

УДК 621.396

## Исследование зонной структуры одномерных электромагнитных кристаллов

*Лукина И. Б., студент*

*Россия, 105505, г. Москва, МГТУ им. Н.Э.Баумана,  
кафедра «Радиоэлектронные системы и устройства»*

*Научный руководитель: Ахияров В.В.,*

*к.т.н, доцент кафедры «Радиоэлектронные системы и устройства»*

*Россия, 105505, г. Москва, МГТУ им. Н.Э.Баумана,*

*[vakhiyarov@gmail.com](mailto:vakhiyarov@gmail.com)*

*[main@r11-11.bmstu.ru](mailto:main@r11-11.bmstu.ru)*

В настоящее время активно исследуются структуры с фотонной запрещенной зоной в оптическом диапазоне – фотонные кристаллы (ФК). Появление запрещенных зон в ФК обусловлено модуляцией диэлектрической проницаемости на периоде, сравнимом с длиной волны.

Применение фотонных кристаллов достаточно широкое. К примеру, эффект почти полного отражения используют для изготовления высококачественных зеркал в оптическом диапазоне. Также на базе ФК создаются антиотражающие покрытия, высокодобротные резонаторы, фотонно-кристаллические оптические волокна, фильтры для оптоволоконной связи, сенсоры и другие устройства [1-3]. Для использования ФК в прикладных задачах требуется оптимизация геометрии кристалла: подбор типа и периода решетки, а также выбор материала, обладающего подходящими оптическими свойствами.

Аналогом фотонного кристалла в СВЧ диапазоне является электромагнитный кристалл (ЭК). В электромагнитных кристаллах периодическая модуляция диэлектрической проницаемости сопоставима с длиной электромагнитной волны, а в запрещенной зоне электромагнитное поле практически полностью подавляется внутри структуры. Модуляции диэлектрической проницаемости создается в направлении одной, двух, или трех пространственных координат, при этом формируются три типа фотонных кристаллов: одномерные, двумерные и трехмерные (см. рис.1).

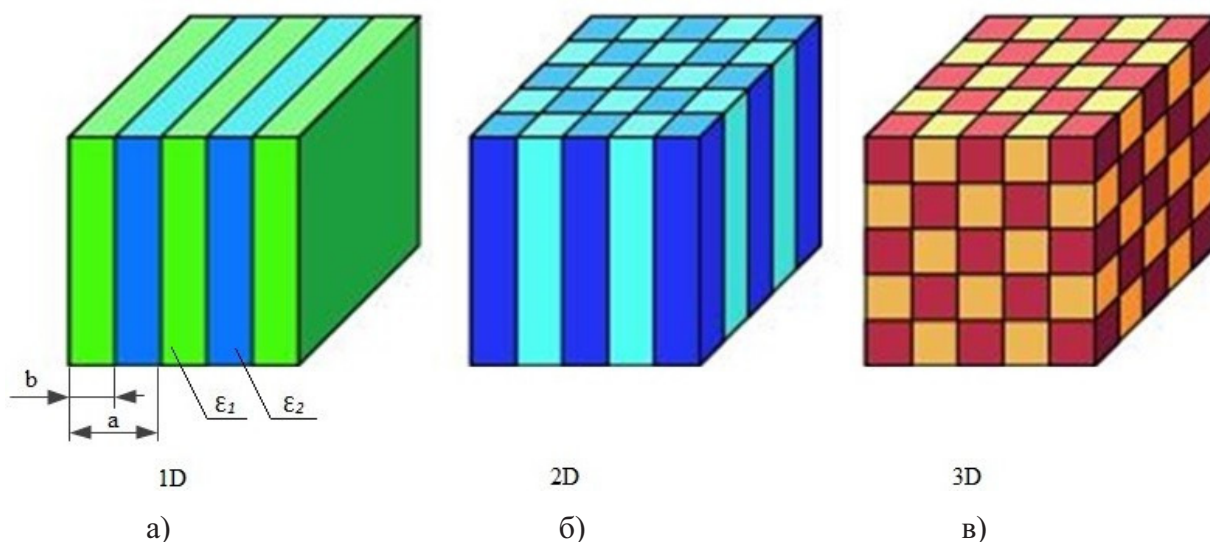


Рис. 1. Электромагнитные кристаллы: одномерный (а), двумерный (б), трехмерный (в)

Кристаллы в СВЧ диапазоне более удобны для исследования, поскольку их изготовление является более технологичным по сравнению с фотонными кристаллами. Использование электромагнитных кристаллов различной формы позволяет реализовать стандартные элементы СВЧ-схем: полосовые фильтры, направленные ответвители, согласованные нагрузки и т.д. [4].

В данной работе представлены результаты исследований одномерных электромагнитных кристаллов, которые состоят из чередующихся слоев с различными значениями относительной диэлектрической проницаемости. Период такой структуры равен  $a$ , толщина одного слоя –  $b$ , другого –  $a - b$  (см. рис.1.а).

Как правило, для анализа зонной структуры ЭК используется метод разложения поля по плоским волнам. В основе данного метода лежит волновое уравнение для магнитного поля в кристалле [5]:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right) = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}). \quad (1)$$

В соответствии с теоремой Блоха амплитуда поля в периодической структуре является произведением поля плоской волны на функцию, обладающую той же периодичностью, что и относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r} + \mathbf{R})$ :

$$H(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} h(\mathbf{r}), \text{ где } h(\mathbf{r}) = h(\mathbf{r} + \mathbf{R}).$$

Разложение  $h(\mathbf{r})$  и  $1/\varepsilon(\mathbf{r})$  в ряд Фурье по векторам обратной решетки  $\mathbf{G}$  кристалла [5] и подстановка полученных разложений в (1) приводит к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) [6]:

$$\sum_{\mathbf{G}'} |\mathbf{k} + \mathbf{G}| |\mathbf{k} + \mathbf{G}'| \varepsilon^{-1}(\mathbf{G} - \mathbf{G}') h(\mathbf{G}') = \frac{\omega^2}{c^2} h(\mathbf{G}), \quad (2)$$

при этом бесконечное число векторов  $\mathbf{G}$  заменяется конечным значением.

Каждому волновому вектору  $\mathbf{k}$  в СЛАУ (2) соответствует набор плоских волн с дискретными частотами  $\omega_n$ , которые определяют собственные значения дифференциального оператора в уравнении (1). Полученные зависимости  $\omega_n(\mathbf{k})$  называются зонной структурой (дисперсионной характеристикой) ЭК, запрещенные зоны находятся в интервалах частот, которым не соответствуют действительные значения волнового вектора.

Для анализа зонной структуры ЭК использовалась программа в среде MATLAB, в которой реализован метод разложения поля по плоским волнам [6].

В качестве примера на рис.2 представлена дисперсионная зависимость одномерного ЭК с периодом  $a$  (см. рис.1.а), полученная с использованием данной программы. Для слоя  $b$  относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_1 = 2$ , для слоя  $a - b$  выбрано значение  $\varepsilon_2 = 15$ ,  $b = 0,5 a$ , т.е. слои имеют равную ширину. Расчеты выполнялись с использованием  $N = 101$  уравнений в СЛАУ (2), что соответствует матрице системы размером  $101 \times 101$ .

Важным вопросом является исследование зависимости ширины запрещенных зон от количества плоских волн в разложении поля (порядка  $N$  матрицы СЛАУ в системе (2)). На рис.2 различными цветами отмечены запрещенные зоны, которые рассматривались при решении данной задачи, на рис.3 приведены зависимости ширины 1, 3 и 8, 4 и 7, 5 и 6 запрещенных зон от  $N$  для данного кристалла. Из рис.3 видно, что запрещенные зоны 3 и 8, 4 и 7, а также 5 и 6 попарно пересекаются при  $N \sim 90$ , каждой паре запрещенных зон на рис.2 и рис.3 соответствует один и тот же цвет. Также следует отметить, что значения ширины для 4, 5 и 8 запрещенных зон асимптотически убывают, а для 3, 6 и 7 – возрастают при увеличении  $N$ , с ростом номера запрещенной зоны требуется использовать СЛАУ более высокого порядка (значение  $N < 100$  возможно только для нескольких первых запрещенных зон).

<http://sntbul.bmstu.ru/doc/705853.html>

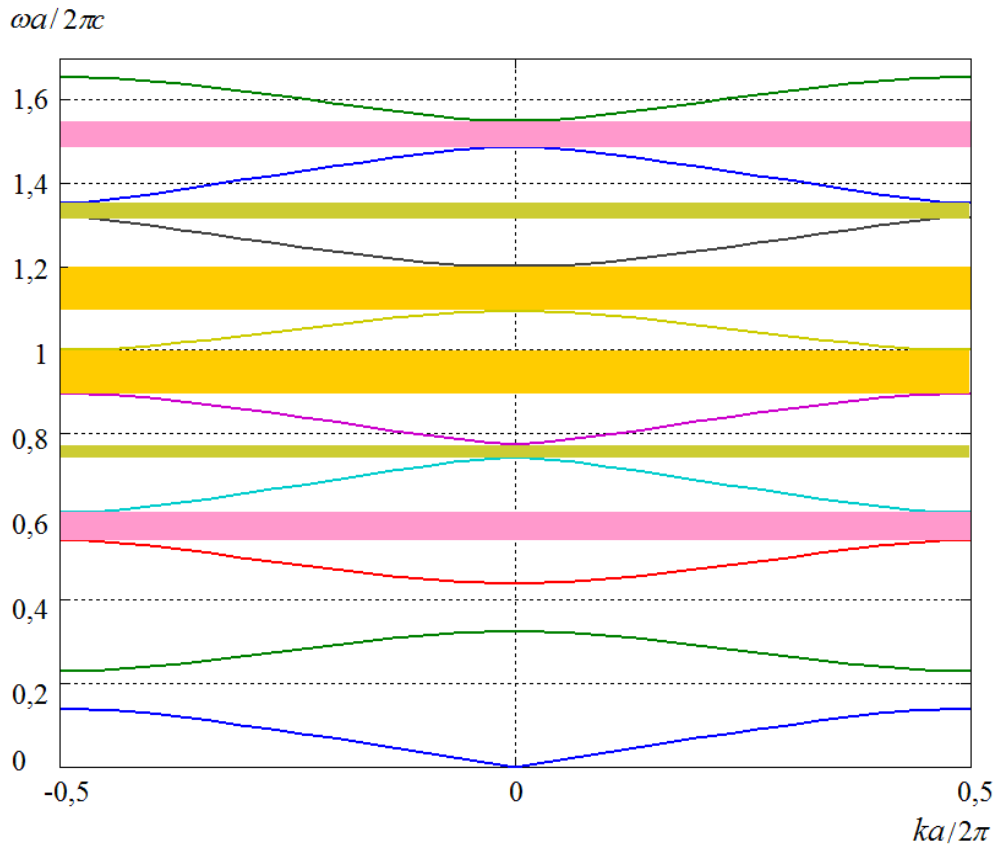


Рис.2. Дисперсионная зависимость электромагнитного кристалла

Представленные на рис.2 и рис.3 результаты справедливы для идеального бесконечного кристалла, однако реальные электромагнитные кристаллы имеют конечные размеры. Для того, чтобы установить соответствие между дисперсионной характеристикой бесконечного ЭК и реального кристалла конечных размеров, были выполнены численные расчеты коэффициента передачи  $S_{12}$  для ЭК в волноводе сечением 10 на 23 мм. Период кристалла –  $a = 10$  мм, при вычислениях использовалась структура из одиннадцати слоев (пять с половиной периодов) толщиной  $b = 0,5 a = 5$  мм, относительная диэлектрическая проницаемость слоев выбрана такой же, как и для бесконечного кристалла:  $\varepsilon_1 = 2$  и  $\varepsilon_2 = 15$ . Геометрия задачи показана на рис.4, вычисления проводились в полосе частот от 8 до 20 ГГц.

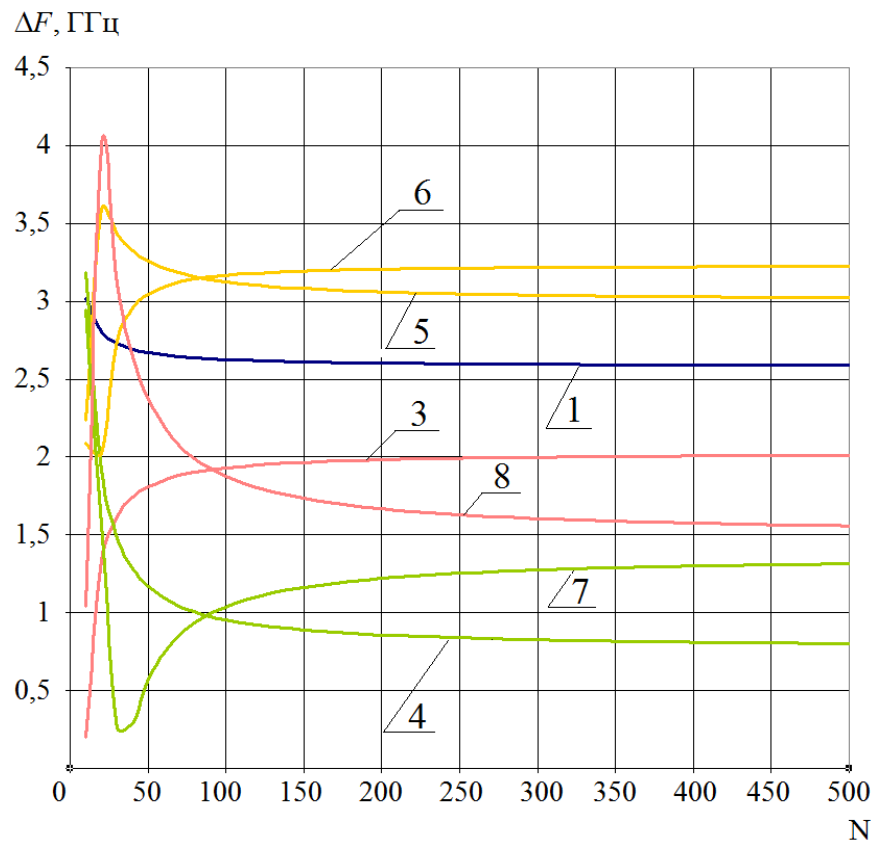


Рис. 3. Зависимость ширины запрещенных зон от количества плоских волн

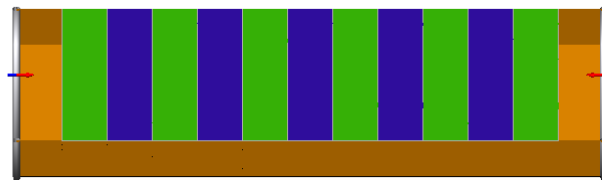


Рис. 4. Геометрия конечного ЭМ кристалла

Моделирование проводилось с помощью программы САПР СВЧ-устройств FEKO. В данной программе для расчетов используется метод моментов (Method of Moments, MoM), который заключается в численном решении интегрального уравнения. На рис.5 представлена частотная зависимость коэффициента передачи  $S_{12}$  от частоты для данной структуры. Было показано [7], что границы запрещенных зон электромагнитного кристалла конечного размера в волноводе примерно соответствуют дисперсионной зависимости, представленной на рис.2 для бесконечного ЭК с такими же параметрами ( $b = 0,5 a$ ,  $\varepsilon_1 = 2$ ,  $\varepsilon_2 = 15$ ).

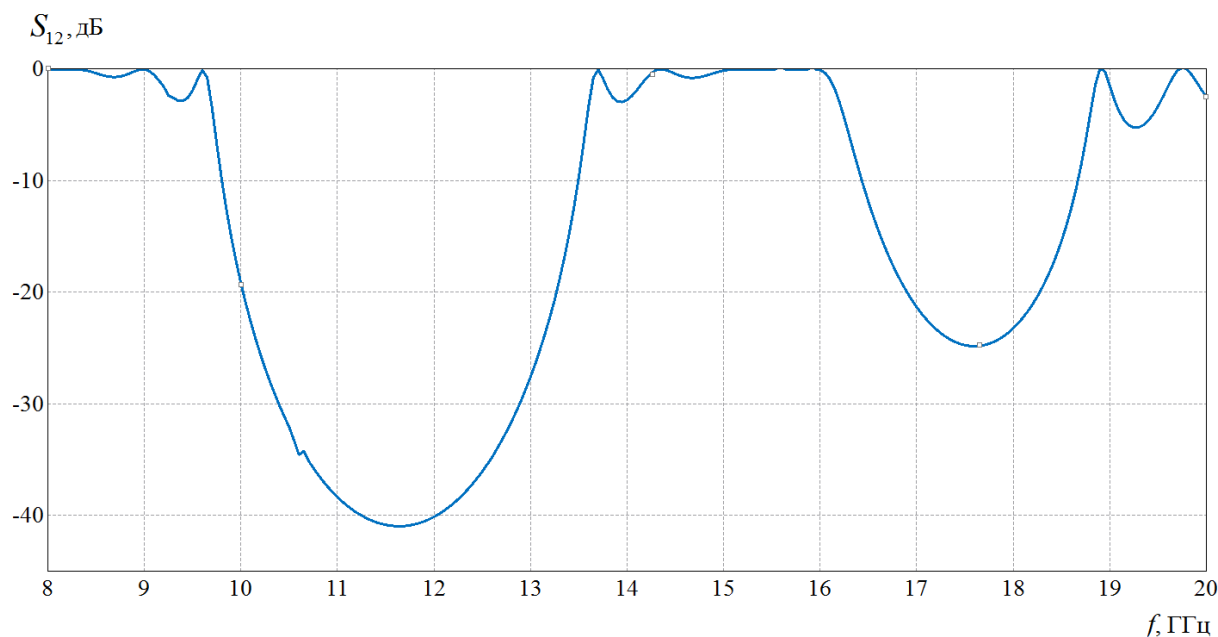


Рис.5. Зависимость коэффициента передачи  $S_{12}$  от частоты

Любой дефект, вводимый в кристалл, влияет на его характеристики. Для исследования влияния дефекта на амплитудно-частотную характеристику кристалла был смоделирован конечный ЭК, геометрия которого представлена на рис.6. Под дефектом подразумевается изменение в периодичности структуры за счет удаления центрального слоя диэлектрика. Кристалл из восьми слоев помещен в волновод сечением 10 на 23 мм, центральный слой имеет ширину в два раза больше остальных, параметры первого и последнего слоев одинаковые. В качестве рабочего диапазона был выбран интервал от 8 до 20 ГГц, расчеты выполнялись для кристаллов со значениями  $\epsilon_1=2$  и  $\epsilon_2=15$  в зоне дефекта.

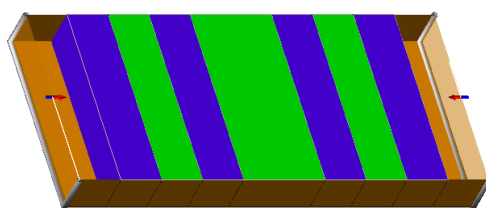


Рис.6. Геометрия кристалла с дефектом структуры

Результаты вычислений коэффициента передачи  $S_{12}$  для кристалла с дефектом представлены на рис.7. Видно, что наличие дефекта структуры приводит к появлению резонансного пика (примесной моды колебаний) в запрещенной зоне, при этом диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_1=2$  в зоне дефекта дает более узкую полосу

пропускания. Значение  $\varepsilon_2 = 15$  в зоне дефекта приводит к расширению полосы примесной моды и ее незначительному смещению в область более высоких частот. Также следует отметить еще одну интересную особенность: зоне дефекта с  $\varepsilon_1 = 2$  соответствует одна примесная мода в полосе частот от 8 до 20 ГГц, а при  $\varepsilon_2 = 15$  их становится уже две (см. рис.7).

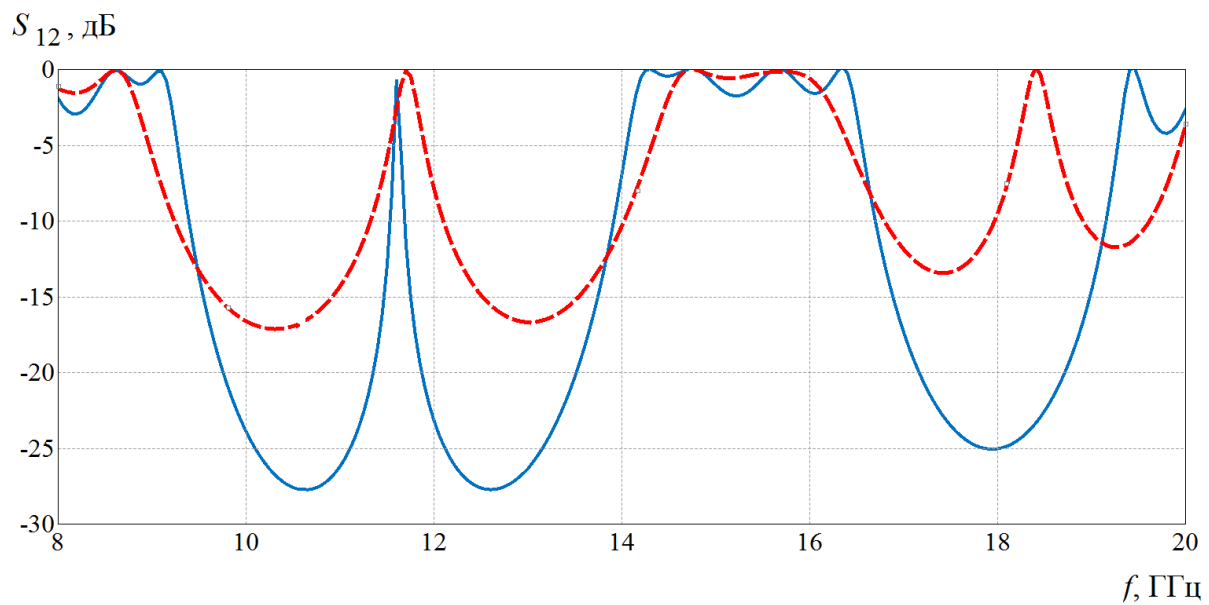


Рис.7. Коэффициенты передачи  $S_{12}$  для электромагнитных кристаллов с дефектом структуры. Сплошная линия – относительная диэлектрическая проницаемость в зоне дефекта  $\varepsilon_1 = 2$ , штриховая –  $\varepsilon_2 = 15$

Представленные на рис.7 результаты расчетов свидетельствуют о том, дефект структуры ЭК позволяет получить узкую полосу пропускания в запрещенной зоне, что является перспективным для построения новых типов устройств, в частности, для создания узкополосных фильтров.

Таким образом, по результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

- для правильного определения ширины запрещенной зоны с ростом ее номера требуется увеличивать порядок матрицы СЛАУ (2);
- установлено соответствие между зонными структурами бесконечного и конечного электромагнитных кристаллов;
- дефект структуры в ЭК позволяет получить узкую полосу пропускания в запрещенной зоне.

### Список литературы

1. Гуляев Ю.В., Лагарьков А.Н., Никитов С.А. Метаматериалы: фундаментальные исследования и перспективы // Вестник Российской Академии Наук. 2008. Т. 78, № 5. С. 443-449.
2. Беляев Б.А., Волошин А.С., Шабанов В.Ф. Исследование микрополосковых моделей // Доклады Академии Наук. 2005. Т. 400, № 2. С. 181-185.
3. Усанов Д.А., Никитов С.А., Скрипаль А.В., Пономарев Д.В. Резонансные особенности в разрешенных и запрещенных зонах сверхвысокочастотного фотонного кристалла с нарушением периодичности // Радиотехника и электроника. 2013. Т. 58, № 11. С. 1071-1076. DOI: [10.7868/S0033849413110132](https://doi.org/10.7868/S0033849413110132)
4. Беляев Б.А., Волошин А.С., Шабанов В.Ф. Исследование добротности резонанса примесной моды в микрополосковой модели одномерного фотонного кристалла // Доклады Академии Наук. 2005. Т. 403, № 3. С. 319-324.
5. Shangping Guo, Sacharia Albin. Simple plane wave implementation for photonic crystal calculations // Optics Express. 2003. Vol. 11, no. 2. P. 167-175.
6. Shangping Guo. Plane Wave Expansion Method for Photonic Band Gap Calculation Using MATLAB. Режим доступа: [http://www.phys.ubbcluj.ro/~emil.vinteler/nanofotonica/PWM/pwmmanual\\_Guo.pdf](http://www.phys.ubbcluj.ro/~emil.vinteler/nanofotonica/PWM/pwmmanual_Guo.pdf) (дата обращения 10.10.2013).
7. Ахияров В.В., Лукина И.Б. Численное моделирование одномерного электромагнитного кристалла // Первая Всероссийская Микроволновая конференция: докл. М., 2013. С. 370-373.