

Моделирование развитого сферического подпятника в элементах конструкций агрегатов космической техники

12, декабрь 2014

Ломакин В. В.

УДК: 629.7.085

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

lomakin_vv@mail.ru

В агрегатах космической техники применяются различные схемы передачи нагрузок между элементами. В частности, довольно часто применяется схема опирания на развитый сферический подпятник (рис. 1), зачастую представляющий собой упругую конструкцию. При этом относительные движения контактирующих поверхностей невелики. Учет упруго-демпфирующих связей и трения между агрегатом и подпятником является актуальной задачей при расчете динамического ответа системы на различные виды воздействий [1]. Кроме того, предлагаемый ниже подход позволяет оценить износ контактирующих поверхностей в различных режимах работы агрегатов космической техники.

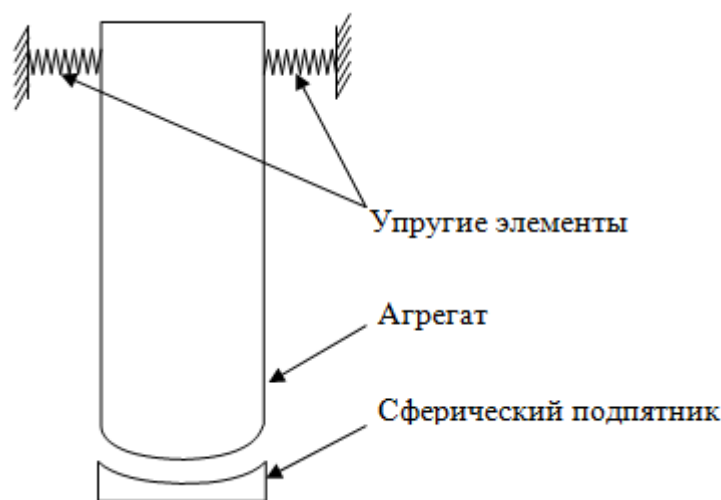


Рис.1

Задачу определения взаимодействия агрегата и подпятника можно разложить на три подзадачи:

1. Определение положения центра сферы.

2. Определение нормальных к поверхности усилий взаимодействия.
3. Учет сил трения между контактирующими поверхностями и оценка износа поверхностей.

Для описания сферического подпятника в пространстве используется как минимум три точки, лежащие на одной из контактирующих поверхностей и столько же точек на ответной поверхности (точки должны попарно соответствовать друг другу). Эти три точки определяют текущую линию контакта двух сферических поверхностей, а также C - радиус-вектор центра сферы с известным радиусом $R_{сф}$ (рис.2). Обход точек в описании определяет положение центра сферы (над или под точками). Поскольку движение сферического подпятника также возможно, то на каждом шаге интегрирования необходимо определять новое положение центра сферической поверхности контакта.

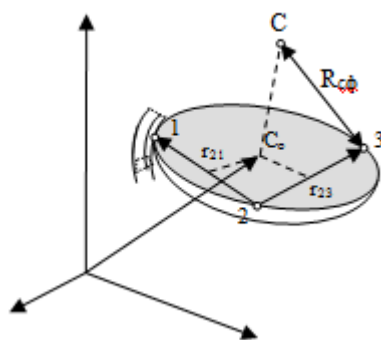


Рис. 2

Для определения радиус-вектора центра сферы C воспользуемся тем соображением, что центр окружности C_0 , на которой лежат три точки (1, 2 и 3) расположен на пересечении перпендикуляров к векторам r_{21} и r_{23} , которые в данном случае являются хордами. А центр сферы лежит на линии пересечения плоскостей, перпендикулярных векторам r_{21} и r_{23} .

Векторы r_{21} и r_{23} определяются по формулам:

$$\begin{aligned} r_{21} &= R_1 - R_2, \\ r_{23} &= R_3 - R_2 \end{aligned}$$

где

R_1 , R_2 и R_3 - соответственно радиус-векторы точек 1, 2 и 3 поверхности сферы.

Средины векторов r_{21} и r_{23} определяются через координаты их концов:

$$\begin{aligned} R_{21} &= \frac{1}{2}(R_1 + R_2), \\ R_{23} &= \frac{1}{2}(R_3 + R_2) \end{aligned},$$

где

$\bar{R}_{21}$ и $\bar{R}_{23}$ - соответственно радиус-векторы середин векторов r_{21} и r_{23} .

Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку r_0 и имеющую нормаль π :

$$\pi \cdot (r - r_0) = 0$$

или

$$\pi \cdot r = \pi \cdot r_0,$$

где

r - радиус-вектор точки, принадлежащий плоскости.

Таким образом, радиус-вектор центра окружности определяется из решения системы уравнений:

$$\begin{cases} r_{21} \cdot \bar{C}_o = r_{21} \cdot \bar{R}_{21}, \\ r_{23} \cdot \bar{C}_o = r_{23} \cdot \bar{R}_{23}, \\ r_{23} \times r_{21} \cdot \bar{C}_o = r_{23} \times r_{21} \cdot \bar{R}_1 \end{cases}$$

где

$r_{23} \times r_{21}$ - вектор, определяющий нормаль к плоскости окружности. Этот вектор также является направляющим вектором линии, на которой находится центр сферы $\bar{C}$.

Расстояние от точки C_o до точки C определяется из прямоугольного треугольника с вершинами C_o , C , 1 :

$$\kappa = \sqrt{R_{cf}^2 - \|\bar{C}_o - \bar{R}_1\|^2},$$

где

κ - расстояние от точки C_o до точки C .

Используя уравнение прямой в параметрическом виде, можно определить радиус-вектор центра сферы C :

$$\bar{C} = \kappa \cdot r_{23} \times r_{21} + \bar{C}_o.$$

Определение нормальных усилий между контактирующими поверхностями может быть проведено различными способами, самым простым из которых является установка нормально к поверхности контакта упруго-демпфирующих связей в контактных точках. Нормальные контактные усилия (усилия в упругой связи) в таком случае можно определить как:

$$N = F(\Delta_1),$$

где $F(\Delta_1)$ - характеристика упругой связи в зависимости от относительного удлинения (односторонний контакт, выбирается исходя из условий задачи и малости смещений);

Δ_1 - относительное удлинение упругой связи по нормали к контактной поверхности.

Силу трения в контакте можно описать следующим алгоритмом:

- До начала проскальзывания контактирующих поверхностей друг относительно друга сила трения рассматривается как упруго-демпфирующая:

$$P(\tau, \tau') = c_{\text{упр.}} \cdot \tau + k_{\text{дем}} \cdot \tau', \quad (1)$$

где $P(\tau, \tau')$ - сила трения;

τ - смещение контактирующих точек поверхностей в тангенциальном направлении, относительно точки останова проскальзывания (здесь его можно рассматривать как микросмещение);

τ' - скорость смещения контактирующих поверхностей в тангенциальном направлении;

$c_{упр}$ - жесткость упругой характеристики (выбирается исходя из условий задачи и малости смещений);

$k_{дем}$ - жесткость демпфирующей характеристики (выбирается исходя из условий задачи и отсутствия или малости «дребезга» решения динамической задачи).

- При проскальзывании контактирующих поверхностей друг относительно друга сила трения рассматривается как демпфирующая, определяемая по закону Кулона [2]:

$$P = f \cdot N, \quad (2)$$

где f - коэффициент трения;

- Момент проскальзывания определяется по условию:

$$|P| > f_{пок} \cdot N,$$

где $f_{пок}$ - коэффициент трения покоя.

- Момент остановки скольжения поверхностей друг относительно друга и фиксация координат точки, относительно которой рассчитывается смещение контактирующих точек в зависимости (1), определяется из условия:

$$|\tau'| < \tau'_{\min},$$

где τ' - относительная скорость проскальзывания контактирующих поверхностей

$\tau'_{\min}$ - минимальная скорость проскальзывания.

Для учета силы трения в контактирующих точках между ними устанавливаются 2-е упруго-демпфирующие связи в тангенциальном к поверхности направлении, реализующих описанный выше алгоритм работы.

Поскольку движение осуществляется по сферической поверхности (рис.3), то определять удлинение упругой связи можно по зависимости:

$$\Delta_1 = \|\bar{C} - \bar{R}_M\| - \|\bar{C} - \bar{R}_N\| - R_0,$$

где R_0 - начальная длина нормальной к поверхности упругой связи;

$\bar{R}_M$ - радиус вектор точки на сферической поверхности агрегата;

$\bar{R}_N$ - радиус вектор точки на сферической поверхности подпятника.

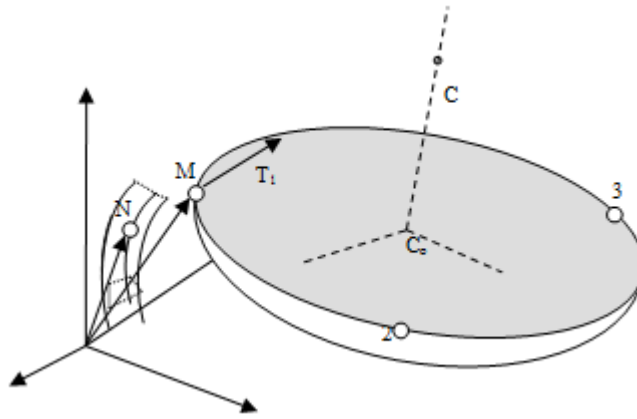


Рис. 3

Поскольку точки М и N принадлежат сферическим поверхностям, то при их смещении происходит изменение направляющих векторов (косинусов):

- T_1 – вектора нормальной к поверхности упругой связи;
- T_2, T_3 – тангенциальных векторов упруго-демпфирующих связей, моделирующих силу трения.

Вектор T_1 поворачивается в пространстве и занимает следующее положение:

$$\bar{T}_1 = \frac{\bar{C} - \bar{R}_M}{\|\bar{C} - \bar{R}_M\|}.$$

Что дает возможность определить нормальное усилие в контакте:

$$\bar{P}_1 = c \cdot f(\Delta_1) \cdot \bar{T}_1,$$

где c – жесткость нормальной упругой связи, формирующей усилие в контакте;

$$f(\Delta_1) = \begin{cases} \Delta_1, & (-\infty, 0) \\ 0, & (0, +\infty) \end{cases} \text{ - характеристика нормальной к поверхности упругой связи.}$$

Исходя из $\bar{T}_1$, выбираются два ортогональных вектора $\bar{T}_2$ и $\bar{T}_3$, ортогональных к $\bar{T}_1$, по которым раскладывается сила трения.

Зная относительное смещение контактных точек поверхностей:

$$\bar{\Delta} = \bar{R}_M - \bar{R}_N$$

и относительную скорость движения:

$$\bar{\Delta}' = \bar{R}'_M - \bar{R}'_N$$

можно определить смещение контактных точек в тангенциальных направлениях $\bar{T}_2$ и $\bar{T}_3$ соответственно:

$$\tau_2 = \bar{\Delta} \cdot \bar{T}_2,$$

$$\tau_3 = \bar{\Delta} \cdot \bar{T}_3$$

а также относительную скорость по этим направлениям:

$$\tau'_2 = \bar{\Delta}' \cdot \bar{T}_2,$$

$$\tau'_3 = \bar{\Delta}' \cdot \bar{T}_3$$

Подставляя найденные значения в зависимости (1) или (2), можно определить силу трения между контактирующими сферическими поверхностями агрегата и подпятника.

Поскольку на каждом шаге интегрирования известны контактные усилия между поверхностями, усилия трения, а также величина проскальзывания, то возможна оценка износа поверхностей контакта по методикам, изложенным, например в [3], [4].

Изложенные методики моделирования сферического подпятника и учета сил сухого трения реализованы с участием автора в программном комплексе «SADAS», разработанном на кафедре СМ-8 «Стартовые ракетные комплексы» МГТУ им. Н.Э.Баумана и применялись для анализа динамики различных пусковых установок.

Список литературы

1. В.С.Абакумов, В.В.Ломакин, Н.В.Люкевич. «Моделирование и анализ динамических условий пуска ракет-носителей космических аппаратов из транспортно-пусковых контейнеров». Сборник тезисов докладов XXVI академических чтений по космонавтике, посвященных памяти академика С.П.Королева и других выдающихся отечественных ученых – пионеров освоения космического пространства, Москва, 30 января – 1 февраля 2002 г. –М.: «Война и мир», 2002. 291 с.
2. Медеяев И. А. Трение как составная часть механизма изнашивания / Медеяев И. А. // Сборка в машиностроении, приборостроении. - 2007. - № 7. - С. 43-47.
3. Крагельский, И. В. Основы расчетов на трение и износ / И. В. Крагельский, М. Н. Добychин, В. С. Комбалов. – М. : Машиностроение, 1977. – 526 с.
4. Материаловедение / Б. Н. Арзамасов [и др.]. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 648 с