

Поиск взаимных блокировок в многопоточных системах: проверка целостности сильно связанных компонент

09, сентябрь 2014

Андреев А. М., Козлов И. А.

УДК: 519.68/69

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

arkandreev@gmail.com

Введение

При разработке многопоточного программного обеспечения важной задачей является обеспечение доступа различных потоков к разделяемым ресурсам. В современных системах и средствах программирования для решения этой проблемы применяются средства синхронизации. Однако при использовании этих средств может возникнуть ситуация, когда группа потоков не может продолжать выполнение независимо от действий остальных потоков системы. Такие ситуации называются взаимными блокировками. Ошибки, связанные с ними, связаны с динамикой выполнения потоков в ПО, а потому их чрезвычайно трудно выявить. Они могут проявиться, например, при переходе на новую платформу или добавлении новой подсистемы. Эта особенность делает принципиально невозможным создание алгоритма выявления взаимных блокировок на этапе тестирования ПО.

Одним из путей решения этой проблемы является верификация моделей по методу Model Checking[1,2]. Применение этого метода для верификации различных классов систем рассмотрено в [3,4,5]. Подход, описанный в [6,7], также относится к верификации моделей. Анализу подвергается модель многопоточной системы, представляющая собой ориентированный граф, рёбра которого отражают зависимости между потоками. В основе верифицирующего алгоритма для обнаружения взаимных блокировок лежит поиск сильно связанных компонент (ССК) в этом графе. Но моделирование на основе графов не учитывает существования зависимостей, которые не могут реализовываться совместно ни в одном состоянии системы (в то время как все рёбра графа существуют одновременно). Таким образом, наличие подозрительной сильно связанной компоненты может не влечь наличие замкнутой цепочки зависимостей в том случае, если не все рёбра этой компоненты (и, как следствие, не все зависимости в замкнутой цепочке) могут реализовываться в некотором общем состоянии. Для выявления взаимных блокировок в системе необходимо определить наличие в графе целостных ССК, то есть таких, все рёбра которых взаимно совмес-

тимы. Поэтому после нахождения сильно связной компоненты необходимо выделить из всего множества её рёбер подмножества, которые соответствуют реализующимся в общем состоянии зависимостям. При этом выделенные подмножества должны быть полными, то есть такими, что к каждому из них уже нельзя добавить еще одно ребро, чтобы соответствующие им соотношения сохраняли свойства реализуемости в общем состоянии.

В статье описывается алгоритм поиска всех полных множеств взаимно совместимых рёбер (ПМВСП) графа. В 1 разделе приводится краткое описание математической модели взаимных блокировок, во 2 - достаточно полное описание вышеуказанного алгоритма.

1. Математическая модель взаимных блокировок

1.1 Объекты модели

Модель взаимных блокировок включает четыре класса объектов [7]:

- разделяемый ресурс - информационный или функциональный объект, к которому возможен доступ из разных потоков;
- субъект доступа - поток, выполняющий доступ к разделяемому ресурсу;
- средство синхронизации - средство, ограничивающее доступ субъектов к разделяемым ресурсам посредством перевода субъекта в состояние ожидания доступности разделяемого ресурса;
- взаимная блокировка - ситуация, характеризующаяся тем, что группа субъектов находится в состоянии ожидания и не может быть выведена из него, независимо от действий других субъектов системы.

В данной модели выделяются следующие примитивы синхронизации: исключающий семафор, сигнальная переменная с памятью и сигнальная переменная без памяти.

Исключающий семафор – это средство синхронизации, которое в конкретный момент времени может быть захвачено только одним субъектом. Если оно захвачено каким-то субъектом, то другой субъект, обращающийся к семафору, переводится в состояние ожидания. Как только семафор освобождается, субъект продолжает свое выполнение. Исключающий семафор описывается двумя операторами взаимодействия – оператором захвата (L_i) и освобождения (U_i), где индекс обозначает номер семафора.

Сигнальная переменная без памяти – это средство синхронизации, при взаимодействии с которым субъект попадает в состояние ожидания до тех пор, пока другим субъектом не будет отправлен сигнал об освобождении. Сигнал может быть широковещательным, в таком случае он освобождает все ожидающие субъекты, в противном случае – лишь один. Сигнальная переменная без памяти описывается тремя операторами взаимодействия – оператором ожидания (W_i), отправки (E_i) и широковещания (B_i).

Сигнальная переменная с памятью – это средство синхронизации, обладающее целым неотрицательным счетчиком. Взаимодействие субъекта с сигнальной переменной с памятью приводит к уменьшению счетчика, если счетчик в момент взаимодействия уже

равен нулю, то субъект переходит в состояние ожидания до тех пор, пока счетчик не будет увеличен другим субъектом. Сигнальная переменная с памятью описывается двумя операторами взаимодействия – оператором ожидания (A_i) и установки (P_i).

Отношение порядка, возникающее между двумя операторами в рамках одного пути выполнения субъекта, может быть формализовано следующим образом: будем говорить, что i -ый и j -ый исключаящие семафоры сравнимы по k -му субъекту, причем i -ый исключаящий семафор локально меньше j -го и писать: $\tau(S_k, L_i) \triangleleft_L \tau(S_k, L_j)$, если на пути выполнения k -го субъекту j -ый семафор захватывается до того, как i -ый семафор отпущен после захвата.

Расширим введенную операцию на исключаящие семафоры, принадлежащие различным субъектам: будем говорить, что i -ый исключаящий семафор k -го субъекта локально меньше j -го семафора m -го субъекта и писать $\tau(S_k, L_i) \triangleleft_L \tau(S_m, L_j)$, если существует такое натуральное $n \geq 1$ и такие субъекты $S_{x(1)}, \dots, S_{x(n-1)}$ и исключаящие семафоры $y(1), \dots, y(n-1)$ такие, что

$$\begin{aligned} \tau(S_k, L_i) &\triangleleft_L \tau(S_k, L_{y(1)}), \\ \tau(S_{x(1)}, L_{y(1)}) &\triangleleft_L \tau(S_{x(1)}, L_{y(2)}), \\ &\dots \\ \tau(S_{x(n-1)}, L_{y(n-1)}) &\triangleleft_L \tau(S_{x(n-1)}, L_{y(n)}), \\ \tau(S_m, L_{y(n)}) &\triangleleft_L \tau(S_m, L_j), \end{aligned}$$

где для каждого из субъектов операция $\triangleleft_L$ была введена выше.

Также будем говорить, что r -ый исключаящий семафор m -го субъекта локально меньше j -ой сигнальной переменной с памятью (без памяти) m -го субъекта и писать $\tau(S_m, L_r) \triangleleft_L \tau(S_m, A_j (W_j))$, если взаимодействие с оператором ожидания j -ой сигнальной переменной происходит после захвата r -го исключаящего семафора и до его отпущения.

1.2 Верифицирующий алгоритм

Идея, лежащая в основе алгоритма поиска взаимных блокировок, заключается в сведении систем субъектов к ориентированным графам. Вершинами этих графов будут являться операторы взаимодействия со средствами синхронизации, принадлежащие субъектам данной системы, ребра будут соответствовать соотношениям, возникающим между данными операторами в рамках системы субъектов. Рассмотрим правила, по которым строится это соответствие:

- если для оператора L_i , а также одного из операторов $L_j (W_j, A_j)$, принадлежащих одному субъекту системы S_k , выполняется соотношение $\tau(S_k, L_i) \triangleleft_L \tau(S_k, L_j (W_j, A_j))$, то между вершинами, соответствующими этим операторам, существует ребро, направленное от вершины, соответствующей оператору L_i , к вершине, соответствующей оператору $L_j (W_j, A_j)$;
- вершины, соответствующие двум операторам захвата исключаящего семафора L_i соединяются парой разнонаправленных рёбер;

- если субъект системы S_k содержит оператор отправки, широко вещания или установки $E_i (B_i, P_i)$, то для любого из операторов $L_j (W_j, A_j)$, также принадлежащих S_k , существует ребро, направленное от вершины, соответствующей оператору $E_i (B_i, P_i)$, к вершине, соответствующей оператору $L_j (W_j, A_j)$;
- для каждого оператора ожидания сигнальной переменной $W_i (A_i)$ и оператора отправки той же сигнальной переменной $E_i (B_i, P_i)$, существует ребро, направленное от вершины, соответствующей оператору $W_i (A_i)$, к вершине соответствующей оператору $E_i (B_i, P_i)$.

В представленной модели ребро, направленное от одной вершины к другой, олицетворяет собой зависимость успешного выполнения оператора, соответствующего первой вершине, от успешного выполнения оператора, соответствующего второй. Отсюда следует естественность определения состояния, при попадании в которое гарантированно возникает взаимная блокировка, как замкнутой цепочки зависимостей (т.е. сильно связанной компоненты).

Однако моделирование на основе графов не учитывает существования соотношений, которые могут не реализовываться в общем состоянии, так как все ребра графа существуют одновременно. В этом отношении предложенный подход теряет свою естественность, поскольку наличие подозрительной сильно связанной компоненты может не влечь наличие замкнутой цепочки зависимостей в том случае, если не все ребра этой компоненты (и, как следствие, не все зависимости в замкнутой цепочке) могут реализовываться в некотором общем состоянии. Данное рассуждение приводит к понятию целостности компоненты.

Определение. Сильно связанная компонента графа, построенного по системе линейных субъектов S , называется целостной, если существует такое состояние исходной системы S , в котором одновременно реализуются все соотношения, соответствующие ребрам этой компоненты.

Отсюда получается, что если подозрительная компонента является целостной, то замкнутая цепочка зависимостей существует, т.е. обнаружение данной компоненты не будет ложным срабатыванием алгоритма поиска.

Верифицирующий алгоритм можно разделить на следующие этапы:

- 1) Модель многопоточной системы проверяется на соответствие базовым требованиям. [6]
- 2) Исходный ориентированный граф анализируется на наличие подозрительных ССК с помощью алгоритма Тарьяна. [8]
- 3) Найденные ССК подвергаются проверке на целостность. В случае отрицательного результата проверки нужно выяснить, можно ли получить целостную компоненту, отбросив некоторые рёбра исходной ССК.

Рассмотрим некоторые подходы к проверке целостности ССК.

2. Проверка целостности ССК

2.1 Постановка задачи

Идея алгоритма, предложенного в [6,7], заключается в выделении из множества рёбер сильно связной компоненты K_0 максимальных подмножеств рёбер, которые соответствуют реализующимся в общем состоянии соотношениям (то есть таких подмножеств, что к каждому из этих них уже нельзя добавить еще одно ребро, чтобы соответствующие им соотношения сохраняли свойства реализуемости в общем состоянии). Для каждого такого подмножества получим компоненту K_i , содержащую рёбра подмножества и инцидентные им вершины. Каждая из полученных компонент $\{K_1, \dots, K_n\}$ (а они могут перестать быть даже связными) анализируется на наличие подозрительных сильно связных компонент. При обнаружении таковых можно сделать вывод о наличии в системе потенциальных взаимных блокировок (найденные ССК не нуждаются в повторной обработке этим алгоритмом, поскольку являются заведомо целостными).

Поиск максимальных подмножеств взаимно совместимых рёбер (ВСР) может быть выполнен с помощью простого алгоритма на основе полного перебора. В основе алгоритма лежит дерево решений, вершинами которого являются наборы ВСР, и ветвления которого происходят при добавлении в набор нового элемента. Ветвь решений заканчивается, когда в набор больше нельзя добавить ни одного ребра, то есть, листовыми вершинами дерева являются максимальные подмножества ВСР. Сложность построения этого дерева растёт экспоненциально при линейном росте числа рёбер системы, что создает серьёзную проблему для практического применения алгоритма. Таким образом, создание оптимального механизма поиска полных (максимальных) множеств взаимно совместимых рёбер (ПМВСР) является важной задачей, во многом определяющей быстрдействие всего алгоритма верификации многопоточной системы.

Опишем алгоритм поиска ПМВСР ССК и методы, позволяющие максимально уменьшить размерность задачи.

2.2 Поиск ПМВСР групп рёбер

1) Все рёбра ССК разбиваются на группы: i -ую группу составляют рёбра, относящиеся к i -ому субъекту. Рёбра, соединяющие вершины из разных субъектов, не могут быть несовместимыми с другими, а потому исключаются из рассмотрения – они будут присутствовать в любом ПМВСР.

2) Происходит формирование классов рёбер. Классом назовём такое множество групп, что рёбра, принадлежащие этим группам, могут быть несовместимы лишь с рёбрами из групп этого же класса. В этом случае любые два ребра из разных классов совместимы между собой, а значит, совместима и любая пара ПМВСР этих классов. Следовательно, набор ПМВСР ССК будет содержать все возможные комбинации ПМВСР составляющих её классов.

3) В каждой группе осуществляется поиск ПМВСП. Сначала определим, когда рёбра, относящиеся к одному субъекту, являются совместимыми. Для этого будем рассматривать субъекты как графы, вершинами которых будут операторы, а ребрами – соединяющие их линии. Необходимо заметить, что рёбра верифицируемой ССК соответствуют не рёбрам этого графа, а соотношениям ($\tau(S_k, L_i) \triangleleft_L \tau(S_k, L_j)$ и $\tau(S_k, L_i) \triangleleft_L \tau(S_k, W_j(A_j))$). Чтобы избежать путаницы, в дальнейшем под “рёбрами” будем подразумевать рёбра графа субъекта. В остальных случаях будет использоваться термин “соотношение”, поскольку рёбра некоторой группы верифицируемой ССК взаимно однозначно соответствуют соотношениям “локально меньше” в соответствующем субъекте, а ПМВСП соответствует полному множеству взаимно совместимых соотношений.

Пронумеруем все ребра построенного графа, как показано на рис. 1. Теперь для двух вышеуказанных типов соотношений введем длину их действия. Она будет представлять последовательность номеров ребер:

- между операторами захвата L_i и L_j для первого из вышеуказанных соотношений;
- между оператором L_i и $W_j(A_j)$ для второго типа вышеуказанных соотношений.

На примере первого рисунка видим, что длина соотношения $\tau(S_1, L_1) \triangleleft_L \tau(S_1, L_2)$ состоит из ребра 2, а длина соотношения $\tau(S_1, L_4) \triangleleft_L \tau(S_1, L_5)$ состоит из ребра 6. Два соотношения существуют одновременно, если в их длинах есть одинаковые номера ребер, т.е. есть ребра, на которых реализуются оба соотношения.

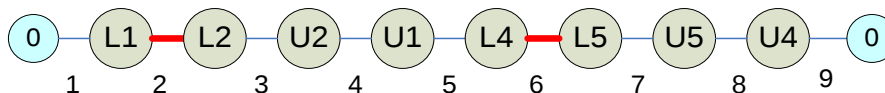


Рисунок 1 - Нумерация рёбер в графе субъекта

При этом, поскольку в вышеуказанных соотношениях участвуют лишь операторы L и $W(A)$, то цепочки рёбер, соединяющие любые два соседних оператора L и/или $W(A)$, являются атомарными, то есть в любую длину либо входят целиком, либо не входят совсем. Поэтому при определении длин соотношений можно перейти от рёбер к таким цепочкам (то есть заменить в длине соотношения последовательность номеров ребер номер цепочки). Соотношение, имеющее единичную длину (то есть длину, содержащую только одну цепочку), назовём элементарным.

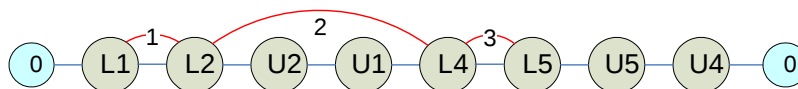


Рисунок 2 - Переход от номеров рёбер к номерам цепочек

Рассмотрим множество длин соотношений, составляющих некоторое ПМВСП группы. Для этого множества справедливы следующие утверждения:

а) Оно обязательно содержит единичную длину. Это значит, что каждое ПМВСП обязательно включает некоторое элементарное соотношение.

Доказательство. Поскольку все соотношения, входящие в ПМВСП, взаимно совместимы, то существует некоторая общая последовательность цепочек, входящая в длину каждого из этих соотношений (которая соответствует некоторому общему состоянию, в котором совместно реализуются все эти соотношения). Выберем максимальную из таких последовательностей (то есть такую, что при добавлении какой-либо цепочки она перестанет быть общей).

На рис. 3 показано некоторое множество ВСП (изображены лишь операторы L и $W(A)$). Красным выделена последовательность цепочек, входящая в длину каждого из изображенных соотношений.

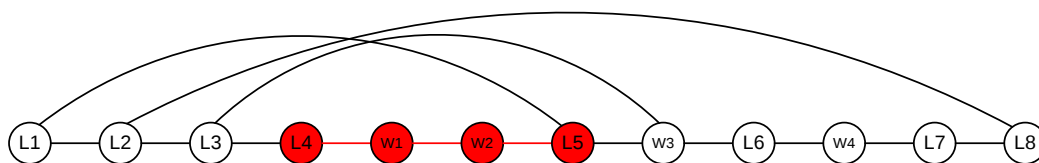


Рисунок 3 - Множество ВСП и соответствующая им общая последовательность цепочек

Предположим, что ни одна из отмеченных красным цепочек не соответствует элементарному соотношению. Это возможно, только если каждая красная цепочка удовлетворяет одному из следующих условий:

- левой границей цепочки является оператор W . Этот оператор не может стоять в левой части отношения «локально меньше».

- левой границей цепочки является оператор L_x , но оператор U_x находится также в пределах этой цепочки (в противном случае цепочка соответствовала бы элементарному соотношению с L_x в левой части)

Рассмотрим крайний слева оператор из отмеченных (назовём его X). Он играет роль левой границы общей для всех элементов множества ВСП последовательности цепочек. Это означает, что левый оператор каждого соотношения из множества ВСП должен либо лежать слева от X , либо совпадать с X . Исходя из приведённых выше условий, X не может находиться в левой части какого-либо соотношения, а значит, второй из описанных вариантов невозможен, то есть левые операторы всех соотношений лежат слева от X . Но тогда можно взять ближайший оператор (L, W или A) слева от X (назовём его Y), и для него будут выполняться вышеуказанные требования к левой границе общей последовательности. Значит, исходная общая последовательность (с левой границей в X) - не максимальная, поскольку она может быть расширена слева. Получено противоречие.

Значит, предположение об отсутствии среди "красных" цепочек такой, которая соответствовала бы элементарному соотношению, неверно. Такая цепочка есть, и соответствующее ей соотношение, очевидно, совместимо со всеми элементами рассматриваемого множества ВСП. Следовательно, исходное множество ВСП не является полным (поскольку в него можно добавить это элементарное соотношение). Получено противоречие. Оно не

будет иметь места, только если максимальная общая последовательность цепочек для всех элементов множества ВСР содержит лишь одну цепочку, и соотношение, соответствующее этой цепочке, уже включено в данное множество. То есть, в любом ПМВСР группы содержится элементарное соотношение. >

б) Множество длин соотношений, составляющих некоторое ПМВСР группы, имеет лишь одну единичную цепочку. Это значит, что каждое ПМВСР группы может иметь лишь одно элементарное соотношение. Это утверждение верно, поскольку элементарные соотношения в рамках одного субъекта не могут существовать одновременно (что, в свою очередь, объясняется тем, что длина каждого элементарного соотношения содержит лишь одну цепочку, и два таких соотношения могут сосуществовать лишь в случае совпадения их длин, а значит, и совпадения самих соотношений).

Таким образом, ПМВСР группы однозначно определяется своим элементарным соотношением.

Рассмотрим еще одно свойство ПМВСР групп. Предположим, что в ПМВСР класса попали несколько соотношений из некоторой группы. Для них справедливо следующее утверждение: «Все соотношения из одной группы, попавшие в ПМВСР класса, обязательно составляют некоторое ПМВСР этой группы»

Доказательство. Очевидно, что рассматриваемые соотношения совместимы между собой. А значит, они представляют собой подмножество некоторого ПМВСР группы. Доказываемое утверждение не выполняется в одном из двух случаев:

- а) Среди рассматриваемых соотношений нет элементарного.
- б) Среди рассматриваемых соотношений есть элементарное, но нет какого-либо соотношения из соответствующего ему ПМВСР группы.

Докажем невозможность обеих приведённых ситуаций.

а) Ранее было доказано, что для некоторого множества взаимно совместимых соотношений, принадлежащих одной группе, справедливо утверждение: «Максимальная общая последовательность цепочек, входящая в длину каждого из этих соотношений, обязательно содержит цепочку, соответствующую элементарному соотношению». Также из этого доказательства следует, что оператор, являющийся левой границей общей последовательности, является левым оператором одного из рассматриваемых соотношений (назовём это соотношение А), а цепочка справа от него соответствует некоторому элементарному соотношению (назовём его Х). Эта цепочка входит в общую последовательность, а значит, Х совместимо со всеми рассматриваемыми соотношениями. Кроме того, левые операторы А и Х совпадают, следовательно, эти соотношения реализуются при одних и тех же захваченных семафорах. Это означает, что Х совместимо с теми же соотношениями из других групп, что и А, то есть со всеми соотношениями из рассматриваемого ПМВСР класса. Но тогда в это ПМВСР можно добавить Х, то есть исходное множество не было полным. Получено противоречие. Дальнейшие рассуждения аналогичны доказательству наличия в ПМВСР группы элементарного соотношения >

б) Для доказательства невозможности второй ситуации, покажем, что справедливо утверждение: «Если элементарные соотношения совместимы, то и любые соотношения из соответствующих им ПМВСП групп также совместимы». Это утверждение можно свести к следующему: «Если соотношение A из ПМВСП несовместимо с соотношением B , то и элементарное соотношение A_0 из этого ПМВСП несовместимо с B ».

Доказательство. Два соотношения из разных субъектов несовместимы, если они оба реализуются при одном захваченном семафоре. То есть операторы, участвующие в данных соотношениях, находятся между операторами захвата и освобождения некоторого семафора в соответствующих субъектах. Такая ситуация приведена на рис. 4.

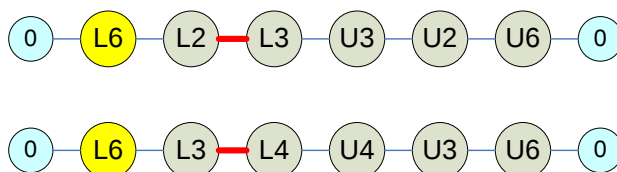


Рисунок 4 - Несовместимость соотношений, реализующихся при одном захваченном семафоре

Пусть соотношение A имеет вид $\tau(S_k, L_1) \triangleleft_L \tau(S_k, *)$, а $A_0 - \tau(S_k, L_2) \triangleleft_L \tau(S_k, *)$, где $*$ - операторы L, W или A .

Тогда соотношение A реализуется при некотором захваченном семафоре X , поэтому $\tau(S_k, L_X) \triangleleft_L \tau(S_k, L_1)$ (либо $L_1 = L_X$). Поскольку A_0 – элементарное соотношение данного ПМВСП, то соответствующая ему цепочка содержится в длине A , а значит $\tau(S_k, L_1) \triangleleft_L \tau(S_k, L_2)$ (либо $L_1 = L_2$). Из этого следует $\tau(S_k, L_X) \triangleleft_L \tau(S_k, L_2)$ (либо $L_X = L_2$), поскольку отношение $\triangleleft_L$ обладает свойством транзитивности. Это означает, что соотношение A_0 также реализуется при захваченном семафоре X , а значит, A_0 несовместимо с B . $\triangleright$

Ввиду невозможности вышеуказанных ситуаций, утверждение «Все соотношения одной группы, попавшие в ПМВСП класса, обязательно составляют некоторое ПМВСП этой группы» выполняется всегда. $\triangleright$

Вышеприведенные свойства ПМВСП можно объединить в одно утверждение: «Любое ПМВСП класса представляет собой совокупность ПМВСП некоторых групп, причём каждому из этих множеств однозначно соответствует элементарное соотношение». Это позволяет при построении ПМВСП класса рассматривать не все соотношения групп, а лишь элементарные. Тогда попадание некоторого элементарного соотношения в ПМВСП класса означает и попадание в него всего связанного с данным соотношением ПМВСП группы.

Все приведённые выше рассуждения применимы лишь к линейным субъектам. Рассмотрим возможность применения принципа элементарных соотношений к субъектам, имеющим точки ветвления. Точка ветвления может разбивать последовательности рёбер, которые ранее считались атомарными – цепочки рёбер, соединяющие любые два соседних оператора L и/или $W(A)$. Такая ситуация приведена на рис. 5: цепочки 2 и 3 соединяют соседние операторы L , а значит, соответствующие им соотношения $\tau(S, L_2) \triangleleft_L \tau(S, L_3)$ и

$\tau(S, L_2) \triangleleft_L \tau(S, L_4)$ являются элементарными. Однако цепочки 2 и 3 имеют общее ребро, а значит, вышеуказанные соотношения могут существовать одновременно (в состоянии, когда семафор L_2 захвачен, а сигнал для переменной E_1 еще не отправлен). Это нарушает одно из важнейших свойств элементарных соотношений: «каждое ПМВСП группы может иметь лишь одно элементарное соотношение» (поскольку в этом случае найдётся ПМВСП, в котором будут представлены оба рассмотренных соотношения).

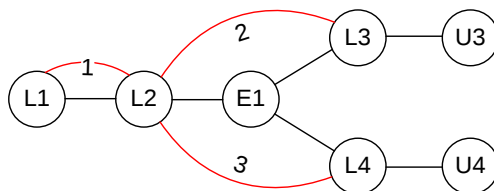


Рисунок 5 - Точка ветвления субъекта

Наиболее очевидным способом решения этой проблемы является изменение понятия цепочки рёбер: «Цепочка – последовательность рёбер, соединяющая соседние узлы графа субъекта, соответствующие операторам L/W/A или точкам ветвления». В результате этого изменения некоторые из цепочек разбиваются точками ветвления на более мелкие цепочки. Полученные цепочки вновь являются атомарными. Однако это ведёт к нарушению второго важного свойства элементарных соотношений: «каждое ПМВСП обязательно включает некоторое элементарное соотношение». Например, изображенный на рисунке субъект имеет ПМВСП, состоящее из четырёх соотношений:

$$\tau(S, L_2) \triangleleft_L \tau(S, L_3), \tau(S, L_2) \triangleleft_L \tau(S, L_4), \tau(S, L_1) \triangleleft_L \tau(S, L_3), \tau(S, L_1) \triangleleft_L \tau(S, L_4)$$

Эти 4 соотношения реализуются одновременно в указанном выше состоянии. Однако, с учётом изменения понятия цепочки, ни одно из этих соотношений не будет элементарным (каждое соотношение будет иметь длину, состоящую как минимум из двух цепочек).

Таким образом, необходимо выбрать другое решение. Из примера видно, что если цепочки, соответствующие некоторым элементарным соотношениям (назовём их A и B), разбиты общей точкой ветвления, то эти цепочки имеют общие рёбра, а соответствующие соотношения совместимы. Если точка ветвления является единственной общей точкой цепочек, то общее ребро может быть введено искусственно:

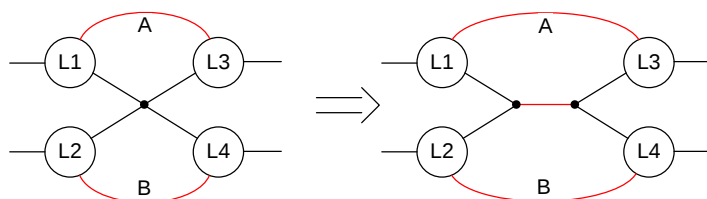


Рисунок 6 - Искусственное введение общего ребра соотношений

Наличие общих рёбер цепочек обеспечивает совместимость любого соотношения, совместимого с А, с любым соотношением, совместимым с В. Следовательно, ПМВСП, построенные для А и для В, одинаковы, и представляют собой одно ПМВСП, соответствующее паре элементарных соотношений (А,В). Значит, при наличии в субъекте точек ветвления каждое ПМВСП соответствующей группы характеризуется не одним элементарным соотношением, а совокупностью взаимно совместимых элементарных соотношений. Однако в процессе описанного ниже поиска ПМВСП класса оперировать такими совокупностями неудобно. Поэтому в качестве элементарного соотношения, которое будет представлять данное ПМВСП группы при построении ПМВСП класса, следует выбрать любое из взаимно совместимых элементарных соотношений группы (в данном случае – либо А, либо В). Остальные в дальнейшем не считаются элементарными и в построении ПМВСП класса не участвуют.

Построение ПМВСП групп осуществляется следующим образом:

- Просматриваются все соотношения группы. Если длина соотношения включает только одну цепочку, и соотношение еще не было включено ни в одно ПМВСП, то такое соотношение объявляется элементарным. Для каждого элементарного соотношения строится соответствующее ему ПМВСП.
- Для построения ПМВСП для некоторого элементарного соотношения необходимо просмотреть все соотношения группы и выбрать совместимые с данным элементарным соотношением.

2.3 Поиск ПМВСП классов рёбер

1) В каждом классе определяется список пар взаимно несовместимых соотношений. При этом анализируется несовместимость лишь элементарных соотношений. Любые два элементарных соотношения, принадлежащие одной группе, в любом случае несовместимы, поэтому хранение в списке информации о таких парах не требуется.

2) Для каждого класса находятся все ПМВСП. Для этого последовательно просматриваются все группы класса, а в группах – все элементарные соотношения. Каждое соотношение проверяется на соответствие двум условиям:

- а) группа, которой принадлежит это соотношение, еще не представлена в формируемом множестве ВСП (то есть ни одно из её соотношений не входит в множество ВСП)
- б) соотношение совместимо со всеми соотношениями, уже включенными в формируемое множество ВСП

Если соотношение удовлетворяет условиям, то оно записывается в множество ВСП. Все несовместимые с ним соотношения включаются в множество заблокированных соотношений (то есть тех, которые уже не могут быть включены в данное множество ВСП). Однако необходимо учесть, что соотношения из одной группы в любом случае несовместимы между собой, а значит при включении одного из них в множество ВСП, остальные оказываются заблокированными автоматически. Поэтому дополнительно включать их в

множество заблокированных соотношений не нужно. Таким образом, любое соотношение из этого множества удовлетворяет условию (а).

При добавлении в множество ВСР нового элемента производится запись в стек текущего состояния. Оно определяется текущими группой и соотношением, сформированным на данный момент множеством ВСР и списком заблокированных соотношений. После добавления в множество ВСР соотношения происходит переход к следующей группе (поскольку оставшиеся соотношения текущей группы заведомо не удовлетворяют первому из вышеприведённых условий), и процесс формирования ПМВСР продолжается. При достижении конца списка групп класса осуществляется проверка, является ли сформированное множество полным. Для этого должно выполняться условие: «Множество заблокированных соотношений равно множеству всех соотношений групп, не представленных в сформированном множестве ВСР». Если множество полное, то происходит его запись в список результатов, причём каждое входящее в него элементарное соотношение заменяется соответствующим ПМВСР группы.

После проверки сформированного множества осуществляется восстановление из стека последнего сохраненного состояния. Если рассматривать процесс формирования ПМВСР как построение дерева, где каждому узлу соответствует добавление в множество ВСР некоторого соотношения, то вышеуказанная операция представляет собой возвращение из листовой вершины в ближайший узел, где есть ветвление. После этого обрабатывается следующая ветвь узла: найденное соотношение-кандидат на включение в множество ВСР (добавление которого соответствует уже исследованной ветви узла) игнорируется, и осуществляется поиск других кандидатов.

Большинство найденных множеств ВСР являются неполными, то есть представляют собой подмножества некоторых ПМВСР. Это означает, что в процессе работы алгоритма анализируется большое количество ветвей дерева, результаты обработки которых не представляют никакой ценности, поскольку не содержат новых ПМВСР. Для повышения эффективности алгоритма такие ветви необходимо отбрасывать как можно раньше. Один из возможных способов решения этой проблемы основан на том, что неполное множество (НМ) при такой организации обхода групп всегда будет обнаружено позже соответствующего ПМВСР. Действительно, по отношению к любой группе класса будет справедливо одно из трёх утверждений:

- в рассматриваемые ПМВСР и НМ включено одно и то же элементарное соотношение из этой группы
- в рассматриваемые ПМВСР и НМ не включено ни одно из элементарных соотношений группы
- в ПМВСР включено некоторое элементарное соотношение из этой группы, а в НМ не включено ни одно

Иначе НМ не могло бы быть подмножеством ПМВСР. Таким образом, различие между НМ и ПМВСР обусловлено группами, для которых выполняется третье утверждение. Но при просмотре любой группы вариант, в котором все допустимые соотношения игно-

рируются, рассматривается в последнюю очередь, поэтому ПМВСП всегда будет построено раньше НМ.

Итак, при обходе групп необходимо отслеживать момент, когда выбранная ветвь может привести лишь к построению подмножеств некоторых уже сформированных ПМВСП. Сформулируем условия, позволяющие выявить такие ветви. Пусть на момент включения некоторого соотношения в формируемое множество ВСП это множество уже содержит некоторый набор элементарных соотношений L_C . Также определим множество B_C заблокированных соотношений, но не всех, а лишь принадлежащих еще не обработанным группам (то есть группам, идущим в списке после текущей). По такому множеству можно однозначно определить набор соотношений, которые могут быть включены в множество ВСП в дальнейшем. Для того чтобы признать поддерево с корневым узлом C , соответствующим некоторому соотношению, бесполезным и отбросить его, необходимо существование в дереве уже рассмотренного узла P , соответствующего тому же соотношению, такого что:

- $L_C \subseteq L_P$, что означает «полученная к настоящему моменту часть формируемого множества ВСП является подмножеством полученной на аналогичном этапе части некоторого ПМВСП». Однако этого условия недостаточно, поскольку в дальнейшем в формируемое множество могут быть добавлены соотношения, отсутствующие в этом ПМВСП.

- $B_P \subseteq B_C$, что означает «В дальнейшем в множество ВСП не могут быть включены соотношения, отличные от тех, что были включены при исследовании поддерева с корнем в узле P » (на самом деле, при выполнении первого условия вариант $B_P \subset B_C$ невозможен, поэтому можно проверять лишь совпадение количества заблокированных соотношений)

Таким образом, для каждого соотношения необходимо хранить список пар L - B . При каждом включении этого соотношения в множество ВСП определяются текущие значения L_C и B_C и сравниваются со значениями из списка. Если в списке найдена запись P , для которой выполняются приведённые выше условия, значит, нужно отказаться от анализа текущей ветви и вернуться к ближайшей точке ветвления. Иначе пара L_C и B_C включается в список, и анализ ветви продолжается.

Если достигнут конец списка групп и при этом стек пуст, поиск завершается.

3) Определяются ПМВСП всей ССК в целом, которые представляют собой все возможные комбинации ПМВСП составляющих её классов. К каждой такой комбинации также добавляется множество отброшенных на первом этапе рёбер ССК (соединяющих вершины из разных субъектов).

Заключение

В данной статье описан подход к проверке целостности сильно связной компоненты ориентированного графа. В его основе лежит алгоритм поиска всех полных множеств взаимно совместимых рёбер ССК. Для поиска ПМВСП используется обход дерева решений в

глубину с возвращением. При этом происходит отсечение некоторых ветвей – для этого на каждом шаге осуществляется анализ перспективности дальнейшего поиска в текущем направлении. Алгоритм имеет в худшем случае экспоненциальную вычислительную сложность, однако используется несколько приёмов для её уменьшения. Помимо отсечения применяется разбиение множества рёбер на независимые классы.

Использование рассмотренного подхода позволит избежать ложных срабатываний и получить точное решение задачи обнаружения взаимных блокировок в многопоточных системах.

Список литературы

1. Э. Кларк, О. Грамберг, Д. Пелед. Верификация моделей программ: Model Checking. – М.: МНЦМО, 2002. – 416 с.
2. Ю. Карпов. Model Checking верификация параллельных и распределенных программных систем. – СПб.: БХВ-Петербург, 2010. – 560 с.
3. Кузьмин Е. В., Соколов В. А. О дисциплине специализации «Верификация программ» // Доклады II научно-методической конференции «Преподавание математики в компьютерных науках» Ярославль: ЯрГУ. 2007. С. 91-101
4. Вельдер С.Э, Лукин М.А., Шалыто А.А., Яминов Б.Р. Верификация автоматных программ. СПбГУ ИТМО, 2011. – 240 с.
5. Андреев А.М., Козлов И.А. Подход к верификации моделей систем реального времени с помощью метода Model Checking. – Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Серия «Приборостроение». 2012. Специальный выпуск «Моделирование и идентификация компьютерных систем и сетей» – 47 с.
6. Свирин Ил.С., Силин П.А., Сюзев В.В. Математическая модель многопоточной программы и правила безопасности многопоточного программирования. – Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Серия «Приборостроение». 2012. Специальный выпуск «Моделирование и идентификация компьютерных систем и сетей» – 95 с.
7. Свирин Ил.С., Силин П.А., Сюзев В.В, Зарецкая Е.А. Математическая модель взаимных блокировок. Корректное использование исключających семафоров. – Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Серия «Приборостроение». 2012. Специальный выпуск «Моделирование и идентификация компьютерных систем и сетей» – 112 с.
8. Р. Седжвик. Фундаментальные алгоритмы на C++. Алгоритмы на графах: Пер. с англ. – СПб: ООО «ДиаСофтЮП», 2002. – 688 с.