электрического контакта шероховатых тел, позволяющая вычислять величину электрической контактной проводимости в зависимости от давления. Представительными элементами тел являются параллелепипеды с детерминированной шероховатостью на контактирующих поверхностях. С использованием конечно-элементного программного комплекса ANSYS вначале решается нелинейная упругопластическая задача деформирования шероховатой поверхности под действием внешнего давления, а затем на той же сетке конечных элементов задача электростатики. В качестве материала контактирующих тел использован алюминий АД1 со свойствами, учитывающими наклеп поверхности. Численная модель построена в рамках механики сплошной среды и наноразмерные эффекты не учитываются. Электрическая контактная проводимость рассчитывалась на основе представления об электрическом сопротивлении модели как сумме электрических сопротивлений контактирующих тел и самого контакта. Принималось, что воздух в зазоре между телами отсутствует. Расчетom получена зависимость электрической контактной проводимости от давления, а также распределения электрического напряжения и плотности тока в контактирующих телах. Определено, что режим многопятенного контактирования, адекватный реальной шероховатости, достигается при давлениях более 3МПа, в то время как результаты при одном пятне контакта подходят лишь для моделирования искусственной структурированной шероховатости.

Ключевые слова: электрическая контактная проводимость, шероховатость, метод конечных элементов, наклеп, упругопластическое деформирование

Введение

Существенные проблемы при описании контактов возникают в интенсивно развивающихся областях микро- и нанотехнологий, особенно при проектировании микроэлектромеханических устройств (МЭМС). За рубежом начали выпускаться научные

журналы, освещающие вопросы контактов МЭМС, – в Великобритании с 1991 года («Journal of Micromechanics and Microengineering») и в США с 1992 года («Journal of Microelectromechanical Systems»).

В наноэлектромеханических устройствах, таких как нано-переключатели, шероховатость поверхностей в зазоре определяет изменение действующего напряжения на величину до 25%, а также электрическое контактное сопротивление [1]. В нелинейной локации, например, от шероховатости и тесноты контакта зависят свойства отраженного сигнала.

При построении моделей электрического контакта привлекает внимание аналогия между тепло- и электропроводностью. Перенос тепла в металлах, в том числе и на контактах металл-металл, происходит главным образом имеющимися в материале свободными электронами. В случае идеального контакта типовых металлов электронами переносится более 90% тепла [2]. Этим объясняется закон Видемана-Франца, устанавливающий зависимость между теплопроводностью и электропроводностью для металлов.

Тем не менее в процессе переноса энергии через контакт тепло- и электропроводностью существуют важные отличия.

Наиболее заметное с практической точки зрения отличие процессов теплопроводности от электропроводности состоит в большей трудности управления распространением тепла. Имеющиеся в природе материалы допускают изменение электрической проводимости до 14 порядков, в то время как коэффициент теплопроводности меняется лишь на 4 порядка [3].

На другое отличие указывал еще Максвелл – электрическая емкость и теплоемкость проявляют себя по-разному [4].

Электрический контакт также имеет следующие особенности:

- при уменьшении пятна контакта в случае сдвига от термического расширения и просто при малой фактической площади контакта на пятне происходит значительное выделение Джоулева тепла, резкий локальный подъем температуры. Температура может возрасти на десятки и сотни градусов по сравнению с температурой в глубине тела [5]. Это может привести к локальному расплавлению металла, изменению его механических свойств, нарастанию оксидной пленки. Эти же эффекты имеют место при замыкании-размыкании контактов.

- в зазоре может происходить туннельное движение электронов и образование дуг.

- для поверхностных областей наклеп обычно приводит к росту электросопротивления на 2-6% [6].

- локальный нагрев и локальное термическое расширение требуют решения нелинейной одновременно термо-прочностно-электрической задачи.

Наличие оксидных пленок создает дополнительное сопротивление.

Исследования электрической проводимости контакта ведутся с конца 19 века [7].

Экспериментально прямым методом достоверно определить площадь фактического контакта до сих пор не представляется возможным. Перспективным для этого может стать применение некоторых развитых в последние 20 лет методов, таких как акустическая (глубина 1,6 мм в Al_2O_3 , разрешение от 30 мкм), рентгеновская (толщина образца до 1мм, разрешение до 0,05мкм), туннельная электронная (толщина образца до 1 мкм, разрешение до 0,1нм) или терагерцевая (глубина 0,1мкм в металл, разрешение вдоль поверхности тела 20мкм) микроскопия.

Возможность оценки площади фактического контакта по электропроводности предлагается еще в [8]. Косвенные способы не дают самой величины площади фактического контакта, а лишь позволяют судить о ее изменении в рамках принятых моделей. Для микромоделей при экспериментах с пропусканием электрического тока следует учитывать нагрев и возможное оплавление острых и мельчайших вершин шероховатой поверхности, чего не бывает при экспериментах с пропусканием тепла.

Базовой работой по моделям электрических контактов является работа Рагнара Хольма [9], в которой обобщаются результаты его публикаций, начиная с [10]. Хольм предложил использовать сопротивление стягивания, представляя канал прохождения электрического тока через фактические места контакта как цилиндры радиусом a . Тогда электрическое сопротивление будет:

$$R_c = \frac{\rho}{2a}, \quad (1)$$

где ρ – среднее удельное электрическое сопротивление двух материалов $\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$, Ом. Хольм пришел к выводу, что ток проходит через множество малых пятен контакта.

Отметим, что подходы Хольма получены для полубесконечных контактирующих тел и могут применяться с погрешностью менее 10% для реальных тел толщиной не менее чем в 10 раз превышающей размер пятна фактического контакта [11].

В [12] продемонстрировано, что контактное сопротивление определяется не только числом и размерами индивидуальных контактов, а также расстоянием между ними и равномерностью их расположения.

В [5] выполнено численное 3D-моделирование в программном комплексе ANSYS упругого прижатия плоскости к полученной фрактальным методом шероховатой поверхности для определения фактической площади контакта для МЭМС-переключателя. Далее, без решения пространственной электростатической задачи, по полученной площади для пятен контакта рассчитывается электрическое сопротивление контакта по формуле (1) для одного пятна контакта и для нескольких пятен по формуле Хольма (2) [13]

$$R_c = \frac{\rho}{2na} + \frac{\rho}{2a}, \quad (2)$$

где a – радиус контакта для кластера пятен (так называемый радиус Хольма), n – число пятен. Формулы (1), (2) применимы для случая размера контакта больше длины свободного пробега электрона.

В этой же работе [5] учитывалось, что для МЭМС-переключателей контакт часто того же порядка или меньше длины свободного пробега электрона l_e (большинство металлов 50нм, в золоте 38нм). Тогда имеет место квазибаллистический перенос электронов через область фактического контакта и для расчета электрического сопротивления применялась формула Векслера [14]

$$R_W = R_{CB} + \Gamma(K)R_c,$$

где $R_{CB} = \frac{4\rho K}{3\pi a}$ сопротивление Шарвина для баллистического режима [15], R_c сопротивление стягивания для диффузионного режима, $\Gamma(K) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty e^{-Kx} \text{sinc}(x) dx$ – Гамма-функция [16], $K = \frac{l_e}{a}$ число Кнудсена.

Представляется, что более правильным будет перейти от упрощающей модели стягивания, заложенной в формулах (1) и (2), к решению трехмерной задачи электростатики, что и было сделано в данной работе. На основе столбиковой 3D модели деформирования шероховатых тел [17,18] представлен расчет электрической контактной проводимости с использованием конечно-элементного программного комплекса ANSYS. Сначала решалась задача деформирования с определением формы контактирующих поверхностей. Полученная форма тел переносится как исходная в задачу электростатики. Модель не выходит за рамки механики сплошной среды и наномасштабные особенности электрических контактов не учитывались.

1. Задача деформирования

Поверхность материала тел алюминия АД1 предварительно упрочнена (наклеп). В данной работе влиянием размерного эффекта при индентировании пренебрегаем. Напряжение рассчитывается по формуле

$$\sigma = \sigma_y + K_H B \varepsilon^{p^n},$$

где K_H – коэффициент упрочнения наклепанного слоя. В [18] для бугорка шероховатости образца алюминия АД1 при углублении до 2.799μm определено $B=85$, $p=0.4$, $K_H=5,88$. Отметим, что эти свойства получены при испытании лишь одного бугорка шероховатости и использованы здесь как попытка моделирования контакта наклепанных поверхностей. Предел упругости σ_y материала АД1 равен 55.7МПа. Представительными элементами контактирующих тел N (верхнее) и O (нижнее) будем считать два прямоугольных параллелепипеда с размерами 90x90x1125мкм, неидеальным контактом неровных внутренних поверхностей и гладкими внешними поверхностями (рис.1). Газ в зазорах неидеального контакта отсутствует. Шероховатая поверхность модели сформирована так, чтобы обеспечить $R_z=7$ мкм. Нижняя поверхность тела O закреплена и не деформируется. Боковые поверхности закреплены по перпендикулярным им осям. На тело N сверху действует давление P .

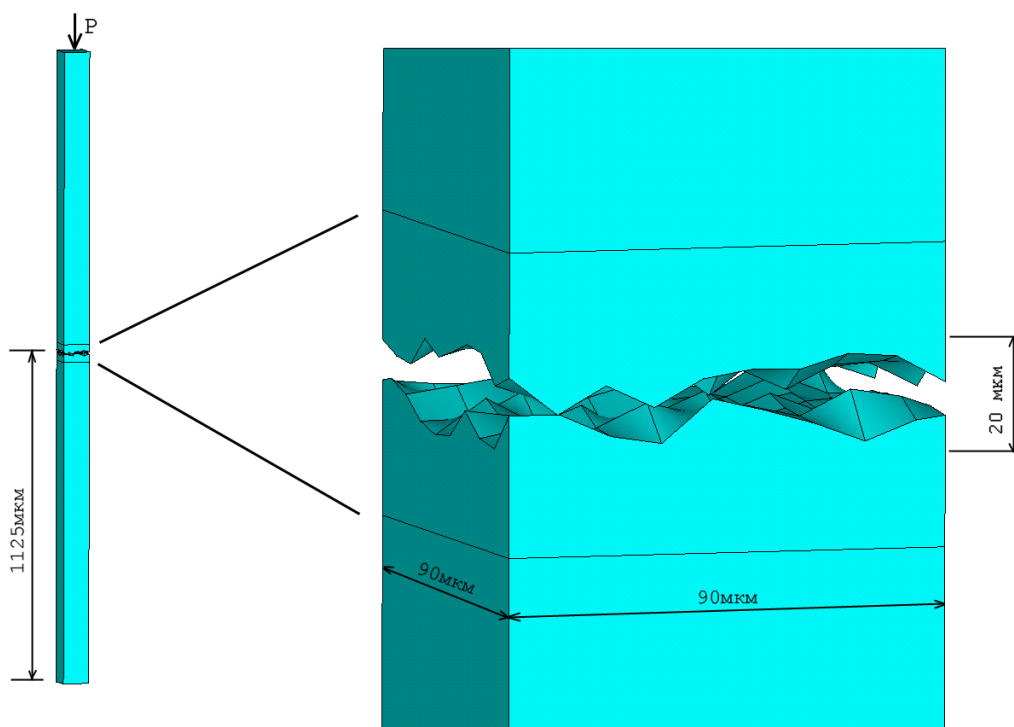


Рис.1. Модель контакта шероховатых тел

2. Задача электростатики

В моделируемом объекте поле напряжений вычислялось по уравнению статической электропроводности

$$\sigma \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) = 0$$

где σ - электрическая проводимость, U – электрическое напряжение.

Для материала алюминий АД1 в качестве электрических свойств было использовано типовое значение удельного сопротивления для алюминия $2.8241 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, как величина обратная удельной электропроводности $3.541 \cdot 10^7$ См/м [19]. Влиянием на удельное сопротивление величин механических напряжений и деформаций пренебрегаем. Задача решалась в квазистатической постановке. Влиянием термоэлектрических явлений пренебрегаем. Тип анализа для конечного элемента SOLID227 выбирался piezoresistive, когда используются степени свободы UX, UY, UZ и VOLT. Эти же степени свободы выбирались и для контактных элементов CONTA174. В области контакта Sliding использовалось значение электрической контактной проводимости ECC равное $3.54 \cdot 10^{15}$ 1/(Ом·м²). Значение выбрано равным электрической проводимости алюминия толщиной 0.01мкм.

В качестве граничного условия на верхней поверхности тела N задана сила тока 1А. Чтобы задать силу тока на верхней поверхности после выбора узлов для них фиксируются степени свободы и задается мастер-узел, к которому и прикладывается сила тока. В качестве граничного условия на нижней поверхности тела О приложено электрическое напряжение 0В.

Чтобы избежать лишних итераций при счете и возможной неустойчивости при решении сопряженной задачи деформирования-электропроводности задачи решались последовательно. Вначале решалась задача деформирования с установленной силой тока 0А. Затем, на отдельном шаге нагружения, на границе задавалось действительное значение силы тока 1А и решалась электростатическая задача.

Для тел N и O из одинаковых материалов электрическое сопротивление модели будет равно сумме электрических сопротивлений тел N, O и контакта. Тогда электрическая проводимость контакта может быть вычислена как

$$\alpha_e = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_m} - \frac{1}{\alpha_{NO}}},$$

где $\alpha_m = \frac{J}{U_2 - U_1}$ – электрическая проводимость модели, 1/(Ом·м²); $J = \frac{I}{S}$ – плотность тока, А/м²; I – сила тока, А; S – площадь поперечного сечения модели, м²; U₁, U₂ – потенциал на нижней поверхности тела O и на верхней поверхности тела N, соответственно, В; $\alpha_{NO} = \frac{\sigma}{\delta - u_z}$ – проводимость тел N и O, 1/(Ом·м²); σ – удельная проводимость, 1/(Ом·м); δ – высота модели, м; u_z – смещение по оси z узлов верхней поверхности тела N, м.

3. Результаты

Результаты вычислений приведены на рис.2-4.

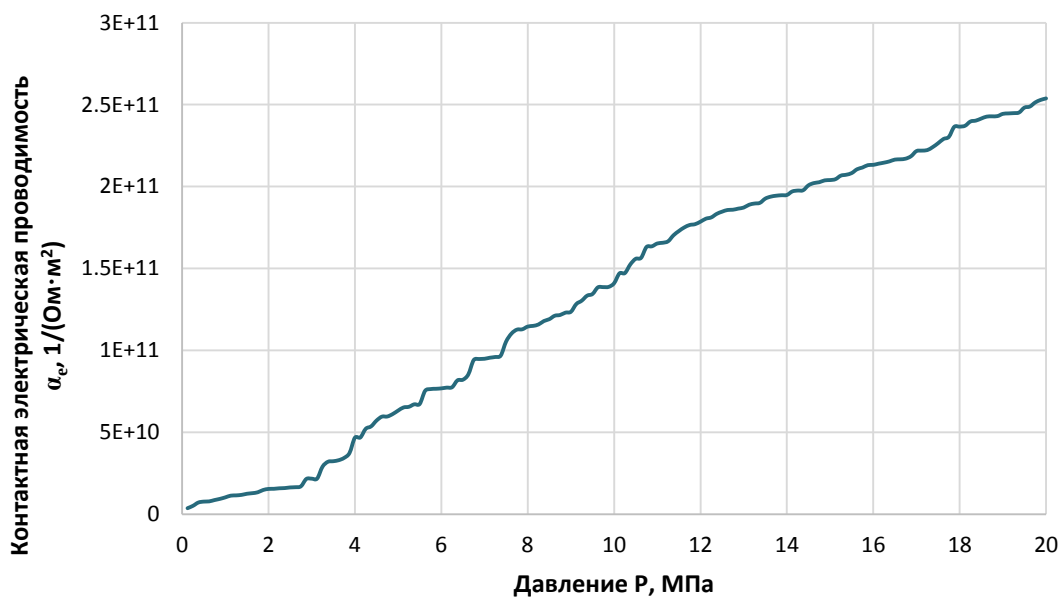


Рис.2. Зависимость электрической проводимости от давления

Наклон зависимости контактной электрической проводимости от давления изменяется в области около 3МПа, что объясняется переходом от единственного пятна контакта к многопятенному контактированию. Результаты при давлениях соответствующих многопятенному контакту ближе характеризуют реальную шероховатую поверхность. В то время как предложенная постановка в случае

единственного пятна контакта не может считаться адекватной реальности, так как периодическое повторение такого представительного элемента более подходит к модели структурированной искусственной шероховатости.

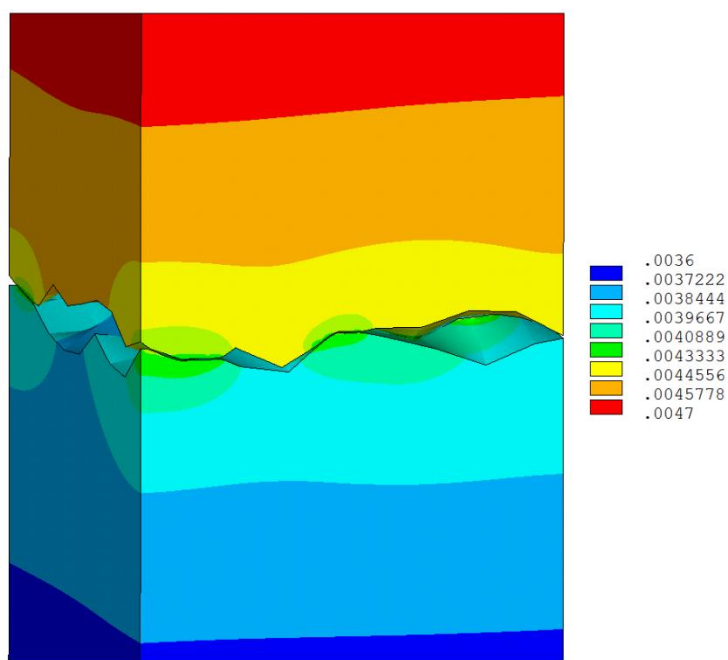


Рис.3. Распределение электрического напряжения в зоне контакта ($P=20\text{МПа}$)

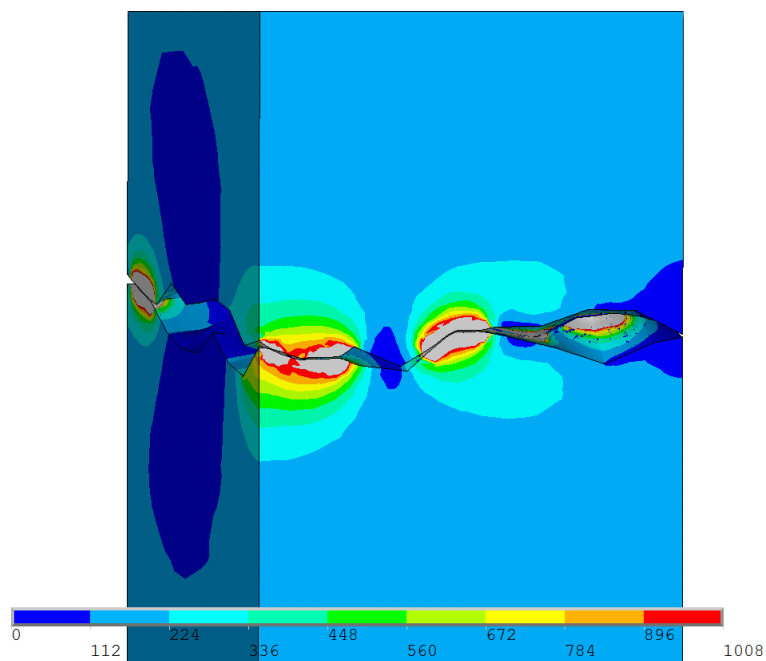


Рис.4. Распределение модуля вектора плотности тока в зоне контакта ($P=20\text{МПа}$)

Заключение

Впервые электрическая контактная проводимость получена из трехмерной численной модели электрического поля контактирующих шероховатых тел. Это позволило избежать усреднений, ограничений и неопределенностей при применении формул, основанных на понятии стягивания потока. Представленный подход позволяет более адекватно оценивать влияние структуры шероховатой поверхности на процессы электрической проводимости в контакте. Дальнейшее развитие модели и уточнение результатов исследования могут проводиться в направлении включения в модель учета микрошероховатости, размерного эффекта внедрения индентора, тепловыделения на контактирующих вершинах.

Список литературы

1. Czaplewski D.A., Patrizi G.A., Kraus G.M., Wendt J.R., Nordquist C.D., Wolfley S.L., Baker M.S., de Boer M.P. A nanomechanical switch for integration with CMOS logic // Journal of Micromechanics and Microengineering. 2009. Vol.19, no. 8. P. 1-12. DOI: [10.1088/0960-1317/19/8/085003](https://doi.org/10.1088/0960-1317/19/8/085003)
2. Gundrum D.C., Cahill D.G., Averback R.S. Thermal conductance of metal-metal interfaces // Physical Review B. 2005. Vol. 72, no. 24. Art no. 245426. DOI: [10.1103/PhysRevB.72.245426](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.72.245426)
3. Carrete J., Gallego L.J., Varela L.M. Surface roughness and thermal conductivity of semiconductor nanowires: Going below the Casimir limit // Physical Review B. 2011. Vol. 84, no. 24. Art no. 075403. DOI: [10.1103/PhysRevB.84.075403](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.84.075403)
4. Maxwell J.C. A treatise on electricity and magnetism. Vol. 1. Oxford: Clarendon press, 1873. 453 p.
5. Pennec F. Modelisation du contact metal-metal: Application aux microcommutateurs MEMS RF. PhD Thèse. Université de Toulouse, 2009. 190 p.
6. Новиков И.И. Теория термической обработки металлов. М.: Металлургия, 1978. 392 с.
7. Bidwell S. On the Electrical Resistance of Carbon Contacts // Proceedings of the Royal Society of London. 1883. Vol. 35. P. 1-18. DOI: [10.1098/rspl.1883.0001](https://doi.org/10.1098/rspl.1883.0001)
8. Bowden F.P., Tabor D. The area of contact between stationary and between moving surfaces // Proceedings of Royal Society. A. 1939. Vol. 169. P. 391-413.
9. Holm R. Electric Contacts: Theory and Applications. New York: Springer-Verlag, 1967. 486 p.
10. Holm R. Contact resistance especially at carbon contact // Zeitschrift für Technische Physik. 1922. Vol. 3, no. 9. P. 290-294; no. 1. P. 320-327; no. 11. P. 349-357.
11. Norberg G., Dejanovic S., Hesselbom H. Contact resistance of thin metal film contacts // IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies. 2006. Vol. 29, no. 2. P. 371-378. DOI: [10.1109/TCAPT.2006.875891](https://doi.org/10.1109/TCAPT.2006.875891)

12. Greenwood J.A. Constriction resistance and the real area of contact // British Journal of Applied Physics. 1966. Vol. 17, no.12. P. 1621-1632. DOI: [10.1088/0508-3443/17/12/310](https://doi.org/10.1088/0508-3443/17/12/310)
13. Holm R. Uber metallische Kontaktwiderstände [Characteristics of contact resistance] // Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken. 1929. Vol. 7, no. 2. P. 217-258.
14. Wexler G. The size effect and the non-local Boltzmann transport equation in orifice and disk geometry // Proceedings of Physical Society. 1966. Vol. 89, no. 4. P. 927-941. DOI: [10.1088/0370-1328/89/4/316](https://doi.org/10.1088/0370-1328/89/4/316)
15. Sharvin Y.V. A Possible Method for Studying Fermi Surfaces // Soviet Physics - Journal of Experimental and Theoretical Physics (JETP). 1965. Vol. 21, no. 3. P. 655-656.
16. Mikrajuddin A., Shi F., Kim H., Okuyama K. Size-dependant electrical constriction resistance for contacts of arbitrary size: from Sharvin to Holm limits // Materials Science in Semiconductor Processing. 1999. Vol. 2, is. 4. P. 321-327.
17. Сычев М.П., Мурашов М.В. Моделирование контактного сопротивления // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2011. Спец. вып. Информационные технологии и компьютерные системы. С. 12-18.
18. Мурашов М.В., Корнев Ю.В. Исследование упругопластического поведения элемента шероховатости // Журнал технической физики. 2014. № 3. С. 75-81.
19. The Electrical Engineering Handbook / ed. by W.-K. Chen. Amsterdam: Elsevier Academic Press, 2004. 1208 p.

Numerical Modeling of Electrical Contact Conductance of Rough Bodies

M.V. Murashov^{1,*}, S.D. Panin¹, S.M. Klimov¹

[*murashov@bmstu.ru](mailto:murashov@bmstu.ru)

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: electrical contact conductance, roughness, finite element method, cold work hardening, elastic-plastic deformation

Since the beginning of the 20th century to the present time, efforts have been made to develop a model of the electrical contact conductance. The development of micro- and nanotechnologies make contact conductance problem more essential. To conduct borrowing from a well-developed thermal contact conductance models on the basis of thermal and electrical conductivity analogy is often not possible due to a number of fundamental differences. While some 3D-models of rough bodies deformation have been developed in one way or another, a 3D-model of the electrical conductance through rough bodies contact is still not. A spatial model of electrical contact of rough bodies is proposed, allows one to calculate the electrical contact conductance as a function of the contact pressure. Representative elements of the bodies are parallelepipeds with deterministic roughness on the contacting surfaces. First the non-linear elastic-plastic deformation of rough surface under external pressure is solved using the finite element software ANSYS. Then the solution of electrostatic problem goes on the same finite element mesh. Aluminum AD1 is used as the material of the contacting bodies with properties that account for cold work hardening of the surface. The numerical model is built within the continuum mechanics and nanoscale effects are not taken into account. The electrical contact conductance was calculated on the basis of the concept of electrical resistance of the model as the sum of the electrical resistances of the contacting bodies and the contact itself. It was assumed that there is no air in the gap between the bodies. The dependence of the electrical contact conductance on the contact pressure is calculated as well as voltage and current density distributions in the contact bodies. It is determined that the multi-asperity contact mode, adequate to real roughness, is achieved at pressures higher than 3MPa, while results within the single contact spot are suitable for modeling a structured artificial roughness only.

References

1. Czapslewski D.A., Patrizi G.A., Kraus G.M., Wendt J.R., Nordquist C.D., Wolfley S.L., Baker M.S., de Boer M.P. A nanomechanical switch for integration with CMOS logic. *Journal of*

- Micromechanics and Microengineering*, 2009, vol.19, no. 8, pp. 1-12. DOI: [10.1088/0960-1317/19/8/085003](https://doi.org/10.1088/0960-1317/19/8/085003)
2. Gundrum D.C., Cahill D.G., Averback R.S. Thermal conductance of metal-metal interfaces. *Physical Review B*, 2005, vol. 72, no. 24, art no. 245426. DOI: [10.1103/PhysRevB.72.245426](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.72.245426)
 3. Carrete J., Gallego L.J., Varela L.M. Surface roughness and thermal conductivity of semiconductor nanowires: Going below the Casimir limit. *Physical Review B*, 2011, vol. 84, no. 24, art no. 075403. DOI: [10.1103/PhysRevB.84.075403](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.84.075403)
 4. Maxwell J.C. *A treatise on electricity and magnetism*. Vol. 1. Oxford: Clarendon press, 1873. 453 p.
 5. Pennec F. *Modelisation du contact metal-metal: Application aux microcommutateurs MEMS RF*. PhD Thèse. Université de Toulouse, 2009. 190 p.
 6. Novikov I.I. *Teoriya termicheskoy obrabotki metallov* [Theory of heat treatment of metals]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1978. 392 p. (in Russian).
 7. Bidwell S. On the Electrical Resistance of Carbon Contacts. *Proceedings of the Royal Society of London*, 1883, vol. 35, pp. 1-18. DOI: [10.1098/rspl.1883.0001](https://doi.org/10.1098/rspl.1883.0001)
 8. Bowden F.P., Tabor D. The area of contact between stationary and between moving surfaces. *Proceedings of Royal Society. A*, 1939, vol. 169, pp. 391-413.
 9. Holm R. *Electric Contacts: Theory and Applications*. New York, Springer-Verlag, 1967. 486 p.
 10. Holm R. Contact resistance especially at carbon contact. *Zeitschrift für Technische Physik*, 1922, vol. 3, no. 9, pp. 290-294; no. 1, pp. 320-327; no. 11, pp. 349-357.
 11. Norberg G., Dejanovic S., Hesselbom H. Contact resistance of thin metal film contacts. *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*, 2006, vol. 29, no. 2, pp. 371-378. DOI: [10.1109/TCAPT.2006.875891](https://doi.org/10.1109/TCAPT.2006.875891)
 12. Greenwood J.A. Constriction resistance and the real area of contact. *British Journal of Applied Physics*, 1966, vol. 17, no.12, pp. 1621-1632. DOI: [10.1088/0508-3443/17/12/310](https://doi.org/10.1088/0508-3443/17/12/310)
 13. Holm R. Über metallische Kontaktwiderstände [Characteristics of contact resistance]. *Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken*, 1929, vol. 7, no. 2, pp. 217-258.
 14. Wexler G. The size effect and the non-local Boltzmann transport equation in orifice and disk geometry. *Proceedings of Physical Society*, 1966, vol. 89, no. 4, pp. 927-941. DOI: [10.1088/0370-1328/89/4/316](https://doi.org/10.1088/0370-1328/89/4/316)
 15. Sharvin Y.V. A Possible Method for Studying Fermi Surfaces. *Soviet Physics - Journal of Experimental and Theoretical Physics (JETP)*, 1965, vol. 21, no. 3, pp. 655-656.
 16. Mikrajuddin A., Shi F., Kim H., Okuyama K. Size-dependant electrical constriction resistance for contacts of arbitrary size: from Sharvin to Holm limits. *Materials Science in Semiconductor Processing*, 1999, vol. 2, is. 4, pp. 321-327.
 17. Sychev M.P., Murashov M.V. Simulation of contact resistance. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Priborostroenie = Herald of the Bauman Moscow State Technical University*.

- Ser. Instrument Engineering*, 2011, spec. is. *Informatsionnye tekhnologii i komp'yuternye sistemy* [Information technology and computer systems], pp. 12-18. (in Russian).
18. Murashov M.V., Kornev Yu.V. Elastoplastic deformation of a roughness element. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, 2014, no. 3, pp. 75-81. (English translation: *Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics*, 2014, vol. 59, no. 3, pp. 384-390. DOI: [10.1134/S1063784214030189](https://doi.org/10.1134/S1063784214030189)).
19. Chen W.-K., ed. *The Electrical Engineering Handbook*. Amsterdam, Elsevier Academic Press, 2004. 1208 p.