

УДК 534.231

Анализ факторов, определяющих собственную частоту резонатора Гельмгольца

Аграфонова А.А.^{1,*}, Комкин А.И.¹

^{*}agrafonova_anna@mail.ru

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Работа посвящена анализу факторов, влияющих на собственную частоту резонатора Гельмгольца. При этом основное внимание уделялось присоединенной длине горла резонатора, так как остальные факторы определяются просто геометрическими размерами резонатора. Собственная частота резонатора Гельмгольца определялась на основе его конечно-элементное моделирования. Затем, решалась обратная задача, используя известную собственную частоту резонатора, вычисляли присоединенную длину его горла. Исследовалось влияние на присоединенную длину горла его геометрии, в частности то, располагается ли горло резонатора на плоской или цилиндрической поверхности.

Ключевые слова: канал, резонатор Гельмгольца, собственная частота, расчет, метод конечных элементов

Введение

Резонатор Гельмгольца относится к наиболее распространенным элементам глушителей шума. Умение точно рассчитывать его акустические характеристики на стадии проектирования имеет большое практическое значение.

Расчету резонатора Гельмгольца посвящено достаточно большое количество публикаций, в которых рассматриваются различные вопросы этой проблемы [1-17]. К ним в первую очередь относится оценка собственной частоты такого резонатора. Достоверная оценка собственной частоты резонатора Гельмгольца с учетом особенностей его конфигурации позволяет на стадии проектирования рассчитывать резонатор Гельмгольца с заданными акустическими характеристиками и тем самым в целом способствует разработке высокоэффективных глушителей шума.

Собственная частота резонатора определяется формулой: $f_0 = (c/2\pi)\sqrt{S_0/l_e V}$, где c — скорость звука в среде; V — объем резонатора; $S_0 = \pi d_0^2/4$ — площадь поперечного сечения горла резонатора; d_0 — диаметр горла резонатора; $l_e = l + l_{пр}$ — эффективная длина горла

ла резонатора, определяемая помимо действительной длины горла l его присоединенной длиной $l_{пр}$, которая определяется наличием в окрестности горла резонатора быстро затухающих неоднородных волн.

Наглядное представление о наличии неоднородных волн в окрестности горла резонатора дают картины распределения звукового давления и компонент колебательной скорости частиц в продольном сечении канала с размещенным на его стенке резонатором Гельмгольца (рис. 1), полученные на основе численных расчетов методом конечных элементов на частоте, соответствующей собственной частоте резонатора. При этом, как следует из представленных рисунков, звуковая волна, распространяющаяся вдоль канала слева направо, доходя до резонатора, отражается назад. При этом в камере резонатора наблюдается максимум звукового давления. Светлые области в окрестности горла резонатора для продольной и поперечной компонент скорости, показывают наличие здесь неоднородных затухающих волн, вызывающих появление дополнительных инерционных сил, выражаемых при расчетах в терминах так называемой присоединенной массы, или присоединенной длины отверстия.

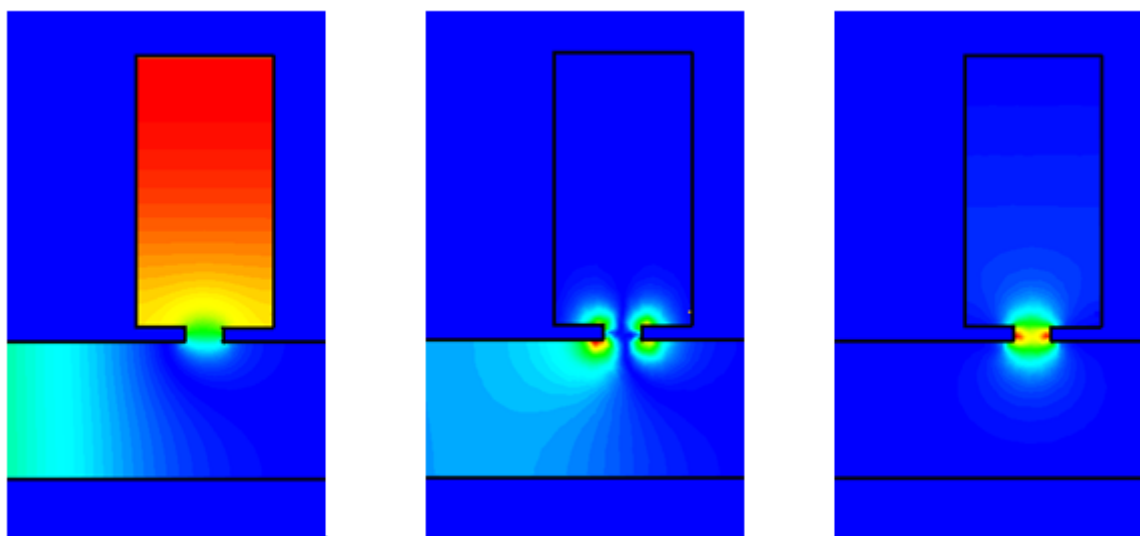


Рис. 1. Распределение звукового давления (а), осевой (б) и поперечной (в) скоростей в канале на резонансной частоте.

Основная проблема оценки собственной частоты резонатора сводится к корректному определению присоединенной длины его горла, которая зависит от целого ряда факторов, определяемых особенностями конфигурации резонатора. Обстоятельное рассмотрение этого вопроса применительно к изолированному резонатору и резонатору в безграничной стенке проведено Ингардом в его фундаментальной работе [1]. В [3] дана оценка присое-

диненной длины торцевого резонатора в круглом канале с горлом образованным отверстием в плоской поперечной перегородке в канале. В [4] этот вопрос рассматривался применительно к резонатору Гельмгольца, размещенному на стенке прямоугольного канала. В меньшей степени исследовался вопрос о присоединенной длине горла на стенке круглого канала. Отчасти он рассматривался в работе [5], но там на стенке круглого канала размещался четвертьволновый резонатор.

В данной работе впервые методом численного моделирования и проведения соответствующих акустических расчетов определяется влияние геометрии горла резонатора Гельмгольца на его собственную частоту.

1. Проведение акустических расчетов

Акустические расчеты резонаторов проводились методом конечно-элементных в программном комплексе SYSNOISE. На первом этапе в программном комплексе ANSYS создавалась геометрия модели, которая разбивалась на конечные элементы определенного размера и формы. Затем полученная конфигурация импортировалась в SYSNOISE, где задавались граничные условия и исходные данные для акустического расчета.

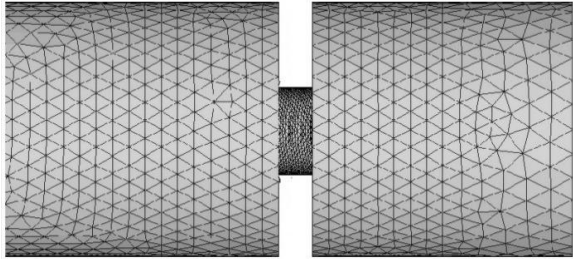
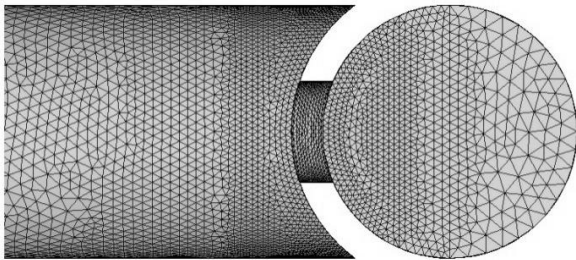
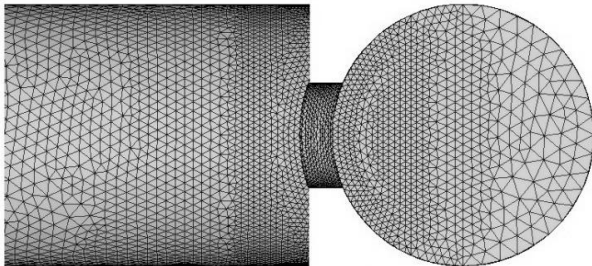
При построении конечно-элементной модели использовалось неравномерное разбиение на конечные элементы. Для повышения точности расчетов область вблизи горла, как со стороны канала, так и со стороны камеры были разбиты наиболее мелкими элементами. Затем были выделены переходные области с элементами покрупнее, и объем канала и камеры образовывали элементы большего размера.

В процессе численных расчетов определялись звуковые давления в двух точках на оси канала перед резонатором, по которым вычислялся входной импеданс резонатора. Частота, соответствующая нулю мнимой части входной импеданса, принималась за собственную частоту резонатора. Затем по известной собственной частоте резонатора с заданными геометрическими размерами определялась соответствующая этой частоте присоединенная длина горла резонатора. Дальнейшая обработка полученных данных сводилась к выявлению зависимостей присоединенной длины горла резонатора от особенностей конфигурации резонатора Гельмгольца.

2. Торцевые резонаторы Гельмгольца

На первом этапе была проведена оценка собственной частоты трех торцевых резонаторов Гельмгольца, конфигурации которых представлены в табл. 1.

Таблица 1. Оценка собственной частоты f_0 , Гц, торцевого резонатора Гельмгольца

№	Расчетная модель	Собственная частота, Гц
1a		404,0
1b		389,3
1c		389,9

Во всех трех конфигурациях камера резонатора представляла собой цилиндр одного и того же размера. Диаметр канала, объем камеры, длина и диаметр горла также были одинаковыми. Различие, как видно на рисунках, состояло только в том, что в модели 1a горло располагалось на торцевой плоской поверхности цилиндра, а для моделей 1b и 1c на его боковой цилиндрической поверхности. Причем в последней модели объем основного канала был урезан около линии начала горла резонатора для исключения областей, огибающих резонансную камеру.

Представленные в табл. 1 результаты расчетов показывают, что для модели 1a собственная частота торцевого резонатора несколько выше, чем для моделей 1b или 1c, что демонстрирует влияние на результат вычислений формы горла резонатора. При сравнении полученных собственных частот для моделей 1b и 1c не выявлено существенных различий. Разница в 0,6 Гц находится в пределах погрешности оценки собственной частоты резонаторов данным методом. Таким образом, в данном случае искривленное горло резонатора имеет несколько большую присоединенную длину, чем плоское горло, вследствие чего можно сказать, что на собственную частоту резонатора оказывает влияние не только объем камеры, длина горла и площадь его поперечного сечения, но также и геометрия горла.

3. Концентрические резонаторы Гельмгольца

На втором этапе были рассмотрены концентрические резонаторы Гельмгольца в каналах круглого и квадратного сечений (рис. 2).

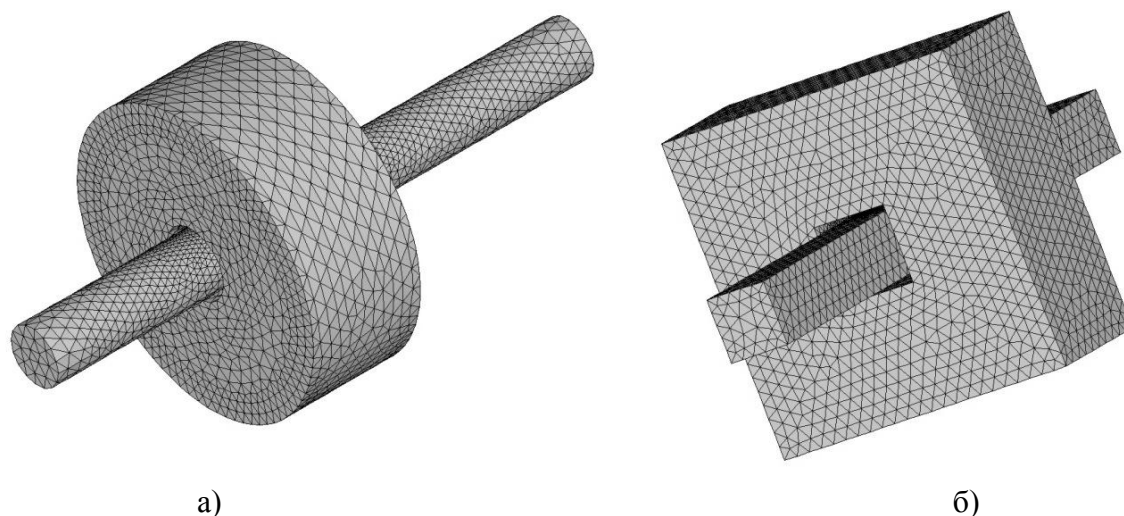


Рис. 2. Модели концентрических резонаторов Гельмгольца в каналах круглого (2а) и квадратного (2б) поперечных сечений.

Горло резонатора было образовано отверстием на стенке канала. Диаметр горла (отверстия) устанавливался одинаковым для обеих моделей, но геометрия горла отличалась, так как в одном случае оно располагалось на цилиндрической поверхности, а в другом на плоской поверхности. Кроме того, в модели 2а с круглым каналом его диаметр был принят равным $d_k = 20$ мм. В модели 2б с квадратным каналом его сторона принималась равной $a = 17,72$ мм, что обеспечивало равную площадь сечения каналов в рассматриваемых моделях. Все остальные параметры: длина горла резонатора (толщина стенки канала), объем и длина камеры резонатора – были одинаковыми. Таким образом, рассматривались две подобные модели резонаторов. Сравнение рассматриваемых моделей проводилось с помощью безразмерного параметра – относительной присоединенной длины горла $\bar{l}_{пр} = l_{пр}/d_0$.

В процессе расчетов оценивалась собственная частота концентрических резонаторов, как частота соответствующая максимуму потерь передачи звука в рассматриваемой системе резонатор-канал. Затем с использованием формулы для собственной частоты резонатора оценивалась присоединенная длина его горла. Далее присоединенной длины горла резонатора определялась для различных значений диаметра горла. При этом длина горла резонаторов была принята равной 2 мм, а диаметр изменялся от 2 до 10 мм.

На рис. 3а для двух рассматриваемых моделей концентрических резонаторов приведены зависимости относительной присоединенной длины горла резонатора от безразмерных параметров d_0/d_k и d_0/a . По представленным зависимостям следует, что в обоих случаях при увеличении диаметра горла резонатора присоединенная длина горла уменьшается, причем для круглого канала эти изменения более существенны, чем для квадратного.

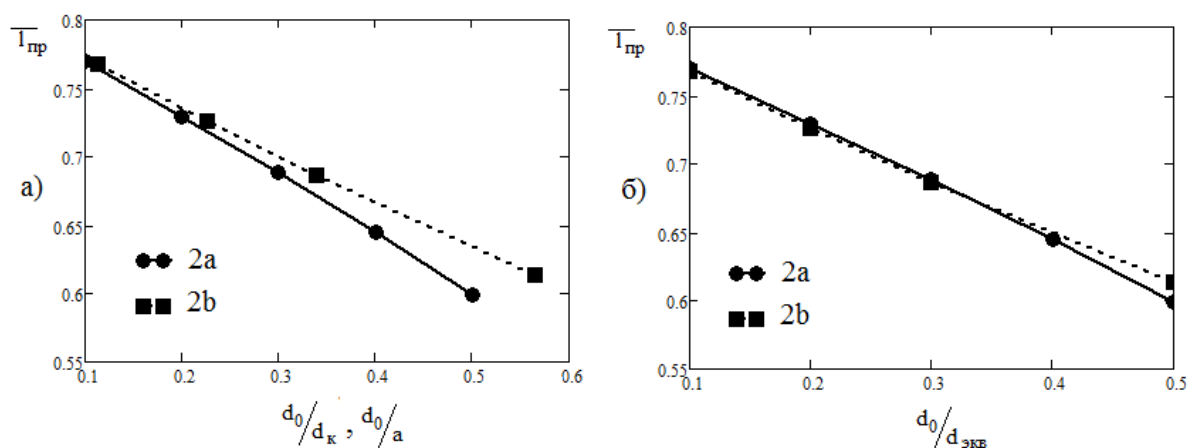


Рис. 3. Зависимость относительной присоединенной длины горла резонатора Гельмгольца от конфигурации резонатора

Вместе с тем, если перестроить полученные графики, используя при нормировке диаметра горла для квадратного канала не его сторону a , а его эквивалентный диаметр $d_{экв} = a\sqrt{2} = 20$ мм, то придем к графикам, представленным на рис. 3б. При этом графики для двух рассматриваемых моделей резонатора практически совпадают для не слишком больших диаметрах горла резонатора ($d_0/d_{экв} < 0,4$). Это результат говорит о том, что для концентрических резонаторов геометрия горла имеет существенно меньшее влияние на его присоединенную длину, что это имело место для торцевого резонатора Гельмгольца. Поэтому присоединенную длину горла в круглом канале можно оценить путем рассмотрения присоединенной длины такого же отверстия на стенке квадратного канала, данные для которого известны [4].

4. Сравнение двух типов резонаторов Гельмгольца

Помимо этого в канале квадратного поперечного сечения были рассмотрены две модели резонатора Гельмгольца с различным его расположением. В одном случае резонатор располагался на боковой стенке канала (рис. 4а), а в другом случае являлся концентрическим (рис. 4б).

В обеих моделях все характерные размеры и геометрические параметры (объем резонатора, диаметр и длина горла) были одинаковыми. При этом в результате расчета собственных частот были получены значения 214,95 и 214,3 Гц для моделей 4а и 4б соответственно, что позволяет говорить о малом влиянии расположения камеры резонатора по отношению к каналу на присоединенную длину его горла.

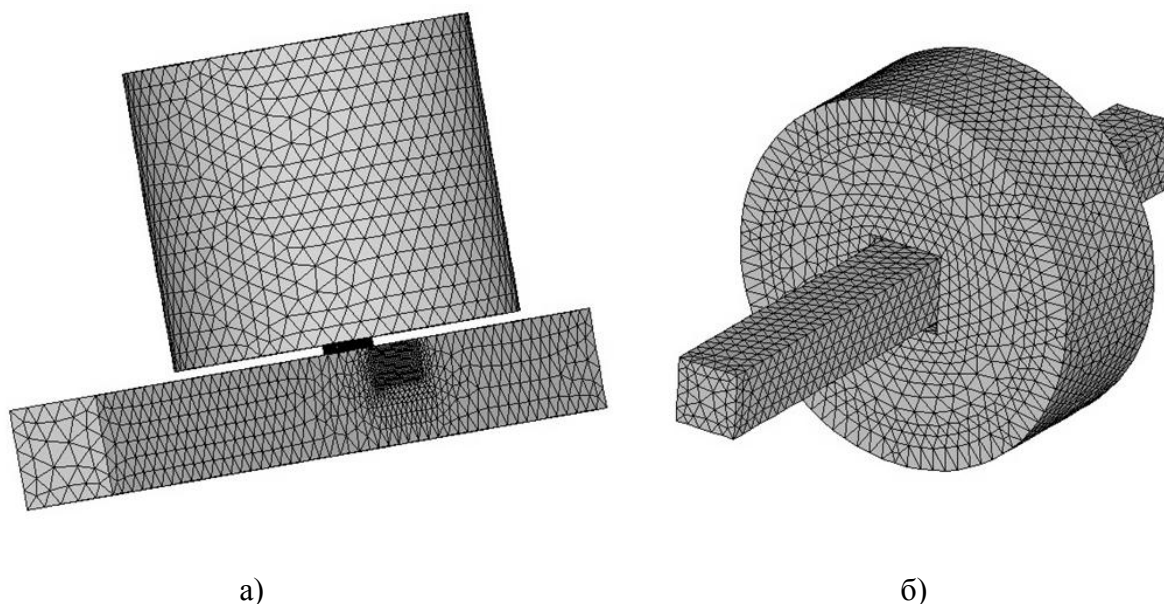


Рис. 4. Две конфигурации резонатора Гельмгольца в канале

Далее при рассмотрении концентрического резонатора Гельмгольца (рис.2а) была исследована зависимость присоединенной длины горла резонатора от диаметра камеры. Рассматривалась расчетная модель с диаметром канала 20 мм, диаметром горла 4 мм, длиной горла 2 мм, длиной резонансной камеры 30 мм. Результаты расчетов представлены на рис. 5 и показывают, что с увеличением диаметра камеры присоединенная длина изменяется все меньше и в конечном итоге приходит к постоянному значению. Это позволяет сделать вывод о том, что чем ближе к горлу расположена стенка камеры резонатора, тем более сильное влияние она оказывает на собственную частоту резонатора. Поэтому для точного ее определения необходимо исключение данного фактора, а именно ограничение минимального расстояния от стенки камеры до горла резонатора. Как следует из представленного на рис. 5 графика, стенка камеры не будет оказывать влияния на присоединенную длину горла при соблюдении условия $D/d > 3$.

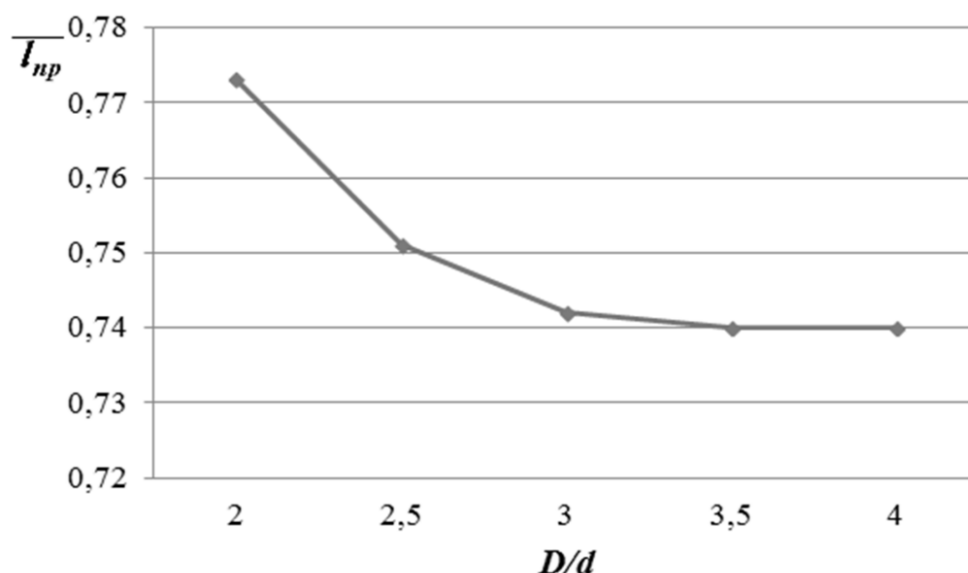


Рис.5. Зависимость относительной присоединенной длины отверстия от диаметра камеры резонатора.

Таким образом, можно сделать следующие выводы:

- На собственную частоту резонатора Гельмгольца оказывает влияние геометрия горла резонатора, в частности для торцевого резонатора с горлом на плоской поверхности собственная частота выше, чем в случае с горлом на криволинейной поверхности; относительно присоединенной длины имеет место обратная зависимость;
- Для резонаторов с горлом, размещенном на стенке канала, в частности концентрических, влияние геометрии горла на собственную частоту незначительно, при этом собственную частоту резонатора как и присоединенную длину горла резонатора следует выражать как функцию отношения диаметров канала и горла резонатора;
- На собственную частоту резонатора Гельмгольца может оказывать влияние близость расположения внутренней стенки камеры к горлу резонатора.

Заключение

Проведенные исследования позволили установить, что форма камеры резонатора оказывает меньшее влияние на собственную частоту резонатора, чем геометрия его горла. Основным параметром, определяющим собственную частоту резонаторов Гельмгольца с одинаковыми геометрическими параметрами, является присоединенная длина горла резонатора. В свою очередь присоединенная длина горла резонатора определяется главным образом отношением диаметра горла резонатора к диаметру канала. Полученные результаты позволяют повысить точность оценки собственной частоты резонаторов Гельмгольца и тем самым дают возможность улучшить качество их акустического проектирования.

Работа поддержана грантом РФФИ (проект № 14-08-007303)

Список литературы

1. Ingard U. On the theory and design of acoustic resonators // The Journal of the Acoustical Society of America. 1953. Vol. 25, no. 6. P. 1037-1061. DOI: [10.1121/1.1907235](https://doi.org/10.1121/1.1907235)
2. Kinsler L.E., Frey A.R. Fundamentals of acoustics. New York: Wiley, 1962. 524 p.
3. Комкин А.И., Миронов М.А., Юдин С.И. О присоединенной длине отверстий // Акустический журнал. 2012. Т. 58, № 6. С. 677-682.
4. Комкин А.И., Миронов М.А., Юдин С.И. Собственная частота резонатора Гельмгольца на стенке прямоугольного канала // Акустический журнал. 2014. Т. 60, № 2. С. 145-151.
5. Ji Z.L. Acoustic length correction of closed cylindrical side-branched tube // Journal of Sound and Vibration. 2005. Vol. 283, no. 3. P. 1180-1186. DOI: [10.1016/j.jsv.2004.06.044](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2004.06.044)
6. Alster M. Improved calculation of resonant frequencies of Helmholtz resonator // Journal of Sound and Vibration. 1972. Vol. 24, no. 1. P. 63-85. DOI: [10.1016/0022-460X\(72\)90123-X](https://doi.org/10.1016/0022-460X(72)90123-X)
7. Tang P.K., Sirignano W.A. Theory of a generalized Helmholtz resonator // Journal of Sound and Vibration. 1973. Vol. 26, no. 2. P. 247-262. DOI: [10.1016/S0022-460X\(73\)80234-2](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(73)80234-2)
8. Panton R.L., Miller J.M. Resonant frequencies of cylindrical Helmholtz resonators // The Journal of the Acoustical Society of America. 1975. Vol. 57, no. 6, pt. 2. P. 1533-1535. DOI: [10.1121/1.380596](https://doi.org/10.1121/1.380596)
9. Chanaud R.C. Effect of geometry on the resonance frequency of Helmholtz resonators // Journal of Sound and Vibration. 1994. Vol. 178, no. 3. P. 337-348. DOI: [10.1006/jsvi.1994.1490](https://doi.org/10.1006/jsvi.1994.1490)
10. Dickey N.S., Selamet A. Helmholtz resonators: one-dimensional limit for small cavity length-to-diameter ratios // Journal of Sound and Vibration. 1996. Vol. 195, no. 3. P. 512-517. DOI: [10.1006/jsvi.1996.0440](https://doi.org/10.1006/jsvi.1996.0440)
11. Chanaud R.C. Effect of geometry on the resonance frequency of Helmholtz resonators, part II // Journal of Sound and Vibration. 1997. Vol. 204, no. 5. P. 829-834. DOI: [10.1006/jsvi.1997.0969](https://doi.org/10.1006/jsvi.1997.0969)
12. Selamet A., Radavich P.M. Circular concentric Helmholtz resonators // The Journal of the Acoustical Society of America. 1997. Vol. 101, no. 1. P. 41-51. DOI: [10.1121/1.417986](https://doi.org/10.1121/1.417986)
13. Лапин А.Д. Сечения рассеяния и поглощения резонатора Гельмгольца в многомодовом волноводе // Акустический журнал. 1999. Т. 45, № 3. С. 376-379.
14. Selamet A., Ji Z.L. Circular asymmetric Helmholtz resonators // The Journal of the Acoustical Society of America. 2000. Vol. 107, no. 5, pt. 1. P. 2360-2369. DOI: [10.1121/1.428622](https://doi.org/10.1121/1.428622)
15. Selamet A., Lee I.-J. Helmholtz resonator with extended neck // The Journal of the Acoustical Society of America. 2003. Vol. 113, no. 4, pt. 1. P. 1975-1985. DOI: [10.1121/1.1558379](https://doi.org/10.1121/1.1558379)
16. Selamet A., Xu M.B., Lee I.-J., Huff N.T. Helmholtz resonator lined with absorbing material // The Journal of the Acoustical Society of America. 2005. Vol. 117, no. 2. P. 725-733. DOI: [10.1121/1.1841571](https://doi.org/10.1121/1.1841571)

17. Ingard U. Noise reduction analysis. Sudbury, Massachusetts: Jones and Bartlett Publishers, 2010. 452 p.

Analysis of Factors Determining the Helmholtz Resonator Eigenfrequency

A.A. Agrafovna^{1,*}, A.I. Komkin¹

* agrafonova_anna@mail.ru

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: channel, a Helmholtz resonator, the eigenfrequency, calculation, finite element method

In this paper the Helmholtz resonator geometry influence on its eigenfrequency is investigated using acoustic calculations. To perform acoustic calculations the finite element method was used. First of all, ANSYS software was used to create a resonator geometry model using finite elements of a certain size and shape. Thus, we used non-uniform partitioning of the model into finite elements. A more detailed partitioning was done in the vicinity of the resonator neck. Then, the resulting configuration was imported in SYSNOISE program to perform acoustic calculations. The calculation results allowed us to determine resonator eigenfrequency and identify dependences of the eigenfrequency on the geometric features of the resonator and of the duct in which it is located.

The work considers the concentric Helmholtz resonators in ducts of circular and square cross-sections, when the neck of the resonator is a hole in the wall of the duct. Then for a duct of square cross-section two Helmholtz resonator models with its different location are considered. In the first model the resonator is located on the sidewall of the duct, and the second resonator is concentric. For a concentric resonator also the relationship between the attached length of the neck resonator and the chamber diameter was studied. Carried out researches have allowed us to establish that the shape of the resonator camera has a smaller effect on the eigenfrequency of the resonator than the geometry of its neck. The main parameter that defines the eigenfrequency of Helmholtz resonators with the same geometrical parameters is the attached length of the neck resonator. In turn, the attached length of the neck resonator is determined, mainly, by the ratio of neck diameter to the diameter of the duct. The obtained results allow us to improve the accuracy of estimating the eigenfrequency of Helmholtz resonators thereby giving an opportunity to improve the quality of their acoustic design.

References

1. Ingard U. On the theory and design of acoustic resonators. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1953, vol. 25, no. 6, pp. 1037-1061. DOI: [10.1121/1.1907235](https://doi.org/10.1121/1.1907235)
2. Kinsler L.E., Frey A.R. *Fundamentals of acoustics*. New York, Wiley, 1962. 524 p.

3. Komkin A.I., Mironov M.A., Yudin S.I. On the attached length of orifices. *Akusticheskiy zhurnal*, 2012, vol. 58, no. 6, pp. 677-682. (English translation: *Acoustical Physics*, 2012, vol. 58, no. 6, pp. 628-632. DOI: [10.1134/S1063771012050090](https://doi.org/10.1134/S1063771012050090)).
4. Komkin A.I., Mironov M.A., Yudin S.I. Eigenfrequency of a Helmholtz resonator at the wall of a rectangular duct. *Akusticheskiy zhurnal*, 2014, vol. 60, no. 2, pp. 145-151. (English translation: *Acoustical Physics*, 2014, vol. 60, no. 2, pp. 142-145. DOI: [10.1134/S1063771014020109](https://doi.org/10.1134/S1063771014020109)).
5. Ji Z.L. Acoustic length correction of closed cylindrical side-branched tube. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, vol. 283, no. 3, pp. 1180-1186. DOI: [10.1016/j.jsv.2004.06.044](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2004.06.044)
6. Alster M. Improved calculation of resonant frequencies of Helmholtz resonator. *Journal of Sound and Vibration*, 1972, vol. 24, no. 1, pp. 63-85. DOI: [10.1016/0022-460X\(72\)90123-X](https://doi.org/10.1016/0022-460X(72)90123-X)
7. Tang P.K., Sirignano W.A. Theory of a generalized Helmholtz resonator. *Journal of Sound and Vibration*, 1973, vol. 26, no. 2, pp. 247-262. DOI: [10.1016/S0022-460X\(73\)80234-2](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(73)80234-2)
8. Panton R.L., Miller J.M. Resonant frequencies of cylindrical Helmholtz resonators. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1975, vol.57, no. 6, pt. 2, pp. 1533-1535. DOI: [10.1121/1.380596](https://doi.org/10.1121/1.380596)
9. Chanaud R.C. Effect of geometry on the resonance frequency of Helmholtz resonators. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, vol. 178, no. 3, pp. 337-348. DOI: [10.1006/jsvi.1994.1490](https://doi.org/10.1006/jsvi.1994.1490)
10. Dickey N.S., Selament A. Helmholtz resonators: one-dimensional limit for small cavity length-to-diameter ratios. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, vol. 195, no. 3, pp. 512-517. DOI: [10.1006/jsvi.1996.0440](https://doi.org/10.1006/jsvi.1996.0440)
11. Chanaud R.C. Effect of geometry on the resonance frequency of Helmholtz resonators, part II. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, vol. 204, no. 5, pp. 829-834. DOI: [10.1006/jsvi.1997.0969](https://doi.org/10.1006/jsvi.1997.0969)
12. Selamet A., Radavich P.M. Circular concentric Helmholtz resonators. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1997, vol. 101, no. 1, pp. 41-51. DOI: [10.1121/1.417986](https://doi.org/10.1121/1.417986)
13. Lapin A.D. Scattering and Absorption Cross-Sections of the Helmholtz Resonator in a Multimode Waveguide. *Akusticheskiy zhurnal*, 1999, vol. 45, no. 3, pp. 376-379. (English translation: *Acoustical Physics*, 1999, vol. 45, no. 3, pp. 332- 335.).
14. Selamet A., Ji Z.L. Circular asymmetric Helmholtz resonators. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2000, vol. 107, no. 5, pt.1, pp. 2360-2369. DOI: [10.1121/1.428622](https://doi.org/10.1121/1.428622)
15. Selamet A., Lee I.-J. Helmholtz resonator with extended neck. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2003, vol. 113, no. 4, pt. 1, pp. 1975-1985. DOI: [10.1121/1.1558379](https://doi.org/10.1121/1.1558379)
16. Selamet A., Xu M.B., Lee I.-J., Huff N.T. Helmholtz resonator lined with absorbing material. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2005, vol. 117, no. 2, pp. 725-733. DOI: [10.1121/1.1841571](https://doi.org/10.1121/1.1841571)
17. Ingard U. *Noise reduction analysis*. Jones and Bartlett Publishers, Sudbury, Massachusetts, 2010. 452 p.