

УДК 531.8; 621.01

**Анализ кинематики коленного модуля с гидравлическим исполнительным механизмом и сопоставление результатов расчета с поведением коленного сустава человека при ходьбе**

Труханов К. А.<sup>1,\*</sup>, Прокопенко Р. А.<sup>1</sup>

[\\*trukhanov@mail.ru](mailto:trukhanov@mail.ru)

<sup>1</sup>Институт электронных управляющих машин им. И.С.Брука, Москва, Россия

---

В статье рассмотрены вопросы кинематического анализа при синтезе коленного сустава, заменяющего собой коленный сустав человека, с применением в качестве исполнительного механизма гидропневмодемпера. Целью исследования было определение аналитических соотношений для: угла сгибания коленного сустава, скорости, ускорения, момента и мощности в коленном суставе; а также зависимости приведенной нагрузки на шток исполнительного механизма, входящий в состав коленного модуля. Полученные результаты сравниваются с результатами, основанными на экспериментальных данных для спокойной ходьбы здорового человека с массой тела 57,6 кг по ровной поверхности.

**Ключевые слова:** модуль коленный, анализ кинематический, нагрузка приведенная, гидропневмодемпер

---

## Введение

Утрата конечности – трагическое событие в жизни человека, которое влечет значительные изменения для него и его близких. Подготовка к протезированию и адаптация после ампутации имеют важное социальное значение.

В настоящее время развитие техники и технологии позволяют людям, перенесшим ампутацию, продолжить прежнюю жизнь, несмотря на потерю конечности. Многие зарубежные фирмы (Ossur, Ottobock и др.) ставят целью минимизировать нарушения в поведении человека, связанные с ампутацией. Ведутся исследования по созданию оптимальной конструкции протеза коленного сустава [1-3].

В рамках работы по созданию импортозамещающей продукции (Государственный контракт № 12411.1008799.13.060 от 16 мая 2012 г.) начата работа по созданию коленного модуля. Предполагается разработать методику синтеза и произвести технологическую

подготовку производства коленных модулей на территории РФ, не уступающих по качеству зарубежным аналогам.

Данная статья посвящена вопросам кинематического анализа при синтезе коленного модуля, заменяющего собой коленный сустав человека. Задача состояла в определении аналитических соотношений изменяющихся кинематических параметров при ходьбе человека по ровной поверхности: угол коленного сустава, момент в коленном суставе, определение приведенной нагрузки на исполнительный механизм механического устройства коленного сустава; а также сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

## 1. Описание схемы устройства и геометрии коленного модуля

В качестве исполнительного механизма предлагается использовать управляемый гидропневмодемпфер, расчет которого будет приведен в последующих статьях. Вид гидропневмодемпфера, установленного в конструкцию коленного модуля приведен на Рис.1.

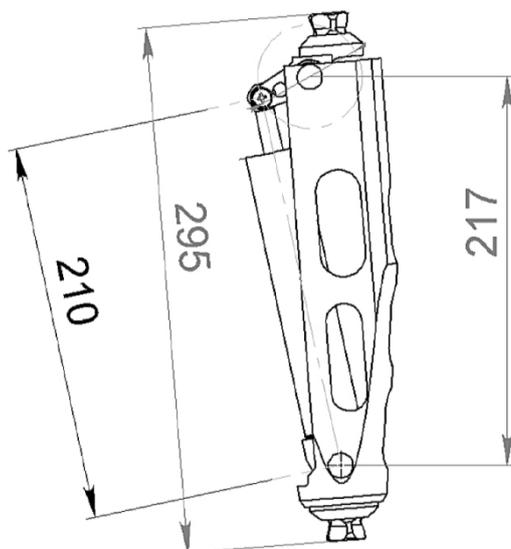


Рис. 1. Вид создаваемого коленного модуля с установленным ИМ – гидропневмодемпфером

Устройство коленного модуля (далее КМ) представляет собой кинематический двухзвенный механизм. Одно звено, которого совершает вращательное движение, второе вращательно-поступательное, обеспечивающее поворот первого. Принципиальная кинематическая схема механизма приведена на Рис.2.

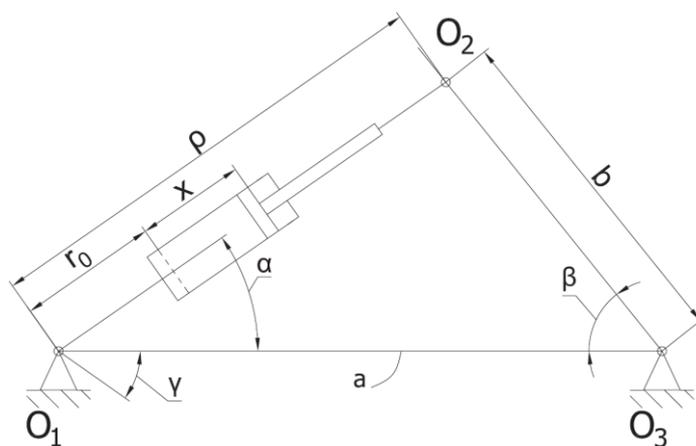


Рис. 2. Кинематическая схема механизма КМ

Геометрия механизма определяется длиной  $a = \text{const}$ , углом ее наклона к горизонту  $\gamma = \text{const}$ , плечом  $b = \text{const}$ . Смещение поршня определяется значением  $x = \text{var}$ , или изменением  $\rho$  ( $\rho - x = \text{const}$ ,  $x' = \rho'$ ), а также углами  $\alpha = \text{var}$  и  $\beta = \text{var}$ . Любая из трех переменных может быть выбрана в качестве обобщенной координаты (механизм имеет одну степень свободы), а связь между переменными может определяться, например, равенствами [4].

$$\cos \alpha = \frac{\rho^2 + a^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot \rho}; \cos \beta = \frac{a^2 + b^2 - \rho^2}{2 \cdot a \cdot b} \quad (1)$$

При исследовании динамики исполнительного механизма в КМ в качестве обобщенной координаты целесообразно выбрать координату положения поршня  $x$  (или  $\rho$ ), связанную с исполнительным механизмом, а при исследовании движений звеньев – угол  $\beta$ , поскольку каждому значению  $\rho$  соответствуют два значения  $\beta$ , а последняя переменная однозначно определяет положение соединительного механизма. Обычно в технологических установках возможные положения такого механизма ограничиваются конструкцией, и поэтому двужначность угла  $\beta$  в аналитических решениях не рассматривают [4].

Для механизма на Рис. 2 геометрические соотношения определяются зависимостями:

$$\alpha = \alpha(\rho), \beta = \beta(\rho), \quad (2)$$

или

$$\alpha = \alpha(\beta), \rho = \rho(\beta). \quad (3)$$

При выборе размеров базы в качестве единицы измерения целесообразно использовать безразмерные величины  $\bar{a} = 1$ ;  $\bar{b} = b/a$ ,  $\bar{\rho} = \rho/a$ . Тогда зависимости (2) с учетом (1) запишутся

$$\alpha = \arccos \frac{1 + \bar{\rho}^2 - \bar{b}^2}{2 \cdot \bar{\rho}}, \quad (4)$$

$$\beta = \arccos \frac{1 + \bar{b}^2 - \bar{\rho}^2}{2 \cdot \bar{b}}, \quad (5)$$

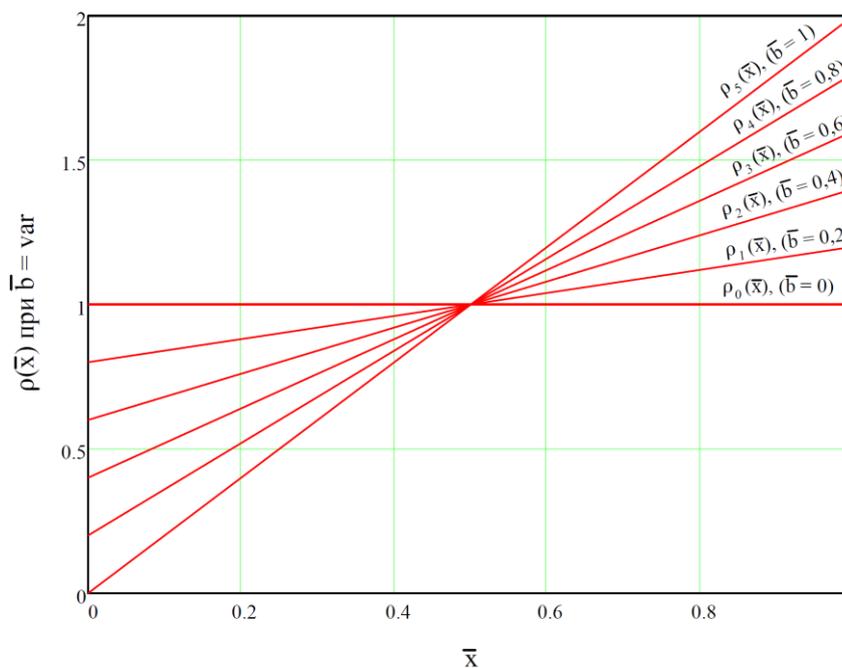
а равенства (3) с учетом (1) будут

$$\bar{\rho} = \sqrt{1 + \bar{b}^2 - 2 \cdot \bar{b} \cdot \cos \beta}, \quad (6)$$

$$\alpha = \arcsin \frac{\bar{b} \cdot \sin \beta}{\sqrt{1 + \bar{b}^2 - 2 \cdot \bar{b} \cdot \cos \beta}} \quad (7)$$

Из зависимости (4) следует, что при  $\bar{b} < 1$  звено совершает возвратно-поступательное движение и  $0 < \alpha < 90^\circ$ , а при  $\bar{b} > 1$  возможно вращательное движение. Величина  $\bar{\rho}$  определяется как в зависимости от положения соединительного механизма (угол  $\beta$ ), так и размеров ( $\bar{b}$ ), причем  $\bar{\rho}_{\min} = |\bar{b} - 1|$  (при  $\beta = 0^\circ$  и  $\beta = 360^\circ$ ), а  $\bar{\rho}_{\max} = |1 + \bar{b}|$  (при  $\beta = 180^\circ$ ). Из равенства (6) следует, что при  $\bar{b} < 1$  максимальный ход поршня  $\bar{x}_{\max} = \bar{\rho}_{\max} - \bar{\rho}_{\min} = 2 \cdot \bar{b}$ , а при  $\bar{b} > 1$   $\bar{x}_{\max} = 2$ .

Для получения зависимостей  $\rho(\bar{x}), \alpha(\bar{x}), \beta(\bar{x})$  были использованы соотношения (1)-(7), приведенные на Рис. 3, Рис. 4 и Рис. 5, соответственно, где  $\bar{x} = x/x_{\max}$  – относительный ход поршня [4].



**Рис. 3.** Зависимость геометрических параметров рычажного механизма  $\rho(\bar{x})$  от  $\bar{x}$  при фиксированных значениях  $\bar{b}$

Приведенные характеристики для  $\rho(\bar{x}), \alpha(\bar{x}), \beta(\bar{x})$  получены для различных значений  $\bar{b}$  из интервала  $[0..1]$ , причем

$$\bar{x} = \frac{x}{x_{\max}} = \frac{\bar{\rho} - \bar{\rho}_{\min}}{\bar{\rho}_{\max} - \bar{\rho}_{\min}}, \quad (8)$$

$$\bar{\rho} = (\bar{\rho}_{\max} - \bar{\rho}_{\min}) \cdot \bar{x} + \bar{\rho}_{\min}. \quad (9)$$

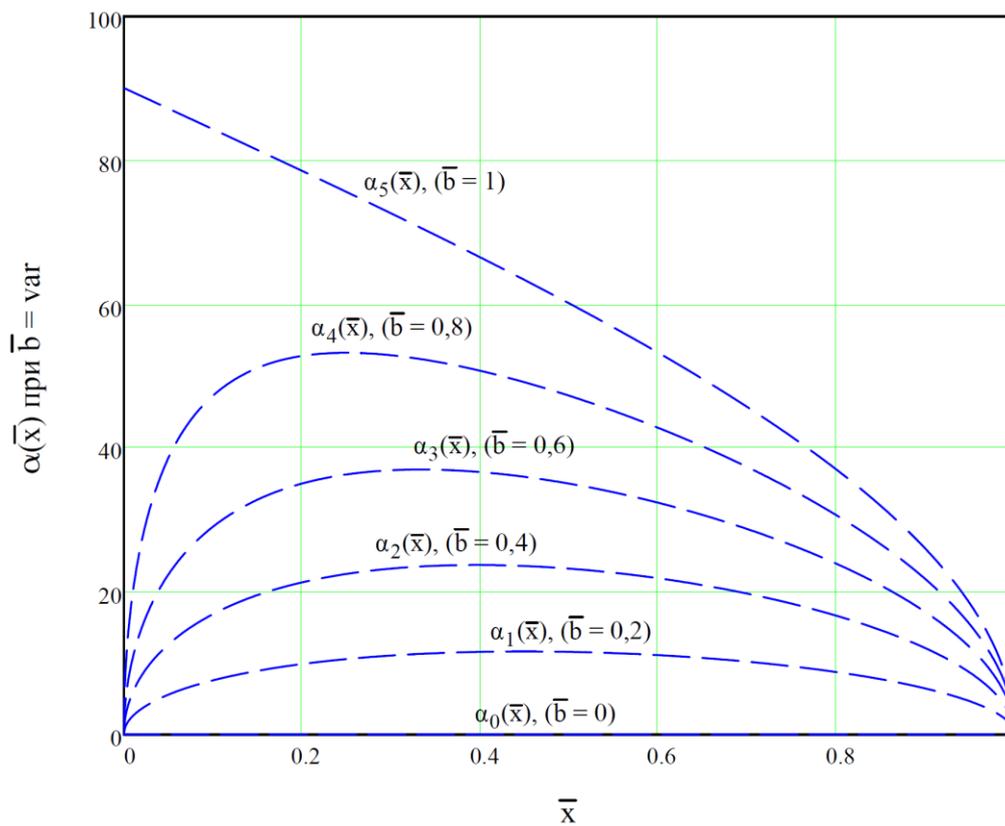


Рис. 4. Зависимость геометрических параметров рычажного механизма  $\alpha(\bar{x})$  от  $\bar{x}$  при фиксированных значениях  $\bar{b}$

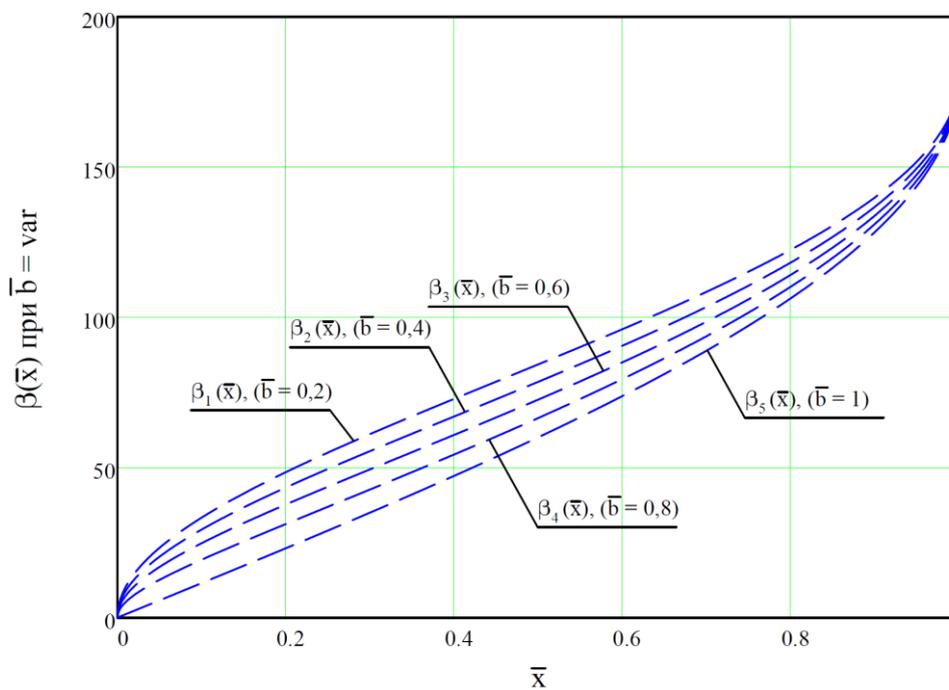


Рис. 5. Зависимость геометрических параметров рычажного механизма  $\beta(\bar{x})$  от  $\bar{x}$  при фиксированных значениях  $\bar{b}$

Скорости изменения величин  $\dot{\rho}$ ,  $\dot{\alpha}$  и  $\dot{\beta}$  определяют кинематические параметры механизма.

$$\dot{\rho} \equiv \frac{d\rho}{dt}, \dot{\alpha} \equiv \frac{d\alpha}{dt}, \dot{\beta} \equiv \frac{d\beta}{dt}, \quad (10)$$

или их обратных величин, которые могут рассматриваться как функции независимых переменных  $\rho$  или  $\beta$  [4].

Зависимости вида (10) получаются из (4) и (5) дифференцированием по  $\bar{\rho}$ , если выбрать в качестве обобщенной координаты величину  $\bar{\rho}$ :

$$\frac{\dot{\alpha}}{\dot{\rho}} \equiv \frac{d\alpha}{d\bar{\rho}} = \frac{1 - \bar{b}^2 - \bar{\rho}^2}{\bar{\rho} \cdot \sqrt{[\bar{\rho}^2 - (1 - \bar{b})^2] \cdot [(1 + \bar{b})^2 - \bar{\rho}^2]}} = \frac{1 - \bar{b}^2 - \bar{\rho}^2}{4 \cdot \bar{s} \cdot \bar{\rho}}, \quad (11)$$

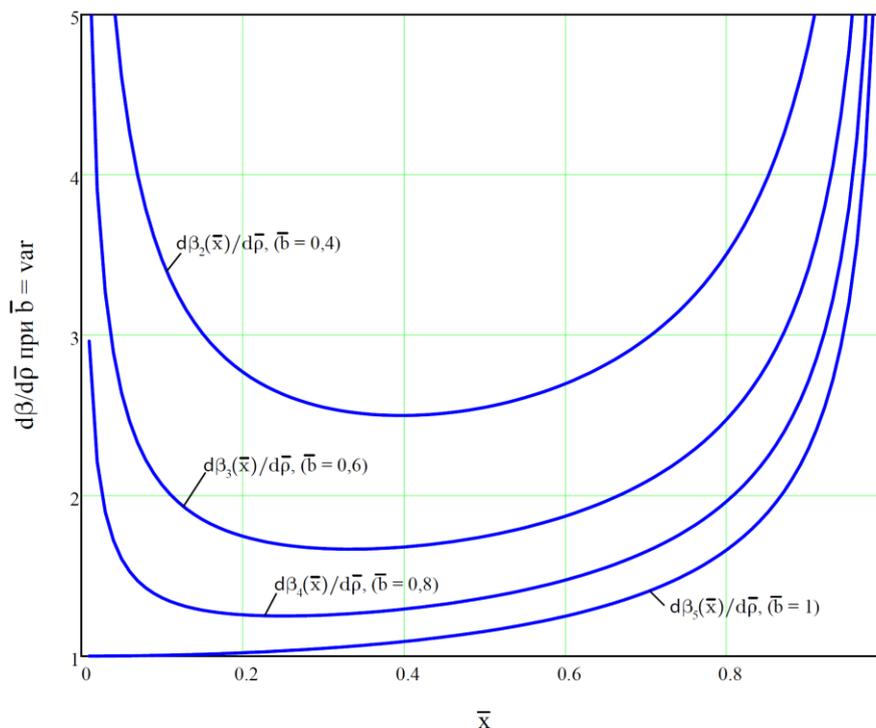
$$\frac{\dot{\beta}}{\dot{\rho}} \equiv \frac{d\beta}{d\bar{\rho}} = \frac{2 \cdot \bar{\rho}}{\sqrt{[\bar{\rho}^2 - (1 - \bar{b})^2] \cdot [(1 + \bar{b})^2 - \bar{\rho}^2]}} = \frac{\bar{\rho}}{2 \cdot \bar{s}}, \quad (12)$$

$$\frac{\dot{\alpha}}{\dot{\beta}} \equiv \frac{d\alpha}{d\beta} = \frac{1 - \bar{b}^2 - \bar{\rho}^2}{2 \cdot \bar{\rho}^2}, \quad (13)$$

где  $\bar{s} \equiv \frac{S\Delta O_1 O_2 O_3}{da^2}$  – безразмерная площадь треугольника  $O_1 O_2 O_3$ ;

$$4 \cdot \bar{s} = \sqrt{[\bar{\rho}^2 - (1 - \bar{b})^2] \cdot [(1 + \bar{b})^2 - \bar{\rho}^2]} = 2 \cdot \bar{b} \cdot \sin \beta.$$

Полученные соотношения, описанные закономерностями изменения  $d\beta/d\bar{\rho}$  и  $d\alpha/d\bar{\rho}$  в качестве функций  $\bar{x}$  для фиксированных значений  $\bar{b}$ , приведены на Рис. 6, Рис. 7, Рис. 8, соответственно.



**Рис. 6.** Зависимость кинематических параметров рычажного механизма  $d\beta(\bar{x})/d\bar{\rho}$  от  $\bar{x}$  при фиксированных значениях  $\bar{b}$

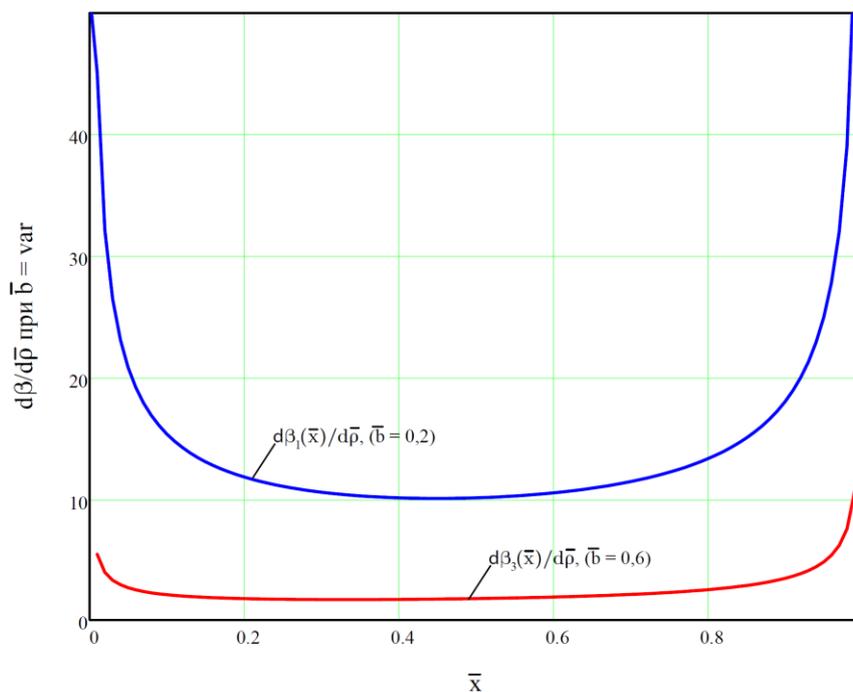


Рис. 7. Зависимость кинематических параметров рычажного механизма  $d\beta(\bar{x})/d\rho$  от  $\bar{x}$  при фиксированных значениях  $\bar{b}$

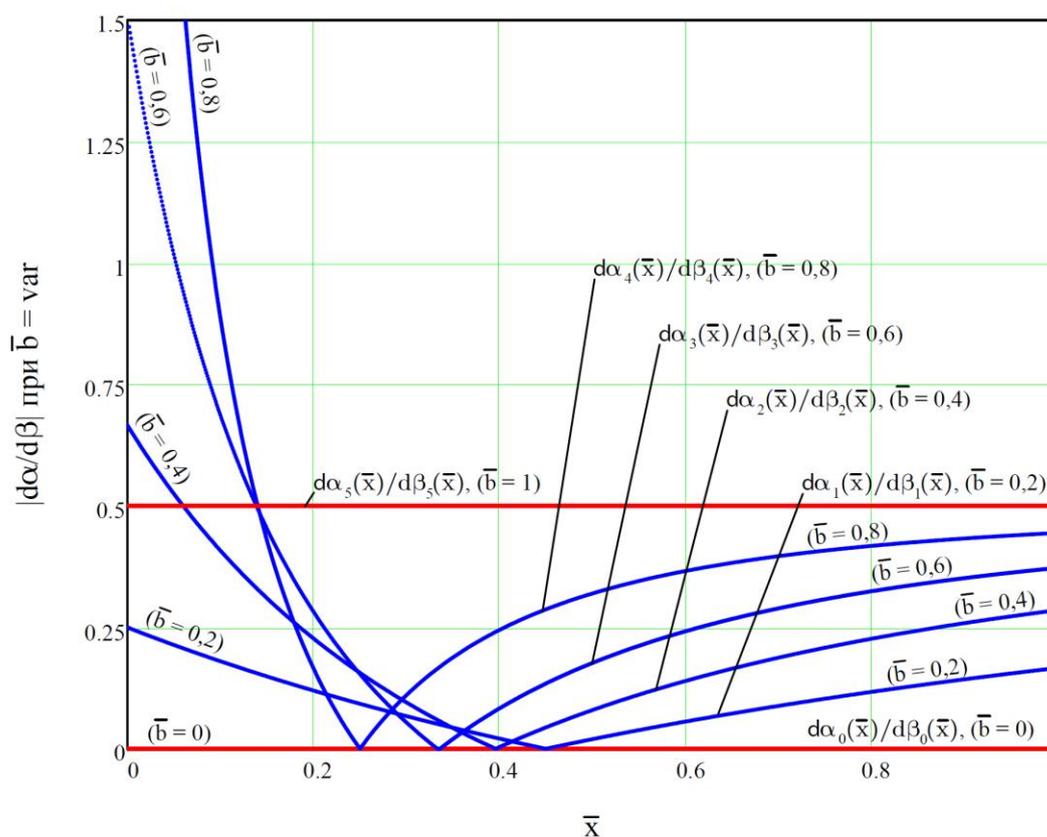
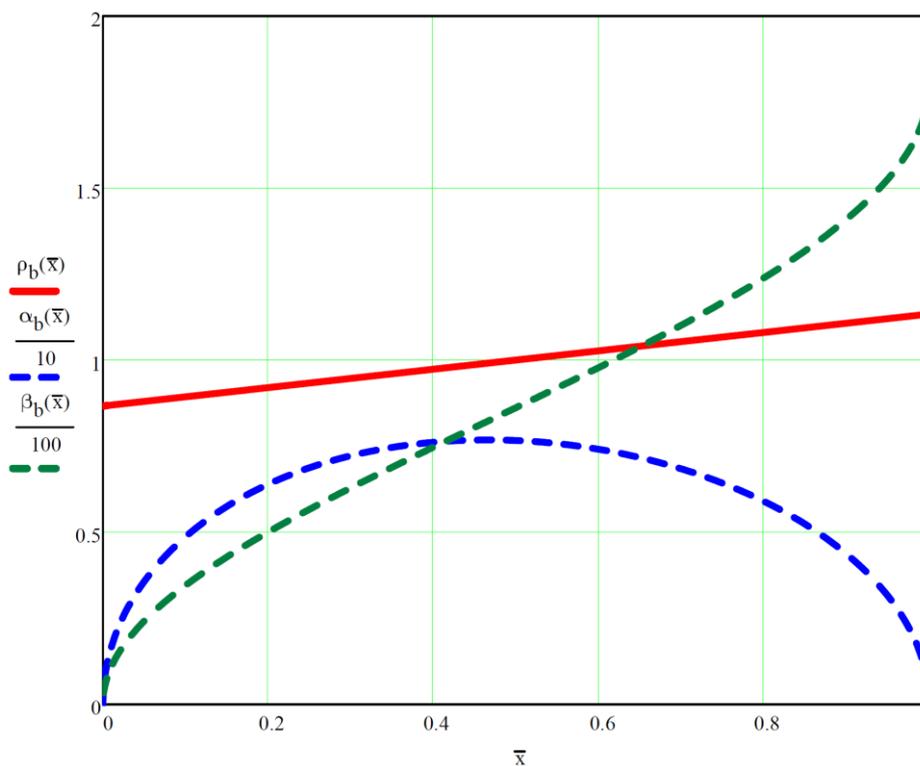


Рис. 8. Зависимость кинематических параметров рычажного механизма  $d\alpha(\bar{x})/d\beta(\bar{x})$  от  $\bar{x}$  при фиксированных значениях  $\bar{b}$

Наименьшее значение  $d\beta/d\bar{\rho}$  при  $\bar{b} > 1$  равно единице, а при  $\bar{b} < 1$  и  $\bar{\rho} = \sqrt{|\bar{b}^2 - 1|}$  равно  $1/\bar{b}$ ; в первом случае при  $\bar{x} = \frac{1}{2} \cdot \left[ \sqrt{\bar{b}^2 - 1} - (\bar{b} - 1) \right]$ , а во втором при  $\bar{x} = (1/(2 \cdot \bar{b})) \cdot \left[ \sqrt{1 - \bar{b}^2} - (1 - \bar{b}) \right]$ .

Производная  $d\alpha/d\beta$  при  $\bar{b} > 1$  всегда отрицательна и только при  $\bar{b} < 1$  и  $\bar{x} < (1/(2 \cdot \bar{b})) \cdot \left[ \sqrt{1 - \bar{b}^2} - (1 - \bar{b}) \right]$  будет положительной. При малых значениях относительного хода, когда  $\bar{\rho} < \sqrt{\frac{1}{3} \cdot |\bar{b}^2 - 1|}$ , абсолютное значение  $\dot{\alpha}$  больше  $\dot{\beta}$  [4].

С учетом представленных геометрических и кинематических соотношений для рычажного механизма, приведенного на Рис. 2 и реализуемой конструкции устройства, приняли:  $a = 0,217$  м;  $b = 0,029$  м; Тогда вид геометрических зависимостей (5-7) приведен на Рис. 9. Зависимости кинематических параметров рычажного механизма (12)-(13), представлены на Рис. 10 и Рис. 11:



**Рис. 9.** Зависимость геометрических параметров рычажного механизма  $\rho(\bar{x})$ ,  $\alpha(\bar{x})$ ,  $\beta(\bar{x})$  от  $\bar{x}$  при фиксированном значении  $\bar{b} = 0,134$

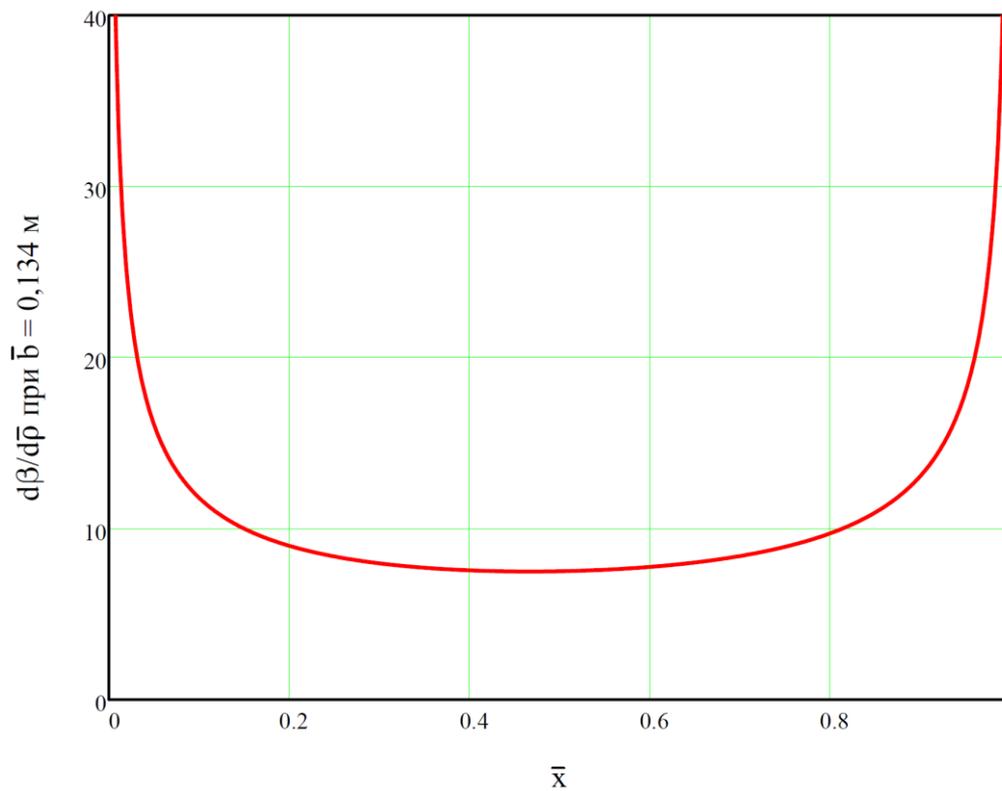


Рис. 10. Зависимость кинематических параметров рычажного механизма  $d\beta(\bar{x})/d\rho$  от  $\bar{x}$  при фиксированном значении  $\bar{b} = 0,134$

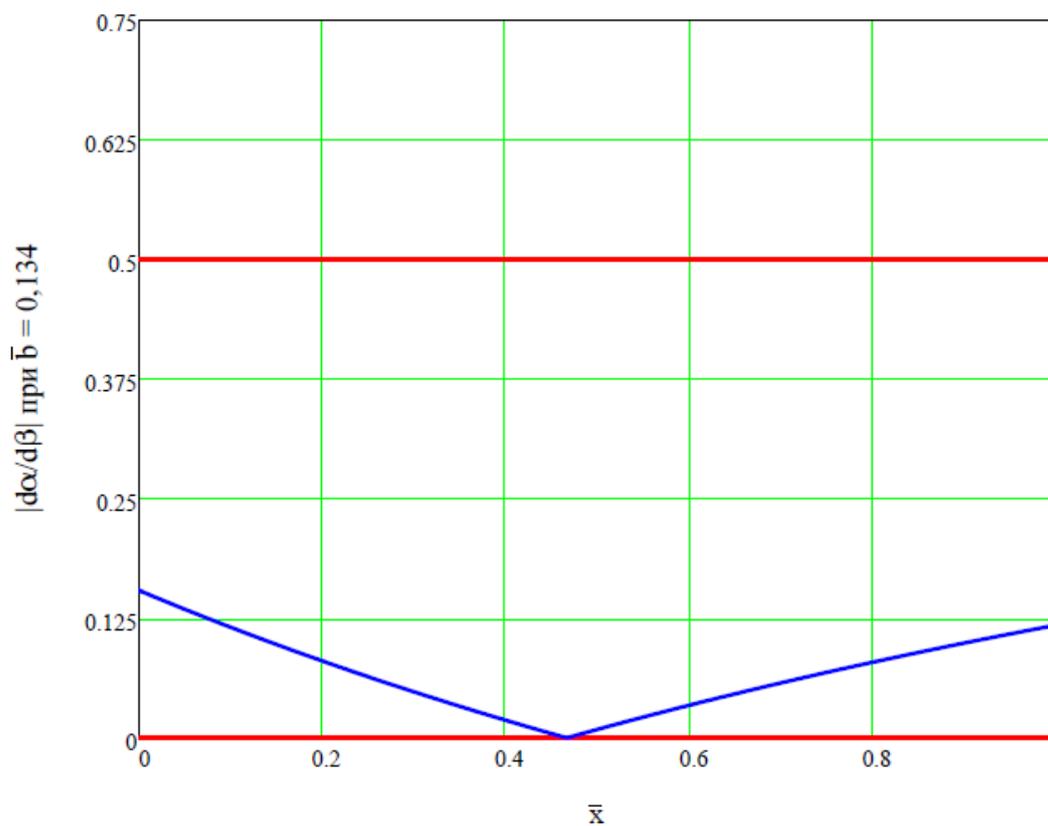


Рис. 11. Зависимость кинематических параметров рычажного механизма  $d\alpha(\bar{x})/d\beta(\bar{x})$  от  $\bar{x}$  при фиксированном значении  $\bar{b} = 0,134$

## 2. Определение кинематических соотношений в коленном суставе

Для того чтобы определить параметры исполнительного механизма (далее ИМ), необходимо знать нагружающие факторы: скорость, ускорение на выходное звено ИМ, приведенную нагрузку. Для вычисления указанных закономерностей требуется рассмотреть задачу кинематики поведения реального человека (коленного сустава).

Экспериментальные данные, оценивающие величину угла сгибания коленного сустава, скорости, ускорения, момента и мощности в коленном суставе, взяты из приложения работы [5]. Получены при ходьбе человека с массой тела 57,6 кг по ровной поверхности.

Для дальнейшего анализа и синтеза ИМ необходимо иметь аналитические зависимости экспериментальных величин, приведенных на Рис. 12, Рис. 13 и Рис. 14.

Для указанной цели необходимо произвести аппроксимацию полученных экспериментальных результатов. Т.к. ходьба человека представляет собой движение с определенным периодом, т.е. цикличностью, то аппроксимацию целесообразно выполнять, используя тригонометрические зависимости [6].

Тригонометрическая интерполяция состоит в том, что в качестве аппроксимирующей функции принимается тригонометрический многочлен вида [6]:

$$P_n(t) = \sum_{k=0}^n a_k \cdot \cos(\omega \cdot k \cdot t) + \sum_{k=1}^{n+1} b_k \cdot \sin(\omega \cdot k \cdot t), \quad (14)$$

где  $n$  – натуральные числа (количество экспериментальных точек),  $\omega = 2 \cdot \pi / T$  ( $T$  – период),  $a_k$  и  $b_k$  – числовые коэффициенты, которые находятся при решении системы линейных алгебраических уравнений [6], получены и сведены в таблицу 1:

$$a_0 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} f_i(x_i), \quad (15)$$

$$a_k = \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} f_i(x_i) \cdot \cos(\omega \cdot k \cdot x_i), \quad (16)$$

$$b_k = \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} f_i(x_i) \cdot \sin(\omega \cdot k \cdot x_i), \quad (17)$$

где  $N$  – количество экспериментальных точек,  $f_i(x_i)$  – экспериментальное значение функции,  $x_i$  – экспериментальное значение аргумента,  $k = 1, 2, \dots, n$ .

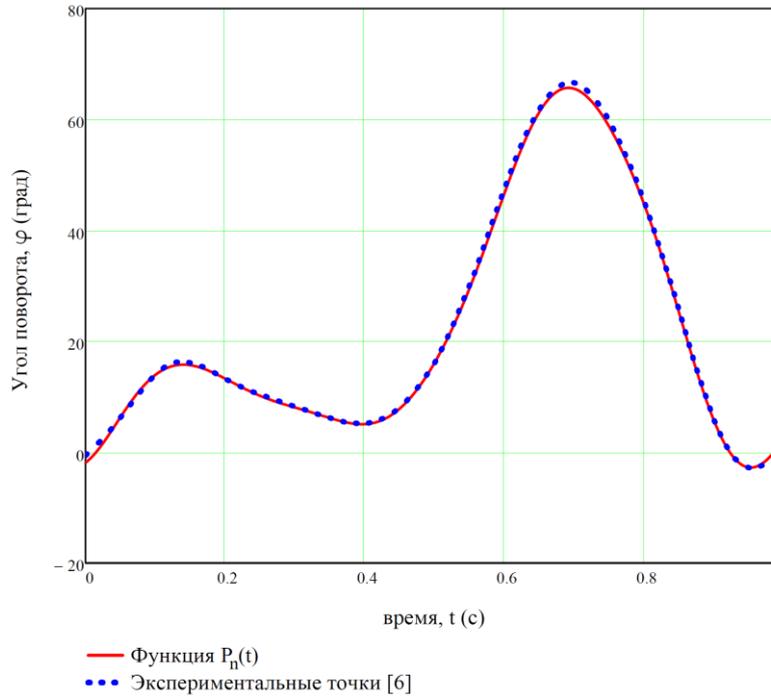
Применяя приведенные зависимости (14-17) к экспериментальным данным [5], получаем:  $\omega = 2 \cdot \pi / T = 6,464 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ . Принимаем для интерполяции экспериментальных данных угла сгибания коленного сустава  $n = 6$ . Для интерполяции экспериментальных данных приведенного момента и мощности в коленном суставе  $n = 8$  (при меньшем значении  $n$  сходимость результатов недостаточна – погрешность достигает порядка 80-90%).

Согласно принятому имеем:

- функция, описывающая зависимость угла сгибания коленного сустава, имеет вид:

$$\begin{aligned} P_n(t) = & A_0 + A_1 \cdot \cos(\omega \cdot t) + A_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) + A_3 \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t) + \\ & + A_4 \cdot \cos(4 \cdot \omega \cdot t) + A_5 \cdot \cos(5 \cdot \omega \cdot t) + A_6 \cdot \cos(6 \cdot \omega \cdot t) + B_1 \cdot \sin(\omega \cdot \\ & t) + B_2 \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) + B_3 \cdot \sin(3 \cdot \omega \cdot t) + B_4 \cdot \sin(4 \cdot \omega \cdot t) + B_5 \cdot \\ & \cdot \sin(5 \cdot \omega \cdot t) + B_6 \cdot \sin(6 \cdot \omega \cdot t); \end{aligned} \quad (18)$$

Полученная зависимость (18) для  $P_n(t)$  изображена на Рис. 12.



**Рис. 12.** Зависимость вида (18)  $P_n(t)$  – угла поворота в коленном суставе от времени

Максимальная относительная погрешность полученной зависимости  $P_n(t)$  от экспериментальных данных приложения [5] может быть оценена:

$$\Delta_{max} = \frac{\max |P_n(t) - KNEE\_THETA_{i,0}|}{\max (KNEE\_THETA) - \min (KNEE\_THETA)} \cdot 100\%, \quad (19)$$

где  $KNEE\_THETA_{i,0}$  – значения угла сгибания коленного сустава, ° [5].

$\max (KNEE\_THETA) - \min (KNEE\_THETA)$  – ширина диапазона измерений.

Согласно выражению (19)  $\Delta_{max} = 1,859\%$ .

- функция, описывающая зависимость приведенного момента коленного сустава, имеет вид:

$$\begin{aligned} P_{nt}(t) = & At_0 + At_1 \cdot \cos(\omega \cdot t) + At_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) + At_3 \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t) + \\ & At_4 \cdot \cos(4 \cdot \omega \cdot t) + At_5 \cdot \cos(5 \cdot \omega \cdot t) + At_6 \cdot \cos(6 \cdot \omega \cdot t) + At_7 \cdot \sin(7 \cdot \omega \cdot t) + \\ & At_8 \cdot \sin(8 \cdot \omega \cdot t) + Bt_1 \cdot \sin(\omega \cdot t) + Bt_2 \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) + Bt_3 \cdot \\ & \sin(3 \cdot \omega \cdot t) + Bt_4 \cdot \sin(4 \cdot \omega \cdot t) + Bt_5 \cdot \sin(5 \cdot \omega \cdot t) + Bt_6 \cdot \sin(6 \cdot \omega \cdot t) + \\ & + Bt_7 \cdot \sin(7 \cdot \omega \cdot t) + Bt_8 \cdot \sin(8 \cdot \omega \cdot t). \end{aligned} \quad (20)$$

Полученная зависимость (20) функции  $P_{nt}(t)$  приведена на Рис.13.

Максимальная относительная погрешность полученной зависимости  $P_{nt}(t)$  от экспериментальных данных приложения [5] может быть оценена:

$$\Delta_{max} = \frac{\max |P_{nt}(t) - KNEE\_TORQUE_i|}{\max (KNEE\_TORQUE_i) - \min (KNEE\_TORQUE_i)} \cdot 100\%, \quad (21)$$

где  $KNEE\_TORQUE_i$  – значения момента в коленном суставе, Нм, см. приложение [5].

$\max (KNEE\_TORQUE_i) - \min (KNEE\_TORQUE_i)$  – ширина диапазона измерений.

Согласно выражению (21)  $\Delta_{max} = 5,847\%$ .

На границах диапазона измерения заметны сильные отклонения:

$$\Delta_{\max \text{ границ}} = 20,902\%.$$

Для увеличения точности на границах необходимо увеличивать показатель полинома  $P_{nt}(t)$ .

- функция, описывающая зависимость мощности коленного сустава, имеет вид:

$$P_{np}(t) = Ap_0 + Ap_1 \cdot \cos(\omega \cdot t) + Ap_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) + Ap_3 \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t) + Ap_4 \cdot \cos(4 \cdot \omega \cdot t) + Ap_5 \cdot \cos(5 \cdot \omega \cdot t) + Ap_6 \cdot \cos(6 \cdot \omega \cdot t) + Ap_7 \cdot \sin(7 \cdot \omega \cdot t) + Ap_8 \cdot \sin(8 \cdot \omega \cdot t) + Bp_1 \cdot \sin(\omega \cdot t) + Bp_2 \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) + Bp_3 \cdot \sin(3 \cdot \omega \cdot t) + Bp_4 \cdot \sin(4 \cdot \omega \cdot t) + Bp_5 \cdot \sin(5 \cdot \omega \cdot t) + Bp_6 \cdot \sin(6 \cdot \omega \cdot t) + Bp_7 \cdot \sin(7 \cdot \omega \cdot t) + Bp_8 \cdot \sin(8 \cdot \omega \cdot t). \quad (22)$$

Полученная зависимость (22) функции  $P_{np}(t)$  приведена на Рис.14.

Максимальная относительная погрешность полученной зависимости  $P_{np}(t)$  от экспериментальных данных приложения [5] может быть оценена:

$$\Delta_{\max} = \frac{\max |P_{np}(t) - KNEE\_POWER_i|}{\max(KNEE\_POWER_i) - \min(KNEE\_POWER_i)} \cdot 100\%, \quad (23)$$

где  $KNEE\_POWER_i$  – значения мощности в коленном суставе, Вт, см. приложение [5].

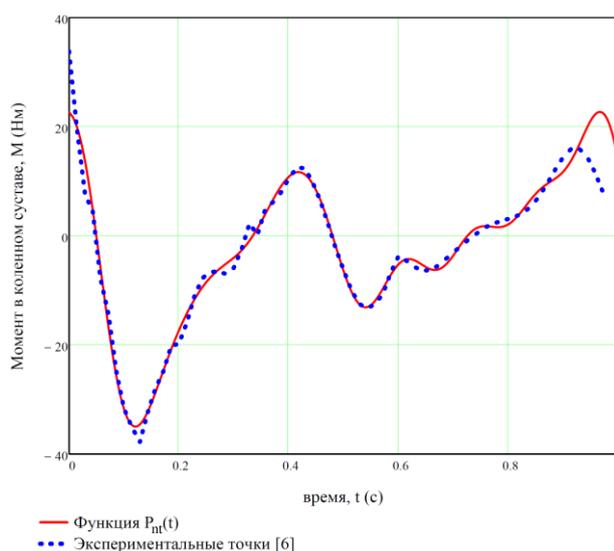
$\max(KNEE\_POWER_i) - \min(KNEE\_POWER_i)$  – ширина диапазона измерений.

Согласно выражению (23)  $\Delta_{\max} = 5,747\%$ .

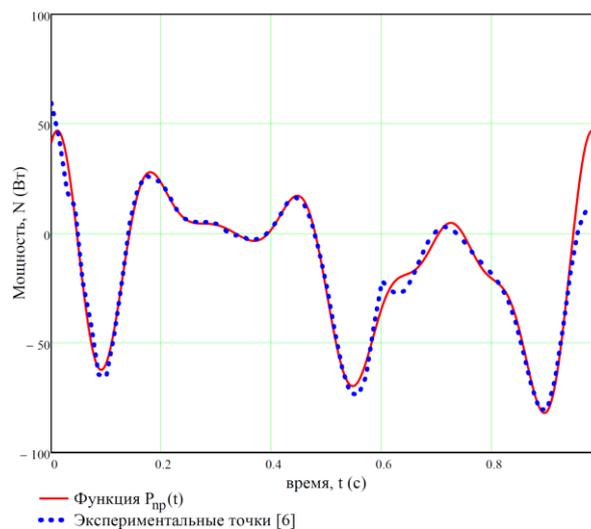
На границах диапазона измерения заметны сильные отклонения:

$\Delta_{\max \text{ границ}} = 21,956\%$ . (Полученная погрешность связана с косвенным методом измерения величины «мощность»).

Для увеличения точности на границах необходимо увеличивать показатель полинома  $P_{np}(t)$ .



**Рис. 13.** Зависимость вида (20)  $P_{nt}(t)$  – момент в коленном суставе от времени



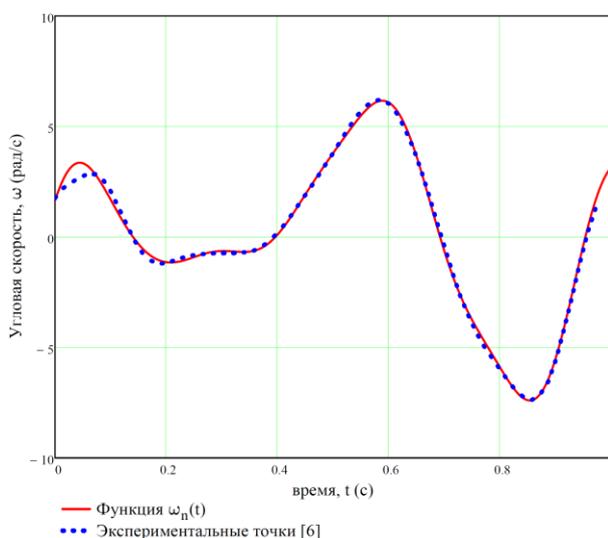
**Рис. 14.** Зависимость вида (22)  $P_{np}(t)$  – мощность в коленном суставе от времени

Из полученного соотношения (18) для функции, описывающей зависимость угла сгибания коленного сустава, продифференцировав ее по времени легко получить зависимость угловой скорости в коленном суставе. При дифференцировании по времени полученной зависимости для угловой скорости получили зависимость для углового ускорения в коленном суставе, т.е.:

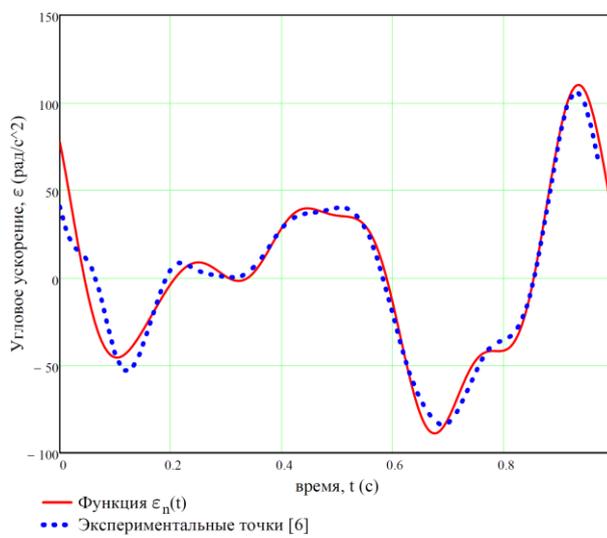
$$\omega_n = \frac{\pi}{180} \cdot \frac{dP_n(t)}{dt}, \quad (24)$$

$$\varepsilon_n = \frac{\pi}{180} \cdot \frac{d^2P_n(t)}{dt^2} = \frac{\pi}{180} \cdot \frac{d\omega_n(t)}{dt}. \quad (25)$$

Применяя соотношения (24) и (25) к соотношению (18), получили результаты, представленные на Рис.15 и Рис.16, соответственно.



**Рис. 15.** Зависимость угловой скорости в коленном суставе



**Рис. 16.** Зависимость углового ускорения в коленном суставе

Максимальная относительная погрешность полученной зависимости  $\omega_n(t)$  от экспериментальных данных приложения [5] может быть оценена:

$$\Delta_{max} = \frac{\max|\omega_n(t) - KNEE\_OMEGA_i|}{\max(KNEE\_OMEGA_i) - \min(KNEE\_OMEGA_i)} \cdot 100\%, \quad (26)$$

где  $KNEE\_OMEGA_i$  – значения угловой скорости в коленном суставе, рад/с [6].

$\max(KNEE\_OMEGA_i) - \min(KNEE\_OMEGA_i)$  – ширина диапазона измерений.

Согласно выражению (26)  $\Delta_{max} = 5,179\%$ .

Максимальная относительная погрешность полученной зависимости  $\varepsilon_n(t)$  от экспериментальных данных приложения [5] может быть оценена:

$$\Delta_{max} = \frac{|\varepsilon_n(t) - KNEE\_ALPHA_i|}{|\max(KNEE\_ALPHA_i) - \min(KNEE\_ALPHA_i)|} \cdot 100\%, \quad (27)$$

где  $KNEE\_ALPHA_i$  – значения угловой скорости в коленном суставе, рад/с, см. приложение [5].

$\max(KNEE\_ALPHA_i) - \min(KNEE\_ALPHA_i)$  – ширина диапазона измерений.

Согласно выражению (27)  $\Delta_{\max} = 7,940\%$ .

На границах диапазона измерения заметны сильные отклонения:

$\Delta_{\max \text{ границ}} = 19,319\%$ . (Полученная погрешность связана с косвенным методом измерения величины «угловое ускорение»).

Таблица 1. Значение коэффициентов полинома (14)

Соотношение для полинома	Коэффициент т полинома	Значение коэффициента								
		0	1	2	3	4	5	6	7	8
(18)	$A_k$	22,49	-6,24	-15,67	-0,66	-1,36	-0,64	0,18	-	-
	$B_k$	-	-22,48	8,65	4,16	0,72	0,54	0,28	-	-
(20)	$At_k$	-2,63	0,80	6,67	6,99	4,77	4,06	0,77	0,38	0,74
	$Bt_k$	-	-6,40	-12,95	-0,36	-2,51	2,99	0,19	1,83	0,53
(22)	$Ap_k$	-14,29	-2,19	-11,34	5,43	19,37	14,70	16,97	6,56	6,18
	$Bp_k$	-	16,98	-2,76	14,42	-8,19	8,37	0,92	9,95	1,62

### 3. Определение приведенной нагрузки (усилия) на штоке гидropневмодемпера

Исходя из результатов работы [5] и полученных результатов настоящего документа видно, что движение и параметры ходьбы человека можно описать функциональными зависимостями. Если оценить массу и момент инерции протеза ниже коленного сустава, это позволит определить требуемый вращающий момент в коленном суставе, скорость и ускорение. Согласно п.1 и п.2, известны аналитические зависимости изменения углов в коленном суставе и в механизме, включающим ИМ. Также была получена аналитическая зависимость для момента, возникающего в коленном суставе.

Для определения вращающего момента, необходимого для достижения требуемых скорости и ускорения в коленном суставе, удобно использовать следующую зависимость:

$$F_c \cdot d\rho = T_{knee} \cdot d\beta, \quad (28)$$

где  $F_c$  – приведенная нагрузка к штоку ИМ,  $T_{knee}$  – вращающий момент в коленном суставе, определяемый соотношением (20).

Используя соотношение (12) легко получить из соотношения (28) величину  $F_c$ .

Для определения параметров гидросистемы (давления и расхода) гидropневмодемпера необходимо выполнить следующие преобразования, согласно Рис.2 и выражению (6):

$$l_h = a \cdot \sin(\alpha) = a \cdot \frac{b}{\rho} \sin(\beta), \quad (29)$$

где  $l_h$  – перпендикуляр, опущенный из точки (вершины)  $O_2$  к  $O_1O_3$ .

Или в безразмерном виде, учитывая  $\bar{a} = 1$ ;  $\bar{b} = b/a$ ,  $\bar{\rho} = \rho/a$ ,  $\bar{h} = l_h/a$ . выражение (29), примет вид:

$$\bar{l}_h = \sin(\alpha), \quad (30)$$

Тогда зависимости для расхода и давления рабочей жидкости (далее РЖ) в системе гидropневмодемпера будут определены из следующих условий:

- дифференцируя по времени положение поршня (или выражение (6)), позволяет определить требуемую скорость поршня цилиндра (ИМ);

- отношение вращающего момента на плечо действующей силы на штоке ИМ определяет приведенную силу, действующую со стороны механизма на шток ИМ;

- произведение скорости ИМ на площадь поршня ИМ определяет требуемый расход РЖ в гидросистеме устройства;

- отношение приведенной силы к площади поршня ИМ определяет уровень давления РЖ в устройстве.

Тогда:

$$q_c = \frac{d\rho(t)}{dt} \cdot A_c, \quad (31)$$

где  $q_c$  – требуемый расход РЖ,  $A_c$  – площадь поршня ИМ.

Приведенная нагрузка к штоку ИМ в размерном виде:

$$F_c = \frac{T_{knee}}{l_h} = \frac{T_{knee}}{a \cdot \sin(\alpha)} = \frac{T_{knee} \cdot \rho}{a \cdot b \cdot \sin(\beta)}. \quad (32)$$

Учитывая соотношение (4) из выражения (32), получаем:

$$F_c = \frac{T_{knee}}{a \cdot \sin\left(\arccos\frac{1+\bar{\rho}^2-\bar{b}^2}{2 \cdot \bar{\rho}}\right)}. \quad (33)$$

Тогда зависимость для давления РЖ в системе ИМ будет:

$$p_c = \frac{T_{knee}}{A_c \cdot a \cdot \sin\left(\arccos\frac{1+\bar{\rho}^2-\bar{b}^2}{2 \cdot \bar{\rho}}\right)}. \quad (34)$$

Зависимость для приведенной нагрузки на шток ИМ показана на Рис.17 и Рис.18.

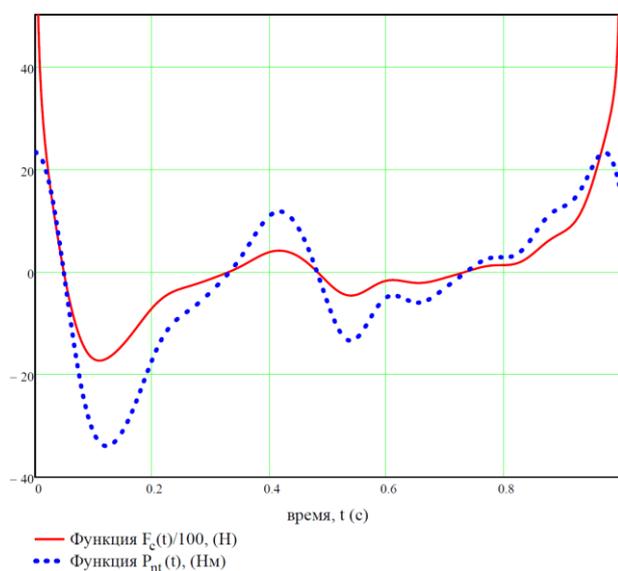


Рис. 17. Зависимость приведенной силы  $F_c(t)/100$

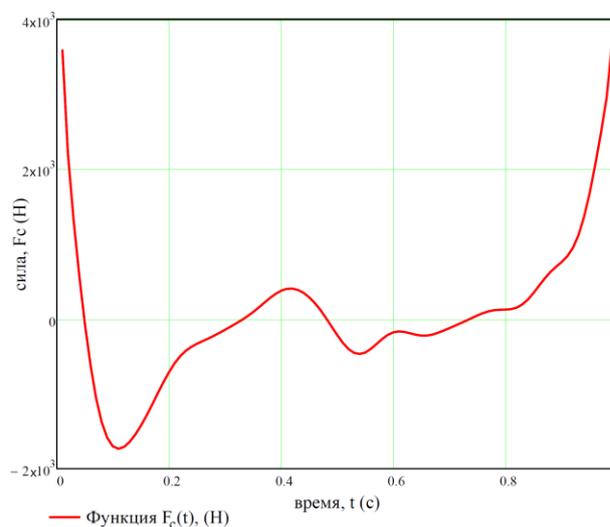


Рис. 18. Зависимость приведенной силы  $F_c(t)$

Полученная зависимость для приведенной нагрузки на шток ИМ необходима для выполнения синтеза системы. В качестве возможного критерия при оптимизации ИМ

возможно использовать критерий для линейных механизмов, указанный в работе [8] и применяя методику [9, 10].

## Заключение

При проведении данного исследования была решена задача кинематического анализа коленного сустава, реализуемого с помощью механического устройства. Произведено сопоставление с помощью экспериментальных данных [5] полученных расчетных соотношений для угла в коленном суставе, скорости, ускорения, момента и мощности.

Результаты работы состоят в следующем:

1. Описана кинематика рычажного механизма с помощью приведенных соотношений (7), (10), (12) для зависимостей его геометрических параметров  $\rho(\bar{x})$ ,  $\alpha(\bar{x})$ ,  $\beta(\bar{x})$  от  $\bar{x}$  при фиксированном значении  $\bar{b}$ , соответственно.

2. Полученные полиномы кинематических соотношений вида (18), (20), (22) позволяют проводить синтез кинематики механического устройства, замещающего коленный сустав ампутированной конечности человека.

3. Установлена аналитическая зависимость для приведенной нагрузки на исполнительный механизм, входящий в состав коленного модуля, от времени при сгибании колена во время ходьбы человека.

4. Определено значение требуемой мощности и вид аналитической зависимости в случае применения активного коленного модуля.

На основании проведенного анализа могут быть сделаны следующие выводы:

1. Установлено, что движение и параметры ходьбы человека можно описать функциональными зависимостями.

2. Расчет показал, что полученные соотношения, определяющие кинематику коленного сустава, могут быть использованы при описании ходьбы человека на протезе ампутированной конечности по ровной поверхности с погрешностью до 6%.

3. Установленные соотношения могут быть пригодны в других областях машиностроения, для оценки кинематики механизмов с похожей структурой, например, таких как, экскаваторная техника и робототехнические комплексы.

4. Полученная зависимость для приведенной нагрузки на шток ИМ необходима для выполнения синтеза гидropневмодемпфера.

Работа выполняется в рамках Государственного контракта № 12411.1008799.13.060 от 16 мая 2012 г.

## Список литературы

1. Фарбер Б.С., Витензон А.С., Морейнис И.Ш. Теоретические основы построения протезов нижних конечностей и коррекции движения. В 3 кн. Кн. 3, ч. 2. М.: ЦНИИПП, 1995. 302 с.

2. Beyl Ir.P. Design and control of a knee exoskeleton powered by pleated pneumatic artificial muscles for robot-assisted gait rehabilitation. Vrije universiteit brussel, 2010. 262 p.
3. Chandrapal M.I. Intelligent assistive knee orthotic device utilizing pneumatic artificial muscles. University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 2012. 254 p.
4. Кондаков Л.А., Никитин Г.А., Прокофьев В.Н., Скрицкий В.Я., Сосонкин В.Л. Машиностроительный гидропривод / под общ. ред. В.Н. Прокофьева. М.: Машиностроение, 1978. 495 с.
5. Winter D.A. Biomechanics and Motor Control of Human Movement. 4<sup>th</sup> ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2009. 383 p.
6. Ващенко Г.В. Вычислительная математика: основы алгебраической и тригонометрической интерполяции: учеб. пособие для студентов специальности 230105, 230201 и направления 230100 очной, очной сокращенной и заочной форм обучения. Красноярск: СибГТУ, 2008. 64 с.
7. Lambrecht Bram G.A. Design of a Hybrid Passive-Active Prosthesis for Above-Knee Amputees. University of California, Berkeley, 2008. 115 p.
8. Попов Д.Н. Оценка эффективности и оптимальное проектирование гидроприводов // Вестник машиностроения. 1986. № 9. С. 20-23.
9. Труханов К.А. Синтез гидропривода с дискретно управляемым движением выходного звена: автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 2013. 16 с.
10. Попов Д.Н., Замараев Д.С. Концепция оптимизации электрогидравлического следящего привода с дроссельным регулированием // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. № 6. С. 99-112. DOI: [10.7463/0613.0569281](https://doi.org/10.7463/0613.0569281)

## **Analysing the Hydraulic Actuator-based Knee Unit Kinematics and Correlating the Numerical Results and Walking Human Knee Joint Behavior**

**K.A. Trukhanov<sup>1,\*</sup>, R.A. Prokopenko<sup>1</sup>**

[\\*trukhanov@mail.ru](mailto:trukhanov@mail.ru)

<sup>1</sup>Institute of Electronic Control Machines n.a. I.S. Bruk, Moscow, Russia

---

**Keywords:** knee unit, kinematic analysis, the normalized load, shock absorber

---

State-of-the-art machinery development enables people with lost lower limb to continue their previous life despite a loss. International companies dealing with this area pursue a minimization of human behaviour problems because of amputation. Researches to create an optimal design of the artificial knee joint are under way.

The work task was to define analytical relationships of changing kinematic parameters of the human walking on the flat surface such as an angle of the knee joint, knee point (moment), definition of reduced knee actuator (A) load, as well as to compare obtained results with experimental data.

As an A in created design, the article proposes to use a controlled shock absorber based on the hydraulic cylinder.

A knee unit is a kinematic two-tier mechanism. One of the mechanism links performs rotational motion, and the other is rotation-translational to provide a rotation of the first one.

When studying the hydraulic actuator device dynamics, as a generalized coordinate a coordinate of the piston  $x$  (or  $\rho$ ) position is chosen while in the study of link movements an angle  $\beta$  is preferable.

Experimental data are obtained for a human with the body weight of 57.6 kg walking on the flat surface to estimate a value of the knee joint angle, speed, acceleration, torque, and capacity in the knee joint and are taken from the published works of foreign authors.

A trigonometric approximation was used for fitting the experimental data. The resulting dependence of the reduced load on the stock of A is necessary to perform the synthesis of A. The criterion for linear mechanisms mentioned in the D.N. Popov's work is advisable to use as a possible criterion for optimization of A.

The results obtained are as follows:

1. Kinematics linkage mechanism is described using relationships for dependencies of its geometrical parameters, namely a cylinder piston stroke  $x$  (or  $\rho$ ) and a links angle  $\beta$ .

2. Obtained polynomials of kinematic relationships allow a synthesis of the mechanical device kinematics to replace an amputee's knee joint.

3. An analytical dependence is found for the reduced load on the actuator, which is part of the knee unit, on the time in the bending knee when walking.

4. A value of required capacity and a type of analytical dependence in the case of active knee unit is determined.

The analysis allows us to conclude the following:

1. It is found from the obtained results that the motion and human walk parameters can be described by functional dependencies.

2. Calculation has shown that the obtained relationships defining knee joint kinematics can be used to describe a walk of the amputee with artificial limb on the flat surface with accuracy of up to 6 %.

3. Established relationships may be useful in other fields of engineering to assess the kinematics of mechanisms with similar structure, such as excavation equipment and robotic systems.

4. The resulting dependence for the reduced load on the stock of A is necessary to perform a shock absorber synthesis.

## References

1. Farber B.S., Vitenzon A.S., Moreynis I.Sh. *Teoreticheskie osnovy postroeniya protezov nizhnikh konechnostey i korrektsii dvizheniya. V 3 kn. Kn. 3, ch. 2* [Theoretical basis of construction of lower-limb prostheses and motion correction. In 3 vols. Vol. 3, pt. 2]. Moscow, TsNIIPP Publ., 1995. 302 p. (in Russian).
2. Beyl Ir.P. *Design and control of a knee exoskeleton powered by pleated pneumatic artificial muscles for robot-assisted gait rehabilitation*. Vrije universiteit brussel, 2010. 262 p.
3. Chandrapal M.I. *Intelligent assistive knee orthotic device utilizing pneumatic artificial muscles*. University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 2012. 254 p.
4. Kondakov L.A., Nikitin G.A., Prokofev V.N., Skritskiy V.Ya., Sosonkin V.L. *Mashinostroitel'nyy gidroprivod* [Hydraulic drive in mechanical engineering]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1978. 495 p. (in Russian).
5. Winter D.A. *Biomechanics and Motor Control of Human Movement*. 4<sup>th</sup> ed. Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons, Inc., 2009. 383 p.
6. Vashchenko G.V. *Vychislitel'naya matematika: osnovy algebraicheskoy i trigonometricheskoy interpolyatsii* [Computational mathematics: fundamentals of algebraic and trigonometric interpolation]. Krasnoyarsk, Siberian State Technological University Publ., 2008. 64 p. (in Russian).
7. Lambrecht Bram G.A. *Design of a Hybrid Passive-Active Prosthesis for Above-Knee Amputees*. University of California, Berkeley, 2008. 115 p.

8. Popov D.N. Evaluation of effectiveness and optimum designing of hydraulic drives. *Vestnik mashinostroeniia*, 1986, no. 9, pp. 20-23. (in Russian).
9. Trukhanov K.A. *Sintez gidroprivoda s diskretno upravlyaemym dvizheniem vykhodnogo zvena. Avtoreferat kand. diss.* [Synthesis of hydraulic drive with discretely controlled motion of output link. Abstract of cand. diss.]. Moscow, 2013. 16 p. (in Russian).
10. Popov D.N., Zamaraev D.S. Concept of optimization of an electrohydraulic servo drive with throttle regulation. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2013, no. 6, pp. 99-112. DOI: [10.7463/0613.0569281](https://doi.org/10.7463/0613.0569281) (in Russian).