Наука и Образование
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Сетевое научное издание
ISSN 1994-0408

Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 12. С. 607–618.

DOI: **10.7463/1214.0744378**

Представлена в редакцию: 06.11.2014
Исправлена: 05.12.2014

© МГТУ им. Н.Э. Баумана

УДК 621.396

Оптимизация размеров неперестраиваемых согласующих элементов в линиях передачи

Шагаев В. В.[1,*]

*shagaev_vv@rambler.ru

[1]КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, Россия

Рассмотрена задача, в которой допуски размеров согласующих элементов длинной линии определяются из требований, предъявляемых к режиму передачи сигнала. Методика решения задачи основана на выводе соотношений, связывающих параметры согласующих элементов с коэффициентом стоячей волны вблизи режима полного согласования. В качестве примера приведён расчёт допусков размеров согласующих диафрагм индуктивного и емкостного типов в прямоугольном волноводе. Установлено существенное влияние на допуск исходного значения коэффициента стоячей волны в несогласованном волноводе, а также влияние погрешности координаты согласующего элемента. Выполнено сравнение диафрагм индуктивного и емкостного типов.

Ключевые слова: согласование линий передачи, коэффициент стоячей волны, прямоугольный волновод, индуктивная диафрагма

Введение

Одним из способов узкополосного согласования линии передачи является использование компенсирующей неоднородности. При этом относительная проводимость нагрузки $y_{ld} = g + jb$ трансформируется в проводимость, у которой активная и реактивная составляющие имеют значения соответственно $g = 1$ и $b = 0$ [1]. Для реализации такого преобразования неоднородность должна иметь две степени свободы — одна служит для изменения активной части, другая — реактивной. При решении вопросов согласования широко используется графический расчёт, основанный на круговой диаграмме Вольперта-Смита [2]. Управляемыми степенями свободы могут быть координата и проводимость неоднородности. В закрытых линиях передачи положение неоднородности, как правило, фиксировано. В этом случае неоднородность может иметь две управляемые реактивные проводимости (рис. 1), гарантирующие полное согласование. Использование же одной управляемой проводимости (рис. 2) накладывает требование на выбор места её установки.

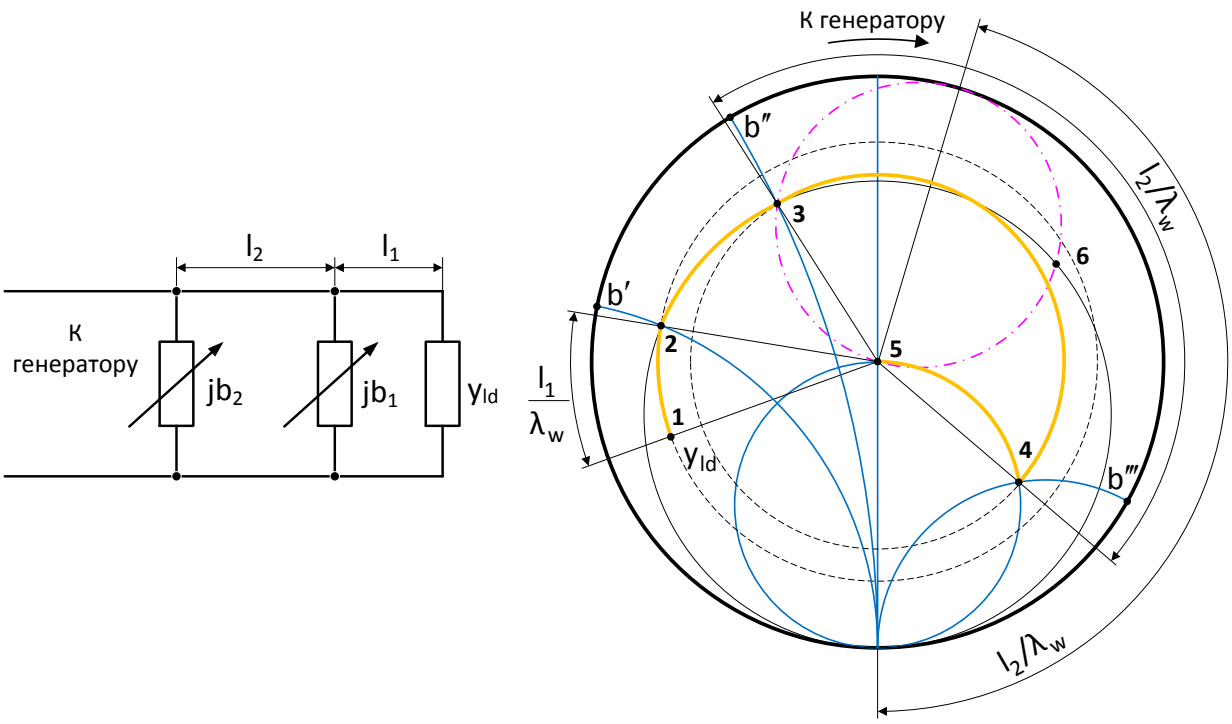


Рис. 1. Согласующая схема с двумя управляемыми проводимостями. Траектория согласования на диаграмме образована дугами, проходящими через точки 1,2-2,3-3,4-4,5 (вместо точки 3 можно использовать точку 6)

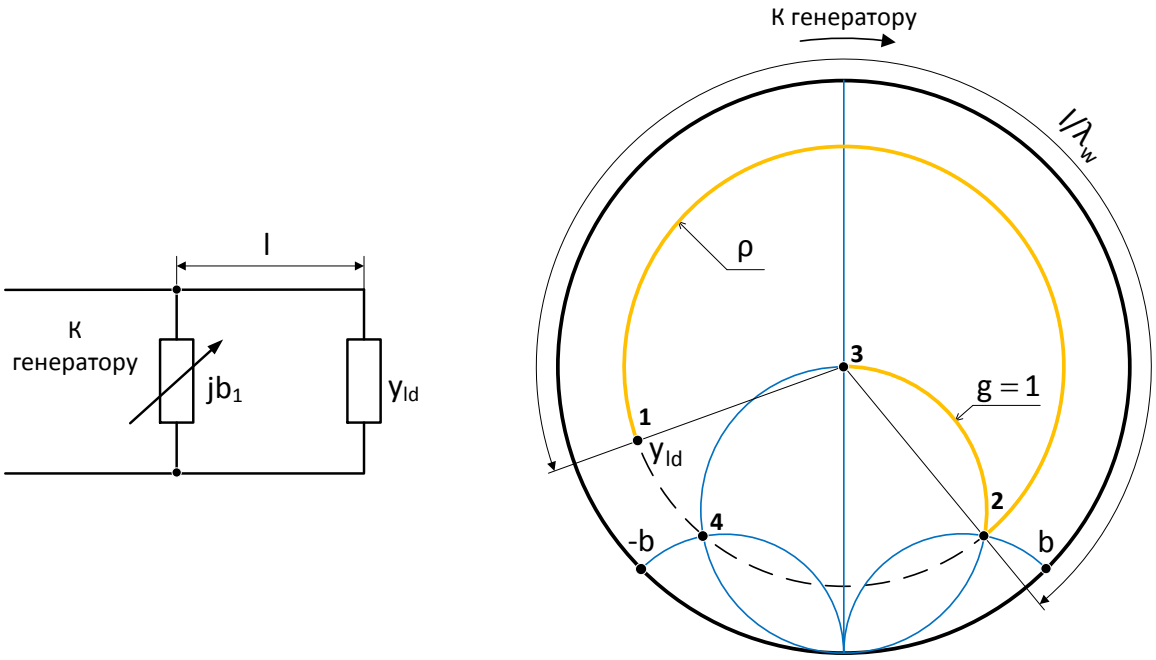


Рис. 2. Согласующая схема с одной управляемой проводимостью. Траектория согласования на диаграмме образована дугами 1,2-2,3 (вместо точки 2 можно использовать точку 4)

В волноводах предпочтение отдают малогабаритным согласующим элементам с фиксированными параметрами — штырям и диафрагмам [3]. Согласование в этом случае достигается выбором размеров элемента и его координаты. На практике параметры обладают

допусками, из-за чего возможно лишь частичное согласование. Графический анализ, приведённый на рис. 3, наглядно демонстрирует влияние допусков на появление в линии передачи стоячей волны. Однако в случаях малого рассогласования более точным будет расчёт, основанный на уравнениях, связывающих параметры стоячей волны с допусками.

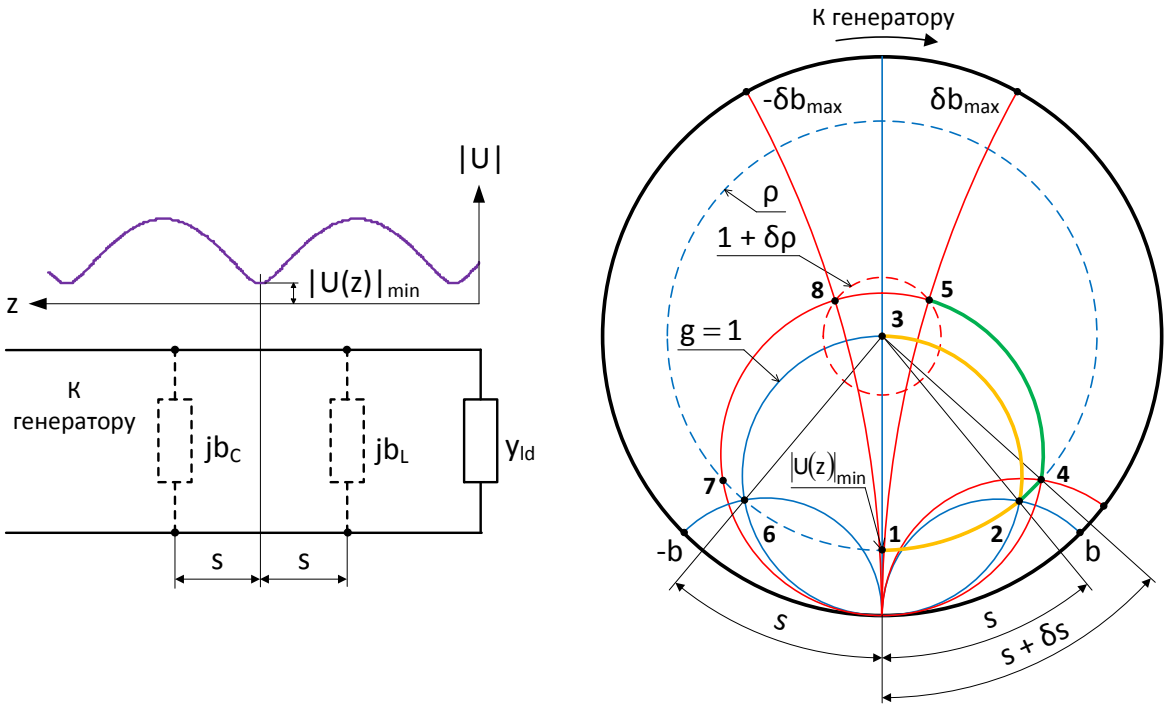


Рис. 3. Согласующая схема с фиксированными параметрами. Траектория согласования на диаграмме начинается от точки минимума амплитуды стоячей волны. Полное согласование достигается на траектории 1,2-2,3. Допуск параметров приводит к изменению траектории — 1,4-4,5 (возможны «зеркально отраженные» траектории, соответственно 1,6-6,3 и 1,7-7,8)

В данной работе развит аналитический подход к анализу характеристик передающей линии вблизи режима согласования. Выведены наиболее общие соотношения, применимые для произвольной передающей линии. Детально рассмотрено использование диафрагмы в прямоугольном волноводе, и обращено внимание на недостаточно исследованные аспекты проблемы согласования.

1. Вывод уравнения для расчёта допусков

Режим работы линии передачи будем характеризовать с помощью коэффициента стоячей волны (КСВ) ρ. Из теории длинных линий известно, что относительная проводимость линии (y) в том сечении, где расположен минимум амплитуды стоячей волны, равна КСВ. Таким образом, в минимуме стоячей волны выполняется равенство:

$$y_{\min} = \rho . \qquad (1)$$

Кроме того, проводимость в сечении, удалённом от сечения с минимумом на расстоя-

ние s, может быть рассчитана по формуле:

$$y = \frac{y_{\min} \pm j\,\mathrm{tg}(ks)}{1 \pm j y_{\min}\mathrm{tg}(ks)}. \qquad (2)$$

Причём, знак «+» соответствует расстоянию, отсчитываемому от минимума по направлению к генератору, а знак «−» — к нагрузке. k — волновое число, связанное с длиной волны в линии λ_w соотношением:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_w}.$$

Выбор места установки согласующей реактивной проводимости и её значение b_m определяется уравнением:

$$\frac{\rho \pm j\,\mathrm{tg}(ks)}{1 \pm j\rho\,\mathrm{tg}(ks)} + jb_m = 1. \qquad (3)$$

Разделяя действительную и мнимую части уравнения, можно заменить его двумя эквивалентными уравнениями с действительными коэффициентами и с двумя искомыми параметрами — s и b_m. Элементарный расчёт приводит к следующим соотношениям:

$$\frac{s}{\lambda_w} = \frac{1}{2\pi}\mathrm{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{\rho}}\right), \qquad (4)$$

$$b_m = \pm\left(\sqrt{\rho} - \frac{1}{\sqrt{\rho}}\right). \qquad (5)$$

Знак «+» перед скобкой в (5) соответствует размещению согласующего элемента между минимумом стоячей волны и генератором, а знак «−» — между минимумом и нагрузкой (рис. 3). Формулы (4), (5) будут использованы в дальнейшем для подстановок.

При отклонении параметров s и b_m от значений, определяемых формулами (4), (5), уравнение (3) не выполняется. В этом случае в сечении с согласующим элементом проводимость будет иметь вид:

$$y = 1 + \delta g + j\delta b. \qquad (6)$$

Причём, для небольших отклонений параметров от оптимальных значений правую часть можно оценить с помощью соотношения:

$$\delta g + j\delta b \approx \frac{\partial y}{\partial(ks)} \cdot [\pm\delta(ks)] + j\delta b_m, \qquad (7)$$

где для расчёта производной используется формула (2) с подстановками (1), (4), (5). В результате добавки к проводимости будут иметь вид:

$$\delta g = \pm\frac{2(1-\rho)}{\sqrt{\rho}}\delta(ks), \qquad (8)$$

$$\delta b = \frac{(1-\rho)^2}{\rho}\delta(ks) + \delta b_m. \qquad (9)$$

Вместе с тем КСВ в линии с согласующим элементом, параметры которого отличаются от оптимальных значений, становится равным $(1+\delta\rho)$. Следующим этапом расчёта бу-

дет установление связи $\delta\rho$ с δg, δb.

Применим соотношение аналогичное (2) к частично согласованной линии, характеризуемой КСВ со значением $(1+\delta\rho)$ и проводимостью вида (6). Место установки согласующего элемента, заданное как расстояние до него от минимума амплитуды стоячей волны, образовавшейся после установки элемента, обозначим r. В результате получим:

$$1+\delta g + j\delta b = \frac{1+\delta\rho \pm j\,\mathrm{tg}(kr)}{1\pm j(1+\delta\rho)\mathrm{tg}(kr)}. \qquad (10)$$

Из (10) следует равенство:

$$\delta g^2 + \delta b^2 = \delta\rho^2 \frac{1+t^2}{1+(1+\delta\rho)^2 t^2}, \qquad (11)$$

где для краткости обозначено $t \equiv \mathrm{tg}(kr)$.

Область значений множителя при $\delta\rho^2$ с учётом, что $0 \le t^2 < \infty$, будет:

$$\frac{1}{(1+\delta\rho)^2} < \frac{1+t^2}{1+(1+\delta\rho)^2 t^2} \le 1.$$

Отсюда следует, что правая часть равенства (11) будет равна $\delta\rho^2$ с относительной погрешностью, не превышающей $\delta\rho(2+\delta\rho)$. Погрешность стремится к нулю, если $\delta\rho \to 0$. Так что для малых значений $\delta\rho$ равенство (11) можно заменить приближенным равенством:

$$\delta g^2 + \delta b^2 \approx \delta\rho^2. \qquad (12)$$

Подставляя сюда выражения (8) и (9), получим окончательно:

$$\delta\rho^2 = \frac{(1-\rho)^2}{\rho}\left[4+\frac{(1-\rho)^2}{\rho}\right][\delta(ks)]^2 + \frac{2(1-\rho)^2}{\rho}\delta(ks)\delta b_m + (\delta b_m)^2. \qquad (13)$$

Данное выражение может служить расчётной основой, связывающей допускаемое отклонение КСВ от единицы ($\delta\rho$) с допусками на координату (δs) и реактивную проводимость согласующего элемента (δb_m). Причём, δb_m можно связать с допусками на размеры, например с помощью соотношения:

$$\delta b_m \approx \frac{\partial b_m}{\partial p_1}\delta p_1 + \frac{\partial b_m}{\partial p_2}\delta p_2 + \ldots, \qquad (14)$$

где $p_1, p_2, \ldots$ совокупность размеров, определяющих проводимость согласующего элемента. При этом зависимость $b_m(p_1, p_2, \ldots)$ может быть получена как из теоретической модели согласующего элемента, так и из экспериментального исследования. Отметим так же, что формула (13) предполагает малое значение $\delta\rho$, так как основана на оценочном равенстве (12). Например, если $\delta\rho \le 0.1$, то погрешность правой части (12) не превышает 20%. Иными словами, на практике соотношение (13) целесообразно применять в тех случаях, когда требуется хорошее согласование. Малые значения $\delta\rho$ достижимы, например, в волноводных линиях передачи.

2. Допуски размеров согласующей диафрагмы в прямоугольном волноводе

Выполним сравнительный анализ диафрагм индуктивного и емкостного типов в прямоугольном волноводе и для волны H_{10} типа. Исходными будут формулы, полученные решением электродинамической задачи с учётом высших типов волн и без учёта толщины диафрагмы. Для индуктивной и емкостной диафрагмы формулы имеют вид:

$$b_L = -\frac{\lambda_w}{a}\left[\frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi d_L}{2a}\right)\sin^2\left(\frac{\pi x_0}{a}\right)} - 1\right], \tag{15}$$

$$b_C = \frac{4h}{\lambda_w}\ln\left[\operatorname{cosec}\left(\frac{\pi d_C}{2h}\right)\operatorname{cosec}\left(\frac{\pi y_0}{h}\right)\right]. \tag{16}$$

Здесь $a \times h$ — размеры сечения волновода; d_L, d_C — ширины окон диафрагм; x_0, y_0 — расстояния от боковых стенок до середин окон (рис. 4).

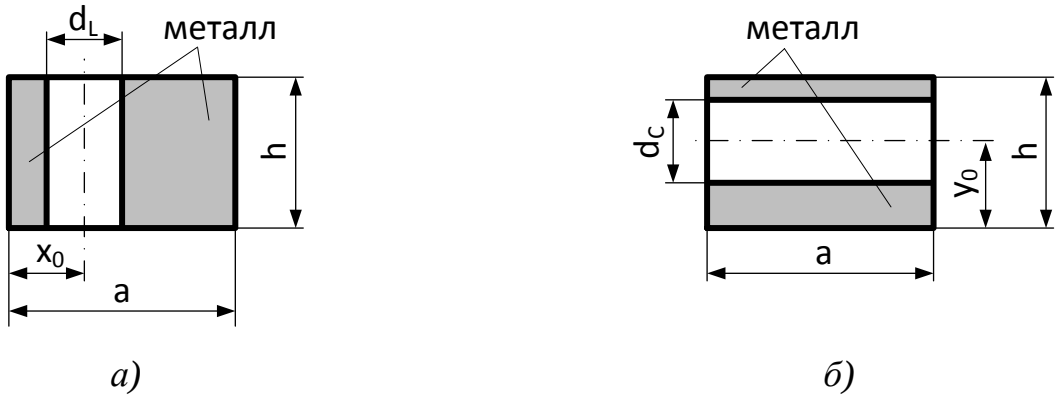


Рис. 4. Диафрагмы в волноводе: а) индуктивная, б) емкостная

Каждая из диафрагм в этой модели характеризуется двумя размерами: (d_L, x_0) — индуктивная и (d_C, y_0) — емкостная. В соответствии с формулой (14) необходимо рассчитать производные $\partial b_L/\partial d_L$, $\partial b_L/\partial x_0$ и $\partial b_C/\partial d_C$, $\partial b_C/\partial y_0$. Рассмотрим наиболее простой случай симметричных диафрагм, когда $x_0 = a/2$ и $y_0 = h/2$. Тогда $\partial b_L/\partial x_0 = 0$ и $\partial b_C/\partial y_0 = 0$. Две оставшиеся производные после несложных алгебраических преобразований можно привести к виду:

$$\frac{\partial b_L}{\partial d_L} = \frac{\pi}{a}\left(\frac{\lambda_w}{a} + \sqrt{\rho} - \frac{1}{\sqrt{\rho}}\right)\sqrt{\frac{a}{\lambda_w}\left(\sqrt{\rho} - \frac{1}{\sqrt{\rho}}\right)}, \tag{17}$$

$$\frac{\partial b_C}{\partial d_C} = -\frac{2\pi}{\lambda_w}\sqrt{\exp\left[\frac{\lambda_w}{2h}\left(\sqrt{\rho} - \frac{1}{\sqrt{\rho}}\right)\right] - 1}\,. \tag{18}$$

При выполнении преобразований было использовано равенство (5) с подстановками в левую часть выражений b_L, b_C из (15), (16).

Следующим шагом расчёта будет подстановка в (13) вместо δb_m выражения $(\partial b_L/\partial d_L)\delta d_L$ в случае индуктивной диафрагмы, либо $(\partial b_C/\partial d_C)\delta d_C$ в случае емкостной. Окончательные формулы имеют вид:

$$\delta\rho^2 = \frac{(2\pi)^2}{\left(\frac{\lambda_w}{a}\right)^2}\frac{(1-\rho)^2}{\rho}\left[4+\frac{(1-\rho)^2}{\rho}\right]\left(\frac{\delta s}{a}\right)^2 +$$
$$+\frac{(2\pi)^2}{\left(\frac{\lambda_w}{a}\right)}\frac{(1-\rho)^2}{\rho}\left(\frac{\lambda_w}{a}+\sqrt{\rho}-\frac{1}{\sqrt{\rho}}\right)\sqrt{\frac{a}{\lambda_w}\left(\sqrt{\rho}-\frac{1}{\sqrt{\rho}}\right)}\cdot\left(\frac{\delta s}{a}\right)\left(\frac{\delta d_L}{a}\right)+ \qquad (19)$$
$$+\frac{\pi^2}{\left(\frac{\lambda_w}{a}\right)}\left(\frac{\lambda_w}{a}+\sqrt{\rho}-\frac{1}{\sqrt{\rho}}\right)^2\left(\sqrt{\rho}-\frac{1}{\sqrt{\rho}}\right)\left(\frac{\delta d_L}{a}\right)^2,$$

$$\delta\rho^2 = \frac{(2\pi)^2}{\left(\frac{\lambda_w}{a}\right)^2}\frac{(1-\rho)^2}{\rho}\left[4+\frac{(1-\rho)^2}{\rho}\right]\left(\frac{\delta s}{a}\right)^2 -$$
$$-\frac{2(2\pi)^2}{\left(\frac{\lambda_w}{a}\right)^2}\frac{(1-\rho)^2}{\rho}\sqrt{\exp\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_w}{a}\right)\left(\frac{a}{h}\right)\left(\sqrt{\rho}-\frac{1}{\sqrt{\rho}}\right)\right]-1}\cdot\left(\frac{\delta s}{a}\right)\left(\frac{\delta d_C}{a}\right)+ \qquad (20)$$
$$+\frac{(2\pi)^2}{\left(\frac{\lambda_w}{a}\right)^2}\left\{\exp\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_w}{a}\right)\left(\frac{a}{h}\right)\left(\sqrt{\rho}-\frac{1}{\sqrt{\rho}}\right)\right]-1\right\}\left(\frac{\delta d_C}{a}\right)^2.$$

Все размеры в формулах даны в отношении к размеру широкой стенки волновода. Для проведения численного расчёта допусков необходимо задать значения λ_w/a, a/h, ρ, $\delta\rho$.

В широко используемых прямоугольных волноводах отношение сторон можно оценить как $a/h \approx 2$. Тогда частотный интервал, в котором существует лишь одна распространяющаяся волна — мода H_{10} типа, будет $c/2a < f < c/a$, где c — скорость света в вакууме. Для численного анализа было выбрано такое значение λ_w/a, для которого соответствующая ему частота совпадала бы с серединой указанного частотного интервала. То есть полагалось $f = 3c/4a$. Отношение λ_w/a для этой частоты можно рассчитать из закона дисперсии волны H_{10} типа. Он имеет вид:

$$(2\pi f)^2 = c^2\left(k^2+\frac{\pi^2}{a^2}\right),$$

где, по-прежнему, $k = 2\pi/\lambda_w$ — волновое число. Подставляя выбранную частоту, найдем $\lambda_w/a = 4/\sqrt{5}$. Именно это значение использовалось в расчётах.

КСВ в несогласованной линии (ρ) и допускаемое отклонение КСВ от единицы после установки согласующего элемента ($\delta\rho$) имели следующие значения: $\rho = 3$, $\rho = 5$ и

$0 \le \delta\rho \le 0.1$. Результаты численного анализа представлены на рис. 5, 6.

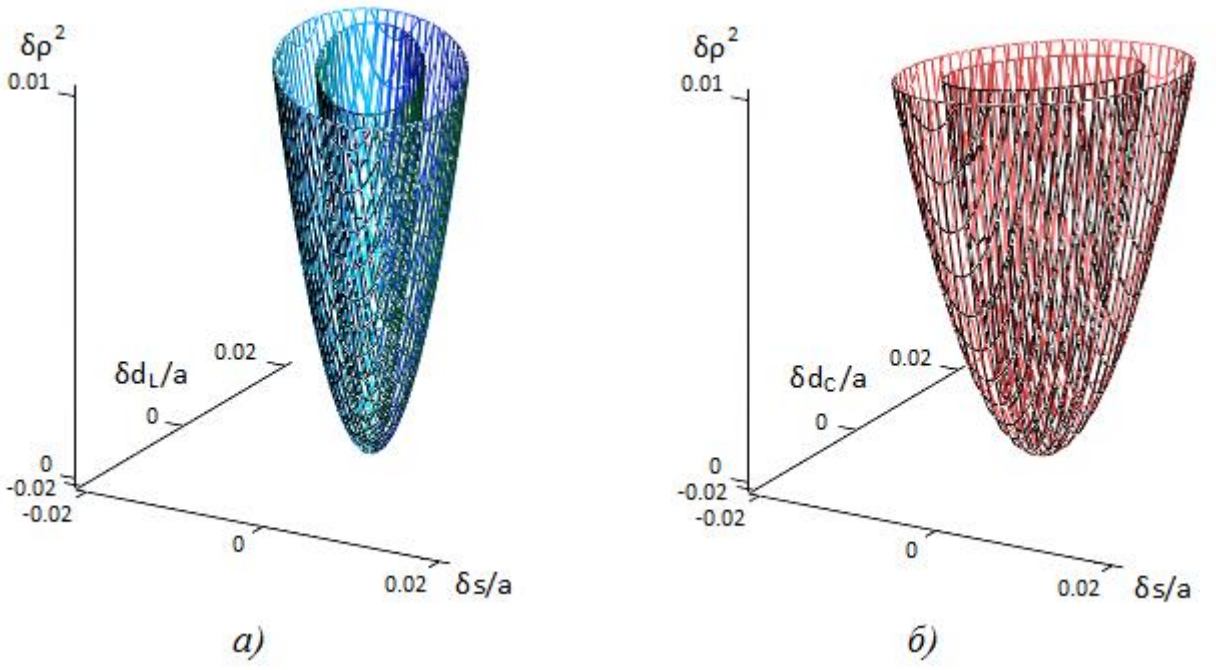


Рис. 5. Поверхности предельных допусков параметров индуктивной (*а*) и емкостной (*б*) диафрагм. Значения КСВ: $\rho = 3$ на внешних поверхностях, $\rho = 5$ — на внутренних.

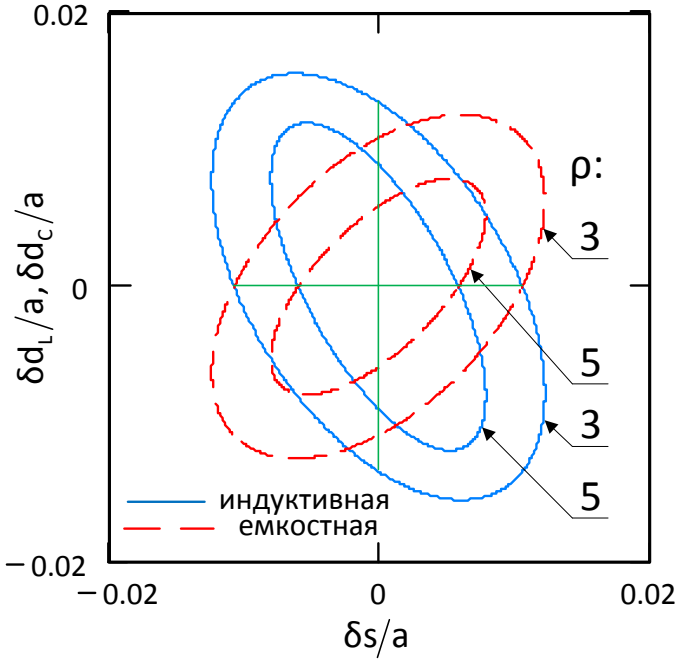


Рис. 6. Области допустимых значений параметров индуктивной и емкостной диафрагм. Допускаемое отклонение КСВ от единичного значения $\delta\rho = 0.1$.

3. Обсуждение результатов

Поверхности, изображенные на рис. 5, представляют собой эллиптические парабо-

лоиды. Значение $\delta\rho^2$ задаёт сечение параболоида, являющееся эллипсом (рис. 6). Допустимые значения $\delta s/a$, $\delta d_L/a$, $\delta d_C/a$ лежат внутри эллипса. Увеличение значения ρ приводит к уменьшению эллипса. Положение и пропорции главных осей эллипсов указывают на то, что допуск координаты диафрагмы влияет на остаточную несогласованность волноводной линии в той же мере, что и допуск ширины окна.

Сравнивая между собой диафрагмы индуктивного и емкостного типов, отметим следующее. В технической литературе можно встретить рекомендацию по предпочтительному использованию емкостной диафрагмы в волноводах с низким уровнем передаваемой мощности. Аргументируется это тем, что емкостная диафрагма по сравнению с индуктивной имеет более слабую зависимость проводимости от ширины окна, и поэтому емкостная диафрагма позволяет более точно обеспечить необходимое для согласования значение проводимости. Действительно, выражения (15), (16) подтверждают именно такой характер зависимостей. Однако корректным будет сравнение, основанное на одинаковом для обеих диафрагм компенсируемом значении КСВ. Иными словами, сравнивать между собой надо производные $\partial b_L/\partial d_L$ и $\partial b_C/\partial d_C$, рассчитанные для одного и того же значения ρ. Размеры окон при этом будут разными. Выражения (17), (18) позволяют выполнить корректное сравнение (рис. 7).

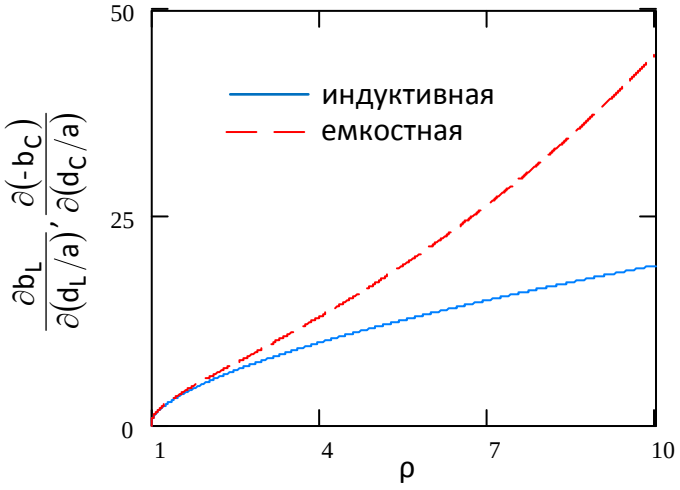


Рис. 7. Сравнительные характеристики проводимостей диафрагм индуктивного и емкостного типов

Из зависимостей, представленных на рис. 7, следует, что для всех значений $\rho > 1$ выполняется неравенство:

$$\frac{\partial b_L}{\partial d_L} < \frac{\partial b_C}{\partial d_C}. \qquad (21)$$

Так что с точки зрения допусков размеров более предпочтительной будет индуктивная диафрагма. В частности, на рис. 6 неравенство (21) проявляется в том, что для одинаковых значений ρ и в сечении с $\delta s/a = 0$ «индуктивный» эллипс имеет бо́льшую ширину,

чем «емкостной». Как следует из зависимостей на рис. 7, такое различие будет особенно существенным для значений $\rho > 10$.

4. Заключение

Выведено уравнение, устанавливающие взаимосвязь между допусками параметров, влияющих на обеспечение согласования линии передачи.

Выполнен численный анализ этого уравнения в случае прямоугольного волновода с симметричными диафрагмами двух типов — индуктивной и емкостной. В частности, установлено, что в координатном пространстве, образованном допуском координаты диафрагмы, допуском ширины её окна и отклонением КСВ от единицы (точнее квадратом этого отклонения), уравнение описывает поверхность второго порядка — эллиптический параболоид.

Сравнительный анализ показал, что согласующее значение проводимости диафрагмы индуктивного типа менее чувствительно к допуску ширины окна, чем значение проводимости емкостной диафрагмы. Причём, данное различие диафрагм становится существенным при больших значениях исходного КСВ.

Список литературы

1. Карлинер М.М. Электродинамика СВЧ. 2-е изд. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2006. 258 с.
2. Курушин А.А. Проектирование СВЧ устройств с использованием электронной диаграммы Смита/ под ред. д.т.н., проф. Б.Л.Когана. М.: Изд-во МЭИ, 2008. 120 с.
3. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ. М.: Высшая школа, 1988. 432 с.

Science & Education of the Bauman MSTU
Electronic journal
ISSN 1994-0408

Science and Education of the Bauman MSTU, 2014, no. 12, pp. 607–618.

DOI: **10.7463/1214.0744378**

Received: 06.11.2014
Revised: 05.12.2014

© Bauman Moscow State Technical Unversity

Optimizing Untunable Matching Elements Sizes in the Transmission Lines

V.V. Shagaev[1,*]

* shagaev_vv@rambler.ru

[1]Kaluga Branch of Bauman Moscow State Technical University, Kaluga, Russia

Keywords: matching of transmission lines, standing wave ratio, rectangular waveguide, inductive diaphragm

A task is set to determine dimensional tolerances of matching elements of a long line to meet requirements for transmission signal mode. The line is characterized by the standing wave ratio (SWR) while the matching element is characterized by the reactive conductivity. In full matching SWR is equal to unit. Changing conductivity of an element leads to SWR change. An approximate relationship between these changes in vicinity of full matching mode is derived. The approximation error is estimated. At the same time, the matching element design and dimensions define its conductivity. Therefore a SWR deviation from the unit can be expressed through the dimensional tolerances. The appropriate calculation is performed for a rectangular waveguide with a diaphragm as a matching element. Symmetric diaphragms of inductive and capacitor types are considered. Such diaphragms contain only one varied size, i.e. window width. Besides, an important condition for matching is the choice of a point where the matching element is installed in the line. Therefore a variation of the diaphragm coordinate in the waveguide also was taken into account. The paper derives a relationship of the SWR deviation from the unit with dimensional tolerance of window and error of coordinate. Relation analysis showed that the limiting values of tolerance and error drastically depend both on the initial value of SWR before matching, and on its final value after the installation of matching diaphragm. Both types of diaphragms are compared with each other. It is found that the inductive diaphragm is characterized by a greater dimensional tolerance of window than the capacitive one. The results of the work can be used in designing the microwave lines with high requirements for matching.

References

1. Karliner M.M. *Elektrodinamika SVCh* [Microwave electrodynamics]. Novosibirsk, NGU Publ., 2006. 258 p. (in Russian).

2. Kurushin A.A. *Proektirovanie SVCh ustroystv s ispol'zovaniem elektronnoy diagrammy Smita* [Design of microwave devices using electronic Smith chart]. Moscow, MPEI Publ., 2008. 120 p. (in Russian).
3. Sazonov D.M. *Antenny i ustroystva SVCh* [Antennas and microwave devices]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1988. 432 p. (in Russian).