

УДК 004.632.4

## Метод помехоустойчивого кодирования телеметрической информации, исправляющий пропуски и инверсии битов

Эльшафеев М. А.<sup>1,\*</sup>

[\\*elshafeyev@gmail.com](mailto:elshafeyev@gmail.com)

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

---

В работе представлен метод помехоустойчивого кодирования цифровой информации. Особенностью этого метода является обработка случаев инверсии и пропуска битов, вызванных нарушением синхронизации приемного и передающего устройства или другими факторами. Рассмотрена общая модель канала связи, учитывающая вероятности инверсии, пропуска и вставки битов. Предложена схема кодера, основанная на комбинации кода LDPC и сверточного кода. Представлены результаты экспериментальных исследований, доказывающие целесообразность комбинирования методов LDPC и сверточного кодирования с целью повышения эффективности восстановления информации передаваемой по каналу с шумами, допускающим случайную инверсию и пропуск битов. Проведен сравнительный анализ предложенной комбинированной схемы кодирования и схемы LDPC. В статье также приведен краткий обзор свойств, характеристик и современных методов построения LDPC и сверточных кодов.

**Ключевые слова:** корректирующие коды, сверточное кодирование, обработка телеметрической информации, пропуск инверсия битов

---

### Введение

Для борьбы с шумами в канале связи с целью повышения надежности передачи телеметрической информации используются различные методы помехоустойчивого кодирования. Если характеристики канала связи известны и хорошо описываются моделью используемой кодером, помехоустойчивое кодирование может существенно снизить количество битовых ошибок при реконструкции информации на приемной стороне. Важным фактором в использовании кодера для помехоустойчивого кодирования является кодовая скорость,  $r=(k/n)$ , где  $k$  - длина исходного сообщения, а  $n$  - длина закодированного передаваемого сообщения  $n = k + t$ , где  $t$  – добавленные проверочные биты.

На практике во многих случаях используется математическая модель, учитывающая только случайную инверсию битов сообщения при передаче по каналу связи. Однако, в

системах обработки телеметрической информации, представляется целесообразным дополнить эту модель для случаев вставки и пропуска битов, так как эти виды ошибок существенно влияют на качество выполнения словной и кадровой синхронизации декодированных данных потока телеметрической информации. С другой стороны реализация модели помехоустойчивого кодирования для случаев вставки и пропуска битов приводит к увеличению количества проверочных битов и, следовательно, к уменьшению кодовой скорости используемого кодера.

В статье предложена расширенная модель канала связи, учитывающая эти три вида ошибок, и представлен метод повышения эффективности помехоустойчивого кодирования для случаев инверсии и пропуска битов. В работе проведен сравнительный экспериментальный анализ двух различных схем помехоустойчивого кодирования канала. Схема 1 включает один LDPC кодер со скоростью кодирования  $(k/2n)$ . Схема 2 – это комбинированная схема кодирования канала, состоящая из LDPC кодера со скоростью кодирования  $(k/n)$  и блока свёрточного кодирования со скоростью кодирования  $(1/2)$ . Такая схема позволяет исправлять ошибки вызванные выпадением битов из передаваемого по каналу потока данных. Схемы кодирования представлены на рис. 1.

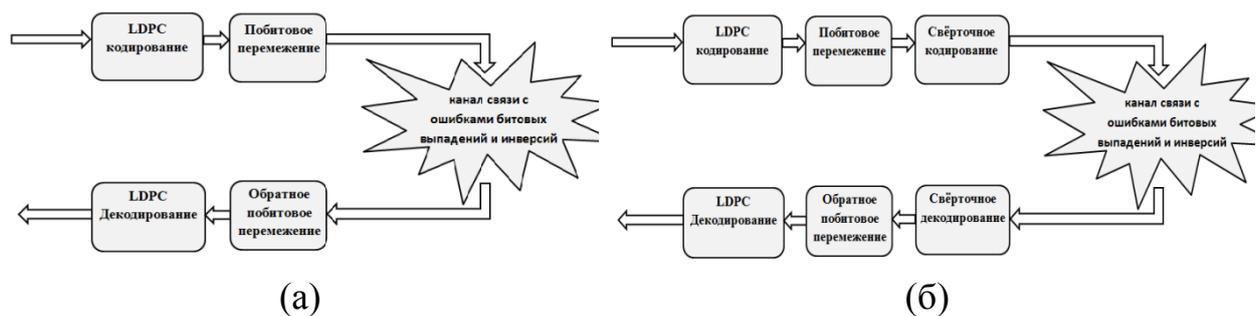


Рис. 1. Схемы помехоустойчивого кодирования канала связи. (а) Схема 1, (б) Схема 2

В работе описана общая модель канала связи с ошибками вызванными инверсией, выпадением и вставкой битов. Далее рассматривается частный случай этой модели, включающий обработку инверсии и выпадения битов.

## 1. LDPC кодер

Код с малой плотностью проверок на четность (LDPC) впервые был описан Робертом Г. Галлагером в 1961 г. [1,2] и впоследствии переработан в 90-х годах прошлого века [3,4]. Эффективность кода LDPC приближается границе Шеннона на расстояние 0,0045дБ [5].

Код LDPC это линейный блочный код, в котором для декодирования используется свойство ортогональности порождающей и транспонированной проверочной матриц:

$$G * H^T = 0 \quad (1)$$

Где  $G$ - порождающая матрица,  $H$  - проверочная, и  $T$ - транспонированная матрица. Проверочная матрица  $H$  строится с помощью псевдослучайного генератора (полученные

коды называют случайными) или с применением специальных методов, основанных, например, на группах и конечных полях или циклических перестановках матриц. Полученные такими способами коды называют структурированными.

Код LDPC вычисляется по формуле;

$$C = X * G, \quad (2)$$

где  $C$  – кодовое слово LDPC, длина которого равна ( $n$ ),  $X$  – кодируемые данные, длиной  $k$ , и  $G$  - порождающая матрица, размеры которой равны( $k, n$ ).

В случае если код систематический  $G$ , он описывается выражением

$$G = [I_k | P_{k*n-k}]_{k*n}, \quad (3)$$

где  $P$  – матрица чётности,  $I$  - единичная матрица.

Тогда, для каждого принятого без ошибок кодового слова, выполняется отношение:

$$s = r * H^T = 0, \quad (4)$$

а для принятого кодового слова содержащего ошибки:

$$s = r * H^T \neq 0 \quad (5)$$

$$H = [P^T | I_{n-k}]_{n*n-k}, \quad (6)$$

где  $r$  — принятые данные,  $s$  — синдром.

Код LDPC представлен парой значений ( $n, k$ ), где  $n$  - длина кодовых данных, а  $k$  - длина кодируемых данных. Проверочная матрица  $H$  характеризуется малым количеством единичных битов. Если каждая строка матрицы  $H$  содержит равное количество ( $i \ll m$ ) единиц (где  $m = n - k$ ), и каждый столбец содержит равное количество ( $j \ll n$ ) единиц, то код называют регулярным, а в противном случае - нерегулярным. Кодовая скорость кода LDPC определяется выражением ( $R = k/n$ ). Формат кодового слова LDPC кодера представлен на рис 2.

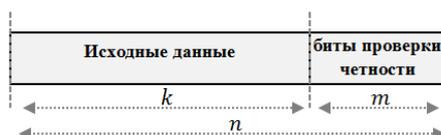


Рис. 2. Структура кодового слова LDPC .

Проверочная матрица LDPC строится случайным или структурированным методом. Случайные коды LDPC обычно демонстрируют лучшие характеристики, (ближе к границе Шеннона), но имеют более сложную процедуру кодирования. К наиболее распространенным методам генерации случайной проверочной матрицы LDPC относятся метод Галлагера [2], и метод Маккея [4]. Структурированные LDPC коды имеют более низкую вычислительную сложность. К структурированным методам относятся: метод на основе суперпозиции [6], метод на основе матрицы Вендермонда [7], а также методы изложенные в [8, 9, 10, 11]. Квазициклический код  $QC - LDPC$  описан в [12,13,14] и коды, основанные на повторении основного кода (группа  $AR4JA$ ) [12,15,16], используются для

канального кодирования телеметрической информации. Преимущество таких кодов заключается в простой процедуре кодирования, а также высокой скорости итеративного алгоритма декодирования. Выбор метода зависит от требований приложения.

В целом при разработке алгоритмов кодирования LDPC основное внимание уделяется снижению сложности вычислений, и сохранению характера разреженности кода LDPC [12,17], а для декодирования имеется несколько итеративных алгоритмов, используемых, чтобы найти наиболее вероятные исходные данные из принятых закодированных данных, которые удовлетворяют условию формулы (4) [2].

Для декодирования используется алгоритм инверсии битов, выполняющий манипуляции с данными на битовом уровне [2,18] или один из алгоритмов описанных в [18,19,20].

## 2. Блок сверточного кодирования

Для обнаружения и исправления пропусков битов в потоке данных после передачи по каналу связи с шумами, модель которого допускает случайные инверсии и пропуски битов вводятся биты чётности [21,22,23,24]. В статье используется блок сверточного кодирования (модифицированная версия) для решения этой задачи [23,24].

Свёрточные коды разработаны Элиасом в 1955 году [25]. Они имеют хорошую производительность, и простую стратегию декодирования. Сверточный код  $(n, k, v)$  определяется тремя параметрами; длина кодового слова  $(n)$ , длина сообщения  $(k)$  и длина кодового ограничения  $(v)$ . Сверточный код  $(n, k, v)$  включает в себя не только текущее сообщение, но и  $(v - 1)$  предыдущих сообщений. Параметр  $v = m - 1$ ; где значение  $m$  - глубина памяти текущего кода. Коэффициент кодирования свёрточного кода определяется как отношение  $(k / n)$ .

Для  $(n, 1, v)$  двоичного свёрточного кода, входное сообщение это двоичная последовательность  $(k = 1)$ . Для каждого входного битового  $(m_t)$  в момент времени  $(t)$ , кодер производит  $n$ -разрядное битовое кодовое слово  $C_t = (c_t^1, c_t^2, c_t^3, \dots, c_t^n)$  по формуле:

$$c_t^j = \sum_{i=0}^{v-1} g_i^j \oplus m_{t-1} \quad (7)$$

Где  $j = 1, 2, \dots, n$ ;  $g_i^j \in \{0, 1\}$  – порождающий код.

На рис. 3 показана структура несистематического кодера двоичного свёрточного кода  $(2, 1, 3)$  со свойствами;

$$c_t^1 = m_t \oplus m_{t-1} \oplus m_{t-2}; c_t^2 = m_t \oplus m_{t-2}$$

$g^1 = (111)$ ,  $g^2 = (101)$  и коэффициент кодирования кода равен  $= 1/2$ .

$d_{free}$  это кодовое расстояние Хемминга  $d_H$  между всеми возможными последовательностями кодовых слов.

$$d_{free} = \min d_H(\vec{C}_A, \vec{C}_B) = \min d_H(\vec{C}, \vec{0}) \quad (8)$$

Где  $\vec{C}_A, \vec{C}_B, \vec{C}$  – различные ненулевые кодовые последовательности.

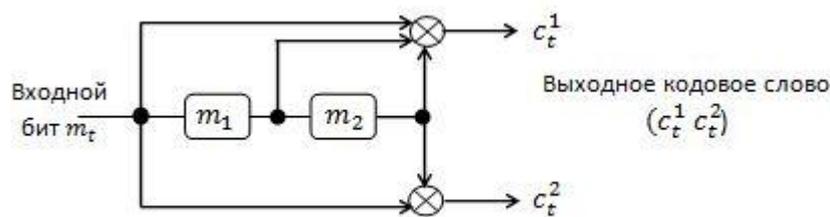


Рис. 3. структура несистематического кодера двоичного свёрточного кода (2,1,3).

Эффективность исправления любого свёрточного кода  $t_c$  определяется по формуле:

$$t_c = \left\lfloor \left( \frac{d_{free}-1}{2} \right) \right\rfloor \quad (9)$$

Где  $\lfloor \cdot \rfloor$  означает округление до ближайшего меньшего целого. Такая эффективность достигается, в случае, когда величины расстояния между ошибками больше или равны ( $v$ ).

Алгоритм Витерби, используемый для декодирования сверточных кодов, представлен в 1967 [26,27]. Он является оптимальным в смысле максимального правдоподобия [28], и наиболее часто применяется на практике, поскольку имеет удовлетворительную эффективность и относительно низкую вычислительную сложность. Декодирование по алгоритму Витерби основано на поиске оптимального пути на решётчатой схеме. Этот оптимальный путь имеет наименьшую метрику ошибки (кодированное расстояние Хэмминга) между полученными и переданными данными.

Предложенный в [23,24] модифицированный алгоритм Витерби, который использует  $n$  декодеров для обеспечения коэффициента кодирования  $R = k/n$ . Каждый декодер выполняет обработку данных сдвинутых на 1 бит и вычисляет метрику ошибки для блока данных размером  $\sigma$  битов. Значение  $\sigma$  представляет собой количество битов, которые должны быть накоплены до того как очередной декодированный бит будет доступным на выходе декодера Витерби и определяет задержку декодирования. Обычно значение  $\sigma$  выбирается равным  $5 * v$  [12,23,24]. Для каждого декодера метрика накопленных ошибок на расстоянии  $\sigma$  битов вычисляются по формуле (10). Далее выбирается выход декодера, который имеет минимальное значение метрики ошибки; т.е.  $\min(\Delta\mu_i)$ .

$$\Delta\mu_i = \frac{\mu_i - \mu_{i-\sigma}}{\sigma}, \quad (10)$$

где  $\mu_i$  – текущая метрика ошибки декодера  $i$ , а  $\mu_{i-\sigma}$  – метрика ошибки декодера, вычисленная на расстоянии  $\sigma$  битов. Модифицированный алгоритм Витерби способен обнаруживать и исправлять  $(n - 1)$  выпадений битов в интервале  $\sigma$  битов.

### 3. Перестановка битов

Процесс перестановки данных в промежутке между внутренним и внешним кодированием применяется для рассредоточения пакетных ошибок. Эти ошибки распределяются случайно в потоке, что повышает вероятность правильного

восстановления информации. Существуют разные способы перестановки [29-33]. В экспериментах использован подход, использующий случайную перестановку битов.

#### 4. Модель канала связи с инверсией, пропуском и вставкой битов

Для описания канала связи предлагается следующая, основанная на результатах работ [21,22,23,24], общая модель канала связи с шумами, порождающими случайную инверсию, пропуск и вставку битов. Модель и диаграмма состояний показаны на рис. 4 и 5.

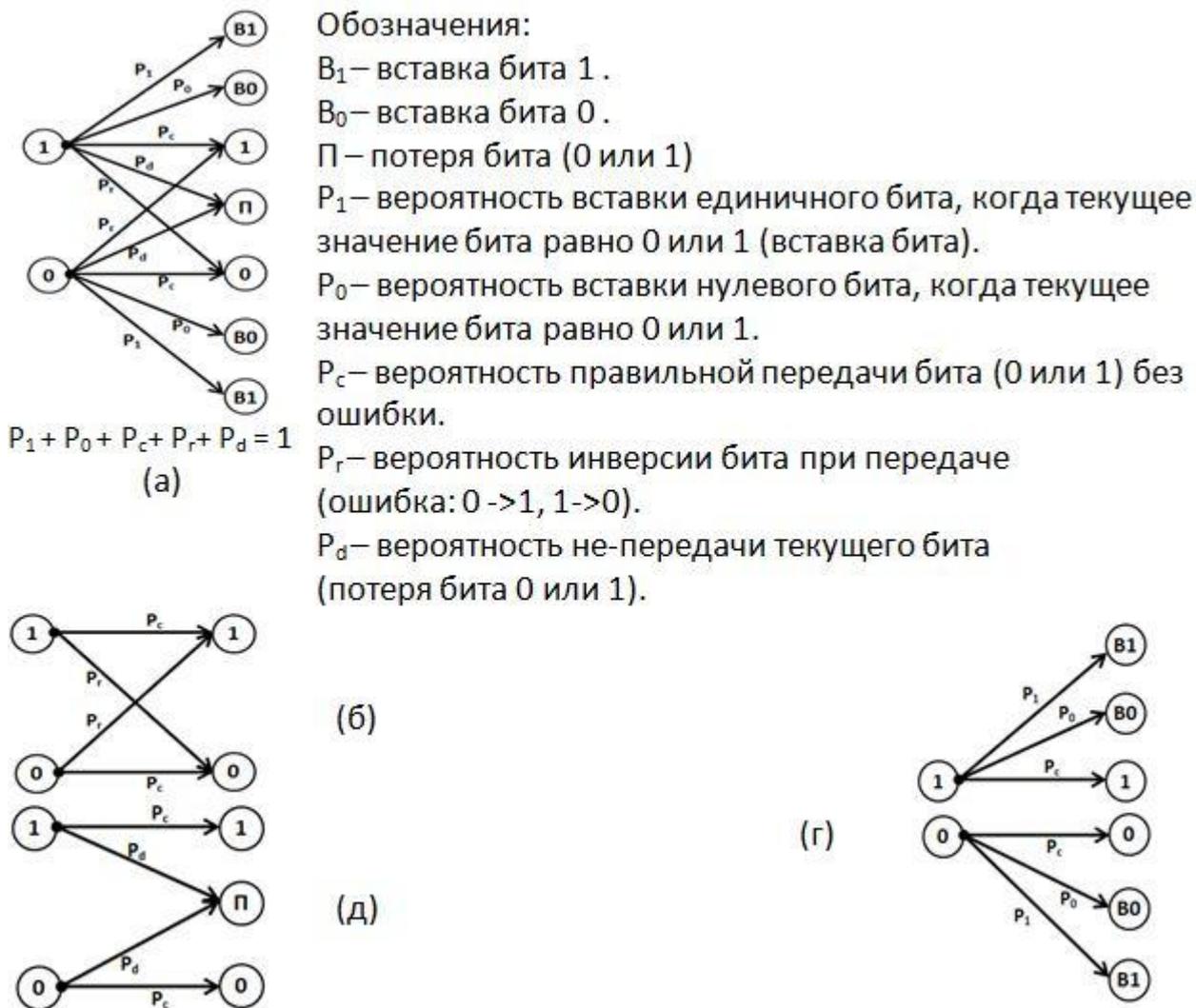


Рис. 4. Общая модель канала связи (а), симметричный двоичный канал (б), канал с вставкой битов (г), и канал с пропуском битов (д).

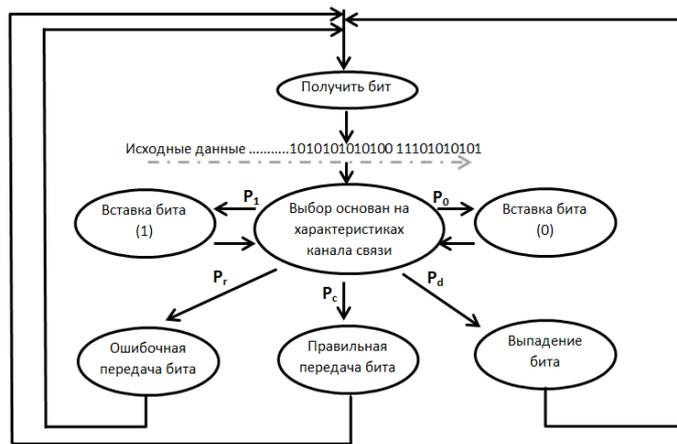


Рис. 5. Диаграмма состояний общей модели канала связи.

## 5. Результаты экспериментов

Проведены два основных эксперимента, в каждом из которых использованы две описанные выше схемы помехоустойчивого кодирования: схема 1 и схема 2. Для LDPC декодирования данных применялся алгоритм инверсии битов.

### Первый эксперимент.

В первом эксперименте для схемы №1 используется один кодер LDPC (2560,1024)  $R = 0,4$ , построенный методом Галлагера, а для схемы №2 используется комбинация кодера LDPC (1280,1024)  $R = 0,8$ , построенного методом Галлагера, и кодера сверточного кодирования на основе модифицированного алгоритма Витерби. Параметры этого кодера:  $(2,1,3)$   $d_{free} = 5$ ,  $g^1 = 7$ ,  $g^2 = 5$ .

На рис. 6 показаны результаты экспериментов с кодером LDPC с  $R = 0,4$ ,  $R = 0,5$  и  $R = 0,8$  для частного случая модели, учитывающего только случайную инверсию битов (рис.4 - б).

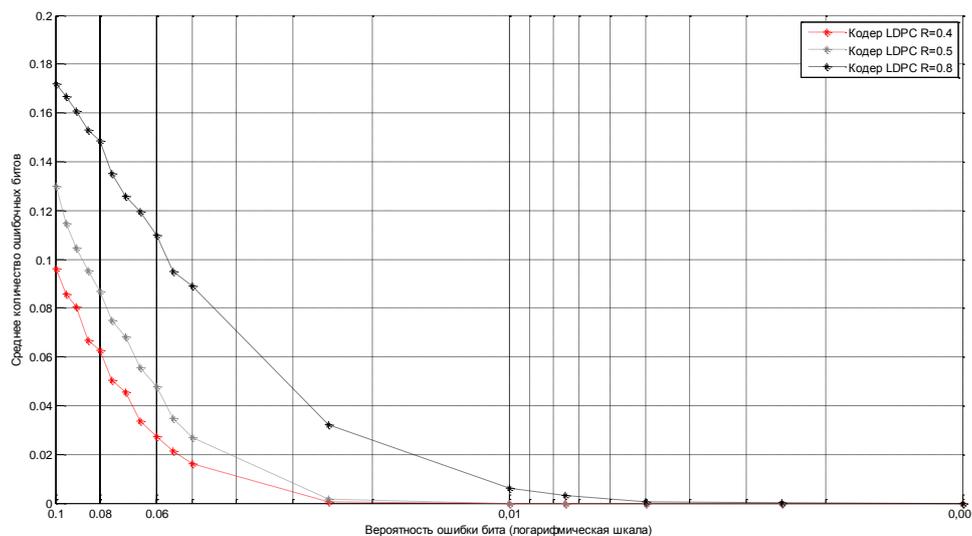
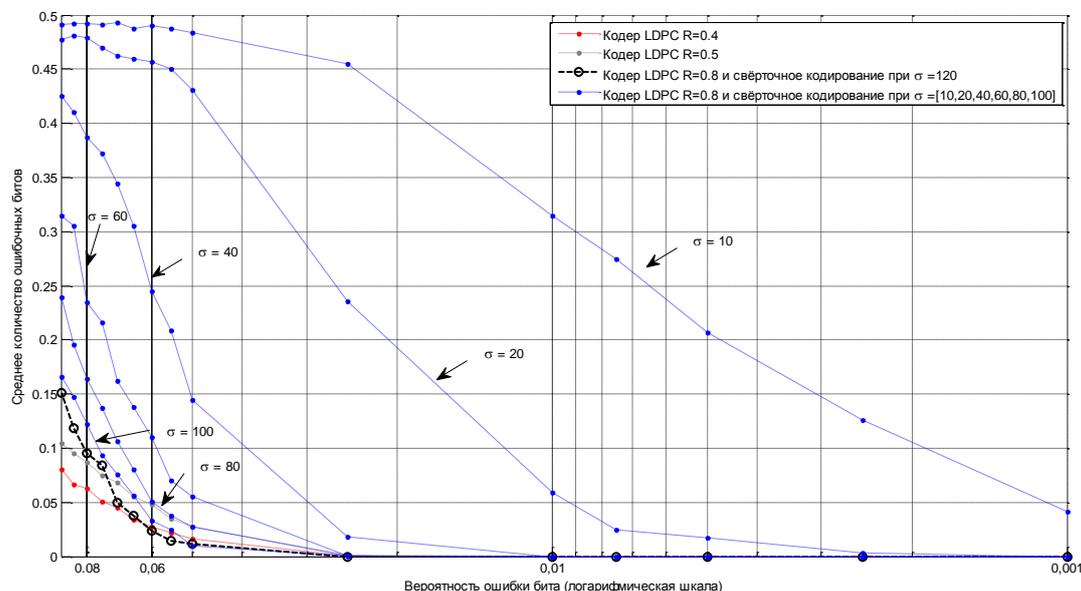


Рис. 6. эффективность кодирования при передаче по каналу связи с учетом случайной инверсии битов.

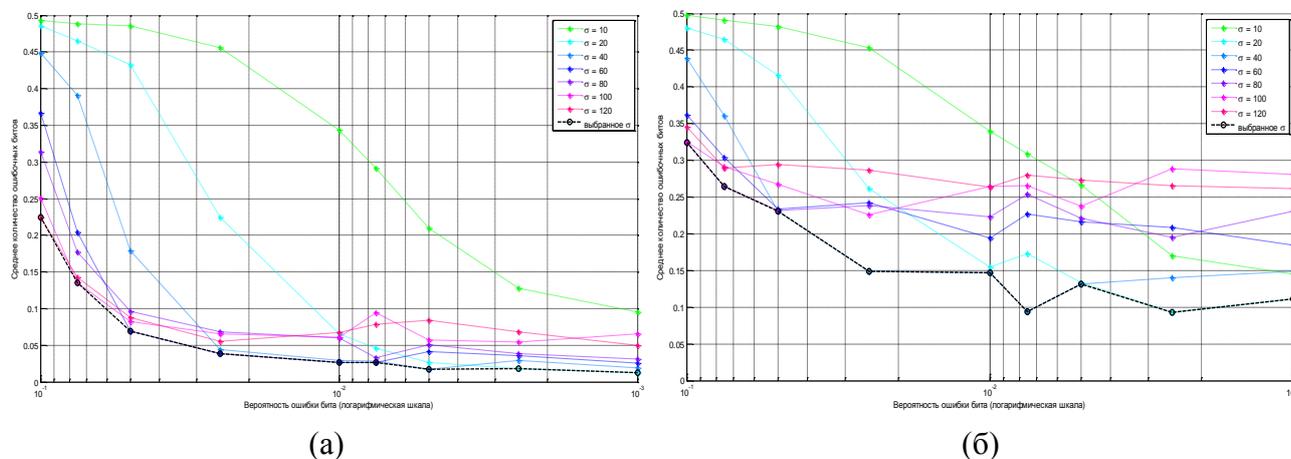
На рис. 7 показаны результаты сравнения эффективности работы схемы №1 и схемы №2 в случае отсутствия пропусков битов ( так же согласно модели рис.4-б), для разных значений задержки  $\sigma$  декодирования в схеме №2.



**Рис. 7.** Сравнительный анализ эффективности кодирования схемы 1 и схемы 2 при отсутствии пропусков битов, для разных значений  $\sigma$ .

Результаты экспериментов показывают, что для частого случая модели, включающего только возможность инверсии битов, выбор LDPC кодера предпочтителен для вероятностей битовых ошибок  $P_e > 0.065$ , при том, что для меньших значений вероятности ошибки эффективность обеих схем примерно одинакова. Для  $P_e < 0.05$  на длинных блоках схема 2 демонстрирует лучшую эффективность.

На рис. 8 показаны результаты экспериментов со схемой 2 для отличных от нуля вероятностей пропуска и инверсии битов. Этот случай соответствует моделям, представленным на рис 4-б и 4-д. Эксперименты проводились для разных значений вероятности инверсии битов  $P_e$ , а также для разных значений  $\sigma$  для схемы 2.



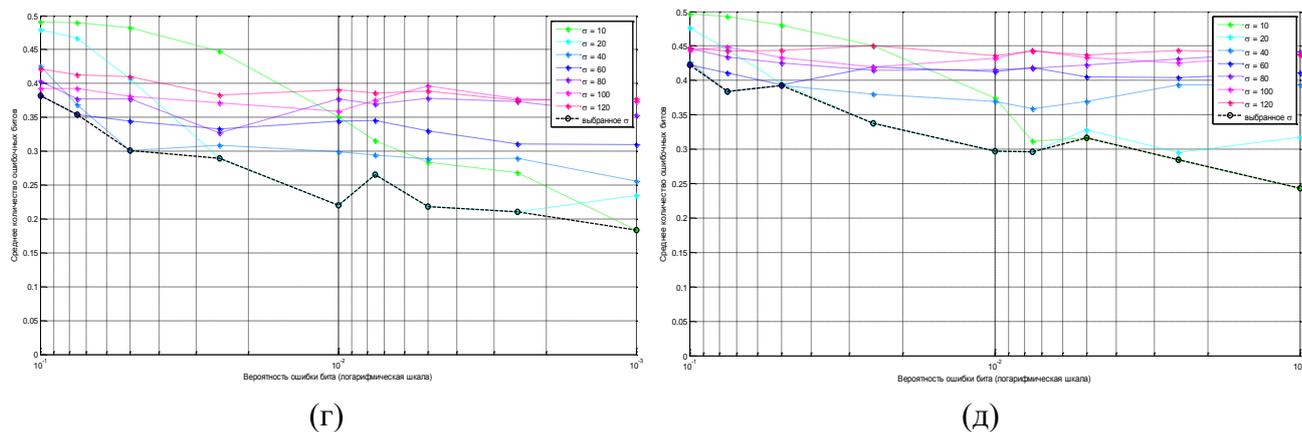


Рис. 8. Эффективность схемы 2 по каналу связи для моделей (4-б и 4-д) при разных значениях  $\sigma$

(а)  $P_d = .001$  , (б)  $P_d = .003$ , (г)  $P_d = .005$  и (д)  $P_d = .007$

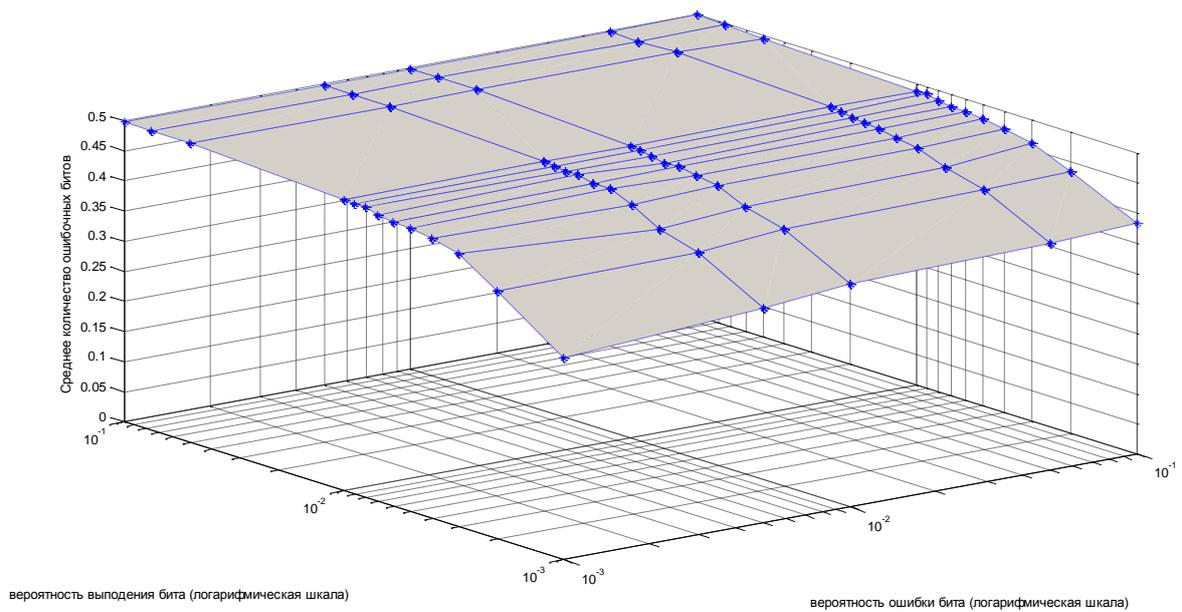
Значения задержки декодирования  $\sigma$  показаны в следующей таблице

Таблица 1. Выбранные значения задержки декодирования  $\sigma$

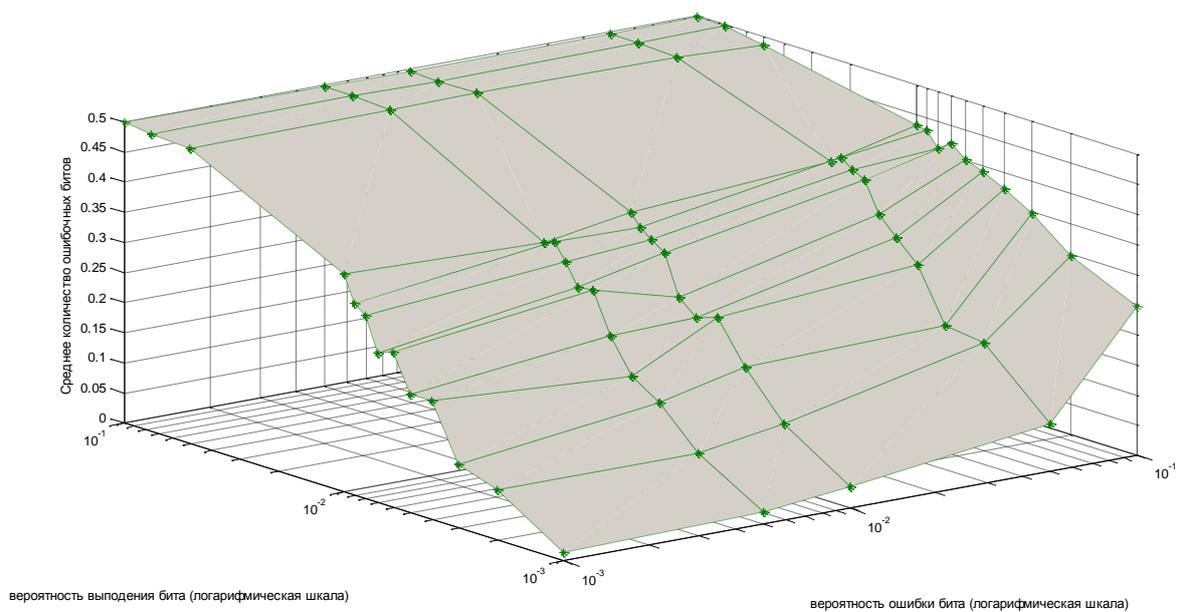
$P_d \backslash P_e$	0	0,001	0,0025	0,005	0,0075	0,01	0,025	0,05	0,055	0,06	0.1						
0	120																
0.001	20	20	20	40	60	60	60	60	100	120	120						
0.002					40	40	40	40	80								
0.003					80	80	80	80	80	80							
0.004	10	10	10	20	20	20	20	40	60	80	120						
0.005												20	20	20	20	20	20
0.006												20	20	20	20	20	20
0.007												20	20	20	20	20	20
0.008	10	10	10	10	10	10	10	20	40	80	120						
0.009												40	40	40	40	40	
0.01												40	40	40	40	40	
0.05	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10						
0.1												10	10	10	10	10	10

Из таблицы 1 следует, что в случае передачи данных по каналу связи с вероятностью пропуска бита  $P_d \neq 0$ , величина задержки декодирования  $\sigma$  должна быть низкой. Это значение увеличивается с ростом вероятности ошибки инверсии бита  $P_e$ .

Проведены сравнительные анализы эффективности декодирования с помощью схем 1 и 2 при передаче данных по каналу связи, который описывается моделью (4-б и 4-д). В этом эксперименте использованы значения  $\sigma$ , полученные ранее в экспериментах рис.8.



(а)



(б)

**Рис. 9.** Эффективность декодирования (а) схемы 1 и (б) схемы 2 при передаче по каналу связи описываемому моделью (4-б и 4-д)

Заметим, что при канале связи модели (б) (без выпадения битов  $P_d = 0$ ), эффективность схемы №2 равна (а даже лучше) эффективности схемы №1 до  $P_e = 0,065$ , но при модели (б и д) эффективность схемы №2 лучше, чем эффективность схемы №1, а также скорости кодирования схемы №1 и схемы №2 равны,  $R = 0,4$ .

## Второй эксперимент.

Во втором эксперименте использованы коды LDPC (2560,1024)  $R = 2/5$  и LDPC (1408,1024)  $R = 8/11$  (группа AR4JA), описанные в [12,15,16]. Для целей эксперимента были построены порождающие и проверочные матрицы таких кодов по описанию [12]. Следует отметить, что скорость кодирования в схеме 2  $R = 4/11$ . Основные полученные результаты показаны на рис. 10, 11.

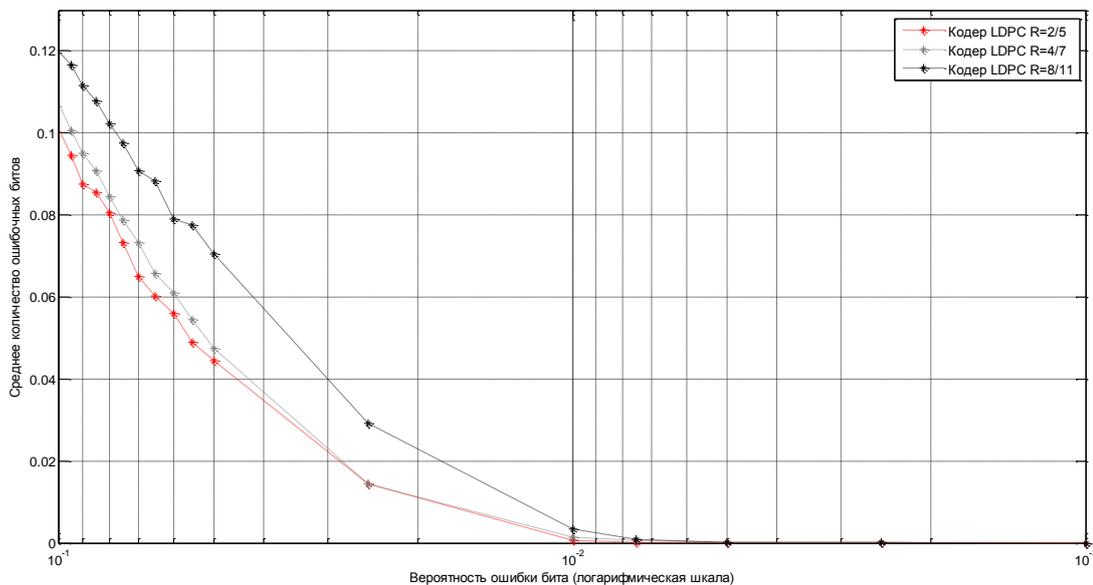


Рис. 10. Эффективность кодирования для модели 4-б.

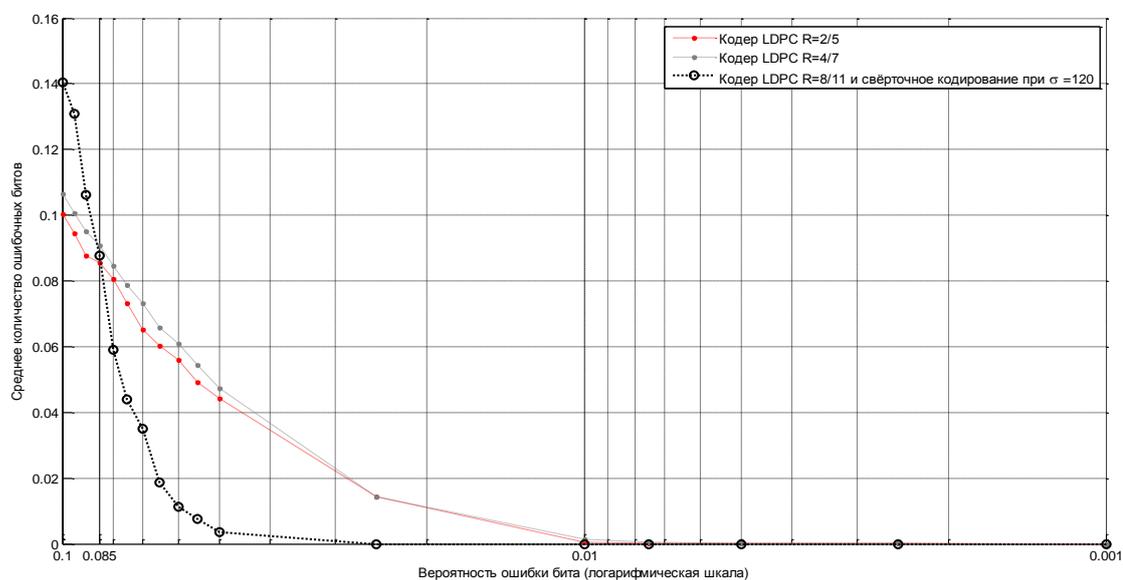
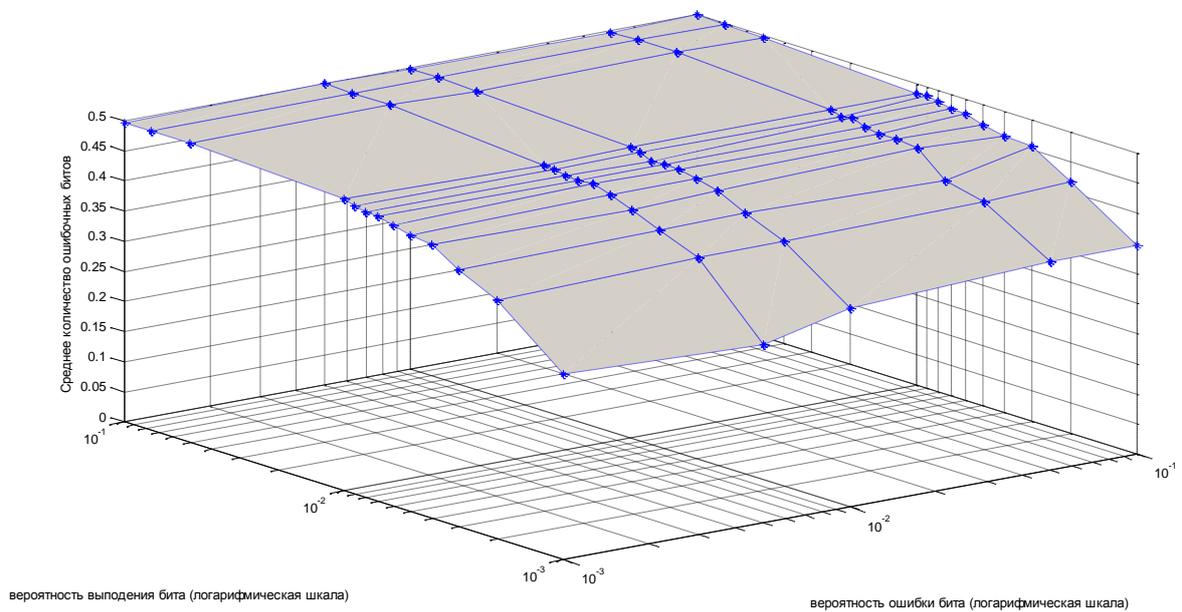
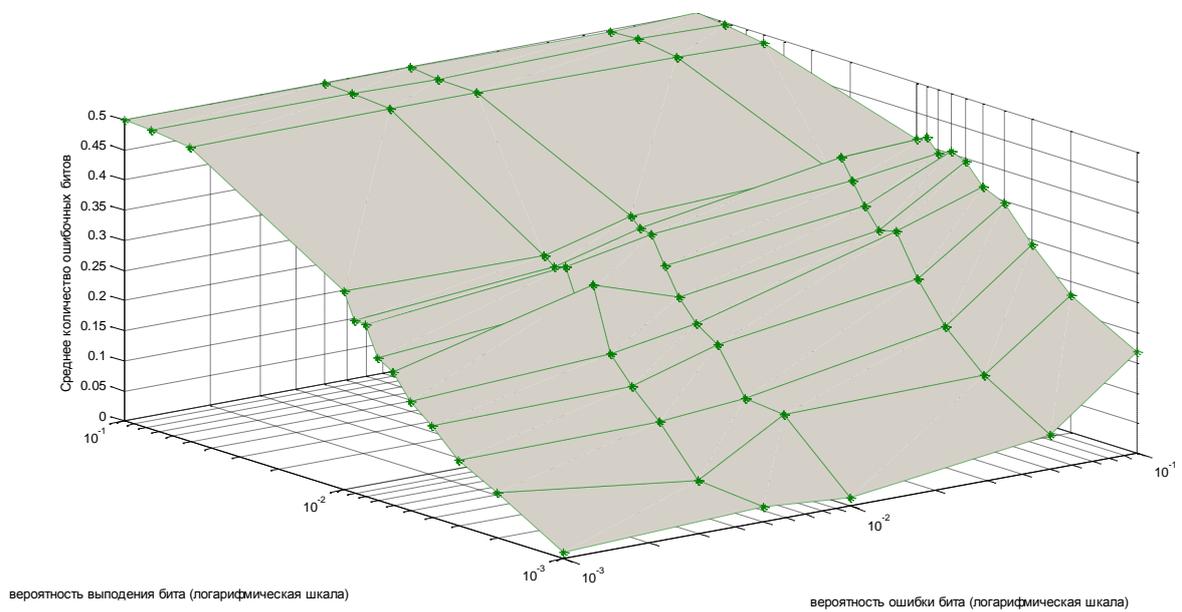


Рис. 11. Сравнительная эффективность кодирования схем 1 и 2 для модели 4-б, при разных значениях задержки  $\sigma$ .

Следует отметить, что для значения задержки кодирования  $\sigma = 120$  битов, схема 2 более эффективно исправляет ошибки, чем схема 1. Это справедливо для значений вероятности инверсии битов  $P_e < 0,085$ .



(а)



(б)

Рис. 12. Эффективности декодирования (а) схемы 1 и (б) схемы 2 для модели 4-б и 4-д.

Заметим, что для модели 4-б (без пропуска битов  $P_d = 0$ ) схема 1 работает лучше схемы 2 при  $P_e > 0,085$ , но для модели 4-б и 4-д схема 2 выглядит предпочтительнее. Скорость кодирования схемы 1 равна  $2/5$ , а скорость кодирования схемы 2 равна  $4/11$ .

## 6. Выводы и дальнейшее направление исследований

Из представленных выше результатов экспериментов следует, что предложенный подход помехоустойчивого кодирования, содержащий комбинацию LDPC ( $R = k/n$ ) кодера и блока сверточного кодирования (2,1,3) на основе модифицированного алгоритма Витерби, позволяет повысить эффективность восстановления информации передаваемой по каналу связи с вероятностью инверсии битов ниже 0.06, а также в случае ненулевой вероятности пропуска битов, без уменьшения скорости кодирования.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на поиск эффективных алгоритмов декодирования LDPC для высоких значений инверсии битов  $P_e$ , а также изучения влияния длины кодируемого сообщения на эффективность работы алгоритма и поиска более эффективных параметров сверточного кодера.

## Список литературы

1. Gallager R.G. Low-density parity-check codes // IRE Transactions on Information Theory. 1962. Vol. 8, iss. 1. P. 21-28. DOI: [10.1109/TIT.1962.1057683](https://doi.org/10.1109/TIT.1962.1057683)
2. Gallager R.G. Low-Density Parity-Check Codes. Cambridge, MA: MIT Press, 1963.
3. MacKay D.J.C., Neal R.M. Near Shannon limit performance of low density parity check codes // Electronics Letters. 1996. Vol. 32, iss. 18. P. 1645-1646. DOI: [10.1049/el:19961141](https://doi.org/10.1049/el:19961141)
4. MacKay D.J.C. Good Error-Correcting Codes Based on Very Sparse Matrices // IEEE Transactions on Information Theory. 1999. Vol. 45, no. 2. P. 399-431. DOI: [10.1109/18.748992](https://doi.org/10.1109/18.748992)
5. Sae-Young Chung, Forney G.D. Jr., Richardson T.J., Urbanke R. On the Design of Low-Density Parity-Check Codes within 0.0045 dB of the Shannon Limit // IEEE Communications Letters. 2001. Vol. 5, no. 2. P. 58-60. DOI: [10.1109/4234.905935](https://doi.org/10.1109/4234.905935)
6. Jun Xu, Lei Chen, Lingqi Zeng, Lan Lan, Shu Lin. Construction of low density parity-check codes by superposition // IEEE Transactions on Communications. 2005. Vol. 53, no. 2. P. 243-251. DOI: [10.1109/TCOMM.2004.841966](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2004.841966)
7. Bonello N., Sheng Chen, Hanzo L. Construction of regular quasi cyclic protograph LDPC codes based on Vandermonde matrices // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2008. Vol. 57, no. 4. P. 2583-2588. DOI: [10.1109/TVT.2007.913180](https://doi.org/10.1109/TVT.2007.913180)
8. Ammar B., Honary B., Yu Kou, Jun Xu, Lin S. Construction of low-density parity-check codes based on balanced incomplete block designs // IEEE Transactions on Information Theory. 2004. Vol. 50, no. 6. P. 1257-1269. DOI: [10.1109/TIT.2004.828144](https://doi.org/10.1109/TIT.2004.828144)

9. Yu Kou, Shu Lin, Fossorier M.P.C. Low density parity check codes based on finite geometries: a rediscovery and new results // IEEE Transactions on Information Theory. 2001. Vol. 47, no. 7. P. 2711-2736. DOI: [10.1109/18.959255](https://doi.org/10.1109/18.959255)
10. Rosenthal J., Vontobel P.O. Constructions of regular and irregular LDPC codes using Ramanujan graphs and ideas from Margulis // Proceedings. 2001 IEEE International Symposium on Information Theory. IEEE, 2001. DOI: [10.1109/ISIT.2001.935867](https://doi.org/10.1109/ISIT.2001.935867)
11. Chen L., Djurdjevic I., Xu J. Construction of quasicyclic LDPC codes based on the minimum weight codewords of Reed-Solomon Codes // Proceedings. International Symposium on Information Theory (ISIT 2004). IEEE, 2004. DOI: [10.1109/ISIT.2004.1365276](https://doi.org/10.1109/ISIT.2004.1365276)
12. TM Synchronization and Channel Coding—Summary of Concept and Rationale. Report Concerning Space Data System Standard. Informational Report CCSDS 130.1-G-2. Green Book. Issue 2. November 2012. Washington, DC, USA, CCSDS, 2012.
13. Andreadou N., Pavlidou F.-N., Papaharalabos S., Mathiopoulos P.T. Quasi-Cyclic Low-Density Parity-Check (QC-LDPC) Codes for Deep Space and High Data Rate Application // International Workshop on Satellite and Space Communications (IWSSC 2009). IEEE, 2009. P. 225-229. DOI: [10.1109/IWSSC.2009.5286377](https://doi.org/10.1109/IWSSC.2009.5286377)
14. Islam R.M., Kim J. Quasi Cyclic Low Density Parity Check Code for High SNR Data Transfer // Radioengineering. 2010. Vol. 19, no. 2. P. 356-362.
15. Divsalar D., Dolinar S., Jones C. Construction of Protograph LDPC Codes with Linear Minimum Distance // IEEE International Symposium on Information Theory, 2006. P. 664-668. DOI: [10.1109/ISIT.2006.261868](https://doi.org/10.1109/ISIT.2006.261868)
16. Thuy V. N., Aria N. Rate-Compatible Short-Length Protograph LDPC Codes // IEEE Communications Letters. 2013. Vol. 17, no. 5. P. 948-951. DOI: [10.1109/LCOMM.2013.031313.122046](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2013.031313.122046)
17. Richardson T.J., Urbanke R.L. Efficient Encoding of Low-Density Parity Check Codes // IEEE Transactions on Information Theory. 2001. Vol. 47, no. 2. P. 638-656. DOI: [10.1109/18.910579](https://doi.org/10.1109/18.910579)
18. Ryan W.R., Shu Lin. Channel Codes: Classical and Modern. Cambridge University Press, 2009. 708 p.
19. Xiao-Yu Hu, Eleftheriou E., Arnold D.-M., Dholakia A. Efficient implementations of the sum product algorithm for decoding LDPC codes // IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM '01). Vol. 2. IEEE, 2001. P. 25 -29. DOI: [10.1109/GLOCOM.2001.965575](https://doi.org/10.1109/GLOCOM.2001.965575)
20. Jinghu Chen, Dholakia A., Eleftheriou E., Fossorier M.P.C., Xiao-Yu Hu. Reduced-Complexity Decoding of LDPC Codes // IEEE Transactions on Communications. 2005. Vol. 53, no. 8. P. 1288-1299. DOI: [10.1109/TCOMM.2005.851637](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2005.851637)
21. Davey M.C., MacKay D.J.C. Reliable communication over channels with insertions, deletions, and substitutions // IEEE Transaction on Information Theory. 2001. Vol. 47, no. 2. P. 687-698. DOI: [10.1109/18.910582](https://doi.org/10.1109/18.910582)

22. Ratzler E.A. Marker codes for channels with insertions and deletions // Proc. of the 3<sup>rd</sup> International Symposium on Turbo Codes and Related Topics, 2003.
23. dos Santos M.P.F. , Clarke W.A., Ferreira H.C., Swart T.G. Correction of insertions/deletions using standard convolutional codes and the Viterbi decoding algorithm // Proceedings. 2003 IEEE Information Theory Workshop, 2003. P. 187 -189. DOI: [10.1109/ITW.2003.1216726](https://doi.org/10.1109/ITW.2003.1216726)
24. Swart T., Ferreira H., dos Santos M.P.F. Insertion/Deletion correction by using parallel interconnected Viterbi Decoders // SAIEE Africa Research Journal. 2006. Vol. 97, no. 2. P. 151-156.
25. Elias P. Coding for Noisy Channels // IRE Convention Record. 1955. Vol. 3, pt. 4. P. 37-47.
26. Viterbi A.J. Error Bounds for Convolutional Codes and an Asymptotically Optimum Decoding Algorithm // IEEE Transactions on Information Theory. 1967. Vol. 13, iss. 2. P. 260-269. DOI: [10.1109/TIT.1967.1054010](https://doi.org/10.1109/TIT.1967.1054010)
27. Forney G.D. Jr. The Viterbi Algorithm // Proceedings of the IEEE. 1973. Vol. 61, no. 3. P. 268-278. DOI: [10.1109/PROC.1973.9030](https://doi.org/10.1109/PROC.1973.9030)
28. Forney G.D. Jr. Convolutional Code II: Maximum Likelihood Decoding // Information and Control. 1974. Vol. 25, iss. 3. P. 222-266. DOI: [10.1016/S0019-9958\(74\)90870-5](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(74)90870-5)
29. Berrou C., Glavieux A., Thitimajshima P. Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes. 1 // IEEE International Conference on Communications (ICC '93 Geneva). Technical Program, Conference Record. Vol. 2. IEEE, 1993. P. 1064-1070. DOI: [10.1109/ICC.1993.397441](https://doi.org/10.1109/ICC.1993.397441)
30. Barbelescu A.S, Pietrobon S.S. Interleaver Design for Turbo Codes // Electronics Letters. 1994. Vol. 30, no. 25. P. 2107-2108. DOI: [10.1049/el:19941434](https://doi.org/10.1049/el:19941434)
31. Dinoi L., Benedetto S. Design of Fast Prunable S-Random Interleavers // IEEE Transactions on Wireless Communications. 2005. Vol. 4, no. 5. P. 1-9. DOI: [10.1109/TWC.2005.853836](https://doi.org/10.1109/TWC.2005.853836)
32. Popovski P., Kocarev L., Risreski A. Design of Flexible-Length S-Random Interleaver for Turbo Codes // IEEE Communications Letters. 2004. Vol. 8, no. 7. P. 461-463. DOI: [10.1109/LCOMM.2004.832737](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2004.832737)
33. Jing Sun, Takeshita O.Y. Interleavers for Turbo Codes Using Permutation Polynomial over Integer Rings // IEEE Transactions on Information Theory. 2005. Vol. 51, no. 1. P. 101-119. DOI: [10.1109/TIT.2004.839478](https://doi.org/10.1109/TIT.2004.839478)

## **Error Correcting Coding of Telemetry Information for Channel with Random Bit Inversions and Deletions**

M. A. Elshafey<sup>1,\*</sup>

[\\*elshafey.m@gmail.com](mailto:elshafey.m@gmail.com)

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

---

**Keywords:** error correction codes, LDPC telemetry, processing convolution, bit deletion inversion

---

This paper presents a method of error-correcting coding of digital information. Feature of this method is the treatment of cases of inversion and skip bits caused by a violation of the synchronization of the receiving and transmitting device or other factors. The article gives a brief overview of the features, characteristics, and modern methods of construction LDPC and convolutional codes, as well as considers a general model of the communication channel, taking into account the probability of bits inversion, deletion and insertion. The proposed coding scheme is based on a combination of LDPC coding and convolution coding. A comparative analysis of the proposed combined coding scheme and a coding scheme containing only LDPC coder is performed. Both of the two schemes have the same coding rate. Experiments were carried out on two models of communication channels at different probability values of bit inversion and deletion. The first model allows only random bit inversion, while the other allows both random bit inversion and deletion. In the experiments research and analysis of the delay decoding of convolutional coder is performed and the results of these experimental studies demonstrate the feasibility of planted coding scheme to improve the efficiency of data recovery that is transmitted over a communication channel with noises which allow random bit inversion and deletion without decreasing the coding rate.

### **References**

1. Gallager R.G. Low-density parity-check codes. *IRE Transactions on Information Theory*, 1962, vol. 8, iss. 1, pp. 21-28. DOI: [10.1109/TIT.1962.1057683](https://doi.org/10.1109/TIT.1962.1057683)
2. Gallager R.G. *Low-Density Parity-Check Codes*. Cambridge, MA, MIT Press, 1963.
3. MacKay D.J.C., Neal R.M. Near Shannon limit performance of low density parity check codes. *Electronics Letters*, 1996, vol. 32, iss. 18, pp. 1645-1646. DOI: [10.1049/el:19961141](https://doi.org/10.1049/el:19961141)

4. MacKay D.J.C. Good Error-Correcting Codes Based on Very Sparse Matrices. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1999, vol. 45, no. 2, pp. 399-431. DOI: [10.1109/18.748992](https://doi.org/10.1109/18.748992)
5. Sae-Young Chung, Forney G.D. Jr., Richardson T.J., Urbanke R. On the Design of Low-Density Parity-Check Codes within 0.0045 dB of the Shannon Limit. *IEEE Communications Letters*, 2001, vol. 5, no. 2, pp. 58-60. DOI: [10.1109/4234.905935](https://doi.org/10.1109/4234.905935)
6. Jun Xu, Lei Chen, Lingqi Zeng, Lan Lan, Shu Lin. Construction of low density parity-check codes by superposition. *IEEE Transactions on Communications*, 2005, vol. 53, no. 2, pp. 243-251. DOI: [10.1109/TCOMM.2004.841966](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2004.841966)
7. Bonello N., Sheng Chen, Hanzo L. Construction of regular quasi cyclic protograph LDPC codes based on Vandermonde matrices. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2008, vol. 57, no. 4, pp. 2583-2588. DOI: [10.1109/TVT.2007.913180](https://doi.org/10.1109/TVT.2007.913180)
8. Ammar B., Honary B., Yu Kou, Jun Xu, Lin S. Construction of low-density parity-check codes based on balanced incomplete block designs. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2004, vol. 50, no. 6, pp. 1257-1269. DOI: [10.1109/TIT.2004.828144](https://doi.org/10.1109/TIT.2004.828144)
9. Yu Kou, Shu Lin, Fossorier M.P.C. Low density parity check codes based on finite geometries: a rediscovery and new results. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2001, vol. 47, no. 7, pp. 2711-2736. DOI: [10.1109/18.959255](https://doi.org/10.1109/18.959255)
10. Rosenthal J., Vontobel P.O. Constructions of regular and irregular LDPC codes using Ramanujan graphs and ideas from Margulis. *Proceedings. 2001 IEEE International Symposium on Information Theory*. IEEE, 2001. DOI: [10.1109/ISIT.2001.935867](https://doi.org/10.1109/ISIT.2001.935867)
11. Chen L., Djurdjevic I., Xu J. Construction of quasicyclic LDPC codes based on the minimum weight codewords of Reed-Solomon Codes. *Proceedings. International Symposium on Information Theory (ISIT 2004)*. IEEE, 2004. DOI: [10.1109/ISIT.2004.1365276](https://doi.org/10.1109/ISIT.2004.1365276)
12. TM Synchronization and Channel Coding—Summary of Concept and Rationale. Report Concerning Space Data System Standard. Informational Report CCSDS 130.1-G-2. Green Book. Issue 2. November 2012. Washington, DC, USA, CCSDS, 2012.
13. Andreadou N., Pavlidou F.-N., Papaharalabos S., Mathiopoulos P.T. Quasi-Cyclic Low-Density Parity-Check (QC-LDPC) Codes for Deep Space and High Data Rate Application. *International Workshop on Satellite and Space Communications (IWSSC 2009)*. IEEE, 2009, pp. 225-229. DOI: [10.1109/IWSSC.2009.5286377](https://doi.org/10.1109/IWSSC.2009.5286377)
14. Islam R.M., Kim J. Quasi Cyclic Low Density Parity Check Code for High SNR Data Transfer. *Radioengineering*, 2010, vol. 19, no. 2, pp. 356-362.

15. Divsalar D., Dolinar S., Jones C. Construction of Protograph LDPC Codes with Linear Minimum Distance. *IEEE International Symposium on Information Theory*, 2006, pp. 664-668. DOI: [10.1109/ISIT.2006.261868](https://doi.org/10.1109/ISIT.2006.261868)
16. Thuy V. N., Aria N. Rate-Compatible Short-Length Protograph LDPC Codes. *IEEE Communications Letters*, 2013, vol. 17, no. 5, pp. 948-951. DOI: [10.1109/LCOMM.2013.031313.122046](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2013.031313.122046)
17. Richardson T.J., Urbanke R.L. Efficient Encoding of Low-Density Parity Check Codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2001, vol. 47, no. 2, pp. 638-656. DOI: [10.1109/18.910579](https://doi.org/10.1109/18.910579)
18. Ryan W.R., Shu Lin. *Channel Codes: Classical and Modern*. Cambridge University Press, 2009. 708 p.
19. Xiao-Yu Hu, Eleftheriou E., Arnold D.-M., Dholakia A. Efficient implementations of the sum product algorithm for decoding LDPC codes. *IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM '01). Vol. 2*. IEEE, 2001, pp. 25 -29. DOI: [10.1109/GLOCOM.2001.965575](https://doi.org/10.1109/GLOCOM.2001.965575)
20. Jinghu Chen, Dholakia A., Eleftheriou E., Fossorier M.P.C., Xiao-Yu Hu. Reduced-Complexity Decoding of LDPC Codes. *IEEE Transactions on Communications*, 2005, vol. 53, no. 8, pp. 1288-1299. DOI: [10.1109/TCOMM.2005.851637](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2005.851637)
21. Davey M.C., MacKay D.J.C. Reliable communication over channels with insertions, deletions, and substitutions. *IEEE Transaction on Information Theory*, 2001, vol. 47, no. 2, pp. 687-698. DOI: [10.1109/18.910582](https://doi.org/10.1109/18.910582)
22. Ratzler E.A. Marker codes for channels with insertions and deletions. *Proc. of the 3<sup>rd</sup> International Symposium on Turbo Codes and Related Topics*, 2003.
23. dos Santos M.P.F. , Clarke W.A., Ferreira H.C., Swart T.G. Correction of insertions/deletions using standard convolutional codes and the Viterbi decoding algorithm. *Proceedings. 2003 IEEE Information Theory Workshop*. IEEE, 2003, pp. 187 -189. DOI: [10.1109/ITW.2003.1216726](https://doi.org/10.1109/ITW.2003.1216726)
24. Swart T., Ferreira H., dos Santos M.P.F. Insertion/Deletion correction by using parallel interconnected Viterbi Decoders. *SAIEE Africa Research Journal*, 2006, vol. 97, no. 2, pp. 151-156.
25. Elias P. Coding for Noisy Channels. *IRE Convention Record*, 1955, vol. 3, pt. 4, pp. 37-47.
26. Viterbi A.J. Error Bounds for Convolutional Codes and an Asymptotically Optimum Decoding Algorithm. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1967, vol. 13, iss. 2, pp. 260-269. DOI: [10.1109/TIT.1967.1054010](https://doi.org/10.1109/TIT.1967.1054010)

27. Forney G.D. Jr. The Viterbi Algorithm. *Proceedings of the IEEE*, 1973, vol. 61, no. 3, pp. 268-278. DOI: [10.1109/PROC.1973.9030](https://doi.org/10.1109/PROC.1973.9030)
28. Forney G.D. Jr. Convolutional Code II: Maximum Likelihood Decoding. *Information and Control*, 1974, vol. 25, iss. 3, pp. 222-266. DOI: [10.1016/S0019-9958\(74\)90870-5](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(74)90870-5)
29. Berrou C., Glavieux A., Thitimajshima P. Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes. 1. *IEEE International Conference on Communications (ICC '93 Geneva). Technical Program, Conference Record. Vol. 2.* IEEE, 1993, pp. 1064-1070. DOI: [10.1109/ICC.1993.397441](https://doi.org/10.1109/ICC.1993.397441)
30. Barbelescu A.S, Pietrobon S.S. Interleaver Design for Turbo Codes. *Electronics Letters*, 1994, vol. 30, no. 25, pp. 2107-2108. DOI: [10.1049/el:19941434](https://doi.org/10.1049/el:19941434)
31. Dinoi L., Benedetto S. Design of Fast Prunable S-Random Interleavers. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2005, vol. 4, no. 5, pp. 1-9. DOI: [10.1109/TWC.2005.853836](https://doi.org/10.1109/TWC.2005.853836)
32. Popovski P., Kocarev L., Risreski A. Design of Flexible-Length S-Random Interleaver for Turbo Codes. *IEEE Communications Letters*, 2004, vol. 8, no. 7, pp. 461-463. DOI: [10.1109/LCOMM.2004.832737](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2004.832737)
33. Jing Sun, Takeshita O.Y. Interleavers for Turbo Codes Using Permutation Polynomial over Integer Rings. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, vol. 51, no. 1, pp. 101-119. DOI: [10.1109/TIT.2004.839478](https://doi.org/10.1109/TIT.2004.839478)