Наука и Образование
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Сетевое научное издание
ISSN 1994-0408

Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 12. С. 124–135.

DOI: **10.7463/1214.0745856**

Представлена в редакцию: 10.12.2014

© МГТУ им. Н.Э. Баумана

УДК 621.91

Определение силы резания для криволинейного сечения срезаемого слоя

Мелкерис Т. В.[1], **Виноградов Д. В.**[1,*]

*vdv2010@bk.ru

[1]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Показано, что в настоящее время отсутствуют методики расчета силы резания при сечении срезаемого слоя, ограниченного кривыми. Разработана методика расчета силы резания при криволинейном сечении срезаемого слоя. Выполнены расчеты силы на примере фрезерования фрезой с криволинейной режущей кромкой. Предложены упрощенные способы расчета силы резания при криволинейном сечении срезаемого слоя, основанные на различных способах разбиения сечения срезаемого слоя на участки. Проведена оценка точности упрощенных расчетов. Представлены рекомендации по применимости упрощенных способов расчета силы резания.

Ключевые слова: сила резания, сечение срезаемого слоя, черновые концевые фрезы, фрезы с волнистой режущей кромкой

Введение

В современном машиностроении все шире используются фрезы с криволинейной режущей кромкой. При работе такая фреза срезает слой, в сечении представляющий собой криволинейный многоугольник [1], обычно ограниченный четырьмя кривыми (рис. 1). При этом толщина сечения срезаемого слоя *a* различна для разных точек режущей кромки.

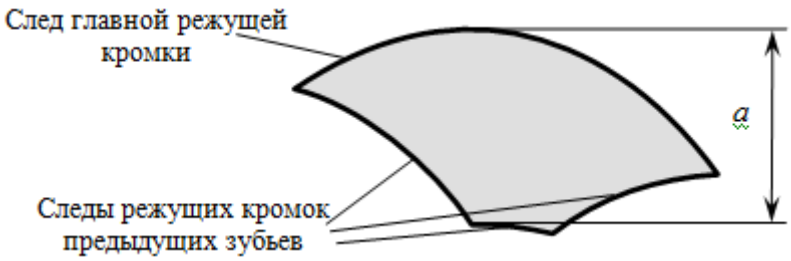

Рис. 1. Криволинейное сечение срезаемого слоя

Для расчета силы резания предложено большое число аналитических и эмпирических зависимостей. В результате анализа литературных источников, рассматривающих вопрос определения силы резания, выявлены недостатки, которые не позволяют приме-

нять их для определения силы резания при криволинейном сечении срезаемого слоя (ССС). В частности, в работе [2] силу резания рассчитывают по физико-механическим свойствам обрабатываемого материала, геометрическим параметрам инструмента, ширине и толщине ССС, полагая ее неизменной.

Расчет компонентов тензоров напряжений и деформаций, контактных напряжений на поверхностях режущего клина и силы резания при различных видах обработки резанием, включая фрезерование, выполненный в работах [3, 4] основан на анализе напряженного и деформированного состояния срезаемого слоя. Однако авторы использовали осредненные значения толщины ССС. Этот же недостаток можно отметить и в работе [5].

Справочник технолога-машиностроителя [6] для расчета силы резания предлагает использовать формулу $P_z = \frac{C_P t^x S_z^y B^u z}{D^q n^w} K_{mp}$, где t и S_z – глубина резания и подача на зуб соответственно; B – ширина фрезерования; D и z – диаметр и количество зубьев фрезы соответственно; n – частота вращения фрезы; C_p, x, y, u, q, w, K_{mp} – коэффициенты. Эта формула выведена из выражения, описывающего скорость удаления объема материала с заготовки, и никак не учитывает форму и размеры сечения срезаемого слоя.

Справочник по режимам резания металлов [7] предлагает рассчитывать силу резания при фрезеровании через мощность фрезерования и объем срезаемого слоя в минуту Q, определяемого без учета толщины срезаемого слоя: $Q = \frac{t B S_z n z}{1000}$.

Авторы [8] определяли силу резания методом конечных элементов с учетом формы и размеров сечения срезаемого слоя, но для строгания, а не фрезерования.

В работах [9, 10] предлагается рассчитывать касательную составляющую силы резания при фрезеровании по формуле $P = k_c b a_{ср}$, где k_c – удельная сила резания (сила срезания слоя площадью 1 мм^2); b – ширина срезаемого слоя; $a_{ср}$ – средняя (по длине контакта зуба фрезы с заготовкой) толщина срезаемого слоя. При этом форма сечения и, следовательно, переменность толщины срезаемого слоя не учитывается.

Таким образом, литературный обзор не позволил выявить аналитические зависимости расчета силы резания, учитывающие криволинейность границ ССС и, как следствие, неравномерность толщины срезаемого слоя, поэтому разработка методики и аналитических зависимостей определения силы резания для криволинейного ССС является актуальной.

1. Определение силы резания для криволинейного сечения срезаемого слоя

В качестве модельного объекта для разработки метода расчета силы резания при срезании криволинейного сечения была использована фреза с волнистой режущей кромкой [1] *Preci Tool* 166205 (диаметр фрезы d = 10 мм; количество зубьев z = 4; угол подъема

винтовой линии зуба ω = 30°) фирмы *Sandvik*. При резании этой фрезой с шириной фрезерования $d/2$ и подачей на зуб S_z = 0,042 мм/зуб образуется криволинейное ССС, ограниченное четырьмя кривыми (рис. 2).

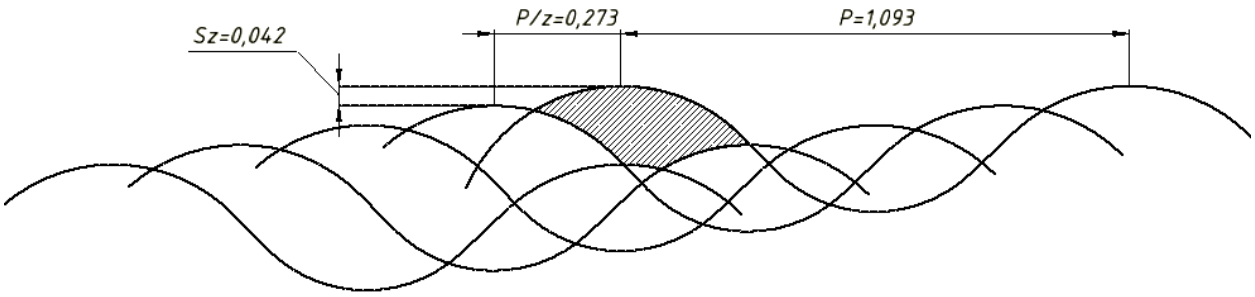

Рис. 2. Схема образования сечения срезаемого слоя фрезой Preci Tool 166205

Для расчета силы резания необходимо разделить ССС на единичные участки так, чтобы линии границ участков были перпендикулярны следу режущей кромки.

Выполнение этого требования для криволинейного ССС привело к его разбиению на секторы, ограниченные с двух сторон кривыми линиями, а с двух других сторон – сходящимися прямыми (рис. 3).

Рис. 3. Схема разбиения сечения срезаемого слоя на единичные участки

Сила срезания сечения криволинейной формы P можно считать суммой сил, возникающих при срезании единичных участков сечения: $P = \sum_{i=1}^{n} P_i$, где n – число участков; P_i – сила резания на i-м участке. Для расчета силы срезания i -го участка сечения P_i воспользуемся формулой: $P_i = A_i \frac{k_{c1.1}}{a_i^m}$, где A_i – площадь i-го участка; a_i – толщина ССС на i-м участке; $k_{c1.1}$ – удельная сила резания (сила срезания сечения размером 1×1 мм, для стали $k_{c1.1}$ = 2000 Н/мм^2); m – коэффициент (для стали m = 0,26) [9].

При большом числе участков разбиения толщину ССС в пределах участка можно считать неизменной. Однако при ограниченном числе участков толщина в пределах одного участка будет переменной. Среднюю толщину ССС на i-м участке a_i можно рассчитать по

площади участка A_i: $a_i = \frac{A_i}{b_i}$, а ширину b_i – как среднее значение ширины участка: $b_i = \frac{b_{1i} + b_{2i}}{2}$, где b_{1i} – длина хорды основания криволинейного сектора; b_{2i} – длина отрезка, соединяющего границы участка и проведенного так, чтобы линия, ограничивающая сечение срезаемого слоя, делила его пополам (рис. 4). (Такой способ проведения линии b_2 вызван необходимостью обеспечения равенства треугольников *kme* и *kpr*.) Площади единичных участков измеряли в *CAD*-программе *Inventor*.

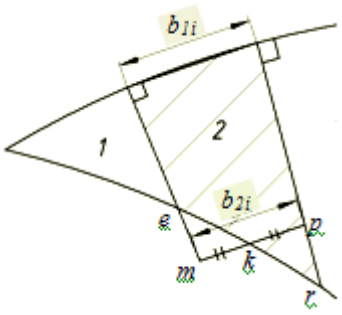

Рис. 4. Схема определения ширины срезаемого слоя для участка сечения

При этом сила резания определяется по формуле:

$$P = \sum_{i=1}^{n} A_i \frac{k_{c1.1}}{a_i^m} = \sum_{i=1}^{n} k_{c1.1} A_i^{1-m} \left(\frac{b_{1i} + b_{2i}}{2} \right)^m \qquad (1)$$

Расчет силы резания при разбиении сечения срезаемого слоя на 1, 10, 20, 30 и 40 участков позволил построить зависимость силы резания P от числа участков n (рис. 5). Из рисунка видно, что сила резания несколько уменьшается при увеличении числа участков, а затем стабилизируется на уровне 160,5 Н (при n = 40). Это можно считать действительной силой резания, возникающей при срезании криволинейного сечения.

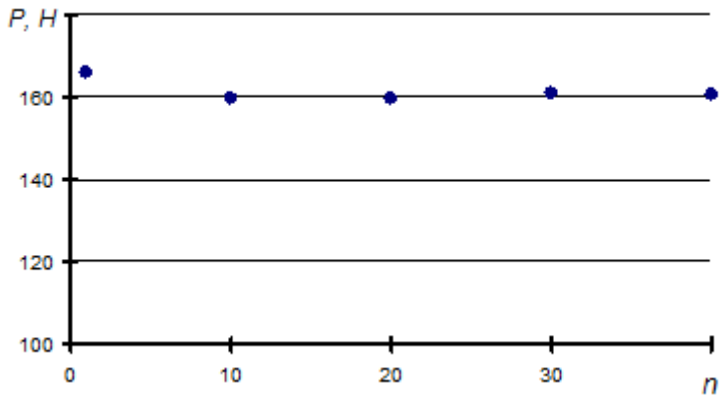

Рис. 5. Сила резания P в зависимости от количества участков разбиения n

2. Упрощенный способ расчета силы резания при разбиении сечения срезаемого слоя на трапеции

Описанный способ расчета силы резания при криволинейном ССС является точным, но трудоемким и плохо поддающимся автоматизации, так как измерение площади участков сечения производится вручную. Упрощения и ускорения расчетов можно добиться, введя в модель некоторые упрощения. Одним из них является представление участка сечения в виде трапеции (рис. 6), а не криволинейного сектора.

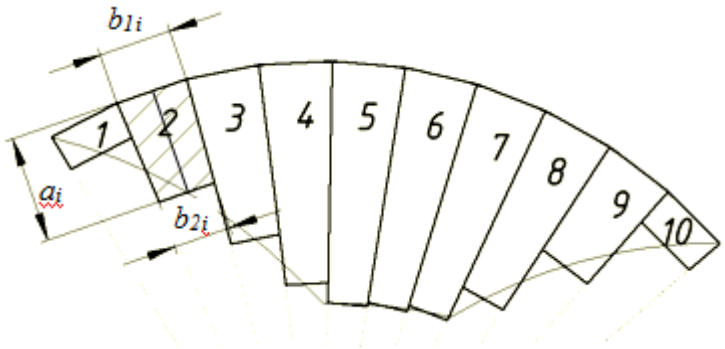

Рис. 6. Схема разбиения сечения срезаемого слоя на трапеции

Основаниями трапеции являются хорда, соединяющая крайние на этом участке точки режущей кромки, и отрезок, параллельный хорде и проведенный через середину линии, ограничивающей сечение срезаемого слоя. Сторонами трапеции являются линии границ участков, перпендикулярные режущей кромке в данных точках. При таком построении трапеции ее высота определяется измерениями, а площадь участка A_i – по формуле: $A_i = \frac{b_{1i} + b_{2i}}{2} a_i$.

Сила резания при разбиении криволинейного ССС трапециями была рассчитана для n, равного 1, 10, 20, 30 и 40, по формуле

$$P = \sum_{i=1}^{n} A_i \frac{k_{c1.1}}{a_i^m} = \sum_{i=1}^{n} k_{c1.1} \frac{b_{1i} + b_{2i}}{2} a_i \frac{k_{c1.1}}{a_i^m} = \sum_{i=1}^{n} k_{c1.1} \frac{b_{1i} + b_{2i}}{2} a_i^{1-m} . \quad (2)$$

Расчет позволил построить зависимость силы резания от числа участков (рис. 7) и сравнить ее с силой резания, полученной по формуле (1).

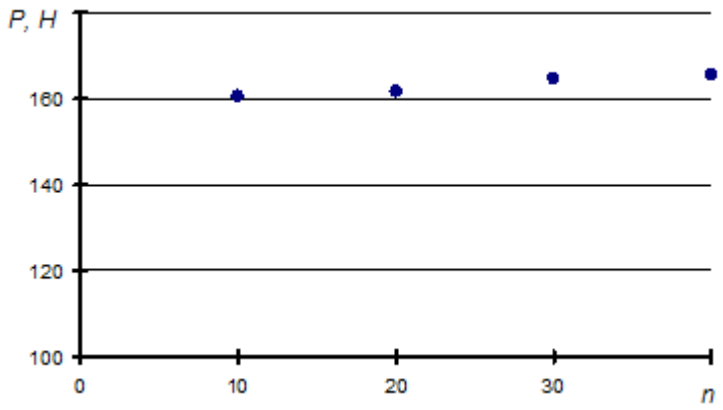

Рис. 7. Сила резания P, рассчитанная при разбиении ССС на трапеции, в зависимости от количества участков разбиения n

Из рисунка видно, что сила резания при увеличении числа участков увеличивается и стремится к значению 165,5 Н (при $n = 40$). Погрешность расчета силы резания при замене криволинейных секторов трапециями составляет 3,1 %. Такая погрешность позволяет утверждать, что для инженерных расчетов допустимо производить указанное упрощение.

3. Упрощенный способ расчета силы резания при радиальном разбиении сечения срезаемого слоя

Способы расчета силы резания, описанные выше, требуют определения высоты трапеции или площади участка, что для криволинейного ССС представляет большие трудности. Поэтому имеет смысл рассмотреть разбиение сечения линиями, расположенными радиально (перпендикулярно оси фрезы) (рис. 8). При этом расчет силы резания значительно упрощается.

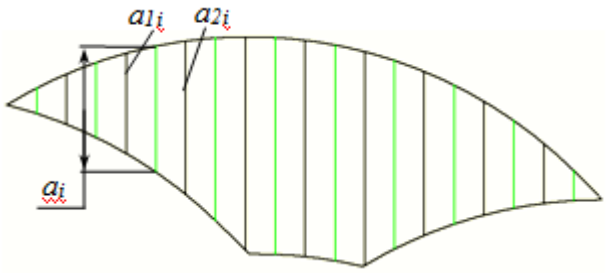

Рис. 8. Схема радиального разбиения сечения срезаемого слоя

При радиальном разбиении толщину срезаемого слоя a_i можно найти двумя способами: 1) как длину отрезка, соединяющего середины кривых, ограничивающих ССС, и 2) как среднее значение между длинами границ участков $a_i = \frac{a_{1i} + a_{2i}}{2}$.

Сила резания при такой модели определяется по формуле

$$P = \sum_{i=1}^{n} A_i \frac{k_{c1.1}}{a_i^m} = \sum_{i=1}^{n} k_{c1.1} b_i a_i \frac{k_{c1.1}}{a_i^m} = \sum_{i=1}^{n} k_{c1.1} b_i a_i^{1-m} . \quad (3)$$

Для обоих способов определения a_i при разбиении на 10, 20, 30, 40 участков были рассчитаны силы резания и построены зависимости силы от числа участков (рис. 9).

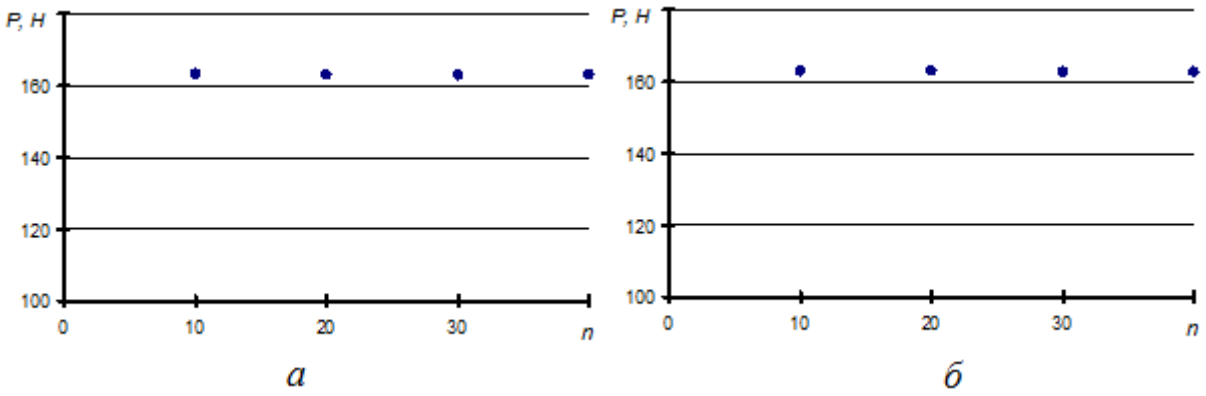

Рис. 9. Зависимость силы резания P, рассчитанной для радиального разбиения, от количества участков разбиения n при способе 1 (*а*), и способе 2 (б) определения a_i

Сила резания, рассчитанная при a_i, определенному по способу 1, составила 162,9 Н, а по способу 2 – 162,7 Н (оба – при n = 40). В обоих случаях сила резания практически не зависит от числа участков разбиения (изменение значений силы не превышало 0,2 %). Погрешность определения силы резания при радиальном разбиение составляет 2,4 Н (1,5 %), что позволяет сделать вывод о возможности использования радиального разбиения для расчета силы резания при криволинейном ССС.

4. Укрупненный способ расчета силы резания

Описанные способы расчета силы резания отличаются высокой точностью, но достаточно большой трудоемкостью построений, измерений и вычислений. Для укрупненных расчетов возможно применение других расчетных моделей, использующих средние значения толщины срезаемого слоя $a_{ср}$, определенная без разбиения ССС на участки. При этом формула для расчета силы резания примет вид: $P = k_{c1.1} \frac{A}{a_{ср}^m}$.

Среднее значение толщины срезаемого слоя может быть получено различными способами (рис.10):

- как отношение площади ССС A к ширине срезаемого слоя b: $a_{ср} = \frac{A}{b}$;

- как отношение площади ССС A к длине режущей кромки $b_д$: $a_{ср} = \frac{A}{b_д}$.

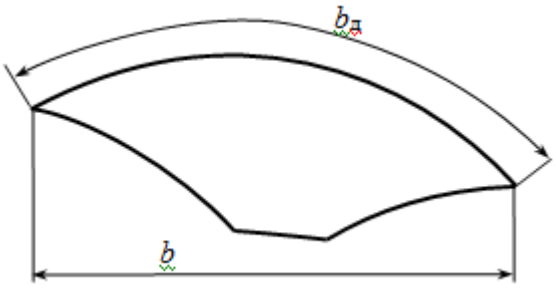

Рис. 10. Схема для укрупненного расчета средней толщины ССС

При таких упрощениях сила резания может быть определена по формулам: $P = k_{c1.1} A^{1-m} b^m$ и $P = k_{c1.1} A^{1-m} b_д^m$, что составляет 168,3 Н и 172 Н для первого и второго способа расчета соответственно. Эти результаты дают погрешность вычисления силы резания 5 % и 7 %, что позволяет рекомендовать такие расчеты только в качестве укрупненных, предварительных.

Заключение

Обобщая полученные результаты можно сделать следующие выводы:

1. Расчет силы резания при криволинейном сечении срезаемого слоя возможно проводить по упрощенным методикам с точностью 5-7% по ширине ССС.

2. Расчет силы резания с большой степенью достоверности (1,5;%)можно проводить при радиальном разбиении сечения срезаемого слоя.

3. Указанные выводы следует проверить для криволинейных сечений других форм и размеров.

Список литературы

1. Потапова М.С., Виноградов Д.В. Обзор фрез с криволинейной режущей кромкой // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 11. С. 21-33. DOI: 10.7463/1114.0740472
2. Воронцов А.Л., Султан-заде Н.М., Албагичев А.Ю. Разработка новой теории резания. 5. Определение кинематического, напряженного и деформированного состояния обрабатываемой заготовки // Вестник машиностроения. 2008. № 5. С. 61-69.
3. Воронцов А.Л., Султан-заде Н.М., Албагичев А.Ю. Разработка новой теории резания. 11. Расчет параметров цилиндрического фрезерования // Вестник машиностроения. 2008. № 10. С. 73-79.
4. Воронцов А.Л., Султан-заде Н.М., Албагичев А.Ю. Разработка новой теории резания. 12. Расчет параметров фасонного фрезерования // Вестник машиностроения. 2008. № 11. С. 75-78.

5. Грубый С.В., Лапшин В.В. Анализ процесса, заточка и испытания резцов из нитрида бора // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. № 9. С. 83-104. DOI: 10.7463/0913.0598355
6. Справочник технолога-машиностроителя. В 2 т. Т.2 / под ред. А.М. Дальского, А.Г. Суслова, А.Г. Косиловой, Р.К. Мещерякова. 5-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение-1, 2001. 944 с.
7. Барановский Ю.В., Брахман Л.А., Гдалевич А.И. Режимы резания металлов: Справочник / под. ред. А.Д. Корчемкина. М.: НИИТавтопром, 1995. 456 с.
8. Щуров И.А., Болдырев И.С. Расчет сил резания методом конечных элементов // СТИН. 2004. № 1. С. 19-21.
9. GARANT. Machining Handbook [Справочник по обработке резанием]. Режим доступа: http://www.hoffmann-group.com/int/garant/services/machining-handbook.html (дата обращения 01.11.2014).
10. Ящерицын П.И., Фельдштейн Е.Э., Корниевич М.А. Теория резания: учебник для вузов. 2-е изд., испр. и доп. Минск: Новое знание, 2006. 512 с. (Сер. Техническое образование).

Science & Education of the Bauman MSTU
Electronic journal
ISSN 1994-0408

Science and Education of the Bauman MSTU, 2014, no. 12, pp. 124–135.

DOI: **10.7463/1214.0745856**

Received: 10.12.2014

© Bauman Moscow State Technical Unversity

Determining a Cutting Force for Curved Section of Cutting Layer

T.V. Melceris[1], D.V. Vinogradov[1,*] *vdv2010@bk.ru

[1]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: cutting force, chip load, rough end mill, wavy cutting edge, serrated cutting edge

Now curved cutting edge mills are widely used. A section of the cutting layer (chip load), when using such mill, is a curvilinear polygon, usually, limited to four curves. Thus, a size of the taken chip is various for different points of the cutting edge. There are a lot of analytical and empirical relationships to calculate a cutting force. However, they cannot be used for this purpose with a variable chip load thickness.

The Sandvik company wavy cutting edge mill *Preci Tool* 166205 (a mill diameter d = 10 mm; the teeth number z = 4) with the milling width d/2 and feed per tooth S_z = 0.042 mm/tooth was used as a model object. To calculate a cutting force the formula $P = A\frac{k_{c1.1}}{a^m}$ was used where A, a are the chip load area and thickness; $k_{c1.1}$ is the specific cutting force (for steel $k_{c1.1}$ =2000 N/mm^2); m is coefficient (for steel m = 0.26).

For calculating a cutting force in case of the curved chip load four techniques were used. They were distinguished by a way of splitting the chip load into sectors and defining its thickness.

1. Splitting the chip load into the sectors, which are limited on two sides to curves, and on two other sides to converging straight lines, perpendicular to a trace of the cutting edge, allowed to calculate theoretically correct cutting force. It is shown that with increasing number of splitting sectors a cutting force a little decreases, and then is stabilized at the level of 160.5 N. This value can be considered to be the valid cutting force arising when there is a curved chip load.

2. When splitting the chip load into trapezes a cutting force increases with increasing number of splitting segments and tends to the value of 165.5 N. Replacing the curved sectors with trapezes enables an error in cutting force calculation to be 3.1%. Such error allows us to claim that for engineering calculations it is admissible to make the specified simplification.

3. For simplification of measurements and calculations of cutting force it was offered to make splitting the chip load by the lines located radially with respect to the mill (perpendicular

to the mill axis). The cutting force calculated for such way of splitting essentially does not depend on the number splitting segments (change of force values was at most 0.2%). An error of determined cutting force thus is 1.5% that allows us to draw a conclusion that radial splitting can be used for calculation of cutting force with curved chip load.

4. The integrated calculation of cutting force for the chip load area and width or a trace length of the cutting edge give an error rate of 5 and 7% (168,3 N and 172 N), respectively, that allows to recommend such calculations only as integrated, preliminary.

References

1. Potapova M.S., Vinogradov D.V. Overview of Curved Cutting Edge Mills. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2014, no. 11, pp. 21-33. DOI: 10.7463/1114.0740472 (in Russian).
2. Vorontsov A.L., Sultan-zade N.M., Albagichev A.Yu. Development of a new theory of cutting 5. Determining the kinematic, stress, and strain states of the blank. *Vestnik mashinostroeniya*, 2008, no. 5, pp. 61-69. (English translation: *Russian Engineering Research*, 2008, vol. 28, no. 5, pp. 461-471. DOI: 10.3103/S1068798X08050134).
3. Vorontsov A.L., Sultan-zade N.M., Albagichev A.Yu. Development of a new cutting theory. 11. Calculation parameters of a peripheral milling. *Vestnik mashinostroeniya*, 2008, no. 10, pp. 73-79. (English translation: *Russian Engineering Research*, 2008, vol. 28, no. 10, pp. 987-993. DOI: 10.3103/S1068798X08100158).
4. Vorontsov A.L., Sultan-zade N.M., Albagichev A.Yu. Development of a new theory of cutting 12. Calculation of complex-milling parameters. *Vestnik mashinostroeniya*, 2008, no. 11, pp. 75-78. (English translation: *Russian Engineering Research*, 2008, vol. 28, no. 11, pp. 1104-1108. DOI: 10.3103/S1068798X08110166).
5. Grubyy S.V., Lapshin V.V. Process analysis, sharpening and testing of cutters made of boron nitride. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2013, no. 9, pp. 83-104. DOI: 10.7463/0913.0598355 (in Russian).
6. Dal'skiy F.V., Suslov A.G., Kosilova A.G., Meshcheryakov R.K., eds. *Spravochnik tekhnologa-mashinostroitelya. V 2 t. T. 2* [Handbook of technologist-mechanician. In 2 vols. Vol. 2]. Moscow, Mashinostroenie-1 Publ., 2001. 944 p. (in Russian).
7. Baranovskiy Yu.V., Brakhman L.A., Gdalevich A.I. *Rezhimy rezaniya metallov: Spravochnik* [Metal cutting modes: Handbook]. Moscow, NIITavtoprom Publ., 1995. 456 p. (in Russian).
8. Shchurov I.A., Boldyrev I.S. Calculation of cutting forces by finite element method. *STIN*, 2004, no. 1, pp. 19-21. (in Russian).
9. GARANT. Machining Handbook. Available at: http://www.hoffmann-group.com/int/garant/services/machining-handbook.html , accessed 01.11.2014.

10. Yashcheritsyn P.I., Fel'dshteyn E.E., Kornievich M.A. *Teoriya rezaniya* [The cutting theory]. Minsk, Novoe znanie Publ., 2006. 512 p. (Ser. *Tekhnicheskoe obrazovanie* [Technical education]). (in Russian).