НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ МГТУ ИМ. Н. Э. БАУМАНА

НАУКА и ОБРАЗОВАНИЕ

Эл № ФС77 - 48211. Государственная регистрация №0421200025. ISSN 1994-0408

электронный научно-технический журнал

Численное моделирование ударно-волнового деформирования гибких броневых композитных материалов

12, декабрь 2013

DOI: 10.7463/1213.0665297

Димитриенко Ю. И., Беленовская Ю. В., Анискович В. А.

УДК 539.3

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

ОАО «Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения», Центр высокопрочных материалов «Армоком», МО, РФ

dimit.bmstu@gmail.com

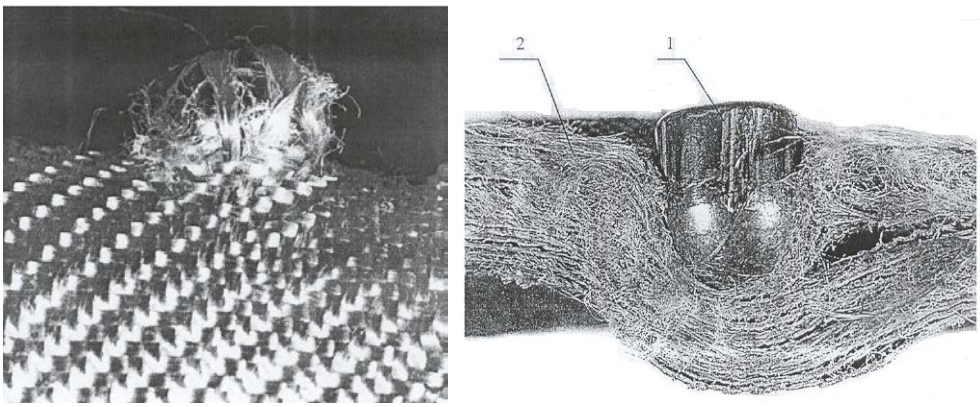
belenovskaya@yandex.ru

sekr_armocom@mail.ru

Введение

Современные гибкие броневые материалы на основе арамидных тканей СВМ, Армос, Kevlar, Русар и др. обладают достаточно высокими баллистическими характеристиками, позволяющими создавать на их основе защитные бронепанели для обеспечения защиты конструкций различной техники, а также личного состава от широкого спектра ударных поражающих воздействий [1-7].

Вопросы совершенствования рациональной структуры таких материалов за счет выбора оптимального переплетения волокон, рационального содержания волокон и матрицы, выбора различных типов баллистических тканей, пропитывающих составов связующих, являются чрезвычайно важными для обеспечения решения технических задач по обеспечению бронезащиты каждого конкретного типа техники и личного состава от различных поражающих факторов. Существующие в настоящее время модели гибких броневых композитных материалов (ГБКМ) [1, 2, 4, 7] не позволяют проводить детального анализа деформирования таких материалов при ударных нагрузках, так как не учитывают всех особенностей сложного механического поведения материалов при высокоскоростном нагружении. В составе современных версий коммерческих программных комплепксов типа LS-Dyna, Nastran также отсутствуют модели, позволяющие описывать динамическое деформирование гибких броневых материалов [8].



а) б)

Рис.1 Взаимодействие ударника (1) и гибкого броневого композитного материала (2) на основе арамидной ткани: а) вытягивание волокон из ткани, б) проникание ударника в композит [1].

В промышленности чаще всего находят применение упрощенные математические модели, основанные, например, на анализе динамики системы нитей [1, 2]. В работах [9-13] были предложены модели континуального физико-механического поведения ГБКМ с учетом больших упругих деформаций и псевдо-вязкопластических деформаций, а также модели разрушения этих материалов, основанные на фундаментальных законах механики сплошных сред с конечными деформациями. Для более точного моделирования деформирования и разрушения ГБКМ необходимо разработать уточненные модели, которые учитывают целый комплекс специфического механического поведения материалов ГБМ. Перечислим основные эти особенности.

1) Нелинейно-упругий (обратимый, без пластических деформаций) характер деформирования тканей в составе ГБМ при растяжении по основе и утку, обусловленный распрямлением волокон в тканях, которые в исходном состоянии находятся в искривленном положении.

2) Нелинейно-упругий характер деформирования тканей в составе ГБМ при сжатии по основе и утку, обусловленный потерей устойчивости волокнами в тканях, вследствие чего волокна деформируются практически без сопротивления, однако из-за переплетения волокон в ткани и их сцепления между собой небольшие упругое сопротивление сжатию ГБКМ оказывают. Перемещение волокон основы и утка друг относительно друга фактически определяет механизм необратимого деформирования ГБКМ при образовании в нем отверстия при проникании ударника. Это явление можно рассматривать как проявление пластических свойств ГБКМ при продольном

сжатии. Конечно, с физической точки зрения этот эффект пластичности ни имеет ничего общего с пластичностью гомогенных материалов – металлов или полимеров.

3) Нелинейно-упругий характер деформирования слоев ткани при поперечном сжатии, обусловленный смятием нитей в ткани. При достаточно высоком уровне сжимающих деформаций происходит резкое увеличение жесткости материала из-за того, что поры и пустоты между волокнами в ткани схлопываются и материал, представляющий собой плотную структуру волокон оказывает, значительно большее сопротивление деформированию. При очень высоких напряжениях сжатия, порядка 1-3 ГПа, происходит пластическое сжатие отдельных арамидных моноволокон в ткани [1]. Таким образом, механическое поведение ГБКМ при поперечном сжатии также может рассматриваться как пластическое.

4) Упруго-вязко-пластический характер деформирования при межслойном («межнитевом») сдвиге ГБКМ, обусловленный вытягиванием волокон друг относительно друга при достижении напряжения сдвига определенного значения, а также проскальзыванием отдельных непрошитых слоев ткани. С точки зрения континуальной механики процесс вытягивания волокон можно моделировать как пластическое деформирование, следствие которого является накопление остаточных деформаций. Предельное напряжение, при котором начинается процесс вытягивания – в терминах теории пластического течения - это предел текучести, который зависит от скорости деформаций: с повышением скорости деформаций предел текучести, как правило, возрастает.

Перечисленные факторы в комплексе влияют на механизм поглощения материалом ГБКМ энергии ударника.

1. Математическая модель деформирования гибких броневых композитных материалов при ударных воздействиях

Модель основана на общих теоретических принципах построения моделей нелинейной механики сплошной среды при больших деформациях [11-13]. Рассматривая ГБКМ, как сплошную среду, которая под действием ударных воздействий преобразуется из отсчетной конфигурации $\overset{0}{K}$ в актуальную K, введем градиент деформаций **F**, преобразующий элементарный радиус-вектор $d\overset{\circ}{\mathbf{x}}$ локальной окрестности всякой точки сплошной среды из $\overset{0}{K}$ в K [11-13]: $d\mathbf{x} = \mathbf{F} \cdot d\overset{0}{\mathbf{x}}$. Его представление в локальном базисе $\overset{\circ}{\mathbf{r}}{}^{i}$ отсчетной конфигурации имеет вид:

$F = F_{ij}\,\overset{\circ}{\mathbf{r}}{}^{i} \otimes \overset{\circ}{\mathbf{r}}{}^{j}$. Используя полярное разложение [11] для градиента деформации, введем энергетические тензоры деформаций

$$\overset{(n)}{\mathbf{C}}(\mathbf{F}) = \frac{1}{n - III}((\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F})^{\frac{n-III}{2}} - \mathbf{E}), \qquad n = I, II, IV, V\,. \tag{1}$$

Индекс n в обозначениях для энергетических тензоров, следуя обозначениям, предложенным в [11], записывается римскими цифрами. Тензор $\overset{(V)}{\mathbf{C}}$ совпадает с правым тензором деформации Коши-Грина $\mathbf{C}$

$$\overset{(V)}{\mathbf{C}} = \mathbf{C} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{E}) = \varepsilon_{ij}\,\overset{\circ}{\mathbf{r}}{}^{i} \otimes \overset{\circ}{\mathbf{r}}{}^{j}\,, \tag{2}$$

$$\varepsilon_{ij} = (1/2)(g_{ij} - \overset{\circ}{g}_{ij}) = \frac{1}{2}(F_{ik}F_{kj} - \overset{\circ}{g}_{ij})\,, \tag{3}$$

где ε_{ij} - компоненты тензора деформаций, $g_{ij} = \mathbf{r}_j \cdot \mathbf{r}_i$ и $\overset{\circ}{g}_{ij}$ - метрические матрицы в K и $\overset{0}{K}$.

Тензоры деформации представим в виде суммы упругих $\overset{(n)}{\mathbf{C}}{}^{e}$ и вязкопластических $\overset{(n)}{\mathbf{C}}{}^{p}$ деформаций

$$\overset{(n)}{\mathbf{C}} = \overset{(n)}{\mathbf{C}}{}^{e} + \overset{(n)}{\mathbf{C}}{}^{p}. \tag{4}$$

В отсчетной конфигурации $\overset{0}{K}$ напряженное состояние характеризуется первым тензором Пиола-Кирхгофа **P**:

$$\mathbf{P} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{T}/\,J = P^{mn}\,\overset{\circ}{\mathbf{r}}_m \otimes \overset{\circ}{\mathbf{r}}_n\,, \qquad P^{mn} = T^{mi}F^{n}{}_{i}\,/\,J\,, \quad J = \rho/\overset{\circ}{\rho}, \tag{5}$$

где $\mathbf{T}$ — тензор истинных напряжений Коши, а T^{ij} — его компоненты в базисе $\mathbf{r}_i$ актуальной конфигурации: $\mathbf{T} = T^{ij}\,\mathbf{r}_i \otimes \mathbf{r}_j$, $\overset{\circ}{\rho}$ — плотность в отсчетной конфигурации, а ρ — в актуальной конфигурации. Согласно классификации, введенной в [11-13], для тензора **C** парным является энергетический тензор напряжений $\overset{\mathrm{V}}{\mathbf{T}}$

$$\overset{\mathrm{V}}{\mathbf{T}} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{F}^{-1T} = T^{ij}\,\overset{0}{\mathbf{r}}_i \otimes \overset{0}{\mathbf{r}}_j\,, \tag{4}$$

имеющий те же компоненты T^{ij}, что и тензор **T**, но в базисе отсчетной конфигурации. Остальные энергетические тензоры напряжений $\overset{(\mathrm{n})}{\mathbf{T}}$, соответствующие энергетическим тензорам деформации $\overset{(n)}{\mathbf{C}}$, согласно [11-13] можно записать в единой форме

$$\mathbf{T} = \overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{E}}{}_{\mathbf{A}}^{-1} \cdot \overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}}, \qquad \mathbf{P} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{E}}{}_{\mathbf{A}}^{-1} \cdot \overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}} / J, \tag{5}$$

где $\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{E}}{}_{\mathbf{A}}^{-1}$ — тензоры энергетической эквивалентности, зависящие только от $\mathbf{F}$ [11].

Будем считать ГБКМ ортотропной упруго-пластической средой, удельная свободная энергия Гельмгольца ψ — потенциал которой выбирается в следующем виде

$$\overset{0}{\rho}\psi = \overset{0}{\rho}\psi(I_\alpha^{(0)}(\overset{(n)}{\mathbf{C}^e})) = \overset{0}{\rho}\sum_{\alpha=1}^{3}\left(\frac{1}{2}l_{\alpha\alpha}(I_\alpha^{(0)})^{2s_\alpha} + l_{3+\alpha}(I_{3+\alpha}^{(0)})^{s_{3+\alpha}}\right) + \overset{0}{\rho}\sum_{\substack{\alpha,\beta=1\\ \alpha\neq\beta}}^{3} l_{\alpha\beta}I_\alpha^{(0)}I_\beta^{(0)}, \tag{6}$$

где $I_\alpha^{(0)}(\overset{(n)}{\mathbf{C}^e}), \alpha = 1,...,6$ — инварианты тензора упругих деформаций относительно группы ортотропии [12,13]:

$$I_\alpha^{(0)}(\overset{(n)}{\mathbf{C}^e}) = \mathbf{e}_\alpha^2 \cdot\cdot \overset{(n)}{\mathbf{C}^e} = \varepsilon_{\alpha\alpha}^e; \qquad I_{3+\alpha}^{(0)}(\overset{(n)}{\mathbf{C}^e}) = \frac{1}{2}\mathbf{O}_\alpha \cdot\cdot \overset{(n)}{\mathbf{C}^{e2}} = (\varepsilon_{\beta\gamma}^e)^2, \tag{7}$$

здесь обозначены тензоры $\mathbf{e}_\alpha^2 = \mathbf{e}_\alpha \otimes \mathbf{e}_\alpha$, а $\mathbf{e}_\alpha$ — векторы декартова базиса, $\mathbf{O}_\alpha = \mathbf{e}_\beta \otimes \mathbf{e}_\gamma + \mathbf{e}_\gamma \otimes \mathbf{e}_\beta$, $\alpha \neq \beta \neq \gamma$, $\alpha, \beta, \gamma = 1,2,3$, здесь $l_{\alpha\alpha}, l_{\alpha\beta}$ - упругие константы, $s_\alpha, s_{3+\alpha}$, - параметры упругой нелинейности материала.

Энергетические тензоры напряжений $\overset{(n)}{\mathbf{T}}$ связаны с тензорами упругих деформаций $\overset{(n)}{\mathbf{C}^e}$ уравнением состояния: $\overset{V}{T} = \overset{(n)}{\mathbf{T}} = \rho\partial\psi / \partial\overset{(n)}{\mathbf{C}^e}$. Подставляя в это соотношение выражения (6) для потенциала ψ, получаем

$$\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}} = J\,{}^4\mathbf{M} \cdot\cdot \overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{C}^e} \tag{8}$$

где ${}^4\mathbf{M}$ - тензор нелинейных модулей упругости

$${}^4\mathbf{M} = \sum_{\alpha,\beta=1}^{3}\left(\hat{l}_{\alpha\beta}\mathbf{e}_\alpha^2 \otimes \mathbf{e}_\beta^2\right) + \sum_{\alpha=1}^{3}\left(\hat{l}_{\alpha+3,\alpha+3}\mathbf{O}_\alpha \otimes \mathbf{O}_\alpha\right) \tag{9}$$

здесь $\tilde{l}_{\alpha\beta}$, $\tilde{l}_{3+\alpha}$ - нелинейные модули упругости: $\hat{l}_{\alpha\alpha} = s_\alpha l_{\alpha\alpha}(I_\alpha^{(0)})^{2s_\alpha - 2}$, $\hat{l}_{\alpha\beta} = l_{\alpha\beta}$, $\hat{l}_{\alpha+3,\alpha+3} = s_{\alpha+3}l_{\alpha+3,\alpha+3}(I_{\alpha+3}^{(0)})^{s_{\alpha+3}-1}$.

Дифференцируя по времени соотношение (8), получим представление определяющих соотношений в скоростях

$$\frac{d}{dt}\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}} = J\,{}^4\mathbf{M} \cdot\cdot (\,{}^4\overset{(n)}{\tilde{\mathbf{X}}} \cdot\cdot \overset{0}{\nabla} \otimes \mathbf{v} - \frac{d\,\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{C}^p}}{dt}), \tag{10}$$

где ${}^4\overset{(n)}{\tilde{\mathbf{X}}} = {}^4\overset{(n)}{\mathbf{X}} - \overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{C}}{}^e \otimes \mathbf{F}^{-1T}$, тензоры ${}^4\overset{(n)}{\mathbf{X}}$ зависят только от градиента деформаций $\mathbf{F}$, их выражения приведены в [11].

2. Соотношения пластического течения анизотропных ГБКМ при больших деформациях

Для моделирования пластических свойств ГБКМ применим теорию больших пластических деформаций [11-17], в том числе теорию конечных пластических деформаций для анизотропных сред, разработанную в [9,11-14]. Используя постулаты этой теории, полагаем, что в пространстве скалярных инвариантов Y_1^p существует поверхность течения, состоящая из N отдельных частей: $f_\beta = 0$, $\beta = 1,...,N$, где f_β — функции совместных инвариантов тензора напряжений и тензора пластических деформаций:

$$f_\beta = f_\beta(Y_\alpha^p, \theta, w_\alpha^p) \qquad \beta = 1,...,N, \tag{11}$$

где

$$Y_\alpha^p = I_\alpha^{(o)}\left(\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}}_\gamma\right), \ \overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}}_\gamma = \overset{(n)}{\mathbf{T}} - H_\gamma \overset{(n)}{\mathbf{C}}{}^p, \qquad , \ \alpha = 1...6, \tag{12}$$

— совместные инварианты, H_α — функции упрочнения, H_α^0 — модули упрочнения (константы), n_α - степени упрочнения. Для параметров упрочнения H_α, $\alpha = 1,2,4,5,6$ принимается степенная модель, а для параметра упрочнения при сжатии в поперечном к слоям ткани направлении модель, учитывающая стабилизацию пластичности при предельном сжатии:

$$H_\alpha = H_\alpha^0\left(I_\alpha^{(0)}\left(\overset{(n)}{\mathbf{C}}{}^p\right)\right)^{n_\alpha}, \ \alpha = 1,2,4,5,6, \ \ H_3 = H_3^0\left(1 - I_3^{(0)}(\overset{(n)}{\mathbf{C}}{}^p)/\varepsilon_{33C}^p\right)^{1-n_3}\left(I_3^{(0)}(\overset{(n)}{\mathbf{C}}{}^p)\right)^{n_3},$$

где ε_{33C}^p - константа – деформация предельного поперечного сжатия ГБКМ.

Общее соотношение градиентальности для скоростей пластических деформаций таково:

$$\frac{d}{dt}\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{C}}{}^p = h\sum_{\alpha=1}^{N}\dot{\lambda}_\alpha \frac{\partial f_\alpha}{\partial \overset{(n)}{\mathbf{T}}}, \tag{13}$$

где $\dot{\lambda}_\alpha = \dot{\lambda}_\alpha(\overset{(n)}{\mathbf{T}}, \overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{C}}{}^p, \dot{\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{C}}}{}^p)$ — параметры нагружения, h – функция Хевисайда, являющаяся индикатором активного или пассивного нагружения (разгрузка). С учетом (19)

соотношение (21) можно записать так: $\frac{d}{dt}\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{C}^p} = \sum_{\alpha=1}^{N} \psi_\alpha Y_{\alpha T}^p$, где $\psi_\alpha = h\sum_{\beta=1}^{N} \dot{\lambda}_\beta \frac{\partial f_\beta}{\partial Y_\alpha^p}$, $Y_{\alpha T}^p = \frac{\partial Y_\alpha^p}{\partial \overset{(V)}{\mathbf{T}}}$. С учетом выражений (9) для инвариантов, эти уравнения для скоростей пластических деформаций принимают следующую форму:

$$\frac{d}{dt}\overset{(n)}{\mathbf{C}^p} = \sum_{\alpha=1}^{3}\left(\psi_\alpha \mathbf{e}_\alpha^2 + \psi_{3+\alpha}(\mathbf{O}_\alpha \otimes \mathbf{O}_\alpha)\cdot\cdot\left(\overset{(n)}{\mathbf{T}} - H_\alpha \overset{(n)}{\mathbf{C}^p}\right)\right). \qquad (14)$$

Введем обозначения $I_{\gamma\pm}^{(O)}(\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}_\gamma}) = (|I_\gamma^{(O)}(\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}_\gamma})| \pm I_\gamma^{(O)}(\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}_\gamma}))/2, \quad \gamma = 1,2,3$. Пластические свойства ГБКМ, как было отмечено выше, проявляются только при сжатии вдоль направлений $O\overline{\mathbf{e}}_1$ и $O\overline{\mathbf{e}}_2$ укладки волокон (по основе и утку), при сжатии в поперечном направлении $O\overline{\mathbf{e}}_3$, а также при межслойных сдвигах. Данные эффекты анизотропной пластичности будем моделировать с помощью трех функций: описывающих пластичность при продольных сжатиях по основе и утку ГБКМ

$$2f_1(I_1^{(O)}(\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}_1}), I_2^{(O)}(\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}_2}), w_1^p, w_2^p) = \left(\frac{I_{1-}^{(O)}(\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}_1})}{\sigma_{1S}\left(w_1^p\right)}\right)^2 + \left(\frac{I_{2-}^{(O)}(\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}_1})}{\sigma_{2S}\left(w_2^p\right)}\right)^2 - 1 = 0, \qquad (15)$$

описывающей пластичность при поперечном сжатии ГБКМ

$$2f_2(I_3^{(O)}(\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}_3}), w_3^p) = \left(\frac{I_{3-}^{(O)}(\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}_3})}{\sigma_{3S}\left(w_3^p\right)}\right)^2 - 1 = 0, \qquad (16)$$

и описывающей пластичность при межслойных сдвигах ГБКМ

$$f_3(I_4^{(O)}(\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}_4}), I_5^{(O)}(\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}_5}), w_4^p, w_5^p) = \frac{I_4^{(O)}(\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}_4})}{\sigma_{4S}^2\left(w_4^p\right)} + \frac{I_5^{(O)}(\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}_5})}{\sigma_{5S}^2\left(w_5^p\right)} - 1 = 0, \qquad (17)$$

здесь $\sigma_{\gamma S}\left(w_\gamma^p\right)$- функции начальной текучести по различным направлениям, зависящие от параметров динамичности w_γ^p, которые описывают повышение пределов текучести при возрастании скорости нагружения:

$$\sigma_{\gamma S}\left(w_\gamma^p\right) = \sigma_{\gamma S}^0(1 + w_\gamma^p), \qquad w_\gamma^p = b_\gamma \int_0^t (t-\tau)^{m_\gamma} I_\gamma^{(o)}(\overset{(n)}{\mathbf{T}}(\tau))d\tau, \qquad (18)$$

где $\sigma_{\gamma S}^0, b_\gamma, m_\gamma$ - константы, которые определяются экспериментально, далее будем полагать, что $m_\gamma = m$, для всех γ.

С учетом (25) функции ψ_α принимают вид

$$\psi_\alpha = \frac{h\dot{\lambda}_\alpha I_{\alpha-}^{(O)}(\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}}_\alpha)}{\sigma_{\alpha S}^2\left(w_\alpha^p\right)}, \quad \alpha = 1,2 \quad \psi_3 = \frac{h\dot{\lambda}_2 I_{3-}^{(O)}(\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}}_3)}{\sigma_{3S}^2\left(w_3^p\right)}, \quad \psi_4 = \frac{h\dot{\lambda}_3}{2\sigma_{4S}^2\left(w_4^p\right)},$$

$$\psi_5 = h\dot{\lambda}_3 \frac{\partial f_3}{\partial J_5^{(S)p}} = \frac{h\dot{\lambda}_3}{2\sigma_{5S}^2\left(w_5^p\right)}, \quad \psi_6 = 0. \tag{19}$$

3. Математическая формулировка динамической задачи взаимодействия ударника и преграды

Сформулируем в отсчетной конфигурации $\overset{0}{K}$ общую систему законов сохранения в лагранжевом описании, которая состоит из уравнений неразрывности, уравнений движения, уравнений совместности деформаций, а также кинематических соотношений, связывающих векторы скорости и перемещений [11]. К этой же системе присоединим определяющие соотношения (10), (14) для упругих и пластических деформаций, в результате получим следующую систему

$$\begin{aligned}
&\rho\frac{\partial \boldsymbol{\upsilon}}{\partial t} = \overset{0}{\nabla}\cdot\mathbf{P} + \overset{0}{\rho}\mathbf{f},\\
&\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \boldsymbol{\upsilon},\\
&\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} = \overset{0}{\nabla}\otimes\boldsymbol{\upsilon}^{\mathbf{T}},\\
&\frac{d}{dt}\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}} = J\,{}^4\mathbf{R}^0\cdot\cdot(\,{}^4\overset{(n)}{\tilde{\mathbf{X}}}\cdot\cdot\overset{0}{\nabla}\otimes\mathbf{v} - \frac{d\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{C}}{}^p}{dt}),\\
&\frac{d}{dt}\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{C}}{}^p = \sum_{\alpha=1}^{3}\left(\psi_\alpha\bar{\mathbf{e}}_\alpha^2 + \frac{\psi_{3+\alpha}}{2}(\mathbf{O}_\alpha\otimes\mathbf{O}_\alpha)\cdot\cdot\left(\overset{(n)}{\mathbf{T}} - H_\alpha\overset{(n)}{\mathbf{C}}{}^p\right)\right),
\end{aligned} \tag{20}$$

где $\overset{0}{\nabla}$ - набла-оператор в отсчетной конфигурации [17-18]. К этим уравнениям присоединяются соотношения (5) для тензора напряжений Пиолы-Кирхгофа, уравнение неразрывности $\rho = \overset{0}{\rho}/\det\mathbf{F}$, соотношения (1) для энергетических тензоров деформаций, соотношения (19) для функций ψ_γ, соотношения (15)-(17) для условий пластичности и параметров нагружения $\dot{\lambda}_\gamma$. Остальные обозначения введены выше. Система (20) рассматривается относительно следующих неизвестных функций: $\boldsymbol{\upsilon}$, $\mathbf{u}$, $\mathbf{F}$, $\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}}$, $\overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{C}}{}^p$.

К системе (21) присоединяем граничные условия идеального контакта на части $\overset{0}{\Sigma}_1$, а также условий на свободной поверхности $\overset{0}{\Sigma}_2$

$$\overset{0}{\Sigma}_1: \quad \overset{0}{\mathbf{n}}\cdot[\mathbf{P}]=0, [\boldsymbol{\upsilon}]=0; \qquad \overset{0}{\Sigma}_2: \quad \overset{0}{\mathbf{n}}\cdot[\mathbf{P}]=0, \tag{21}$$

Если происходит отскок ударника от преграды, то на поверхности контакта $\overset{0}{\Sigma}_1$ имеет место условие: $\overset{\circ}{n}\cdot[\mathbf{P}] = \mathbf{0}$. Начальные условия к системе (20):

$$t=0: \quad \boldsymbol{\upsilon}=\boldsymbol{\upsilon}_0, \mathbf{u}=\mathbf{0}, \ \mathbf{F}=\mathbf{E}, \overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{C}^p}=\mathbf{0}, \overset{(\mathbf{n})}{\mathbf{T}}=0, \lambda_\beta=0. \tag{22}$$

4. Математическая формулировка задачи при прямом соударении

Рассмотрим случай прямого соударения, который значительно упрощает моделирование и сводится к рассмотрению осесимметричному варианту постановки задачи (20)-(22). Будем полагать также, что область $\overset{\circ}{V}$ в $\overset{0}{K}$ и тип анизотропии (группа симметрии G_s ударника и преграды) предполагают наличие оси симметрии OX^3 в лагранжевой системе координат X^i, в качестве которой выберем цилиндрическую систему координат: X^1 = r, $X^2 = \varphi$, X^3 = z. Тогда может быть сформулирована осесимметричная постановка указанной выше задачи (31)-(40). Запишем эту постановку в физических координатах, используя компонентную запись дифференциальных операторов и тензоров [18]:

$$\begin{gathered}
\overset{\circ}{\rho}\frac{\partial r v_r}{\partial t}=\frac{\partial r P_{rr}}{\partial r}+\frac{\partial r P_{rz}}{\partial z}-P_{\varphi\varphi}, \\
\overset{\circ}{\rho}\frac{\partial r v_z}{\partial t}=\frac{\partial r P_{zr}}{\partial r}+\frac{\partial r P_{zz}}{\partial z}, \\
\frac{\partial u_r}{\partial t}=v_r, \qquad \frac{\partial u_z}{\partial t}=v_z,
\end{gathered} \tag{23}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} T_{rr} \\ T_{\varphi\varphi} \\ T_{zz} \\ T_{rz} \end{pmatrix} = J\begin{pmatrix} M_{1111} & M_{1122} & M_{1133} & 0 \\ M_{1122} & M_{1111} & M_{1133} & 0 \\ M_{1133} & M_{1133} & M_{3333} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2M_{1313} \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} e_{rr} \\ e_{\varphi\varphi} \\ e_{zz} \\ e_{rz} \end{pmatrix} - \frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} \varepsilon^p{}_{rr} \\ \varepsilon^p{}_{\varphi\varphi} \\ \varepsilon^p{}_{zz} \\ \varepsilon^p{}_{rz} \end{pmatrix}\right),$$

$$\frac{\partial F_{rr}}{\partial t}=\frac{\partial v_r}{\partial r}, \qquad \frac{\partial F_{\varphi\varphi}}{\partial t}=\frac{v_r}{r}, \qquad \frac{\partial F_{zz}}{\partial t}=\frac{\partial v_z}{\partial z}, \qquad \frac{\partial F_{rz}}{\partial t}=\frac{\partial v_r}{\partial z}, \quad \frac{\partial F_{zr}}{\partial t}=\frac{\partial v_z}{\partial r},$$

$$\frac{\partial \varepsilon^p_{rr}}{\partial t}=\frac{h\dot{\lambda}_1}{\sigma^2_{1S}\left(w^p_1\right)}(T_{rr}-H_1\varepsilon^p_{rr}), \qquad \frac{\partial \varepsilon^p_{\varphi\varphi}}{\partial t}=\frac{h\dot{\lambda}_1}{\sigma^2_{2S}\left(w^p_1\right)}(T_{\varphi\varphi}-H_2\varepsilon^p_{\varphi\varphi}).$$

Здесь $T_{11}=T_{rr}$, $T_{22}=T_{\varphi\varphi}$, $T_{33}=T_{zz}$ и T_{rz} — физические компоненты тензора **T** в актуальной конфигурации, а $e_{11}=e_{rr}$, $e_{22}=e_{\varphi\varphi}$, $e_{33}=e_{zz}$ и e_{rz} — физические компоненты тензора скоростей деформаций **D** [11], а $P_{11}=P_{rr}$, $P_{22}=P_{\varphi\varphi}$, $P_{33}=P_{zz}$ и P_{rz} - физические компоненты тензора Пиолы -Кирхгофа **P**:

$$\begin{aligned} &P_{rr}=\Delta\left(T_{rr}F_{rr}+T_{rz}F_{rz}\right),\quad P_{\varphi\varphi}=\Delta\left(T_{\varphi\varphi}F_{\varphi\varphi}\right),\quad P_{zz}=\Delta\left(T_{rz}F_{zr}+T_{zz}F_{zz}\right),\\ &P_{rz}=\Delta\left(T_{rr}F_{zr}+T_{rz}F_{zz}\right),\quad P_{zr}=\Delta\left(T_{rz}F_{rr}+T_{zz}F_{rz}\right),\qquad \Delta=F_{\varphi\varphi}\left(F_{rr}F_{zz}-F_{rz}F_{zr}\right),\end{aligned} \tag{24}$$

$$e_{rr}=\frac{\partial v_r}{\partial r}F_{rr}+\frac{\partial v_z}{\partial r}F_{zr},\qquad e_{\varphi\varphi}=\frac{v_r}{r}F_{\varphi\varphi},$$

$$e_{zz}=\frac{\partial v_r}{\partial z}F_{rz}+\frac{\partial v_z}{\partial z}F_{zz},\qquad e_{rz}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_r}{\partial r}F_{rz}+\frac{\partial v_z}{\partial z}F_{zr}+\frac{\partial v_z}{\partial r}F_{rr}+\frac{\partial v_r}{\partial z}F_{zz}\right).$$

Для параметра нагружения и пластических деформаций ε_{zz}^{p} в поперечном направлении и при межслойном сдвиге имеют место следующие соотношения, вытекающие из (16) и (17):

$$\varepsilon_{zz}^{p}=\frac{B}{1+B/\varepsilon_{33C}^{p}};\qquad B=h\left(\frac{T_{zz}-\sigma_{3S}\left(w_3^p\right)}{H_3^0}\right)^{\frac{1}{1-n_3}},\qquad \varepsilon_{rz}^{p}=h\left(\frac{T_{rz}-\sigma_{4S}\left(w_4^p\right)}{H_4^0}\right)^{\frac{1}{1-n_4}},$$

$$\dot{\lambda}_1=h\sigma_{1S}A_1\frac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon_{rr}^{p}+\varepsilon_{\varphi\varphi}^{p}\right),\quad A_1=\left(\frac{T_{rr}-H_1\varepsilon_{rr}^{p}}{\sigma_{1S}}+\frac{1}{\sigma_{2S}}\left(\sigma_{1S}^2-(T_{rr}-H_1\varepsilon_{rr}^{p})^2\right)^{1/2}\right)^{-1},$$

$$H_1=H_1^0\left|\varepsilon_{rr}^{p}\right|^{-n_1},\ H_2=H_2^0\left|\varepsilon_{\varphi\varphi}^{p}\right|^{-n_2}\ \ H_3=H_3^0\left|\varepsilon_{zz}^{p}\right|^{-n_3},\ \ H_4=H_4^0\left|\varepsilon_{rz}^{p}\right|^{-n_4}, \tag{25}$$

Будем далее полагать, что ударник является изотропным упругим телом, т.е. для него пластические деформации отсутствуют ($\varepsilon_{ij}^{p}=0$).

Система уравнений (24)-(26) является замкнутой относительно 17 функций $u_r,u_z,v_r,v_z,F_{rr},F_{zz},F_{rz,}F_{zr},F_{\varphi\varphi},T_{rr},T_{zz},T_{rz,}T_{\varphi\varphi},\varepsilon_{rr}^{p},\varepsilon_{zz}^{p},\varepsilon_{\varphi\varphi}^{p},\varepsilon_{rz}^{p}$, зависящих от r, z и t.

Граничные условия (22) на границе идеального контакта ударника и мишени и условия на свободной части поверхности имеют вид

$$\overset{0}{\Sigma}_1:\qquad [P_{zz}]=0,\ [P_{rz}]=0,\qquad [v_r]=0,\ [v_z]=0, \tag{26}$$

$$\overset{0}{\Sigma}_2:\qquad n_rP_{rz}+n_zP_{zz}=0,\ \ n_rP_{rr}+n_zP_{zr}=0.$$

Начальные условия к системе (23):

$$t=0:\ (u_r,u_z,v_r,v_z,F_{rz,}F_{zr},T_{rr},T_{zz},T_{rz,}T_{\varphi\varphi},\varepsilon_{rr}^{p},\varepsilon_{\varphi\varphi}^{p})=(0,...,0)\ ,\ (F_{rr},F_{zz},F_{\varphi\varphi})=(1,1,1), \tag{27}$$

для ударника при t=0: $v_z = V_b$, где V_b - начальная скорость ударника в момент начала взаимодействия с преградой.

5. Численный метод решения задачи

Вводя координатные столбцы, элементами которых являются величины, стоящие под знаками производных в системе (24):

$$\mathbf{U} = (u_r, u_z, r\rho v_r, r\rho v_z, F_{rr}, F_{zz}, F_{rz,} F_{zr}, F_{\varphi\varphi}, T_{rr}, T_{zz}, T_{rz,} T_{\varphi\varphi}, \varepsilon_{rr}^p, \varepsilon_{zz}^p, \varepsilon_{\varphi\varphi}^p, \varepsilon_{rz}^p)^T,$$

$$\mathbf{F} = (0, 0, rP_{rr}, rP_{zr}, v_r, 0, 0, v_z, 0, v_r, v_r, v_r, v_r, 0, 0, 0, 0)^T,$$

$$\mathbf{K} = (0, 0, -1, -1, -1, 0, 0, -1, 0, -M_{1111}F_{rr}, -M_{1133}F_{rr}, -M_{1313}F_{rz}, -M_{1122}F_{rr}, 0, 0, 0, 0)^T,$$

$$\mathbf{G} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, v_z, v_z, v_v, v_z, 0, 0, 0, 0)^T,$$

$$\mathbf{S} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -M_{1111}F_{zr}, -M_{1133}F_{zr}, -M_{1212}F_{rr}, -M_{1122}F_{zr}, 0, 0, 0, 0)^T,$$

$$\mathbf{W} = (0, 0, rP_{rz}, rP_{zz}, 0, v_z, v_r, 0, 0, v_z, v_z, v_z, v_z, 0, 0, 0, 0)^T, \tag{28}$$

$$\mathbf{L} = (0, 0, -1, -1, 0, -1, -1, 0, -1, -M_{1133}F_{zz}, -M_{3333}F_{zz}, -M_{1313}F_{zr}, -M_{2233}F_{zz}, 0, 0)^T,$$

$$\mathbf{V} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, v_r, v_r, v_r, v_r, 0, 0, 0, 0)^T,$$

$$\mathbf{N} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -M_{1133}F_{rz}, -M_{3333}F_{rz}, -M_{1313}F_{zz}, -M_{2233}F_{rz}, 0, 0, 0, 0)^T,$$

$$\mathbf{P} = (v_r, v_z, -P_{\varphi\varphi}, -P_{zr}, 0, 0, 0, 0, v_r / r, P_{10}, P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{14}, P_{15}, P_{16}, P_{17})^T,$$

представим эту систему уравнений в следующем виде:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \bar{\mathbf{K}} \cdot \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{U})}{\partial r} + \bar{\mathbf{S}} \cdot \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{U})}{\partial r} + \bar{\mathbf{L}} \cdot \frac{\partial \mathbf{W}(\mathbf{U})}{\partial z} + \bar{\mathbf{N}} \cdot \frac{\partial \mathbf{V}(\mathbf{U})}{\partial z} = \mathbf{P}(\mathbf{U}), \tag{29}$$

где $\mathbf{U}$ — столбец неизвестных, $\bar{\mathbf{K}}, \bar{\mathbf{L}}, \bar{\mathbf{N}}, \bar{\mathbf{S}}$ — диагональные матрицы, ненулевыми элементами которых являются столбцы $\mathbf{K}$, $\mathbf{L}$, $\mathbf{L}$, $\mathbf{N}$, а $\mathbf{P}(\mathbf{U})$ — вектор правой части, его элементы $P_{14} \ldots P_{17}$ определяются правой частью уравнений (23), а $P_{10} \ldots P_{13}$ имеют вид:

$$P_{10} = M_{1122}F_{\varphi\varphi}v_r / r - M_{1111}P_{14} - M_{1122}P_{16} - M_{1133}P_{15},$$

$$P_{11} = M_{2233}F_{\varphi\varphi}v_r / r - M_{3311}P_{14} - M_{3333}P_{16} - M_{2233}P_{15} \tag{30}$$

$$P_{12} = M_{2222}F_{\varphi\varphi}v_r / r - M_{1122}P_{14} - M_{2233}P_{16} - M_{2222}P_{15}, \quad P_{13} = -2M_{1313}P_{17}$$

Для численного решения системы (29) с граничными и начальными условиями (27),(26) применялся метод ленточных адаптивных сеток, предложенный в работах [19-21].

6. Моделирование процесса динамического деформирования и разрушения ГБКМ при ударных воздействиях

Процесс проникания ударников в преграду при численных расчетах на основе алгоритма численного анализа микроразрушения композитов [22,23], моделируется следующим образом.

1) ***Этап зарождения трещин***. В процессе непрерывного деформирования в каждой расчетной точке ударника и мишени проверяется условия отсутствия разрушения: $\pi < 1$, где π - параметр повреждаемости материала, представляющие собой функции от инвариантов тензора истинных напряжений Коши (силовой критерий)

$$\pi = \pi(I_{\gamma}^{(O)}(\mathbf{T})) \tag{31}$$

инварианты выбираются в соответствии с группой симметрии рассматриваемого материала (изотропные или ортотропные). Для ортотропных ГБКМ, на основе тканевых структур, разрушение будем считать происходящим только, если происходит разрыв нитей по основе или утку тканей, тогда по аналогии с (15) введем параметр повреждаемости:

$$\pi = \left(\frac{I_{1+}^{(O)}(\mathbf{T})}{\sigma_{1T}\left(w_1^p\right)} \right)^2 + \left(\frac{I_{2+}^{(O)}(\mathbf{T})}{\sigma_{2T}\left(w_2^p\right)} \right)^2 \tag{32}$$

где σ_{1T}, σ_{2T} - пределы прочности на растяжении по основе и утку.

2) ***Этап распространения трещин.*** Если в какой-либо расчетной точке выполняется условие: $\pi \geq 1$, то это означает, что в локальной окрестности этой точки происходит зарождение макротрещины, которая затем начинает расти. При численном счете зарождение макротрещины моделируется обнулением компонент тензора напряжений Коши в данной расчетной точке: вместо определяющих соотношений упруго-пластичности в ней задаются следующие условия: $T_{ij} = 0$. Распространение трещины в преграде (или ударнике) происходит, если после выполнения предельного условия $\pi(x_*^i, t_*) \geq 1$ в точке x_*^i в момент времени t_* в какой-либо из ее соседних точек y_*^j в момент времени $t_* + \Delta t$ реализуется то же самое

условие: $\pi(y_*^i, t_* + \Delta t) \geq 1$. В этом случае происходит прирост трещины на величину $\Delta x_*^i = y_*^i - x_*^i$.

Этап разлета осколков и проникания ударника в образовавшееся отверстие в данной работе не рассматривался.

В качестве численного примера применения разработанной модели и численного алгоритма рассматривалась задача о прямом ударе ударника по преграде из ортотропного ГБКМ. Ударник считался изотропной упругой средой.

При расчетах были выбраны следующие значения констант, характеризующих геометрические размеры преграды и ударника: расчетный радиус преграды - $r_N = 4 \cdot 10^{-2} м$, радиус ударника $r_b = 4,5 \cdot 10^{-3} м$; длина ударника $z_b = 10^{-2} м$, толщина преграды $z_t = 2,5 \cdot 10^{-3} м$. Были приняты следующие значения констант для ударника (сталь):

M_{1111}=200 ГПа, M_{1122}=60 ГПа, M_{1313}=77 ГПа, $\overset{\circ}{\rho} = 7800 кг/м^3$,

для ГБКМ:

M_{1111}= M_{2222}=50 ГПа, M_{3333}=0,5 ГПа, M_{1122}=1,5 ГПа,

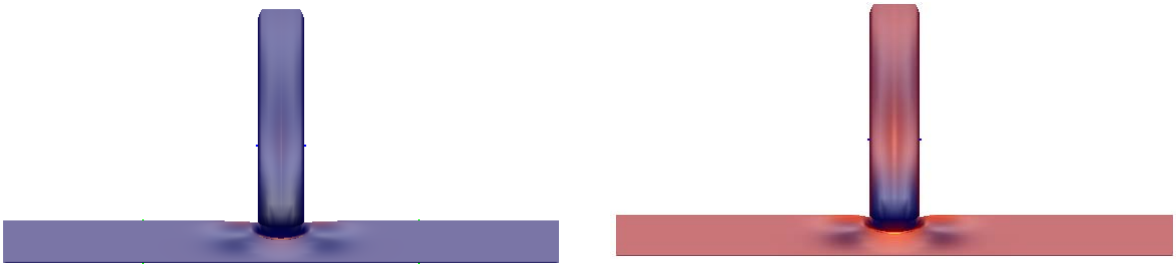
M_{1133}= M_{2233}= 0.015 ГПа, M_{1313}=2,5 ГПа,

$\sigma_{3S} = 0,1 МПа$, $H_3^0 = 2 ГПа$, $n_3 = 0,9$, $\varepsilon_{33C}^p = 0,95$, $\overset{\circ}{\rho}$=1500 кг/м^3,

$\sigma_{4S} = 100 МПа$, $H_4^0 = 0,2 ГПа$, $n_4 = 0,9$, $\sigma_{1T} = 1 ГПа$, $\sigma_{2T} = 1 ГПа$.

Начальная скорость ударника по оси OZ в момент встречи с преградой при нормальном ударе была выбрана равной V_b=300 м/с.

На рис.2 представлены некоторые из полученных результатов расчетов. Показана общая картина взаимодействия ударника и преграды из ГБКМ в различные моменты времени проникания. Расчеты на рис.2а проведены без учета разрушения ГБКМ, а на рис.2.б – с учетом разрушения по методу, изложенному выше.



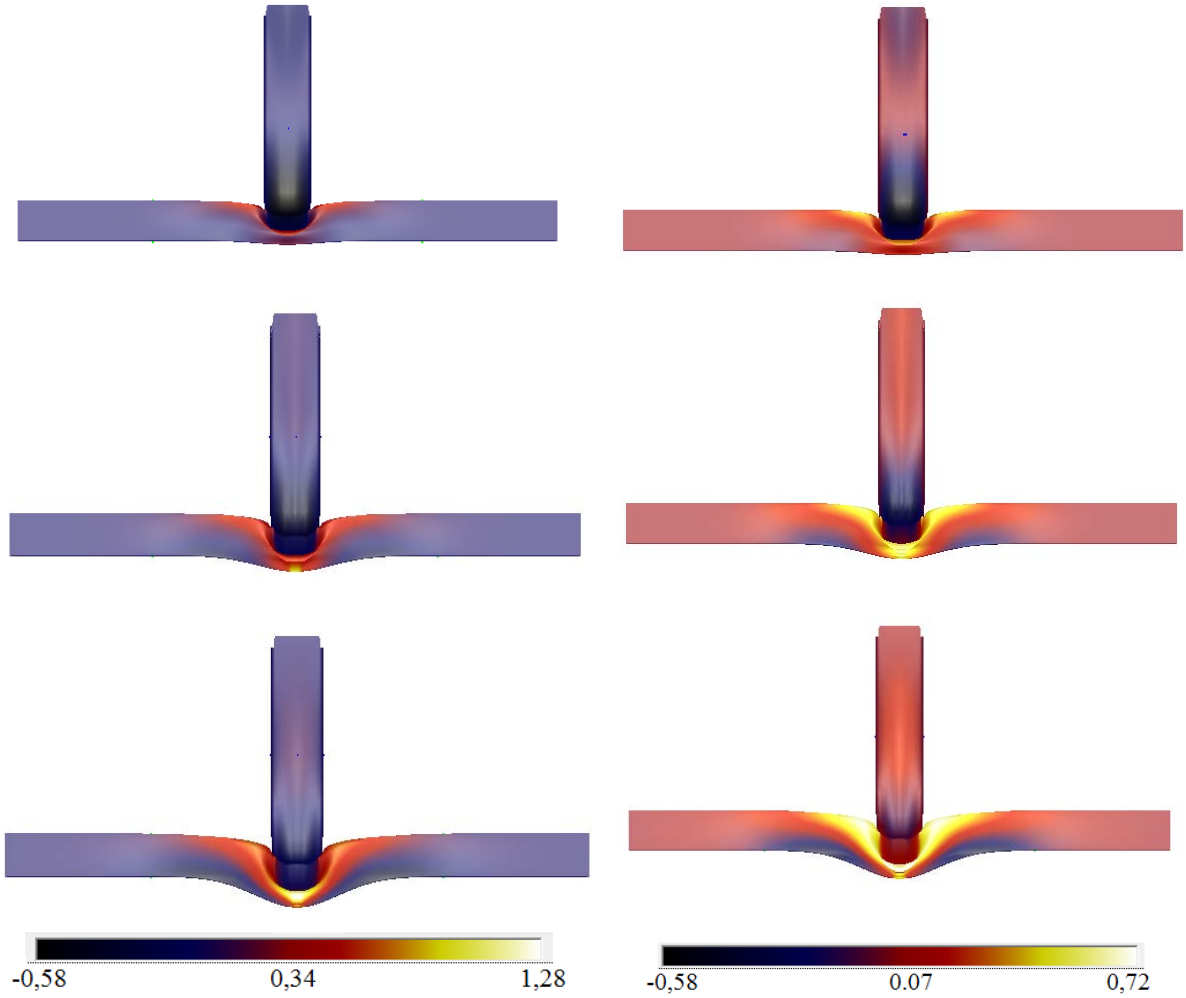


Рис. 2. Картина проникания ударника в многослойную преграду в многослойную преграду (показано распределение радиального напряжения T_{rr} (ГПа) для различных моментов времени t=1,34; 3,01; 4,7; 6,7 мкс) без учета (а) и с учетом разрушения (б).

Ударно-волновые процессы рассматривались как в ударнике, так и в композитной пластине, при этом допускался отскок ударника от композита и вторичное возможное их взаимодействие. После начала соударения из-за относительно малой массы композитная пластина разгоняется и приобретает скорость $v_z \approx 450 м/с$ — большую, чем начальная скорость ударника V_b. Из-за больших деформаций на лицевой поверхности преграды образуется воронка, в которую проникает ударник.

В ударнике и преграде после начала взаимодействия возникают волны сжатия, распространяющиеся по направлению к тыльной стороне преграды и ударника, соответственно. Максимальное значение напряжения сжатия в ударнике достигает $T_{zz} \approx -2,5 ГПа$, а в преграде $T_{zz} \approx -1,7 ГПа$. После отражения волны сжатия от

тыльной поверхности ударника возникает отраженная волна, распространяющаяся в сторону преграды. За рассмотренное время $t_{\max} = 6 мкс$ волна сжатия в ударнике 3 раза отражается от тыльной поверхности, в тоже время в преграде в силу существенно меньшей поперечной скорости звука ГБКМ ($\approx 550 м/с$ по сравнению с 5 км/с в ударнике), волна сжатия за время $t_{\max} = 6 мкс$ не успевает отразиться ни разу от тыльной поверхности и волна сжатия лишь немного обгоняет сам ударник, проникающий в преграду.

Максимальные амплитудные значения компонент тензора деформаций, характеризующие формоизменение поперечного сжатия-растяжения достигают значений $F_{zz} = 0.4 \ldots 1{,}5$, растяжения-сжатия в кольцевом направлении $F_{\varphi\varphi} = 0.98 \ldots 1.02$, и в радиальном направлении - $F_{rr} = 15$ - на тыльной стороне преграды при t=6.4 мкс в зоне проникания ударника, что соответствует эффекту вытягивания волокон из ткани ГБКМ. В этих же зонах достигают максимальных значений компоненты $T_{\varphi\varphi}$ и T_{rr} тензора напряжений. Эти значения положительны, и именно они являются причиной разрыва волокон ткани и разрушения композитной пластины в целом при ударе. Напряжения T_{zz} до возникновения отраженной волны являются сжимающими. Их уровень лимитируется пределом текучести σ_{1S}, определяющим появление пластической деформации ε_{zz}^{p}. От величины пластической деформации ε_{zz}^{p} зависит и значение скорости v_z движения тыльной поверхности, являющейся важной характеристикой ударной стойкости композита. Увеличение значения пластической деформации приводит к снижению скорости тыльной поверхности. В целом наличие больших деформаций приводит к существенному перераспределению напряженного состояния в композите.

Заключение

Разработана математическая модель динамического поведения ортотропных гибких броневых композиционных материалов на основе арамидных тканей, способных выдерживать без разрушения большие пластические деформации поперечного сжатия. Модель позволяет учитывать основные эффекты поглощения энергии удара гибкими текстильными композитными материалами: эффекты пластического сжатия ткани в поперечном направлении, эффект вытягивания нитей при поперечном ударе и эффект раздвигания нитей при образовании в ГБКМ отверстия. Модель основана на фундаментальных соотношениях теории конечных деформаций. Приведенный пример численной реализации данной модели для задачи

о прямом ударе стального ударника по преграде из ГБКМ показал, что созданная модель и ее компьютерная реализация позволяют получить достаточно адекватную картину взаимодействия ударника с ГБКМ, в целом соответствующую экспериментально наблюдаемой картине деформирования и разрушения ГБКМ на арамидной основе. Модель может служить основой для получения рекомендации по выбору рациональных конструкций перспективных преград.

Список литературы

1. Харченко Е.Ф., Ермоленко А.Ф. Композитные, текстильные и комбинированные бронематериалы. М.: ОАО ЦНИИСМ, 2013. 294 с.
2. Материалы и защитные структуры для локального и индивидуального бронирования / В.А. Григорян, И.Ф. Кобылкин, В.М. Миринин, Е.Н. Чистяков; под ред. В.А. Григоряна. М.: Изд-во РадиоСофт, 2008. 406 с.
3. Zhu D., Mobaster B., Rajan S.D. Dynamic testing of Kevlar-49 fabric // Journal of Materials in Civil Engeneering. 2011. Vol. 23. P. 230-239.
4. Tan V.B., Zeng X.S., Shim V.P.W. Characterization and constitutive modeling of aramid fibers at high strain rates // International Journal of Impact Engineering. 2008. Vol. 35, no. 1. P. 1303-1313.
5. Koh C.P., Shim V.P.W., Tan V.B.C., Tan B.L. Response of a high-strength flexible laminate to dynamic tension/ / International Journal of Impact Engineering. 2008. Vol. 35, no. 6. P. 559-568.
6. Shim V.P.W., Lim C.T., Foo K.J. Dynamic mechanical properties of fabric armor // International Journal of Impact Engineering. 2001. Vol. 25, no. 1. P. 1-15.
7. Lee Y.S., Wetzel E.D., Erges R.G., Wagner N.J. The ballistic impact characteristics of Kevlar woven fabrics impregnated with a colloidal shear thickening fluid // Journal of Materials Science. 2003. Vol. 3. P. 2825-2833.
8. Mossakovsky P.A., Bragov A.M., Kolotnikov M.E., Antonov F.K. Investigation of shear thickening fluid dybamic properties and its influence on the impact resistance of multilayered fabric composite barrier // Proc. of the 11th Int. LS-DYNA Users Conference-2010. LSTC Publishment, 2010. P. 33-43.
9. Димитриенко Ю.И. Анизотропная теория конечных упруго-пластических деформаций // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2003. № 2. С. 47-61.
10. Димитриенко Ю.И., Дзагания А.Ю., Беленовская Ю.В., Воронцова М.А. Численное моделирование проникания ударников в анизотропные упруго-

пластические преграды // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2008. № 4. С. 100-117.

11. Димитриенко Ю.И. Нелинейная механика сплошной среды. М.: Физматлит, 2009. 610 с.

12. Dimitrienko Yu.I. Nonlinear Continuum Mechanics and Large Inelastic Deformations. Springer, 2011. 722 p. (Ser. Solid Mechanics and Its Applications; vol. 174). DOI: 10.1007/978-94-007-0034-5

13. Димитриенко Ю.И. Механика сплошной среды. В 4 т. Т. 2. Универсальные законы механики и электродинамики сплошной среды. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 560 с.

14. Димитриенко Ю.И. Механика сплошной среды. В 4 т. Т. 4. Основы механики твердых сред. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2013. 624 с.

15. Кондауров В.И., Кукуджанов В.Н. Об определяющих уравнениях и численном решении некоторых задач динамики упруго-пластической среды с конечными деформациями // В кн. Численные методы в механике твердого деформируемого тела. М.: ВЦ АН СССР, 1978. С. 84-121.

16. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упруго-пластические деформации: теория, алгоритмы, приложения. М.: Наука, 1986. 232 с.

17. Димитриенко Ю.И. Тензорное исчисление. М.: Высшая школа, 2001. 576 с.

18. Димитриенко Ю.И. Механика сплошной среды. В 4 т. Т. 1. Тензорный анализ. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 463 с.

19. Димитриенко Ю.И., Котенев В.П., Захаров А.А. Метод ленточных адаптивных сеток для численного моделирования в газовой динамике. М.: Физматлит, 2011. 280 с.

20. Димитриенко Ю.И., Захаров А.А. Автоматизированная система для моделирования газовых потоков методом ленточных адаптивных сеток // Информационные технологии. 2009. № 6. С. 12-16.

21. Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А., Сыздыков Е.К. Развитие метода ленточно-адаптивных сеток на основе схем TVD для решения задач газовой динамики // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2011. № 2. С. 87-97.

22. Димитриенко Ю.И., Сборщиков С.В., Соколов А.П., Шпакова Ю.В. Численное моделирование процессов разрушения тканевых композитов // Вычислительная механика сплошной среды. 2013. № 4. С. 389-402. DOI: 10.7242/1999-6691/2013.6.4.43

23. Димитриенко Ю.И., Сборщиков С.В., Соколов А.П., Садовничий Д.Н., Гафаров Б.Р. Численнное и экспериментальное моделирование прочностных характеристик сферопластиков // Композиты и наноструктуры. 2013. № 3. С. 35-51.

SCIENTIFIC PERIODICAL OF THE BAUMAN MSTU

SCIENCE and EDUCATION

EL № FS77 - 48211. №0421200025. ISSN 1994-0408

electronic scientific and technical journal

Numerical simulation of shock-wave deformation of flexible armored composite materials

12, December 2013

DOI: 10.7463/1213.0665297

Dimitrienko Yu.I., Belenovskaya Yu.V., Aniskovich V.A.

Bauman Moscow State Technical University, 105005, Moscow, Russian Federation
CENTRAL RESEARCH INSTITUTE FOR SPECIAL MACHINERY,
Center high-strength materials "Армоком", Moscow region, Russia
dimit.bmstu@gmail.com
belenovskaya@yandex.ru
sekr_armocom@mail.ru

A mathematical model of deformation of flexible armored materials based on aramid fabric under high-speed effects was proposed. The model takes into account the following peculiarities of deformation parameters of composite materials of the specified class: possibility of deformation without destruction at finite deformations, a considerable difference between stress-deformation diagrams under tension and under compression, dependence of these diagrams on a loading rate, pseudo-plastic features of materials caused by pulling out threads from fabric and/or a plastic character of deformation, anisotropy of nonlinear-elastic and visco-plastic properties and other effects. A problem statement was formulated for dynamic deformation of flexible armored materials. In order to solve the problem in a two-dimensional case the method of band-adaptive grids was applied. An example of numerical solution of the problem was presented for a high-speed action of a striker onto a flexible armored material; some effects of deformation of materials of the specified class were analyzed.

Publications with keywords: numerical modelling, shock excitation, flexible armor composite materials, aramide textile, finite anisotropic plastic deformation
Publications with words: numerical modelling, shock excitation, flexible armor composite materials, aramide textile, finite anisotropic plastic deformation

References

1. Kharchenko E.F., Ermolenko A.F. *Kompozitnye, tekstil'nye i kombinirovannye bronematerialy* [Composite, textile and combined armor materials]. Moscow, Publ. of TsNIISM, 2013. 294 p.

2. Grigorian V.A., Kobylkin I.F., Mirinin V.M., Chistyakov E.N. *Materialy i zashchitnye struktury dlya lokal'nogo i individual'nogo bronirovaniya* [Materials and protective structures for the local and individual armor]. Moscow, RadioSoft, 2008. 406 p.

3. Zhu D., Mobaster B., Rajan S.D. Dynamic testing of Kevlar-49 fabric. *Journal of Materials in Civil Engeneering*, 2011, vol. 23, pp. 230-239.

4. Tan V.B., Zeng X.S., Shim V.P.W. Characterization and constitutive modeling of aramid fibers at high strain rates. *International Journal of Impact Engineering*, 2008, vol. 35, no. 1, pp. 1303-1313.

5. Koh C.P., Shim V.P.W., Tan V.B.C., Tan B.L. Response of a high-strength flexible laminate to dynamic tension. *International Journal of Impact Engineering*, 2008, vol. 35, no. 6, pp. 559-568.

6. Shim V.P.W., Lim C.T., Foo K.J. Dynamic mechanical properties of fabric armor. *International Journal of Impact Engineering*, 2001, vol. 25, no. 1, pp. 1-15.

7. Lee Y.S., Wetzel E.D., Erges R.G., Wagner N.J. The ballistic impact characteristics of Kevlar woven fabrics impregnated with a colloidal shear thickening fluid. *Journal of Materials Science*, 2003, vol. 3, pp. 2825-2833.

8. Mossakovsky P.A., Bragov A.M., Kolotnikov M.E., Antonov F.K. Investigation of shear thickening fluid dybamic properties and its influence on the impact resistance of multilayered fabric composite barrier. *Proc. of the 11th Int. LS-DYNA Users Conference - 2010*. LSTC Publishment, 2010, pp. 33-43.

9. Dimitrienko Yu.I. Anizotropnaya teoriya konechnykh uprugo-plasticheskikh deformatsiy [Theory of Finite Elastic and Plastic Strains]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennye nauki* [Herald of the Bauman MSTU. Ser. Natural science], 2003, no. 2, pp. 47-61.

10. Dimitrienko Yu.I., Dzaganiya A.Yu., Belenovskaya Yu.V., Vorontsova M.A. Chislennoe modelirovanie pronikaniya udarnikov v anizotropnye uprugo-plasticheskie pregrady [Numerical simulation of penetration of impactors into anisotropic elastic-plastic barriers]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennye nauki* [Herald of the Bauman MSTU. Ser. Natural science], 2008, no. 4, pp.100-117.

11. Dimitrienko Yu.I. *Nelineynaya mekhanika sploshnoy sredy* [Nonlinear continuum mechanics]. Moscow, Fizmatlit, 2009. 610 p.

12. Dimitrienko Yu.I. *Nonlinear Continuum Mechanics and Large Inelastic Deformations*. Springer, 2011. 722 p. (Ser. *Solid Mechanics and Its Applications*; vol. 174). DOI: 10.1007/978-94-007-0034-5

13. Dimitrienko Iu.I. *Mekhanika sploshnoi sredy. V 4 t. T. 2. Universal'nye zakony mekhaniki i elektrodinamiki sploshnoi sredy* [The mechanics of a continuous medium. In 4 vols. Vol. 2. The universal laws of mechanics and electrodynamics of continua]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2011. 560 p.

14. Dimitrienko Ju.I. *Mehanika sploshnoj sredy. V 4 t. T. 4. Osnovy mehaniki tverdyh sred* [Continuum Mechanics. 4 vols. Vol. 4. Fundamentals of mechanics of solid media]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2013. 624 p.

15. Kondaurov V.I., Kukudzhanov V.N. Ob opredelyayushchikh uravneniyakh i chislennom reshenii nekotorykh zadach dinamiki uprugo-plasticheskoy sredy s konechnymi deformatsiyami [On the determining equations and numerical solution of some problems of dynamics of elastic-plastic medium with finite deformations]. In book: *Chislennye metody v mekhanike tverdogo deformiruemogo tela* [Numerical methods in mechanics of deformable body]. Moscow, Publ. of VTs AN SSSR, 1978, pp. 84-121.

16. Pozdeev A.A., Trusov P.V., Nyashin Yu.I. *Bol'shie uprugo-plasticheskie deformatsii: teoriya, algoritmy, prilozheniya* [Large elasto-plastic deformations: theory, algorithms, applications]. Moscow, Nauka, 1986. 232 p.

17. Dimitrienko Iu.I. *Tenzornoe ischislenie* [Tensor calculus]. Moscow, Vysshaia shkola, 2001. 576 p.

18. Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoy sredy. V 4 t. T.1 Tenzornyy analiz* [Continuum Mechanics. In 4 vols. Vol.1 Tensor Analysis]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2011. 463 p.

19. Dimitrienko Yu.I., Kotenev V.P., Zakharov A.A. *Metod lentochnykh adaptivnykh setok dlya chislennogo modelirovaniya v gazovoy dinamike* [Method of tape-adaptive grids for numerical simulation in gas dynamics]. Moscow, Fizmatlit, 2011. 280 p.

20. Dimitrienko Yu.I., Zakharov A.A. Avtomatizirovannaya sistema dlya modelirovaniya gazovykh potokov metodom lentochnykh adaptivnykh setok [Computer-Aided Systems for Gas Flow Simulation by the Band-Adaptive Grid Method]. *Informatsionnye tekhnologii*, 2009, no. 6, pp. 12-16.

21. Dimitrienko Yu.I., Koryakov M.N., Zakharov A.A., Syzdykov E.K. Razvitie metoda lentochno-adaptivnykh setok na osnove skhem TVD dlya resheniya zadach gazovoy dinamiki [Development of Band-Adaptive Grids Based on TVD Schemes for Solving Problems in Gas Dynamics]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennye nauki* [Herald of the Bauman MSTU. Ser. Natural science], 2011, no. 2, pp. 87-97.

22. Dimitrienko Yu.I., Sborshchikov S.V., Sokolov A.P., Shpakova Yu.I. Chislennoe modelirovanie protsessov razrusheniya tkanevykh kompozitov [Computational modeling of processes of destruction of textile composites]. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnoy sredy* [Computational continuum mechanics], 2013, vol. 6, no. 4, pp. 389-402. DOI: 10.7242/1999-6691/2013.6.4.43

23. Dimitrienko Yu.I., Sborshchikov S.V., Sokolov A.P., Sadovnichiy D.N., Gafarov B.R.Chislennoe i eksperimental'noe modelirovanie prochnostnykh kharakteristik sferoplastikov [Computer and experimental study modeling of failure of micro-sphere filled composite]. *Kompozity i nanostruktury* [Composites and nanostructures], 2013, no. 3, pp. 35-51.