МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК

УДК 536.7

Определение скорости просачивания в пористой среде в диффузионном приближении

Метёлкин Н.А., студент Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, кафедра «Физика»

Научный руководитель: Иванов М.Ф., д.ф.м.н., профессор Россия, 105005, г.Москва, МГТУ им.Н.Э.Баумана bauman@bmstu.ru

Введение

Целью данной работы является исследование просачивания нагретого газа через пористую среду в приближении Дарси. Вычисляется для различной толщины и пористости перегородки время, за которое температура газа с противоположной стороны достигнет заданной. Так же рассматривается вопрос о возможности применения диффузионного приближения для описания просачивание газа по Дарси.

Математическая модель с использованием уравнения Дарси:

$$\begin{split} c_{g}\rho_{g}\frac{\partial T_{g}}{\partial t} &= -c_{g}\rho_{g}u_{x}\frac{\partial T_{g}}{\partial x} - c_{g}\rho_{g}u_{y}\frac{\partial T_{g}}{\partial y} + \frac{\alpha_{v}}{m}(T_{s} - T_{g}) + Q\rho_{g}W(\eta, T_{g});\\ c_{s}\rho_{s}\frac{\partial T_{s}}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x}(\lambda_{s}\frac{\partial T_{s}}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\lambda_{s}\frac{\partial T_{s}}{\partial y}) + \frac{\alpha_{v}}{1 - m}(T_{g} - T_{s}) + \frac{\beta}{1 - m}(T_{0} - T_{s});\\ \lambda_{s} &= \lambda_{s0} + \frac{32\sigma\varepsilon d}{9(1 - \varepsilon)}T_{s}^{3}\\ \vec{u}_{g} &= -\frac{k}{\mu}\nabla P;\\ m\frac{\partial\rho_{g}}{\partial t} + div(\rho_{g}\vec{u}_{g}) &= 0;\\ \rho_{g} &= \frac{PM}{RT_{g}}; \end{split}$$

Условия вычислительного эксперимента

Рассматривается прямоугольная камера, изнутри заполненная шарами оксида алюминия (Al_2O_3). Нагретый газ поступает через левую границу параллельно оси симметрии.

Ниже приведены все значения параметров, используемых по умолчанию.

 $C_s = 880$ Дж / (кг · K) - теплоемкость каркаса.

$$C_{pg} = 1.75 \cdot 10^3 \, \text{Дж} / (\kappa_2 \cdot K)$$
 - теплоемкость газа.

$$\rho_s = 4 \cdot 10^3 \kappa z / M^3$$
 - плотность каркаса.

$$\beta = 500Bm/(M^3 \cdot K)$$
 - коэффициент теплопотерь

$$\alpha_{V} = 1.5 \cdot 10^{4} \, Bm \, / \, (M^{3} \cdot K)$$
 - коэффициент объемного теплообмена

$$\lambda_{s0} = 1,3 \text{ Дж } / (\text{м} \cdot \text{c} \cdot \text{K})$$
 - коэффициент молекулярной теплопроводности

$$\varepsilon = 0,4$$
 - пористость

$$L_{x} = 0,2 M$$
 - длина камеры

$$L_{v} = 0.05 M$$
 - ширина камеры

$$k = 3.62 \cdot 10^{-8} \, \text{м}^2$$
 - проницаемость пористой среды

$$v = 1.568 \cdot 10^{-5} \frac{M^2}{c}$$
 - кинематическая вязкость

Результаты

Численно рассмотрим постановку, в которой слева от пористой перегородки нагретый газ поддерживается при заданной высокой температуре, в данном случае 3000К. Ширина пористого слоя меняется от 1.5 до 10 (см). Пористость слоя 0.4. Перепад давления в слое $\Delta P = 0.1 amm$.

Интерес представляет время, за которое газ справа нагреется до 1000К. Время рассчитывается для различной ширины пористой прослойки. Результаты зависимости времени прогрева пористого слоя до заданной температуры на правой границе от ширины слоя представлены на рис. 1.

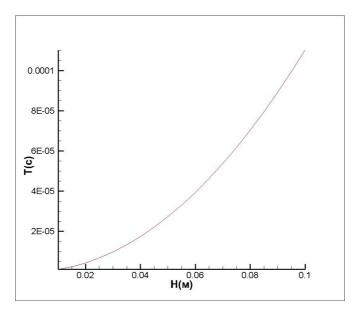


Рис. 1. Зависимость времени достижения газом справа температуры 1000К от ширины пористой перегородки

На рис. 2 представлен график зависимости соответствующего времени от пористости. Пористость в этом случае менялась от 0.3 до 0.9. Ширина слоя равна 0.07м.

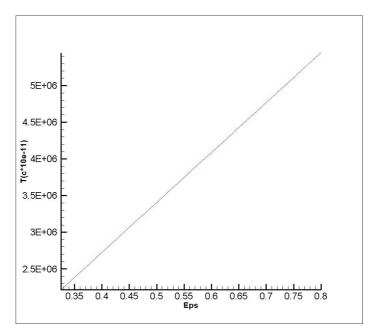


Рис. 2. Зависимость времени достижения газом справа температуры 1000К от ширины пористой перегородки

Рассмотрим теперь модель диффузии. Математическая модель, описывающая диффузионный перенос имеет стандартный вид

$$c_{g}\rho_{g}\frac{\partial T_{g}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(\lambda_{g}\frac{\partial T_{g}}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\lambda_{g}\frac{\partial T_{g}}{\partial y});$$

Будем решать задачу в той же постановке, что и в приближении Дарси. Подберем значение коэффициента теплопроводности таким образом, чтобы время нагрева справа до 1000К совпадало с временем в постановке задачи Дарси. Для каждой ширины перегородки были получены несколько различные коэффициенты диффузии. Полученная зависимость коэффициента диффузии от ширины представлена на рис. 3. Из полученных результатов видно, что при изменении ширины пористого слоя в 10 раз коэффициент диффузии меняется всего на 0.7%.

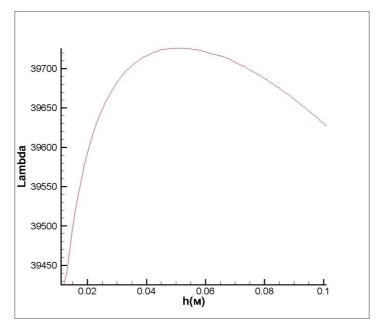


Рис. 3. Зависимость коэффициента диффузии от ширины пористой перегородки

Как и следует ожидать зависимость коэффициента диффузии от пористости значительно больше, что видно из рис. 4, соответствующего толщине пористого слоя 0.07м.

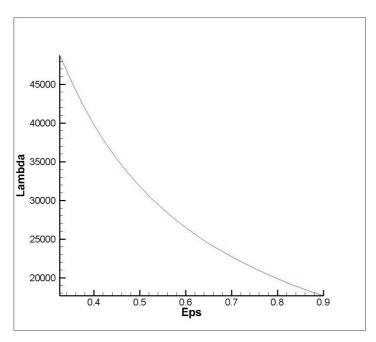


Рис. 4. Зависимость коэффициента диффузии от пористости

Слабая зависимость эффективного коэффициента диффузии от толщины пористого слоя позволяет считать диффузионное приближение вполне приемлемым для определения скорости распространения тепловой волны в пористой среде, или для определения на какое расстояние продвинется фронт тепловой волны за заданное время.

Сравним теперь, как ведет себя профиль температуры газа в обеих моделях.

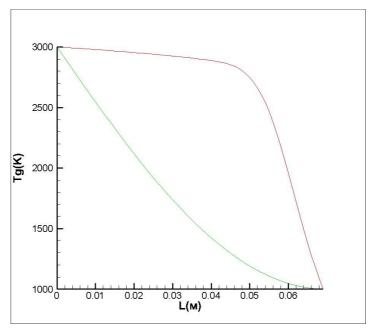


Рис. 5. Профили температуры газа в модели Дарси (красный) и модели диффузии (зеленый) для пористого слоя толщиной 0.07м

Из рис. 5 видно, что профили температур, полученные по двум рассматриваемым моделям, весьма сильно отличаются, что, несмотря на большое качественное различие в пространственном распределении температур, имеет следующее простое объяснение. В рассматриваемой постановке тепло переносится в основном за счет фильтрационного движения газа (в условиях, когда тепло переносится в основном твердотельным каркасом, аналогия с диффузионным процессом становится весьма очевидной). В области, которую достиг основной поток газа, тепло переносится сформировавшемся конвективным потоком. Впереди этой области тепло, однако, распространяется по закону просачивания Дарси. При этом распространение самой скорости газа в пористой среде определяется законом Дарси, имеющим диффузионный характер, что и обеспечивает диффузионный закон движения теплового фронта.

Заключение

При вычислении скорости распространения фронта тепловой или концентрационной волны в пористой среде можно использовать диффузионное приближение, что на несколько порядков уменьшает время, необходимое для расчета задачи.

Список литературы

- 1. Babkin V.S. Filtrational combustion of gases. Present state of affairs and prospects // Pure and Applied Chemistry. 1993. Vol. 65 (2). P. 335–344.
- 2. Henneke M.R., Ellzey J.L. Modeling of filtration combustion in a packedbed // Combust. Flame. 1999. Vol. 117. P. 832-840.
- 3. Баренблатт Г.И., Енотов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 288 с.
- 4. Берман Р. Теплопроводность твердых тел. М.: Мир, 1979. 286 с.
- 5. Добрего К.В., Жданок С.А. Физика фильтрационного горения газов. Минс.: Инттепло- и массообмена им. А.В. Лыкова НАНБ, 2002. 203 с.
- 6. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Г., Махвиладзе Г.И. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980. 478 с.
- 7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: учеб. пособие. В 10 т. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
- 8. Оцисик М.Н. Сложный теплообмен. М.: Мир, 1976. 616 с.

- 9. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: учебное пособие для вузов. М.: Наука, 1989. 432 с.
- 10. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. 736 с.
- 11. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука. 1987. 502 с.