НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ МГТУ ИМ. Н. Э. БАУМАНА

НАУКА и ОБРАЗОВАНИЕ

Эл № ФС77 - 48211. Государственная регистрация №0421200025. ISSN 1994-0408

электронный научно-технический журнал

# Расчет спектральной плотности момента нагружения на рабочем органе машины глубокого фрезерования на стадии проектирования

# 05, май 2014

**DOI:** 10.7463/0514.0709758

**Фомин К. В., Жигульская А. И.**

УДК 622.23.05:622.7

Россия, Тверской государственный технический университет

fomin_tver@mail.ru

9051963@gmail.com

## Введение

В настоящее время в горной, лесной и мелиоративной отраслях промышленности, а так же в сельском хозяйстве широкое применение нашли машины глубокого фрезерования [1]. Они обладают высокой производительностью, позволяют сократить число технологических операций и выполнять работу с высоким качеством.

Опыт эксплуатации показывает их недостаточную надежность. Проблема приобретает исключительное значение в связи с возрастанием энергонасыщенности и увеличением скоростных параметров машин, приводящим к повышению динамических составляющих и напряженности работы элементов трансмиссий и несущих конструкций.

Интенсификация производственных процессов требует создания высокопроизводительных и надёжных машин, что связано с решением целого ряда задач, одной из которых является разработка эффективных методов проектирования и расчета. Точность ее решения определяется тем, насколько величина и характер нагрузки, принимаемой при прочностном расчете элементов конструкции, соответствуют действительным, возникающим в процессе эксплуатации.

Одной из причин низкой надёжности фрезерующих агрегатов является высокая динамическая нагружённость элементов привода и их конструкций [2]. При этом динамические нагрузки могут рассматриваться как результат вынужденных колебаний упругой системы привода от воздействия на исполнительном органе сил внешнего сопротивления [2], которые являются случайными функциями.

Поэтому анализ динамической нагруженности привода и в элементах конструкции должен выполняться с помощью аппарата статистической динамики [3, 4]. При этом решение задачи разбивается на несколько этапов: формирование расчётной схемы, определение её параметров, определение величин и мест приложения внешних воздействий и их вероятностных характеристик, разработка математической модели системы, выбор и обоснование метода решения составленных уравнений, анализ полученного решения [4].

Учитывая случайный характер нагрузок, действующих на рабочий орган, для анализа воспользуемся аппаратом теории случайных функций [5, 6]. Известно, что для полного описания таких процессов необходимо иметь многомерные функции распределения. На практике обычно в задачах статистической динамики механических систем ограничиваются изучением одномерных и двумерных характеристик [3, 4], то есть рассматривают спектральные плотности (корреляционные функции) и дисперсии процессов нагружения.

Целью данной работы является разработка моделей формирования момента сопротивления на рабочем органе машины глубокого фрезерования и аналитических методов для определения его спектральной плотности на стадии проектирования.

## 1. Модель формирования момента нагружения на рабочем органе машины глубокого фрезерования

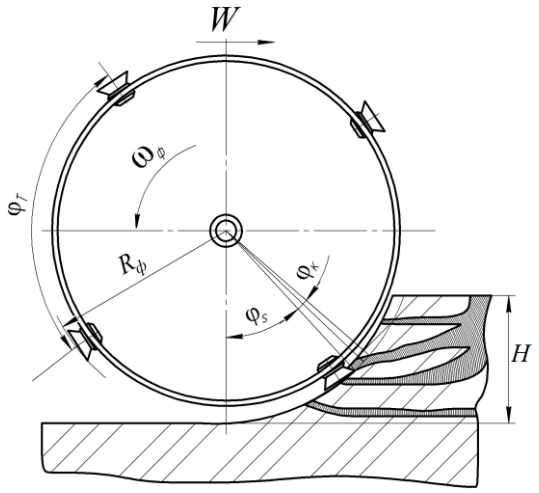


**Рис. 1**. Взаимодействие режущего элемента с обрабатываемой средой

При выполнении технологической операции машиной глубокого фрезерования происходит измельчение грунта совместно с произрастающей на поверхности лесокустарниковой растительностью, ее корневой системой и древесными включениями (рис.1). При этом структурная неоднородность обрабатываемой среды, изменчивость ее физико-механических свойств, наличие локальных включений предопределяет резко переменный, случайный характер нагрузки на фрезе.

Методика определения вероятностных характеристик момента сопротивления на рабочем органе при взаимодействии с древесными включениями рассмотрена в работах [2, 7].

При взаимодействии режущего элемента с грунтом и корневой системой в пределах угла контакта для момента можно записать (рис. 2)

$$M(t) = M_T(t; P; \omega_ф) + \sum_{s=1}^{S} M_s(t - t_s; P_s; \omega_ф), \qquad (1)$$

где $M_T(t)$, $M_s(t)$ – соответственно, функции описывающие моменты нагружения на ноже

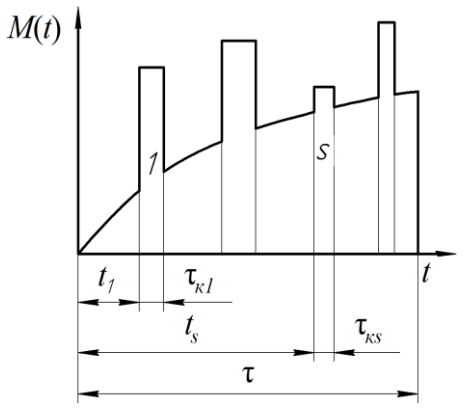


**Рис. 2.** Модель формирования момента нагружения на одиночном режущем элементе в пределах угла контакта

при резании грунта и при s–м акте взаимодействия с корнями; P, $P_s$ – соответственно, случайные параметры импульса при взаимодействии с грунтом и при взаимодействии с корнями; $\omega_ф$ – угловая скорость вращения фрезы; s – номер акта взаимодействия с корнем в пределах угла контакта режущего элемента с залежью; S – общее случайное число актов взаимодействия; $t_s$ – время от начала взаимодействия режущего элемента с грунтом до момента взаимодействия с s –м корнем.

При анализе момента нагружения необходимо учитывать периодический характер взаимодействия режущих элементов с обрабатываемой средой и случайный характер из-

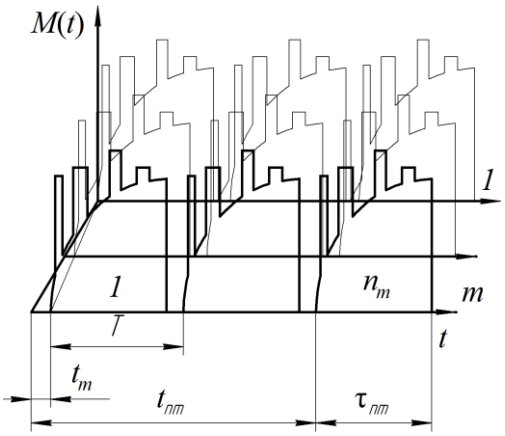


**Рис.3.** Модель формирования нагрузки на рабочем органе машины глубокого фрезерования

менения ее физико-механических свойств, ее структурную неоднородность. Учет этих факторов предопределяет представление нагрузки в виде последовательности импульсов со случайными параметрами [2, 8, 9,10] (рис. 3). При этом параметры импульсов определяются кинематическими и энергетическими особенностями взаимодействия режущих элементов с грунтом, а случайный характер их изменения случайным характером изменения физико-механических характеристик обрабатываемой среды, режимов работы агрегата (скорость вращения фрезы, скорость перемещения агрегата).

Таким образом, для момента сопротивления на рабочем органе при выполнении технологической операции можно записать

$$M_0(t) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=-\infty}^{\infty} M_{nm}(t - t_{nm}), \tag{2}$$

где $M$ – число плоскостей резания; $n$ – номер импульса нагружения на $m$-й плоскости резания; $M_{nm}(t)$ – функция, описывающая изменения момента нагружения на одиночном режущем элементе в $m$-й плоскости резания; $t_{nm}$ – момент возникновения $n$-го импульса нагрузки на $m$-й плоскости резания.

## 2. Определение спектральной плотности момента на рабочем органе машины глубокого фрезерования

Одной из важнейших характеристик случайного процесса, дающей распределение мощности по частотам является спектральная плотность [3, 5, 6]. Для ее определения воспользуемся понятием энергетического спектра случайного импульсного процесса [5]

$$F(\omega) = \lim_{N\to\infty} \frac{2}{(2N+1)T_c} m_1 \left\{ \left| Z^{(k)}(\omega) \right|^2 \right\}, \tag{3}$$

связанного со спектральной плотностью следующим соотношением [5]

$$F(\omega) = S(\omega) + 2\pi m^2 \delta(\omega), \tag{4}$$

где $N$ – число рассматриваемых импульсов; $T_c$ – средний период повторности импульсов; $Z^{(k)}(\omega)$ – спектр $k$-ой реализации случайного процесса (в дальнейшем в выражениях индекс $k$ опускаем); $m_1\{\ \}$ – знак усреднения; $m$ – математическое ожидание случайного процесса; $\delta(\omega)$ – дельта-функция.

Дисперсия стационарной случайной функции равна [5]

$$D = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega - m^2.$$

При выводе выражения для энергетического спектра момента нагружения на рабочем органе при взаимодействии с обрабатываемой средой с учетом влияния случайного характера изменения угловой скорости воспользуемся методом рандомизации [6]. Считая величину угловой скорости фиксированной, определим энергетический спектр.

Для преобразования Фурье функции, описывающей момент нагружения на режущем элементе при одиночном акте взаимодействия с грунтом при наличии корневой системы из выражения (1) получим

$$S_0(\omega) = S_{0T}(\omega; P; \omega_ф) + \sum_{s=1}^{S} S_{0s}(\omega; P_s; \omega_ф)\exp(-j\omega t_s),$$

где $S_{0T}(j\omega)$ – спектр импульса момента нагружения при взаимодействии режущего элемента с грунтом

$$S_{0T}(j\omega; P; \omega_ф) = \int_0^{\tau} M_T(t; P; \omega_ф)\exp(-j\omega t)dt,$$

где $\tau$ – длительность контакта режущего элемента с грунтом; $S_{0s}(j\omega)$ – спектр импульса нагружения при взаимодействии с одиночным корне

$$S_{0s}(j\omega) = \int_0^{\tau_{ks}} M_s(t; P_s; \omega_ф)\exp(-j\omega t)dt,$$

где $\tau_{ks}$ – длительность взаимодействия с $s$-м корнем.

На основании выражения (2) запишем спектр $k$-й реализации случайного процесса

$$Z_M(j\omega) = Z_T(j\omega) + Z_K(j\omega), \tag{5}$$

где $Z_T(j\omega)$ – спектр $k$-й реализации момента нагружения на рабочем органе при взаимодействии с грунтом

$$Z_T(j\omega) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=-N}^{N} S_{0T}(\omega; P_{nm}; \omega_{фnm})\exp(-j\omega t_m)\exp(-j\omega nT), \tag{6}$$

$Z_K(j\omega)$ – спектр $k$-й реализации момента нагружения на рабочем органе при взаимодействии с корнями

$$Z_K(j\omega) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{s=1}^{S} S_{0s}(\omega; P_{snm}; \omega_{фnm})\exp(-j\omega t_{snm})\exp(-j\omega t_m)\exp(-j\omega nT), \tag{7}$$

где $T = \varphi_T/\omega_ф$ – период повторности импульсов нагрузки на одной плоскости резания; $\varphi_T$ – угол между двумя соседними режущими элементами в плоскости резания; $t_m = \varphi_m/\omega_ф$ – сдвиг по времени между последовательностями импульсов на первой и $m$-й плоскостях резания; $\varphi_m$ – угол сдвига между ножами, находящимися на первой и $m$-й плоскостях резания.

Определяя квадрат модуля спектра (5) и подставляя в (3) для энергетического спектра момента получим

$$F_M(\omega) = F_T(\omega) + F_{TK}(\omega) + F_{KT}(\omega) + F_K(\omega),$$

где $F_T(\omega)$ энергетический спектр момента нагружения на рабочем органе при взаимодействии с грунтом; $F_{TK}(\omega)$, $F_{KT}(\omega)$ - взаимные энергетические спектры моментов при взаи-

модействии с грунтом и корневой системой; $F_K(\omega)$ - энергетический спектр момента нагружения при взаимодействии с корневой системой.

Выражения для определения энергетических спектров на рабочем органе машины глубокого фрезерования при взаимодействии с грунтом получены в работах [2, 9, 10].

Сумма взаимных энергетических спектров равна

$$F_B(j\omega) = F_{TK}(\omega) + F_{KT}(\omega) =$$

$$= \lim_{N\to\infty} \frac{2}{(2N+1)T_c}\left[m_1\{Z_T(j\omega)Z_K^*(j\omega)\} + m_1\{Z_K(j\omega)Z_T^*(j\omega)\}\right],$$

где * обозначена комплексно-сопряженная величина.

Для случая независимости параметров импульсов нагрузки на рабочем органе при взаимодействии с корнями и обрабатываемой средой и независимости средних параметров импульсов от номера импульса и номера плоскости резания (стационарность вероятностных характеристик параметров) с учетом (6) и (7) из (3) получим

$$F_B(\omega) = \lim_{N\to\infty} \frac{2}{(2N+1)T_c} \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{l=1}^{M}\sum_{i=-N}^{N}\Big[m_1\{S_{0T}(\omega; P_{nm}; \omega_ф)\}\times$$

$$\times m_1\left\{\sum_{s=1}^{S_{li}} S_{0sli}^*(\omega; P_{sli}; \omega_ф)\exp(j\omega t_{sli})\right\} +$$

$$+ m_1\{S_{0T}^*(\omega; P_{li}; \omega_ф)\} m_1\left\{\sum_{s=1}^{S_{mn}} S_{0snm}(\omega; P_{snm}; \omega_ф)\exp(-j\omega t_{snm})\right\}\Big]\times$$

$$\times\exp(-j\omega(t_m - t_l))\exp(-j\omega T(n-i)).$$

Учитывая, что

$$m_1\{\exp(j\omega t_s)\} = \theta_{ts}(j\omega; \omega_ф),$$

где $\theta_{ts}(j\omega)$ − характеристическая функция [5] величины $t_s$ и используя тождество Вальда [6], имеем

$$F_B(\omega) = \frac{2}{T_c}\Big[m_1\{S_{0T}(\omega; P; \omega_ф)\} m_1\{S\} m_1\{S_{0s}^*(\omega; P_s; \omega_ф)\}\theta_{ts}(j\omega; \omega_ф) +$$

$$+ m_1\{S_{0T}^*(\omega; P; \omega_ф)\} m_1\{S\} m_1\{S_{0s}(\omega; P_s; \omega_ф)\}\theta_{ts}(-j\omega; \omega_ф)\Big]\times$$

$$\times\sum_{m=1}^{M}\sum_{l=1}^{M}\exp(-j\omega(t_m - t_l)) \lim_{N\to\infty}\frac{2}{(2N+1)T}\sum_{n=N}^{N}\sum_{i=-N}^{N}\exp(-j\omega T(n-i)).$$

Вводя обозначения

$$K_T(\omega; \omega_ф) = m_1\{S_{0T}(\omega; P; \omega_ф)\} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{0T}(\omega; P; \omega_ф) w(P) dP,$$

$$K_K(\omega; \omega_ф) = m_1\{S_{0s}(\omega; P_s; \omega_ф)\} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{0a}(\omega; P_s; \omega_ф) w(P_s) dP_s,$$

где $w(P)$, $w(P_s)$ – соответственно, плотности распределения параметров импульсов нагружения при взаимодействии с грунтом и с корневой системой, получим

$$F_B(\omega)=\frac{2m_1\{S\}}{T_c}\left[K_T(\omega;\omega_\phi)K_K^*(\omega;\omega_\phi)\theta_{ts}(\omega;\omega_\phi)+\right.$$

$$\left.+K_K(\omega;\omega_\phi)K_T^*(\omega;\omega_\phi)\theta_{ts}^*(\omega;\omega_\phi)\right]\times$$

$$\times\sum_{m=1}^{M}\sum_{l=1}^{M}\exp(-j\omega(t_m-t_l))\frac{2\pi}{T}\sum_{r=-\infty}^{\infty}\delta\left(\omega-\frac{2\pi r}{T}\right), \qquad (8)$$

где $m_1\{S\}=\lambda bH$ – среднее число импульсов нагрузки на режущем элементе при взаимодействии с корнями в пределах угла контакта с грунтом; $\lambda$ – среднее число корней, приходящихся на единицу площади (в вертикальном сечении); $b$ – ширина ножа; $H$ – глубина фрезерования.

В выражении (8) учтено, что [5]

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{(2N+1)}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{i=-N}^{N}\exp(-j\omega T(n-i))=\frac{2\pi}{T}\sum_{r=-\infty}^{\infty}\delta\left(\omega-\frac{2\pi r}{T}\right), \qquad (9)$$

где $r=0,\pm1,\pm2...$.

Осуществляя усреднение выражения (8) по угловой скорости вращения рабочего органа в случае статистической независимости изменения угловой скорости рабочего органа от остальных случайных параметров импульсов имеем

$$F_{BУ}(\omega)=\frac{2m_1\{S\}}{T_c}\int_{-\infty}^{\infty}\left[K_T(\omega;\omega_\phi)K_K^*(\omega;\omega_\phi)\theta_{ts}(j\omega;\omega_\phi)+\right.$$

$$\left.+K_K(\omega;\omega_\phi)K_T^*(\omega;\omega_\phi)\theta_{ts}^*(j\omega;\omega_\phi)\right]\times$$

$$\times\sum_{m=1}^{M}\sum_{l=1}^{M}\exp\left(-j\frac{\omega}{\omega_\phi}(\varphi_m-\varphi_l)\right)\frac{2\pi\omega_\phi}{\varphi_T}\sum_{r=-\infty}^{\infty}\delta\left(\omega-\frac{2\pi r}{\varphi_T}\omega_\phi\right)W(\omega_\phi)d\omega_\phi,$$

где $W(\omega_\phi)$ – плотность распределения угловой скорости вращения фрезы.

Учитывая четность и фильтрующие свойства дельта-функции, а так же используя известное соотношение [6]

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\delta(cx-x_0)dx=\frac{1}{|c|}f\left(\frac{x_0}{c}\right), \qquad (10)$$

получим

$$F_{BУ}(\omega)=\frac{2m_1\{S\}}{T_c}\sum_{r=-\infty}^{\infty}\left[K_T\left(\frac{\omega\varphi_T}{2\pi r}\right)K_K^*\left(\frac{\omega\varphi_T}{2\pi r}\right)\theta_{ts}\left(\frac{\varphi_T}{2\pi r}\right)+\right.$$

$$\left.+K_K\left(\frac{\omega\varphi_T}{2\pi r}\right)K_T^*\left(\frac{\omega\varphi_T}{2\pi r}\right)\theta_{ts}^*\left(\frac{\varphi_T}{2\pi r}\right)\right]\times$$

$$\times\sum_{m=1}^{M}\sum_{l=1}^{M}\exp\left(-j\frac{2\pi r}{\varphi_T}(\varphi_m-\varphi_l)\right)\frac{\omega\varphi_T}{2\pi r^2}W\left(\frac{\omega\varphi_T}{2\pi r}\right).$$

Энергетический спектр момента нагружения на рабочем органе при взаимодействии с корневой системой может быть получен из выражения (3) с учетом (7)

$$F_K(\omega)=\lim_{N\to\infty}\frac{2}{(2N+1)T_c}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{l=1}^{M}\sum_{i=-N}^{N}\sum_{s=1}^{S}\sum_{r=1}^{S}m_1\{S_{0snm}(\omega;P_{snm};\omega_{фnm})\exp(-j\omega t_{snm})\times$$

$$\times S^*_{0rli}(\omega;P_{rli};\omega_ф)\exp(-j\omega t_{rli})\}\exp(-j\omega t_m)\exp(j\omega t_l)\exp(-j\omega Tn)\exp(j\omega Ti).$$

Если вероятностные характеристики параметров не зависят от временного положения импульсов (в случае стационарного характера распределения условий работы фрезерующего агрегата), а только от их взаимного расположения, $p=n-i$, выделяя члены при $n=i; n\neq i$, $m=l$ и $m\neq l$ и $s=r$; $s\neq r$ и преобразуя, получим:

$$F_K(\omega)=\frac{2}{T_c}\left[\sum_{m=1}^{M}m_1\left\{\sum_{s=1}^{S}S_{0ms}(\omega;P_{sm};\omega_{фm})S^*_{0ms}(\omega;P_{sm};\omega_{фnm})\right\}+\right.$$

$$+\sum_{m=1}^{M}m_1\left\{\sum_{s=1}^{S}\sum_{\substack{r=1\\s\neq r}}^{S}S_{0ms}(\omega;P_{sm};\omega_{фm})S^*_{0mr}(\omega;P_{rm};\omega_{фm})\exp(-j\omega t_{sm})\exp(j\omega t_{rm})\right\}+$$

$$+\sum_{m=1}^{M}\sum_{\substack{l=1\\m\neq l}}^{M}m_1\left\{\sum_{s=1}^{S}\sum_{r=1}^{S}S_{0ms}(\omega;P_{sm};\omega_{фm})S^*_{0lr}(\omega;P_{rl};\omega_{фl})\times\right.$$

$$\left.\times\exp(-j\omega t_{sm})\exp(j\omega t_{rl})\right\}\exp(-j\omega(t_m-t_l))+$$

$$+2\,\mathrm{Re}\lim_{N\to\infty}\sum_{p=1}^{2N}\left(1-\frac{p}{2N+1}\right)\sum_{m=1}^{M}\sum_{l=1}^{M}m_1\left\{\sum_{s=1}^{S}\sum_{r=1}^{S}S_{0mns}(\omega;P_{snm};\omega_{фnm})\times\right.$$

$$\left.\times S^*_{0lr;n-p}(\omega;P_{rl;n-p};\omega_{фlr;n-p})\exp(-j\omega t_{smn})\exp(j\omega t_{rli})\right\}\exp(-j\omega(t_m-t_l))\exp(-j\omega pT)\Big].\quad(11)$$

Для усредненных значений в выражении (11) можно записать

$$m_1\left\{\sum_{s=1}^{S}S_{0ms}(\omega;P_{sm};\omega_ф)S^*_{0ms}(\omega;P_{sm};\omega_ф)\right\}=m_1\{S\}m_1\left\{S_{0s}(\omega;P_s;\omega_ф)\right|^2\},$$

$$m_1\left\{\sum_{s=1}^{S}\sum_{\substack{r=1\\s\neq r}}^{S}S_{0ms}(\omega;P_{sm};\omega_{фm})S^*_{0lr}(\omega;P_{rl};\omega_{фrl})\exp(-j\omega t_{sm})\exp(j\omega t_{rl})\right\}=$$

$$=m_1\{S^2-S\}\left|m_1\{S_0(\omega;P_s;\omega_ф)\}\right|^2\left|\theta_{ts}(\omega;\omega_ф)\right|^2,$$

$$m_1\left\{\sum_{s=1}^{S}\sum_{r=1}^{S}S_{0ms}(\omega;P_{sm};\omega_{фm})S^*_{0lr}(\omega;P_{rl};\omega_{фrl})\exp(-j\omega t_{sm})\exp(j\omega t_{rl})\right\}=$$

$$=m_1\{S\}^2\left|m_1\{S_{0s}(\omega;P_s;\omega_ф)\}\right|^2\left|\theta_{ts}(j\omega;\omega_ф)\right|^2.$$

Преобразуя и учитывая (9), имеем

$$F_K(\omega)=\frac{2m_1\{S\}}{T_c}\left[Mm_1\left\{S_{0s}\left(\omega;P_s;\omega_\phi\right)\right|^2\right\}-M\left|m_1\left\{S_{0s}\left(\omega;P_s;\omega_\phi\right)\right\}\right|^2\left|\theta_{ts}\left(j\omega;\omega_\phi\right)\right|^2+$$

$$+m_1\{S\}\left|m_1\left\{S_{0s}\left(\omega;P_s;\omega_\phi\right)\right\}\right|^2\left|\theta_{ts}\left(j\omega;\omega_\phi\right)\right|^2\sum_{m=1}^{M}\sum_{l=1}^{M}\exp\left(-j\omega\left(t_m-t_l\right)\right)\frac{2\pi}{T}\sum_{r=-\infty}^{\infty}\delta\left(\omega-\frac{2\pi r}{T}\right). \quad (12)$$

Усредняя (12) по угловой скорости вращения рабочего органа, и учитывая (10), получим

$$F_K(\omega)=\frac{2m_1\{S\}}{T_c}\left[M\Psi_1(\omega)-M\Psi_2(\omega)+\right.$$

$$\left.+m_1\{S\}\Psi_3\left(\frac{2\pi r}{\varphi_T}\right)\sum_{m=1}^{M}\sum_{l=1}^{M}\exp\left(-j\frac{2\pi r}{\varphi_T}\left(\varphi_m-\varphi_l\right)\right)\frac{\omega\varphi_T}{2\pi r^2}W\left(\frac{\omega\varphi_T}{2\pi r}\right)\right]. \quad (13)$$

В выражении (13) введены следующие обозначения

$$\Psi_1(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}m_1\left\{S_{0s}(j\omega;P_s;\omega_\phi)\right|^2\Big\}W\left(P_s;\omega_\phi\right)dP_s d\omega_\phi\ ,$$

$$\Psi_2(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left|m_1\left\{S_0\left(\omega;P_s;\omega_\phi\right)\right\}\right|^2\left|\theta_{ts}\left(j\omega;\omega_\phi\right)\right|^2W\left(P_s;\omega_\phi\right)dP_s d\omega_\phi\ ,$$

$$\Psi_3(\omega)=\left|m_1\left\{S_0\left(\omega;P_s;\omega_\phi\right)\right\}\right|^2\left|\theta_{ts}\left(j\omega;\omega_\phi\right)\right|^2\ ,$$

где $W\left(P_s;\omega_\phi\right)$ – совместная плотность распределения параметров импульсов нагрузки при взаимодействии с корневой системой и угловой скорости фрезы.

Спектральная плотность и дисперсия момента нагружения определятся с помощью выражения (4), где для определения средних значений момента могут быть использованы методики, основанные на расчете удельной энергоемкости фрезерования грунта, корневой системы и древесных включений [1, 11].

При постоянных оборотах рабочего органа спектральная плотность имеет сложную структуру и состоит из двух частей: непрерывной и дискретной. Непрерывная часть определяется величиной квадрата модуля спектра функции, описывающей форму импульсов нагружения. Дискретная составляющая обусловлена периодичностью взаимодействия режущих элементов с грунтом (так называемая кинематическая составляющая [2, 4]).

При случайном характере изменения угловой скорости вращения рабочего органа происходит трансформация спектральной плотности, заключающаяся в «размазывании» частотного спектра.

Для расчета вероятностных характеристик момента сопротивления рабочем органе необходимо знать форму импульсов нагружения и вероятностные характеристики их параметров [2, 10], которые в свою очередь определяются конструкцией и режимами работы фрезерующего агрегата, изменчивостью условий работы, прочностных свойств грунта его плотности, количеством древесных включений, их формой, расположением, размерами и

параметрами корневой системы. При этом могут быть использованы методики [2, 8, 9] и экспериментальные данные [2]. Для определения плотности распределения угловой скорости вращения фрезы могут быть использованы выражения полученные в [2].

## 3. Пример расчета спектральной плотности момента нагружения

Апробация разработанных моделей формирования момента нагружения на рабочем органе и полученных выражений для определения спектральной плотности проводилась на примере машины для глубокого фрезерования МТП-42 [1].

Рабочий орган представляет собой цилиндрический барабан, к поверхности которого в специальных гнездах крепятся режущие элементы грибовидной формы. Глубина фрезерования составляет 0.25 - 0.4 м. Диаметр фрезы 828 мм. Окружная скорость рабочего органа 8.04 м/с. В плоскости резания расположено четыре режущих элемента (общее число режущих элементов-96) [1].

По параметрам и режимам работы фрезерующего агрегата были рассчитаны спектральные плотности момента нагружения на рабочем органе с учетом взаимодействия с торфом, корневой системой и древесными включениями.

С помощью методики, представленной в [12], были определены нормированные спектральные плотности момента нагружения на валу отбора мощности трактора (ВОМ) фрезерующего агрегата (рис.4) с использованием линейной модели привода. Для расчета были использованы данные о параметрах динамической системы привода МТП-42 представленные в [2, 12], ее собственных частотах и формах колебаний [12].

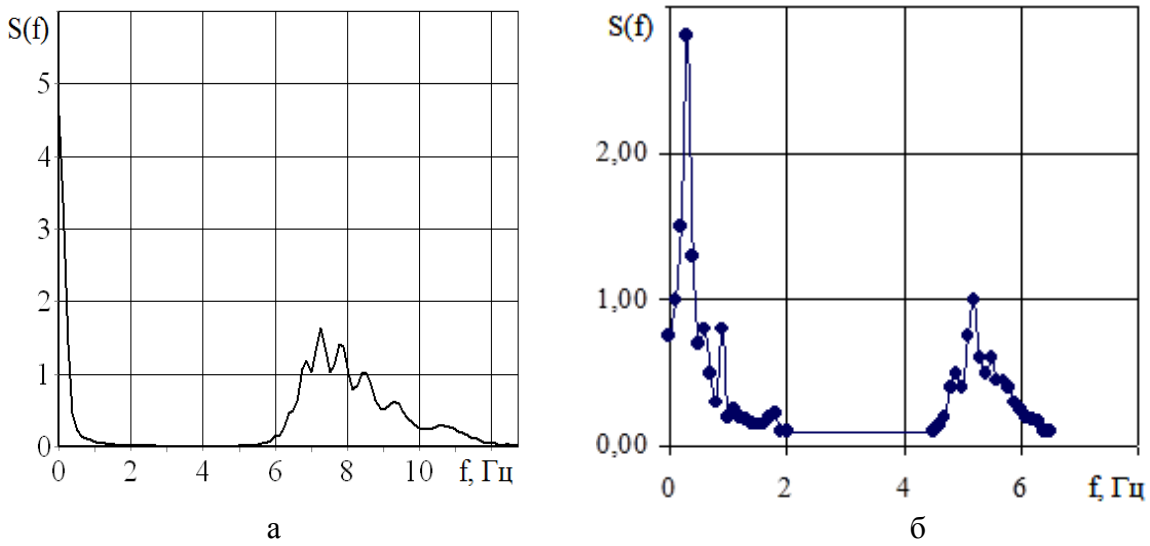


**Рис.4.** Нормированная спектральная плотность момента нагружения на ВОМ МТП-42 (а – расчет, б – эксперимент [13])

Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными [13] говорит о том, что предложенные зависимости в целом правильно отображают характер нагрузки в приводе.

## Заключение

1. Предложена модель формирования момента сопротивления на рабочем органе машины глубокого фрезерования при взаимодействии с грунтом и с произрастающей на поверхности лесокустарниковой растительностью и ее корневой системой. Нагрузка может быть представлена в виде последовательности импульсов со случайными параметрами и имеющих сложную структуру.

2. Получены выражения, позволяющие на стадии проектирования определять спектральную плотность момента на рабочем органе с учетом режимов работы, его конструкции, физико-механических свойств грунта, а так же параметров лесокустарниковой растительности, корневой системы, древесных включений и вероятностных характеристик их параметров.

Спектральная плотность момента нагружения на рабочем органе служит исходной информацией для определения вероятностных характеристик динамических нагрузок в элементах привода машины глубокого фрезерования [2, 14, 15].

## Список литературы


1. Солопов С.Г., Горцаколян Л.О., Самсонов Л.Н., Цветков В.И. Торфяные машины и комплексы: учеб. пособие для вузов / под ред. С.Г. Солопова. М.: Недра, 1981. 416 с.
2. Самсонов Л.Н., Фомин К.В. Элементы статистической динамики торфяных фрезерующих агрегатов: учеб. пособие. Тверь: ТвГТУ, 2005. 167 с.
3. Светлицкий В.А. Статистическая механика и теория надежности. М.: Изд-во МГТУ им Н.Э. Баумана, 2002. 504 с.
4. Докукин А.В., Красников Ю. Д., Хургин З.Я. Статистическая динамика горных машин. М.: Машиностроение, 1978. 238 с.
5. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1989. 656 с.
6. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 625 с.
7. Фомин К.В. Моделирование нагрузки на рабочем органе торфяного фрезерующего агрегата при взаимодействии с древесными включениями // Сборник научных трудов молодых ученых ТГТУ. Тверь: ТвГТУ, 1998. С. 51-54.
8. Фомин К.В. Анализ нагрузки на рабочем органе торфяного фрезерующего агрегата // Известия высших учебных заведений. Горный журнал. 1989. № 1. С. 85-89.
9. Фомин К.В. Моделирование и анализ момента нагружения на рабочем органе торфяного фрезерующего агрегата // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2000. Т. 2. С. 222-226.
10. Самсонов Л.Н., Фомин К.В. Определение вероятностных характеристик момента нагружения на рабочем органе торфяного фрезерующего агрегата // Известия высших учебных заведений. Горный журнал. 2003. № 3. С. 106-112.

11. Фомин К.В., Жигульская А.И. Определение удельного расхода энергии при взаимодействии рабочего органа машины глубокого фрезерования с торфяной залежью при подготовке ее к эксплуатации // Труды ИНСТОРФА. 2013. № 8 (61). С. 33-39.
12. Самсонов Л.Н., Фомин К.В. Методика расчета динамических нагрузок в элементах привода машин для глубокого фрезерования // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2000. Т. 2. С. 218-221.
13. Головнина О.А. Исследование и моделирование нагрузки на рабочем органе торфяных машин для подготовки поверхности залежи к разработке: дис. … канд. техн. наук. Калинин, 1979. 236 с.
14. Фомин К.В. Моделирование и анализ динамических нагрузок в элементах привода торфяного фрезерующего агрегата // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2002. № 9. С. 189-191.
15. Фомин К.В., Самсонов Л.Н. Методика анализа динамических нагрузок в элементах привода торфяного фрезерующего агрегата // Вестник Тверского государственного технического университета. 2002. № 1. С. 10-15.

SCIENTIFIC PERIODICAL OF THE BAUMAN MSTU

SCIENCE and EDUCATION

EL № FS77 - 48211. №0421200025. ISSN 1994-0408

electronic scientific and technical journal

# Calculating the spectral density of the loading moment on the working body of the deep milling machine at the design stage

# 05, May 2014

**DOI:** 10.7463/0514.0709758

**K.V. Fomin, A.I. Zhigulskaya**

Tver State Technical University, 170026, Tver, Russian Federation

fomin_tver@mail.ru

9051963@gmail.com

Intensification of production processes requires a creation of high-performance and reliable machines. This leads to solving a number of problems, one of which is a development of the efficient methods of engineering and design. The accuracy of its solution depends on how the amount and nature of the load taken when calculation of structural elements correspond to the real ones arising in the process of operation.

One reason for the low reliability milling units is high dynamic loading of drive components and their structures. These dynamic loads can be considered as a result of forced vibrations of elastic systems of the drive emerged from the external resistance forces at the executor, which are random functions.

When a deep milling machine performs a technological operation there is a grinding soil together with the bushes growing on the surface, their root system and woody debris. Thus, a structural mix of the cutting surroundings, a variability of their physical and mechanical properties, and available local inclusions predetermine a highly variable, random nature of load on the milling machine.

When analyzing the moment of loading, the periodic nature of the interaction of the cutting elements with soil medium and the random changes of its physical-mechanical properties, its structural heterogeneity ought to be taken into consideration. This predetermines presentation of the load in the form of a pulse sequence with random parameters and complex structure. The parameters of pulses are determined by the kinematic and power interaction features cutting elements with the soil. The random nature of their changes is determined by the random change of physical and mechanical properties of the soil, the existing local inclusions, machine operation conditions i.e. cutter speed, movement speed of the unit.

On the basis of developed model the expressions have been obtained. They enable determining the spectral density of the moment on a working body taking into consideration the oper-

ation conditions, its structure, physical and mechanical properties of soils, as well as the parameters of bushes, root system, wood inclusions, and probabilistic characteristics of their parameters at the design stage.

The spectral density of the resistance moment on the mill is initial information to determine the probability characteristics of dynamic loadings in the elements of drive of deep milling machine.

**Publications with keywords:** mathematical model, dynamic loadings, deep milling machine, load moment spectral density
**Publications with words:** mathematical model, dynamic loadings, deep milling machine, load moment spectral density

## References

1. Solopov S.G., Gortsakolyan L.O., Samsonov L.N., Tsvetkov V.I. *Torfyanye mashiny i kompleksy* [Peat machines and complexes]. Moscow, Nedra Publ., 1981. 416 p. (in Russian).
2. Samsonov L.N., Fomin K.V. *Elementy statisticheskoy dinamiki torfyanykh frezeruyushchikh agregatov* [Elements of statistical dynamics of peat milling aggregates]. Tver', TvSTU Publ., 2005. 167 p. (in Russian).
3. Svetlitskiy V.A. *Statisticheskaya mekhanika i teoriya nadezhnosti* [Statistical mechanics and theory of reliability]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2002. 504 p. (in Russian).
4. Dokukin A.V., Krasnikov Yu. D., Khurgin Z.Ya. *Statisticheskaya dina-mika gornykh mashin* [Statistical dynamics of mining machines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1978. 238 p. (in Russian).
5. Levin B.R. *Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki* [Theoretical basis of statistical radio engineering]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1989. 656 p. (in Russian).
6. Tikhonov V. I. *Statisticheskaya radiotekhnika* [Statistical radio engineering]. Moscow, Radio i svyaz', 1982. 625 p. (in Russian).
7. Fomin K.V. [Load modeling on the working body of the peat milling aggregate when interacting with wood inclusions]. *Sbornik nauchnykh trudov molodykh uchenykh TGTU* [Collection of scientific works of young scientists of TSTU]. Tver', TvSTU Publ., 1998, pp. 51-54. (in Russian).
8. Fomin K.V. [Analysis of the load on the working body of the peat milling aggregate]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Gornyy zhurnal*, 1989, no. 1, pp. 85-89. (in Russian).
9. Fomin K.V. [Modeling and analysis of the loading moment on the working body of peat milling aggregate]. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten' (nauchno-tekhnicheskiy*

*zhurnal) - Mining Informational and Analytical Bulletin (scientific and technical journal)*, 2000, vol. 2, pp. 222-226. (in Russian).

10. Samsonov L.N., Fomin K.V. [Definition of probability characteristics of loading moment on the working body of peat milling aggregate]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Gornyy zhurnal*, 2003, no. 3, pp. 106-112. (in Russian).
11. Fomin K.V., Zhigul'skaya A.I. [Determination of the specific energy consumption in the interaction of working body of deep milling machine with peat deposit in its preparation for the operation]. *Trudy INSTORFA*, 2013, no. 8 (61), pp. 33-39. (in Russian).
12. Samsonov L.N., Fomin K.V. [Method of calculating the dynamic loads in drive components of deep milling machines]. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten' (nauchno-tekhnicheskiy zhurnal) - Mining Informational and Analytical Bulletin (scientific and technical journal)*, 2000, vol. 2, pp. 218-221. (in Russian).
13. Golovnina O.A. *Issledovanie i modelirovanie nagruzki na rabochem organe torfyanykh mashin dlya podgotovki poverkhnosti zalezhi k razrabotke. Kand. diss.* [Research and modeling of load in working body of peat machines for preparation of surface deposits to the development. Cand. diss.]. Kalinin, 1979. 236 p. (in Russian).
14. Fomin K.V. [Modeling and analysis of the loading moment in drive components of peat milling peat aggregate]. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten' (nauchno-tekhnicheskiy zhurnal) - Mining Informational and Analytical Bulletin (scientific and technical journal)*, 2002, no. 9, pp. 189-191. (in Russian).
15. Fomin K.V., Samsonov L.N. [Method for analysing dynamic loading of drive components of peat milling peat aggregate]. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2002, no. 1, pp. 10-15. (in Russian).