

УДК 519.71

## **Особенности подготовки магистров по программе «Нелинейные динамические системы и процессы управления» на английском языке**

Голубев А. Е.<sup>1,\*</sup>, Ткачев С. Б.<sup>1</sup>, Уткина Н. В.<sup>1</sup>

\* [mathmod@bmstu.ru](mailto:mathmod@bmstu.ru)

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

---

В настоящей работе рассмотрена образовательная программа подготовки магистров на английском языке, реализуемая кафедрой "Математическоемоделирование" МГТУ им. Н.Э. Баумана. Основное внимание в содержании программы уделяется нелинейным методам решения задач автоматического управления. Предложена модульная структура образовательной программы, включающая как теоретические, так и прикладные курсы в области управления нелинейными динамическими системами. Приведены учебные примеры прикладных задач теории управления. Возможной областью применения результатов работы является создание образовательных программ подготовки магистров по направлениям, связанным с автоматическим управлением техническими системами, например, беспилотными летательными аппаратами и мобильными роботами.

**Ключевые слова:** образовательная программа; подготовка магистров; нелинейные динамические системы; управление

---

### **Введение**

Начиная с 80-х годов прошлого века активно развивается математическая теория управления нелинейными динамическими системами [1]. Интерес к анализу нелинейных моделей технических объектов связан прежде всего с возможностью получать нелокальные результаты и отказаться от использования линейных моделей первого приближения [2, 3, 4, 5, 6].

Результаты теории управления нелинейными системами уже нашли применение при синтезе законов управления реальными системами. Однако освоение этой теории существенно тормозится достаточно высокими требованиями к математической подготовке слушателей, поскольку используемый математический аппарат далеко выходит за рамки линейной алгебры и теории линейных дифференциальных уравнений, на которой базируется классическая теория линейных систем [7].

Рассматриваемая образовательная программа магистратуры по направлению подготовки 010200 «Математика и компьютерные науки» разработана в МГТУ им. Н.Э. Баумана на

кафедре «Математическое моделирование», ее реализация предполагается на английском языке.

Эта программа использует многолетний опыт подготовки прикладных математиков (специалитет) по направлению «Математическое моделирование процессов управления техническими системами», а также во многом пересекается с разработанной программой подготовки магистров «Нелинейные динамические системы и процессы управления» по направлению 01.04.04 «Прикладная математика».

Отметим, что МГТУ им. Н.Э. Баумана имеет право разрабатывать собственные стандарты подготовки магистров на основе федеральных государственных образовательных стандартов, что дает возможность лучше учитывать современные тенденции в образовании.

В рамках реализации данной программы предусмотрена возможность специализации на теоретических исследованиях в области математической теории управления нелинейными системами, а также специализации на решении прикладных задач, включая разработку методов и алгоритмов управления мобильными роботами, летательными и космическими аппаратами на основе нелинейных моделей.

В настоящей работе в разд. 1 предлагается модульная структура магистерской программы подготовки в области управления нелинейными динамическими системами. В разд. 2 приведены примеры прикладных задач, при решении которых используются предлагаемые подходы.

## **1. Структура образовательной программы**

Предлагаемая программа подготовки магистров включает углубленное изучение современной математической теории управления нелинейными динамическими системами и направлена на формирование глубоких теоретических знаний в указанной области и устойчивых навыков по применению современных теоретических подходов для решения прикладных задач управления различными техническими объектами.

Большое внимание также уделяется освоению компьютерных методов математического моделирования процессов управления нелинейными системами. В качестве базового инструмента используется пакет MATLAB/Simulink, который является достаточно универсальным средством, предоставляющим возможности по созданию достаточно сложных моделирующих комплексов с развитыми диалоговыми процедурами, а также средствами отображения и визуализации результатов.

Основными особенностями образовательной программы являются:

- высокие требования к математической подготовке слушателей;
- использование в качестве базовой литературы учебников и монографий, изданных на английском языке;
- широкое использование научных статей, опубликованных в ведущих мировых научных журналах, в качестве материалов для курсовых работ и для самостоятельной научной работы.

Отметим, что необходимо также наличие лицензий на программное обеспечение, используемое в учебном процессе.

Теоретическая часть программы, касающаяся математической теории управления нелинейными динамическими системами, разбита на модули. Общая структура программы подготовки магистров, отражающая взаимосвязь модулей, представлена на рис. 1.

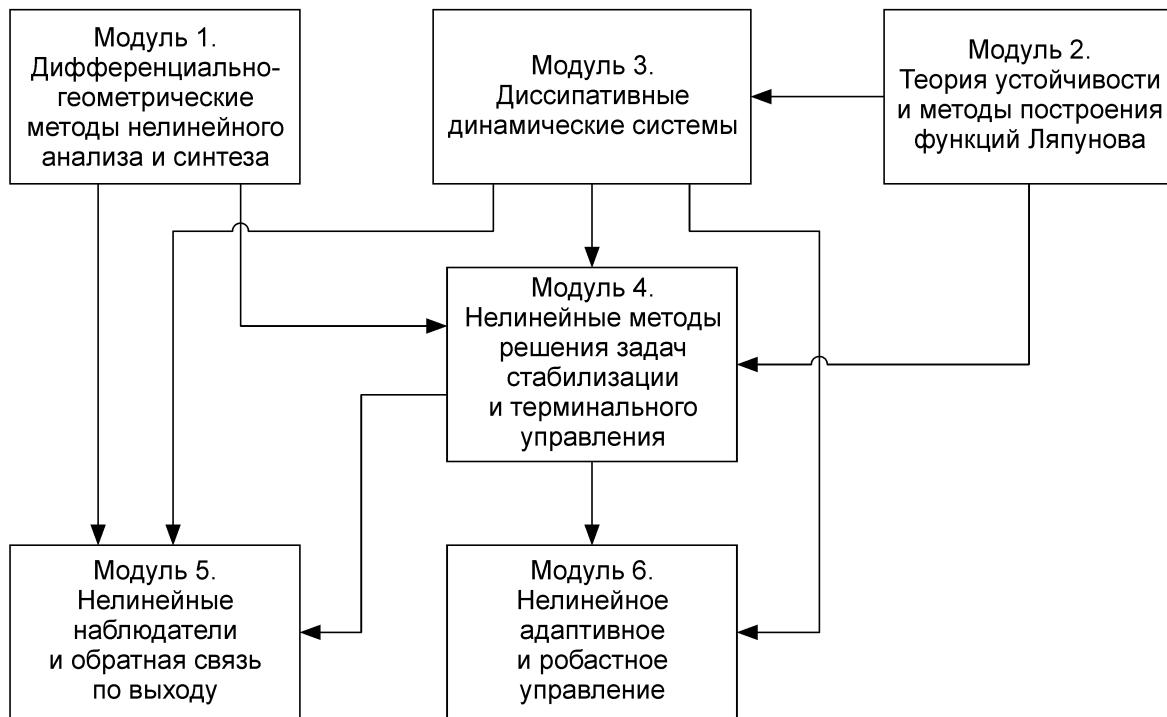


Рис. 1. Модульная структура магистерской образовательной программы

**Модуль 1.** Дифференциально-геометрические методы нелинейного анализа и синтеза [2, 4, 8, 9].

Современные методы анализа нелинейных динамических систем с управлением базируются на дифференциально-геометрическом подходе. Это подход позволяет найти такие замены переменных состояния, при которых в новых переменных динамическая система имеет специальный вид. Специальные виды систем выбираются так, чтобы для них решение задачи синтеза программного и стабилизирующего управлений было известно. При исследовании динамических систем можно включать в рассмотрение в качестве новых переменных управления и некоторое количество производных от управлений. В этом случае проблема поиска замены переменных решается в расширенном пространстве состояний.

Данный модуль включает два базовых раздела:

- преобразования нелинейных систем с использованием замены переменных состояния и линеаризация статической обратной связью по состоянию;
- дифференциально плоские системы и линеаризация динамической обратной связью по состоянию.

**Модуль 2.** Теория устойчивости и методы построения функций Ляпунова [5, 10].

Теория устойчивости является классическим разделом теории управления. Однако, в последние годы здесь получены новые результаты и развиты новые теоретические положения, касающиеся устойчивости нелинейных систем к возмущениям входных воздействий. Введено понятие функций Ляпунова для систем с управлением и получен ряд результатов по синтезу стабилизирующих управлений.

Данный модуль включает четыре базовых раздела:

- основы теории устойчивости по Ляпунову;
- методы построения функций Ляпунова;
- устойчивость к возмущениям входа;
- функции Ляпунова систем с управлением и их использование в задачах стабилизации.

### **Модуль 3. Диссипативные динамические системы [3, 5, 11, 12].**

При синтезе стабилизирующего управления для динамической системы одним из важных свойств является пассивность системы. Большинство механических систем, рассмотренные с определенным выходом, являются пассивными [11, 13]. Пассивность представляет собой частный случай свойства диссипативности динамических систем. Многие ключевые для анализа и синтеза систем управления свойства, например, минимально-фазовость, устойчивость к возмущениям входа описываются при помощи неравенств диссипации.

Материал модуля разделен на три блока:

- пассивность и диссипативность динамических систем;
- пассификация обратной связью;
- анализ каскадных взаимосвязей систем.

### **Модуль 4. Нелинейные методы решения задач стабилизации и терминалного управления [2, 3, 4, 5, 6].**

При решении задач стабилизации положений равновесия для нелинейных систем одним из критических свойств является свойство минимальной фазовости. Для нелинейных минимально-фазовых систем методы стабилизации в настоящее время хорошо разработаны [4]. Для неминимально-фазовых систем также найдены подходы, позволяющие для таких систем решать задачи стабилизации [14, 15].

Одним из эффективных методов синтеза стабилизирующих управлений для нелинейных систем является метод обхода интегратора [6]. В настоящее время этот метод широко применяется при решении теоретических задач. Известны также примеры успешного решения прикладных задач указанным методом.

Для нелинейных динамических систем с управлением одним из достаточно эффективных методов решения терминальных задач является метод, основанный на решении обратных задач динамики. Для применения данного метода необходимо найти отображение «вход-состояние». Поэтому, как правило, требуется преобразовать нелинейную динамическую систему к специальному виду. Это метод показал свою эффективность в задачах управления летательными аппаратами и колесными роботами.

Модуль содержит следующие разделы:

- методы стабилизации минимально-фазовых и неминимально-фазовых нелинейных систем;
- метод обхода интегратора;
- методы решения задач стабилизации и терминального управления на основе преобразования системы к каноническому или квазиканоническому виду;
- решение терминальных задач методом обратных задач динамики.

**Модуль 5.** Нелинейные наблюдатели и обратная связь по выходу [5, 6, 16, 17, 18, 19].

В теории наблюдаемости для нелинейных динамических систем, в том числе для систем с управлением, в настоящее время сформирована концепция наблюдаемости [16, 18, 19], а также разработаны различные методы синтеза наблюдателей для нелинейных систем. Эти методы базируются на дифференциально-геометрическом подходе, а также используют методы функций Ляпунова и методы решения линейных матричных неравенств. Для нелинейных систем известны результаты, обосновывающие принцип разделения задач управления и наблюдения, а также специальные методы синтеза стабилизирующей обратной связи с использованием оценки, получаемой наблюдателем.

Материал модуля разбит на шесть блоков:

- наблюдаемость и детектируемость нелинейных динамических систем;
- дифференциально-геометрический метод построения наблюдателя, наблюдатели с линейной динамикой ошибки оценки состояния;
- наблюдатели с высокими коэффициентами усиления;
- наблюдатели систем с секторными функциями;
- принцип разделения задач управления и наблюдения для нелинейных систем;
- метод обхода интегратора в наблюдателе.

**Модуль 6.** Нелинейное адаптивное и робастное управление [3, 6, 20, 21].

Решения задач управления техническими системами, как правило, приходится искать в условиях наличия неопределенностей в математической модели системы. Одним из эффективных методов решения задачи стабилизации при наличии неопределенностей и возмущений является метод обхода интегратора. Данный метод позволяет строить стабилизирующие управление в том числе в случаях, когда в математической модели системы неопределенностей не могут быть компенсированы напрямую за счет выбора управляющих воздействий.

Модуль включает четыре блока:

- адаптивные и робастные функции Ляпунова;
- метод обхода интегратора при наличии возмущений;
- адаптивный метод обхода интегратора;
- адаптивное управление по эталонной модели.

## 2. Примеры прикладных задач

Большое количество различных примеров применения методов математической теории управления нелинейными системами содержит монография [13]. Эти примеры активно используются в различных курсах, а также при курсовом проектировании. Однако, большинство примеров являются академическими.

Более содержательными примерами применения методов теории управления нелинейными системами служат примеры решения задач стабилизации и терминальных задач для летательных и космических аппаратов [22].

**Модель движения центра масс летательного аппарата.** Для исследования динамики полета летательного аппарата достаточно удобной является следующая модель:

$$\begin{cases} \dot{V} = (n_x - \sin \vartheta)g, & \dot{H} = V \sin \vartheta, \\ \dot{\vartheta} = \frac{(n_y \cos \gamma - \cos \vartheta)g}{V}, & \dot{L} = V \cos \vartheta \cos \psi, \\ \dot{\psi} = -\frac{n_y g \sin \gamma}{V \cos \vartheta}, & \dot{Z} = -V \cos \vartheta \sin \psi, \end{cases} \quad (1)$$

где  $V$  — модуль вектора скорости;  $\vartheta$  — угол наклона траектории;  $\psi$  — угол курса;  $H$  — высота;  $L$  — дальность;  $Z$  — боковое отклонение;  $n_x$  — продольная перегрузка;  $n_y$  — поперечная перегрузка;  $\gamma$  — угол крена;  $g$  — ускорение свободного падения. Уравнения (1) получены в предположении, что масса летательного аппарата постоянна и атмосфера Земли неподвижна.

В качестве управляющих воздействий можно рассмотреть перегрузки  $n_x$ ,  $n_y$  и угол крена  $\gamma$ . В этом случае соотношения (1) задают нелинейную стационарную динамическую систему, линейную по управлению. Для решения терминальных задач к таким системам можно применять теорию преобразования аффинных систем к каноническому виду и метод обратных задач динамики. Преобразование к каноническому виду позволяет не только находить программное управление, реализующее заданную траекторию, но и строить стабилизирующее управление. Пример использования указанного подхода можно найти в [23, 24].

**Продольная динамика ракеты.** Для ракеты класса «воздух-воздух» известна открытая эталонная модель, которая может быть использована для качественных исследований. Эта модель описывает продольную динамику ракеты [25, 26]:

$$\begin{cases} \dot{u} = \frac{1}{m} (L \sin \alpha - D \cos \alpha) - g \sin \theta - qw, \\ \dot{w} = -\frac{1}{m} (L \cos \alpha + D \sin \alpha) + g \cos \theta + qu, \\ \dot{q} = \frac{M_y}{I_y}, \\ \dot{\theta} = q, \\ \dot{x} = V \cos \gamma, \\ \dot{z} = V \sin \gamma, \end{cases} \quad (2)$$

где  $u, w$  — проекции вектора скорости  $\bar{V}$  на оси координат  $O_bx_b$  и  $O_bz_b$  системы координат  $x_bO_bz_b$ , жестко связанной с корпусом ракеты и началом в центре масс;  $V$  — скорость ракеты,  $V = \sqrt{u^2 + w^2}$ ;  $\alpha$  — угол атаки,  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{w}{u}$ ;  $\gamma$  — угол наклона траектории,  $\gamma = \theta - \alpha$ ;  $\theta$  — угол тангажа;  $q$  — угловая скорость по тангажу;  $L$  — аэродинамическая подъемная сила;  $D$  — аэродинамическая сила сопротивления;  $M_y$  — аэродинамический момент;  $x, z$  — координаты центра масс корпуса ракеты в земной системе координат  $xOz$ ;  $m$  — масса ракеты;  $I_y$  — момент инерции ракеты;  $g$  — ускорение свободного падения;  $\delta$  — угол отклонения хвостовых стабилизаторов.

Отметим, что система (2) описывает продольную динамику ракеты как твердого тела при условии, что центр давления совпадает с центром масс, масса ракеты постоянна, сила тяги двигателя равна нулю, органы управления расположены в хвостовой части ракеты. Предполагается, что угол крена, угол бокового скольжения, а также угловые скорости по крену и рысканию равны нулю. Силы, действующие на корпус ракеты, и используемые для описания движения системы координат приведены на рис. 2.

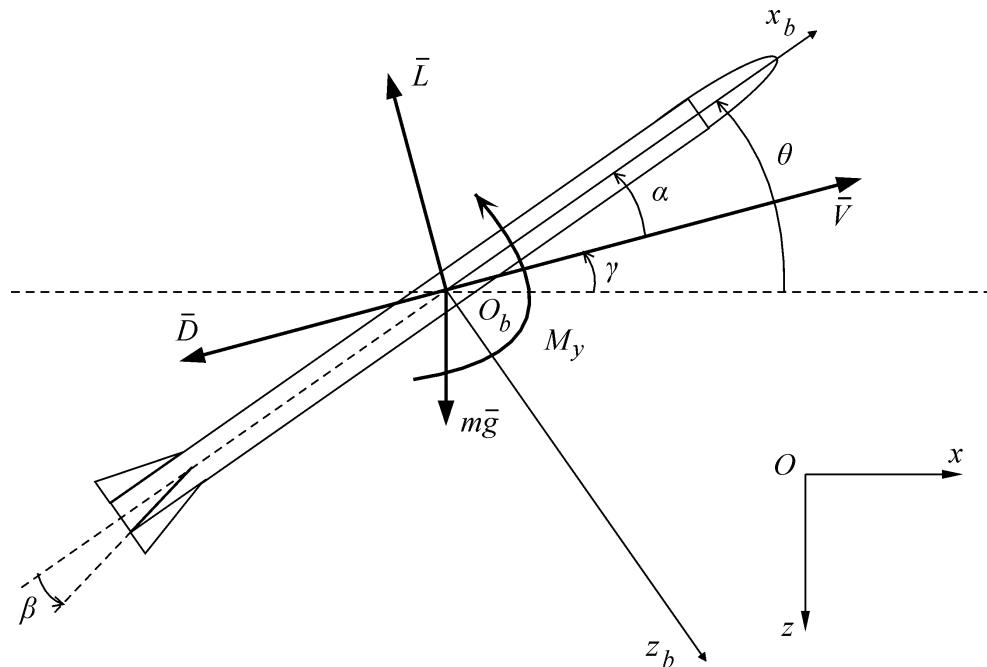


Рис. 2. Силы и момент, действующие на корпус ракеты

Аэродинамические силы и момент, действующие на корпус ракеты, имеют вид

$$L = QSC_L(\alpha, M, \delta), \quad D = QSC_D(\alpha, M, \delta), \quad M_y = QSdC_m(\alpha, M, \delta, q), \quad (3)$$

где  $Q$  — динамическое давление,  $Q = \frac{1}{2}\rho V^2$ ;  $\rho$  — плотность атмосферы как функция высоты;  $M$  — число Маха,  $M = \frac{V}{a}$ ;  $a$  — скорость звука;  $S$  — расчетная площадь;  $d$  — расчетное расстояние. Аэродинамические коэффициенты  $C_L(\alpha, M, \delta)$ ,  $C_D(\alpha, M, \delta)$ ,  $C_m(\alpha, M, \delta, q)$  за-

писываются следующим образом [25, 26, 27]:

$$\begin{cases} C_L = -C_z \cos \alpha, \\ C_D = C_{D_0} - C_z \sin \alpha, \\ C_z = a_n \alpha^3 + b_n \alpha |\alpha| + c_n \left(2 - \frac{M}{3}\right) \alpha + d_n \delta, \\ C_m = a_m \alpha^3 + b_m \alpha |\alpha| + c_m \left(-7 + \frac{8M}{3}\right) \alpha + d_m \delta + e_m q, \end{cases} \quad (4)$$

где  $C_{D_0}, a_n, b_n, c_n, d_n, a_m, b_m, c_m, d_m, e_m$  — некоторые постоянные.

Стандартная модель динамического давления задается соотношением [25, 26, 27]:

$$Q = 0,7 P_0 M^2, \quad (5)$$

где  $P_0$  — статическое давление.

В качестве управляющего воздействия рассматривается угол  $\delta$  отклонения хвостовых стабилизаторов ракеты. Уравнение, описывающее динамику органов управления, имеет вид [26]:

$$\dot{\delta} = \frac{1}{\tau_a} (\delta_c - \delta), \quad (6)$$

где  $\tau_a$  — некоторая положительная константа;  $\delta_c$  — управление.

При численном моделировании предлагается использовать значения параметров рассматриваемой математической модели ракеты, приведенные в [25, 26, 27].

Для ракеты «воздух-воздух» одной из типовых является задача отслеживания заданного закона изменения угла атаки. Эта задача может быть успешно решена с использованием метода обхода интегратора [26].

Отметим, что для приведенных моделей можно ставить задачи адаптивного и робастного управления, а также задачи наблюдения неизмеряемых переменных состояния.

## Заключение

Образовательная программа подготовки магистров, предлагаемая кафедрой «Математическое моделирование» МГТУ им. Н.Э. Баумана, и реализуемая на английском языке, включает материалы, отражающие современное состояние математической теории управления нелинейными системами.

Предложенная модульная структура образовательной программы, включает как теоретические, так и прикладные курсы, которые в полной мере соответствуют аналогичным курсам, реализуемым в ведущих технических университетах мира.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (14-01-00424, 14-07-00813, 13-07-00743) и Программы Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (НШ-53.2014.1).

## Список литературы

1. Kokotović P., Arcak M. Constructive nonlinear control: a historical perspective // Automatica. 2001. Vol. 37, no. 5. P. 637–662. DOI: [10.1016/S0005-1098\(01\)00002-4](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(01)00002-4)
2. Краснощеченко В.И., Крищенко А.П. Нелинейные системы: геометрические методы анализа и синтеза. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. 520 с.
3. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука. 2000. 549 с.
4. Isidori A. Nonlinear control systems. 3rd ed. Springer London, 1995. 549 p. DOI: [10.1007/978-1-84628-615-5](https://doi.org/10.1007/978-1-84628-615-5)
5. Khalil H.K. Nonlinear systems. 3rd ed. New York: Prentice Hall, 2002. 750 p.
6. Krstić M., Kanellakopoulos I., Kokotović P.V. Nonlinear and adaptive control design. New York: John Wiley and Sons. 1995. 563 p.
7. Андреев Ю.Н. Управление конечномерными линейными объектами. М.: Наука, 1976. 424 с.
8. Fliess M., Levine J., Martin Ph., Rouchon P. A Lie-Backlund approach to equivalence and flatness of nonlinear systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 1999. Vol. 44, iss. 5. P. 922–937. DOI: [10.1109/9.763209](https://doi.org/10.1109/9.763209)
9. Sira-Ramirez H., Agrawal S. Differentially flat systems. New York: Dekker. 2004.
10. Sontag E.D. Input to state stability: basic concepts and results // In: Nonlinear and Optimal Control Theory / Nistri P., Stefani G., eds. Springer Berlin Heidelberg, 2008. P. 163-220. DOI: [10.1007/978-3-540-77653-6\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-540-77653-6_3)
11. Ortega R., Loria A., Nicklasson P.J., Sira-Ramirez H. Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications. Springer London, 1998. 543 p. DOI: [10.1007/978-1-4471-3603-3](https://doi.org/10.1007/978-1-4471-3603-3)
12. Голубев А.Е. Стабилизация динамических систем с использованием свойства пассивности: конспект лекций / Под ред. А.П. Крищенко. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2011. 45 с.
13. Fantoni I., Lozano R. Non-linear control for underactuated mechanical systems. Springer London, 2002. 295 p. DOI: [10.1007/978-1-4471-0177-2](https://doi.org/10.1007/978-1-4471-0177-2)
14. Krishchenko A.P., Panfilov D.Yu., Tkachev S.B. The construction of minimal phase affine systems // Differential Equations. 2002. Vol. 38, no. 11, P. 1574–1580. DOI: [10.1023/B:DIEQ.0000019350.64971.68](https://doi.org/10.1023/B:DIEQ.0000019350.64971.68)
15. Tkachev S.B. Stabilization of nonstationary affine systems by the virtual output method // Differential Equations. 2007. Vol. 43, no. 11. P. 1546–1557. DOI: [10.1134/S0012266107110109](https://doi.org/10.1134/S0012266107110109)
16. Besançon G. Nonlinear Observers and Applications. Springer Berlin Heidelberg, 2007. 224 p. DOI: [10.1007/978-3-540-73503-8](https://doi.org/10.1007/978-3-540-73503-8)

17. Голубев А.Е., Крищенко А.П., Ткачев С.Б. Стабилизация нелинейных динамических систем с использованием оценки состояния системы асимптотическим наблюдателем (обзор) // Автоматика и телемеханика. 2005. № 7. С. 3–42.
18. Голубев А.Е., Ткачев С.Б. Наблюдатели с высокими коэффициентами усиления: электронное учебное издание / Под ред. А.П. Крищенко. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2013. 30 с.
19. Gauthier J.P., Kupka I. Deterministic observation theory and applications. Cambridge: University Press, 2001. 226 p.
20. Freeman R.A., Kokotović P.V. Robust nonlinear control design. Boston: Birkhäuser. 1996. 258 p.
21. Marino R., Tomei P. Nonlinear control design: Geometric, adaptive and robust. London: Prentice-Hall. 1995. 390 p.
22. Tkachev S.B., Golubev A.E., Krishchenko A.P. Postgraduate education in nonlinear dynamical systems and automatic control in aerospace // 9th IFAC Symposium Advances in Control Education, 2012. Vol. 9, part 1. 2012. P. 330–335. DOI: [10.3182/20120619-3-RU-2024.00055](https://doi.org/10.3182/20120619-3-RU-2024.00055)
23. Krishchenko A.P., Kanatnikov A.N., Tkachev S.B. Planning and control of spatial motion of flying vehicles // Proc. IFAC Workshop Aerospace Guidance, Navigation and Flight Control Systems AGNFCS'09 (Samara, Russia, 2009). Available at: <http://lib.physcon.ru/file?id=cbd1d06571da>, accessed 01.10.2014.
24. Канатников А.Н., Крищенко А.П., Ткачев С.Б. Допустимые пространственные траектории беспилотного летательного аппарата в вертикальной плоскости // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2012. № 3. С. 1–15. Режим доступа: <http://technomag.edu.ru/doc/367724.html> (дата обращения 01.10.2014).
25. Xin M., Balakrishnan S.N. Missile longitudinal autopilot design using a new suboptimal nonlinear control method // IEEE Proc. Control Theory and Application. 2003. Vol. 150, no. 6. P. 577–584. DOI: [10.1049/ip-cta:20030966](https://doi.org/10.1049/ip-cta:20030966)
26. Голубев А.Е. Отслеживание программного изменения угла атаки для продольной динамики ракеты класса «воздух-воздух» с помощью метода обхода интегратора // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. № 11. С. 401–414. DOI: [10.7463/1113.0622518](https://doi.org/10.7463/1113.0622518)
27. Reichert R.T. Dynamic scheduling of modern-robust-control autopilot designs for missiles // IEEE Control Systems. 1992. Vol. 12, no. 5. P. 35–42. DOI: [10.1109/37.158896](https://doi.org/10.1109/37.158896)

## **Features of the Masters Programme in Nonlinear Dynamical Systems and Control Processes Taught in English**

Golubev A. E.<sup>1,\*</sup>, Tkachev S. B.<sup>1</sup>, Utkina N. V.<sup>1</sup>

\*[mathmod@bmstu.ru](mailto:mathmod@bmstu.ru)

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

---

**Keywords:** postgraduate educational programme, Masters programme, nonlinear dynamical systems, control

---

The last three decades have witnessed the great breakthrough in nonlinear control theory. Nonlinear models and nonlinear techniques play now the central role in control engineering, since they allow to describe nonlocal behavior of a dynamical system and obtain results that are valid in large regions of the state space.

However, to our knowledge, at the same time there is a serious lack of the postgraduate educational programmes properly covering the great variety of nonlinear design tools. One can find a lot of masters programmes in automatic control dealing with numerous applications and linear control theory. But, unfortunately, most of them don't provide the comprehensive knowledge of nonlinear control techniques. Typically only basics of nonlinear dynamic inversion control are studied.

This note deals with the Masters educational programme offered in English by the Department of Mathematical Modeling at Bauman Moscow State Technical University. The programme is specifically focused on nonlinear control techniques. We suggest the modular structure of the educational programme in question. The students are provided both with the theoretical courses in modern nonlinear control theory and applied courses in control of unmanned aerial vehicles and mobile robots.

Application examples in aerospace control are considered. Examples of mathematical models for unmanned aerial vehicles that can be used for educational purposes are given.

One of the potential application areas for the results discussed in this paper is preparing Masters educational programmes in the field of automatic control of technical plants like unmanned aerial vehicles and mobile robots.

## References

1. Kokotović P., Arcak M. Constructive nonlinear control: a historical perspective. *Automatica*, 2001, vol. 37, no. 5, pp. 637–662. DOI: [10.1016/S0005-1098\(01\)00002-4](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(01)00002-4)
2. Krasnoshchеченко В.И., Krishchenko А.П. *Nelineinyye sistemy: geometricheskie metody analiza i sinteza* [Nonlinear systems: geometrical methods of analysis and synthesis]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2005. 520 p. (in Russian).
3. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O., Fradkov A.L. *Nelineynoe i adaptivnoe upravlenie slozhnymi dinamicheskimi sistemami* [Nonlinear and adaptive control of complex dynamical systems]. St. Petersburg, Nauka Publ., 2000. 549 p. (in Russian).
4. Isidori A. *Nonlinear control systems*. 3rd ed. Springer London, 1995. 549 p. DOI: [10.1007/978-1-84628-615-5](https://doi.org/10.1007/978-1-84628-615-5)
5. Khalil H.K. *Nonlinear systems*. 3rd ed. New York, Prentice Hall, 2002. 750 p.
6. Krstić M., Kanellakopoulos I., Kokotović P.V. *Nonlinear and adaptive control design*. New York, John Wiley and Sons, 1995. 563 p.
7. Andreev Yu.N. *Upravlenie konechnomernymi lineynymi ob'ektami* [Control of finite dimensional linear plants]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 424 p. (in Russian).
8. Fliess M., Levine J., Martin Ph., Rouchon P. A Lie-Backlund approach to equivalence and flatness of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, vol. 44, iss. 5, pp. 922–937. DOI: [10.1109/9.763209](https://doi.org/10.1109/9.763209)
9. Sira-Ramirez H., Agrawal S. *Differentially flat systems*. New York, Dekker, 2004.
10. Sontag E.D. Input to State Stability: Basic Concepts and Results. In: Nistri P., Stefani G., eds. *Nonlinear and Optimal Control Theory*. Springer Berlin Heidelberg, 2008, pp. 163–220. DOI: [10.1007/978-3-540-77653-6\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-540-77653-6_3)
11. Ortega R., Loria A., Nicklasson P.J., Sira-Ramirez H. *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications*. Springer London, 1998. 543 p. DOI: [10.1007/978-1-4471-3603-3](https://doi.org/10.1007/978-1-4471-3603-3)
12. Golubev A.E. *Stabilizatsiya dinamicheskikh sistem s ispol'zovaniem svoystva passivnosti* [Stabilization of dynamical systems based on passivity property]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2011. 45 p. (in Russian).
13. Fantoni I., Lozano R. *Non-linear Control for Underactuated Mechanical Systems*. Springer London, 2002. 295 p. DOI: [10.1007/978-1-4471-0177-2](https://doi.org/10.1007/978-1-4471-0177-2)
14. Krishchenko A.P., Panfilov D.Yu., Tkachev S.B. The construction of minimal phase affine systems. *Differential Equations*, 2002, vol. 38, no. 11, pp. 1574–1580. DOI: [10.1023/B:DIEQ.0000019350.64971.68](https://doi.org/10.1023/B:DIEQ.0000019350.64971.68)
15. Tkachev S.B. Stabilization of nonstationary affine systems by the virtual output method. *Differential Equations*, 2007, vol. 43, no. 11, pp. 1546–1557. DOI: [10.1134/S0012266107110109](https://doi.org/10.1134/S0012266107110109)

16. Besançon G. *Nonlinear Observers and Applications*. Springer Berlin Heidelberg, 2007. 224 p.  
DOI: [10.1007/978-3-540-73503-8](https://doi.org/10.1007/978-3-540-73503-8)
17. Golubev A.E., Krishchenko A.P., Tkachev S.B. Stabilization of nonlinear dynamic systems using the system state estimates made by the asymptotic observer. *Avtomatika i telemekhanika*, 2005, no. 7, pp. 3–42. (English translation: *Automation and Remote Control*, 2005, vol. 66, no. 7, pp. 1021–1058. DOI: [10.1007/s10513-005-0147-5](https://doi.org/10.1007/s10513-005-0147-5)).
18. Golubev A.E., Tkachev S.B. *Nablyudateli s vysokimi koeffitsientami usileniya* [High gain observers]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2013. 30 p. (in Russian).
19. Gauthier J.P., Kupka I. *Deterministic observation theory and applications*. Cambridge, University Press, 2001. 226 p.
20. Freeman R.A., Kokotović P.V. *Robust nonlinear control design*. Boston, Birkhäuser, 1996. 258 p.
21. Marino R., Tomei P. *Nonlinear control design: Geometric, adaptive and robust*. London, Prentice-Hall, 1995. 390 p.
22. Tkachev S.B., Golubev A.E., Krishchenko A.P. Postgraduate education in nonlinear dynamical systems and automatic control in aerospace. *9th IFAC Symposium Advances in Control Education*, 2012. Vol. 9, part 1. 2012, pp. 330–335. DOI: [10.3182/20120619-3-RU-2024.00055](https://doi.org/10.3182/20120619-3-RU-2024.00055)
23. Krishchenko A.P., Kanatnikov A.N., Tkachev S.B. Planning and control of spatial motion of flying vehicles. *Proc. IFAC Workshop Aerospace Guidance, Navigation and Flight Control Systems AGNFCS'09*, Samara, Russia, 2009. Available at: <http://lib.physcon.ru/file?id=cbd1d06571da>, accessed 01.10.2014.
24. Kanatnikov A.N., Krishchenko A.P., Tkachev S.B. Admissible Spatial Trajectories of the Unmanned Aeral Vechicle in the Vertical Plane. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2012, no. 3. Available at: <http://technomag.edu.ru/doc/367724.html>, accessed 01.10.2014. (in Russian).
25. Xin M., Balakrishnan S.N. Missile longitudinal autopilot design using a new suboptimal nonlinear control method. *IEEE Proc. Control Theory and Application*, 2003, vol. 150, no. 6, pp. 577–584. DOI: [10.1049/ip-cta:20030966](https://doi.org/10.1049/ip-cta:20030966)
26. Golubev A.E. Tracking a process of scheduled change in the angle of attack for longitudinal dynamics of an air-to-air missile with the use of an integrator back-stepping method. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2013, no. 11, pp. 401–414. DOI: [10.7463/1113.0622518](https://doi.org/10.7463/1113.0622518) (in Russian).
27. Reichert R.T. Dynamic scheduling of modern-robust-control autopilot designs for missiles. *IEEE Control Systems*, 1992, vol. 12, no. 5, pp. 35–42. DOI: [10.1109/37.158896](https://doi.org/10.1109/37.158896)