

Анализ и моделирование нештатных ситуаций при неуправляемом развёртывании космической тросовой системы

12, декабрь 2013

DOI: 10.7463/1213.0633253

Попов А. В.

УДК 629.783

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

bbee-popov@yandex.ru

Космические тросовые системы являются новым и перспективным средством космической техники. При подготовке экспериментов с целью их практического применения требуется анализ возможных нештатных ситуаций.

Наиболее общими случаями возникновения нештатных ситуаций являются разрыв и заклинивание троса, что выражается в скачкообразном изменении силы натяжения в тросе и, как следствие, изменение траектории движения концевых тел с опасностью их последующего сближения. В большинстве случаев непредвиденная ситуация заканчивается обрывом тросовой системы и взаимным удалением концевых тел (влияние градиента сил гравитации). В таком случае возможно аналитическое решение задачи движения тел при помощи уравнений орбитального движения без учёта наличия участков троса на концевых телах. В любой ситуации задача может быть решена путём численного моделирования.

Можно выделить следующие случаи нештатного проведения неуправляемого развёртывания:

- одновременное заклинивание троса в тракте выпуска и концевых демпферах*
- обрыв троса до выхода системы на полную длину
- обрыв троса в режиме либраций

*Примечание: в статьях [1] и [2] был сделан вывод о необходимости использования в конструкции концевых тел демпферов, которые бы гасили радиальную составляющую скорости движения концевых тел без возникновения скачков силы

натяжения. Для исключения рывка при натяжении троса концевые демпферы используются в тросовой системе, рассматриваемой в данной статье.

Численное и аналитическое моделирование выполнено для тросовой системы длиной 6000 м, центр масс которой располагается на высоте 400 км. Концевые тела имеют массу 25 и 6000 кг и демпферы сухого трения с усилием выпуска демпфирующего троса 1Н и запасом троса на каждом теле – 500 м. Номинальная сила сопротивления выпуску троса 0,1 Н. Предел прочности на разрыв – 250 Н. Развёртывание производится под углом 10° к местной вертикали в направлении, противоположном орбитальному движению (см. Рис. 1).

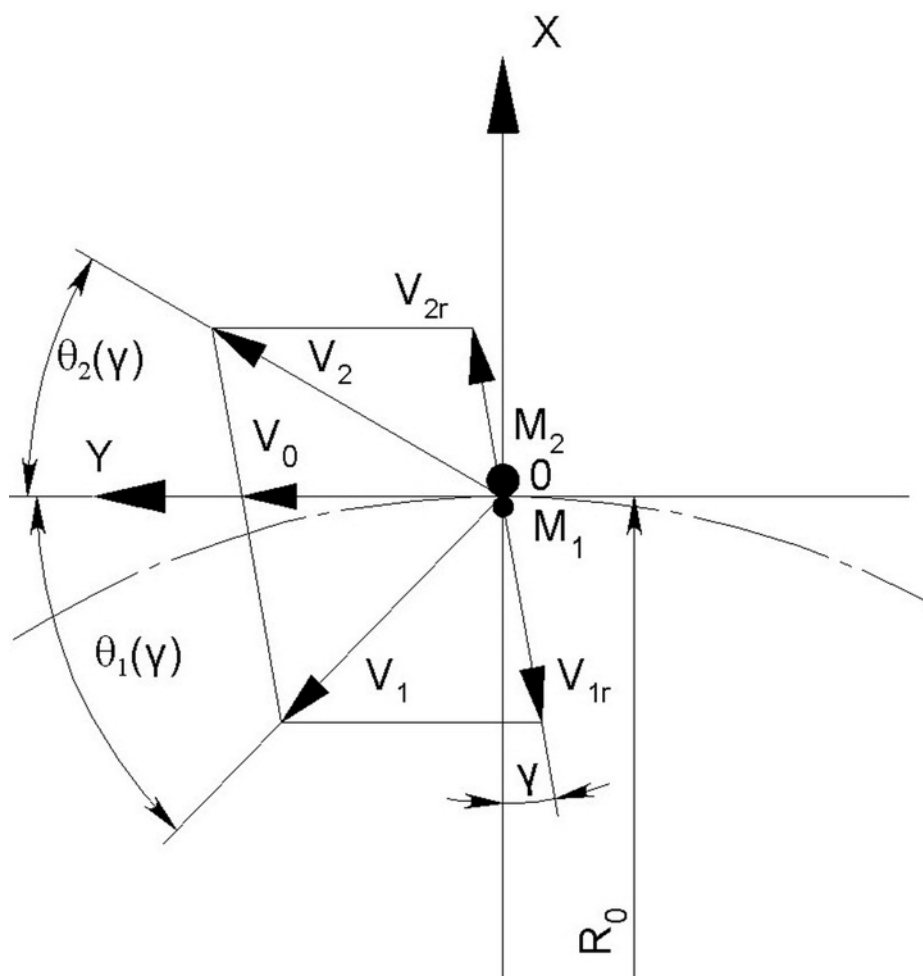


Рис. 1: Разделение концевых тел в заданном направлении с заданной начальной скоростью

Во всех случаях, где изучается длительное орбитальное движение, рассмотрен промежуток времени, соответствующий 108 виткам центра масс системы (примерно 7 суток орбитального полёта).

Одновременное заклинивание троса в тракте выпуска и концевых демпферах

Рассмотрим заклинивание троса в системе выпуска. Как показало моделирование данной ситуации, при наличии работоспособных демпферов трения происходит выпуск дополнительных 1000 м из запаса демпфирующего троса, что значительно снижает радиальную скорость тел. В результате рывок при выходе на полную длину оказывается слабым и связка переходит в режим маятниковых колебаний. Данный случай становится опасным, если происходит выход из строя концевых демпферов трения [8], [9]. Демпфер выпускает дополнительный участок троса в том случае, если сила натяжения троса превышает силу выпуска троса. В случае выхода из строя в демпфере возникает большая сила сопротивления выпуску троса. В такой постановке возможны два возможных случая:

- сила сопротивления превышает разрывную прочность троса;
- сила сопротивления не превышает разрывную прочность троса.

В случае превышения силой натяжения тросовой системы разрывной прочности троса происходит его обрыв, и концевое тело становится свободно движущимся объектом. Данная задача подобна решаемой ниже при обрыве троса до выхода системы на полную длину. Является наиболее опасной, когда на концевом теле остаётся участок троса максимальной длины (равной номинальной длине тросовой системы), так как в этом случае повышается вероятность столкновения участка троса с другими космическими телами. Как демонстрирует приведённое далее решение при заданных условиях эта ситуация не создаёт опасности столкновения концевое тело или участка троса с другим концевым телом в течение длительного времени.

В случае, если сила сопротивления не превышает предела прочности, но является близкой к нему величиной, то возникает сильный отскок концевое тело. Моделирование ситуации показало, что минимальная длина троса, при которой может произойти заклинивание без обрыва, равна 48 м.

После остановки процесса развёртывания, получившаяся тросовая система переходит в режим многократных отскоков концевое тело [6], [7] со сближением на минимальное расстояние до 6 м, что может привести к столкновению. Такая нештатная ситуация является опасной и представляет угрозу столкновения концевых тел.

Для предотвращения такого развития событий предлагается ввести в конструкцию троса участок с заданной силой разрыва. Значение этой силы не

должно быть меньше силы натяжения в тросовой системе, возникающей после её развёртывания на полную длину, в том числе, при поломке демпферов, поскольку такое развёртывание может быть признано частично успешным. Величину такой силы предлагается принять равной 50 Н, так как максимальная сила натяжения, полученная в результате моделирования представленной в примере тросовой системы, равна 41,53 Н.

В случае использования такого участка, возникающая при обрыве ситуация, подобна задаче движения конечного тела при обрыве троса до его выхода на полную длину. Как будет показано далее, эта ситуация не представляет опасности столкновения в течение длительного времени.

Рассмотрим ситуацию, при которой в системе выпуска троса возникнет повышенная сила сопротивления величиной 49 Н, что не приведёт к обрыву тарируемого участка троса. В таком случае произойдёт раннее торможение развёртывания. Как показывает численное моделирование, в данном случае будет развёрнуто 2 км, после чего связка стабилизируется и перейдёт в режим либраций. За 10 витков переходного процесса минимальное расстояние составит 111 м (Рис. 2).

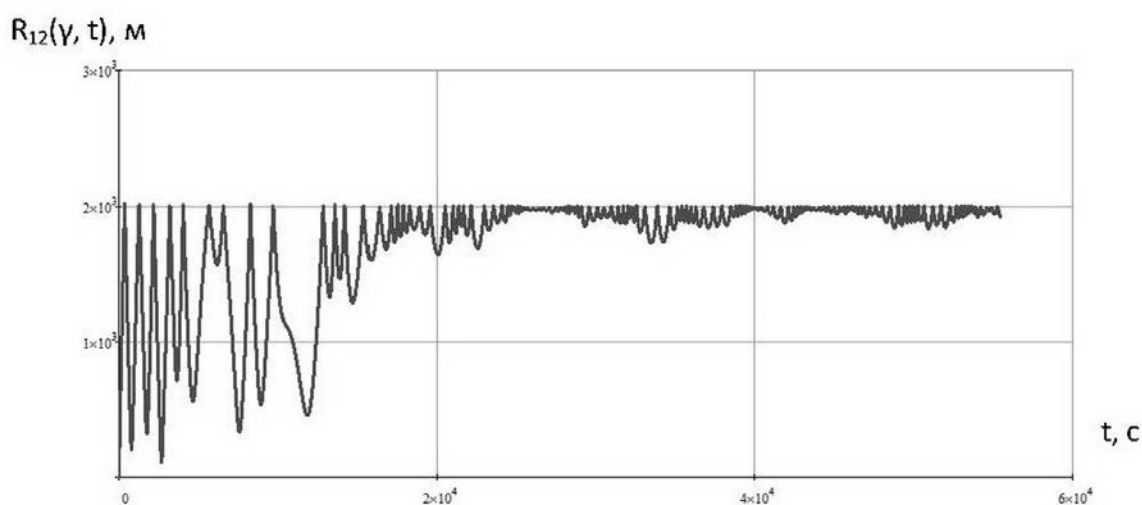


Рис. 2: Расстояние между концевыми телами при движении тросовой системы после заклинивания

Обрыв троса до выхода системы на полную длину

В данном случае сила натяжения в тросовой системе ещё не возникла, поэтому концевые тела, движутся независимо. Следовательно, независимо от места разрыва

на тросе дальнейшее движение концевых тел можно рассмотреть, решив задачу баллистики после придания импульса $m_1 \Delta V_1$ под начальным углом развёртывания γ_0 к местной вертикали (Рис. 1).

В начальный момент времени оба концевых тела находятся на круговой орбите высотой R_0 , движутся с орбитальной скоростью $V_0 = \sqrt{\frac{\mu}{R_0}}$ и дополнительно им придаётся скорость под углом γ_0 к радиальному направлению: для нижнего концевого тела массой m_1 скорость V_{1r} , а для верхнего тела массой m_2 по закону сохранения импульса: $V_{2r} = \frac{m_1 \cdot V_{1r}}{m_2}$.

Модули векторов скорости в данном случае будут равны:

$$V_1(\gamma) = \sqrt{V_0^2 + V_{1r}^2 - 2V_0V_{1r} \cos(\gamma_0)};$$

$$V_2(\gamma) = \sqrt{V_0^2 + V_{2r}^2 + 2V_0V_{2r} \cos(\gamma_0)}.$$

Найдём значения угла бросания $\theta_1(\gamma_0)$ и $\theta_2(\gamma_0)$ для концевых тел после обрыва связки. Из треугольников скоростей (Рис. 1) имеем:

$$\theta_1(\gamma_0) = \frac{V_0^2 + V_1(\gamma_0)^2 - V_{1r}^2}{2V_0V_1(\gamma_0)}; \theta_2(\gamma_0) = \frac{V_0^2 + V_2(\gamma_0)^2 - V_{2r}^2}{2V_0V_2(\gamma_0)}. \quad (1)$$

Таким образом, известны положение концевых тел в момент обрыва в системе и векторы скорости движения. Запишем Кеплеровы уравнения орбитального движения концевых тел, как функции угла отклонения тросовой системы:

$$R_{01}(\eta_1) = \frac{p_1}{1 - e_1 \cdot \cos(\eta_1 - \eta_{01})}; R_{02}(\eta_2) = \frac{p_2}{1 - e_2 \cdot \cos(\eta_2 - \eta_{02})}. \quad (2)$$

где η_{01} и η_{02} - положение точек перицентров орбит движения концевых тел относительно орбитальной подвижной системы координат при разделении. Связано с наличием радиальной составляющей скорости движения концевых тел в момент разделения и разностью величин этих скоростей.

$$C_{11} = V_1(\gamma_0) \cdot R_0 \cdot \cos(\theta_1(\gamma_0)); C_{12} = V_2(\gamma_0) \cdot R_0 \cdot \cos(\theta_2(\gamma_0));$$

$$C_{21} = (V_1(\gamma_0))^2 - \frac{2\mu}{R_0}; C_{22} = (V_2(\gamma_0))^2 - \frac{2\mu}{R_0}; p_1 = \frac{C_{11}^2}{\mu};$$

$$e_1 = \sqrt{1 + C_{21} \cdot \left(\frac{C_{11}}{\mu}\right)^2}; p_2 = \frac{C_{12}^2}{\mu}; e_2 = \sqrt{1 + C_{22} \cdot \left(\frac{C_{12}}{\mu}\right)^2} - \text{Кеплеровы}$$

параметры орбит концевых тел.

Для рассмотрения задачи одновременного движения тел после разделения, найдём зависимость $\eta_1(t)$, $\eta_2(t)$.

Зависимость истинной аномалии от времени можно найти через значения эксцентриситетной и средней аномалий. Связь эксцентриситетной и средней аномалии определяется выражением [3], [4]:

$$E - e \cdot \sin(E) = M \quad (3)$$

Решим уравнение относительно эксцентриситетной аномалии методом разложения функции в степенной ряд [3], [11], [12]:

$$E(M) = M + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{e^n}{n!} \cdot \frac{d^{n-1}(\sin(M^n))}{dM^{n-1}} \right) \quad (4)$$

Найдём зависимость средней аномалии от времени. По определению, средняя аномалия - это угол, на который повернётся радиус-вектор тела, движущегося по орбите в том случае, если бы тело двигалось равномерно с угловой скоростью

$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$, называемой средним движением [4], [13], [14]:

$$M_1(\gamma_0, t) = n_1(\gamma_0) \cdot t; M_2(\gamma_0, t) = n_2(\gamma_0) \cdot t, \quad (5)$$

где $n_1(\gamma_0) = \sqrt{\frac{\mu}{(a_1(\gamma_0))^3}}$ и $n_2(\gamma_0) = \sqrt{\frac{\mu}{(a_2(\gamma_0))^3}}$, $a_1(\gamma_0)$ и $a_2(\gamma_0)$ - большие

полуоси орбит концевых тел.

Найдём связь между эксцентриситетной и истинной аномалиями.

При выводе выражения (3) использовалась замена: $tg\left(\frac{\eta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}tg(E)$ [3],

Откуда получим:

$$\eta_1(\gamma_0, t) = 2 \cdot \arctg\left(\sqrt{\frac{1+e_1(\gamma_0)}{1-e_1(\gamma_0)}}tg(E_1(\gamma_0, t))\right); \quad (6)$$

$$\eta_2(\gamma_0, t) = 2 \cdot \arctg\left(\sqrt{\frac{1+e_2(\gamma_0)}{1-e_2(\gamma_0)}}tg(E_2(\gamma_0, t))\right).$$

Очевидно, что в момент времени $t=0$, $M(t)=0 \Rightarrow \eta_1(\gamma_0, 0) = 0$; $\eta_2(\gamma_0, 0) = 0$.

Подставляя (4), (5), (6) в выражения (2), получим зависимость положения концевых тел после обрыва тросовой системы на орбите от времени.

Расстояние между концевыми телами в любой момент времени равно:

$$R_{12}(\gamma_0, t) = \sqrt{(R_{01}(\gamma_0, t))^2 + (R_{02}(\gamma_0, t))^2 - 2R_{01}(\gamma_0, t)R_{02}(\gamma_0, t) \cdot \cos(\eta_2(\gamma_0, t) - \eta_1(\gamma_0, t))}.$$

При обрыве связки самым опасным случаем является тот, при котором на концевых телах (теле) остаётся наибольшая длина нити и возникает опасность её сцепления с другим концевым телом из-за увеличения минимального расстояния, на которое они могут сблизиться.

Как было сказано в начале статьи, начальный угол направления разделения связки $\gamma_0=10^\circ$, максимальное время рассмотрения ситуации не превышает 7 суток. Как показало аналитическое решение, опасное сближение концевых тел невозможно. Минимальное расстояние между телами равно расстоянию в момент отделения, в последующие сближения оно превышает 70 км, что существенно больше длины рассматриваемого в примере троса.

Обрыв троса в режиме либраций

Рассмотрим случай нештатного обрыва уже развёрнутой тросовой системы.

В начальный момент времени на круговой орбите высотой R находится развёрнутая тросовая связка длиной L в режиме маятниковых колебаний (либраций) с угловой амплитудой $\gamma_{\max}$ (см. Рис. 3). На концах связки находятся концевые тела массами m_1 и m_2 ; расстояние от центра масс до концевых тел равно L_1 и L_2 . В некоторый момент времени, при угле отклонения тросовой связки от местной вертикали γ , происходит обрыв тросовой системы в произвольной точке на тросе. Для решения задачи баллистики концевых тел после обрыва связи необходимо знать радиусы-векторы, а также векторы скоростей концевых тел после разделения. Данные о скоростях можно получить из рассмотрения динамики либрационного движения космической тросовой связки или из результатов численного моделирования движения тросовой системы.

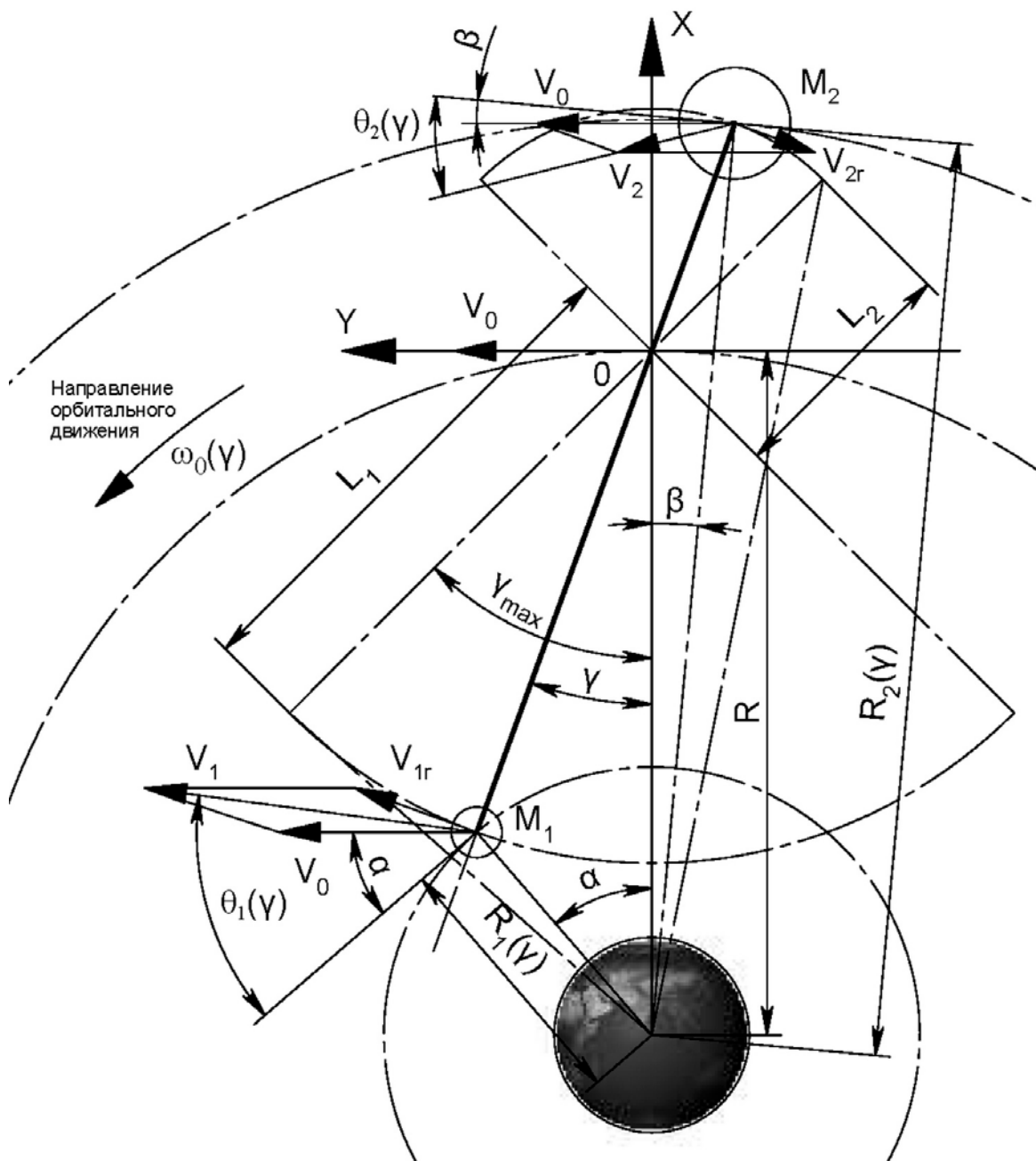


Рис.3: Обрыв тросовой системы в режиме либраций

Расстояние до конечных тел в момент обрыва определяется выражениями:

$$R_1(\gamma) = \sqrt{L_1^2 + R^2 - 2 \cdot L_1 R \cdot \cos(\gamma)} ; R_2(\gamma) = \sqrt{L_2^2 + R^2 + 2 \cdot L_2 R \cdot \cos(\gamma)} .$$

Дальнейшая методика получения уравнений орбитального движения конечных тел, аналогична рассмотренным выше.

Кроме того, необходимо найти вектора скорости движения конечных тел в момент обрыва.

Углы бросания конечных тел определяются по формуле (1) (Рис. 3):

$$\theta_1(\gamma) = \alpha(\gamma) + \frac{(V_1(\gamma))^2 + (V_0(\gamma))^2 - (V_{1\tau}(\gamma))^2}{2 \cdot V_1(\gamma) \cdot V_0(\gamma)};$$

$$\theta_2(\gamma) = \beta(\gamma) + \frac{(V_2(\gamma))^2 + (V_0(\gamma))^2 - (V_{2\tau}(\gamma))^2}{2 \cdot V_2(\gamma) \cdot V_0(\gamma)}.$$

Из аналитического решения задачи колебаний тросовой связки в постановке твёрдого стержня [5], [10] имеем зависимости скорости движения концевых тел от текущего отклонения (Рис. 4). Один из графиков показывает изменение скорости движения при движении нижнего концевой тела по направлению орбитального движения связки, а другой – против. На графиках также нанесены орбитальная круговая скорость центра масс системы и круговая орбитальная скорость для текущей высоты концевой тела. Как можно заметить, при колебаниях концевых тел по направлению орбитального движения скорость превышает орбитальную круговую, а при колебаниях против направления орбитального движения имеет меньшее значение.

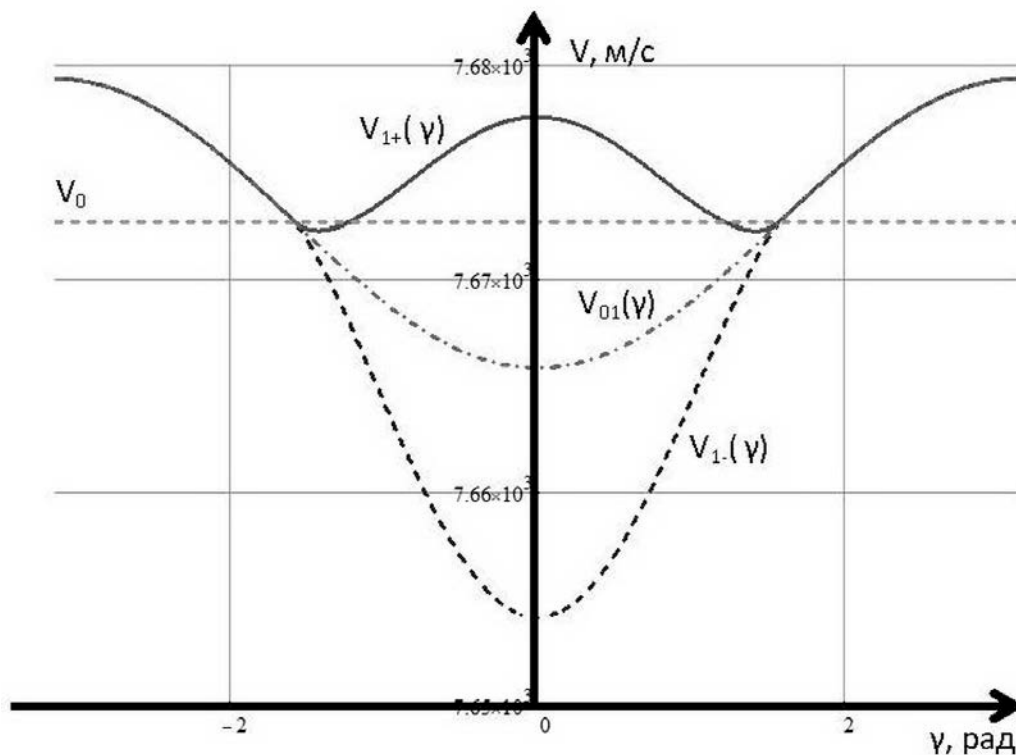


Рис. 4: Зависимость скорости начального движения нижнего концевой тела от угла отклонения при обрыве в режиме либраций.

Расстояние между концевыми телами в любой момент времени равно:

$$R_{L12}(\gamma, t) = \sqrt{(R_1(\gamma, t))^2 + (R_2(\gamma, t))^2 - 2R_1(\gamma, t)R_2(\gamma, t) \cdot \cos(\eta_2(\gamma, t) - \eta_1(\gamma, t))}$$

На рис. 5 представлена поверхность изменения во времени расстояния между концевыми телами за 100 витков верхнего концевое тела при разных углах отклонения тросовой системы в момент обрыва. Очевидно, что столкновение или пересечение конца троса на одном из тел с другим телом невозможно после разрушения связи между концевыми телами.

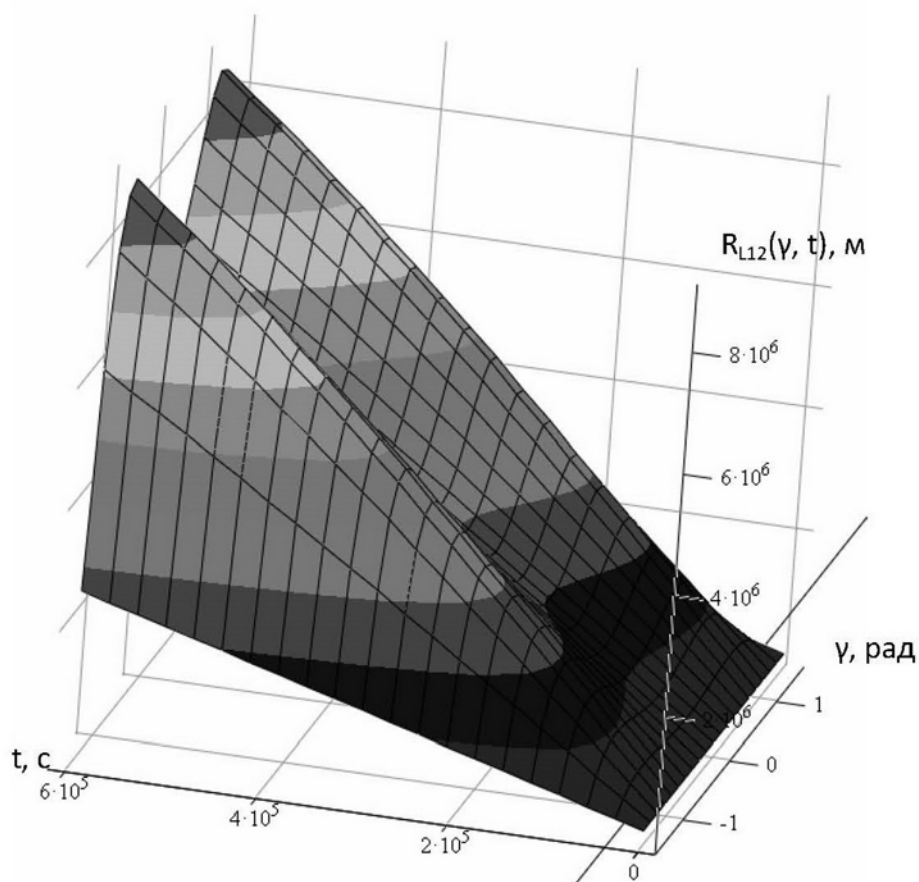


Рис.5: Зависимость расстояния между концевыми телами от времени и угла отклонения тросовой системы в момент обрыва

Программное моделирование данной задачи с учётом массы троса, его растяжимости, изменения формы и наличия концевых тел, а также учёта факторов космического полёта подтверждает в целом полученные результаты. Расстояние между образовавшимися объектами в течении длительного времени существенно

больше нуля. На рис. 6 представлено сравнение изменений расстояния между концевыми телами в самом опасном случае при обрыве тросовой связки от времени, при угле разделения 0° в момент прохождения положения равновесия в направлении орбитального движения. Сравнивая результаты, полученные численно и аналитически, можно увидеть, что они достаточно точно сходятся. Это значит, что полученная методика решения задачи движения концевых тел после разделения может быть использована с учётом сделанных допущений о невесомости троса, отсутствии аэродинамических сил воздействия и учёта несферичности Земли.

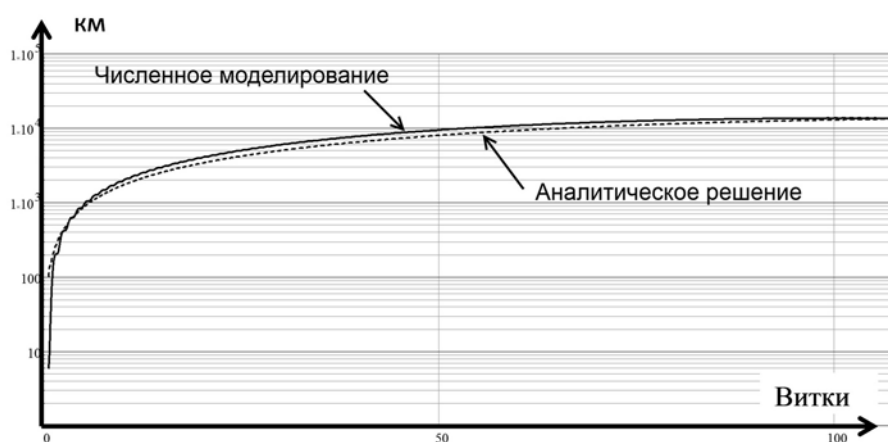


Рис. 6: Зависимость расстояния между концевыми телами от времени за 108 витков орбитального движения

Однако такой способ исследования не позволяет провести анализ изменения формы троса после обрыва. А также не позволяет выяснить особенности движения концевых тел. На рис. 7 показаны формы тросовой системы, образовавшейся после обрыва в системе координат, связанной с верхним концевым телом, полученные с помощью численного решения.

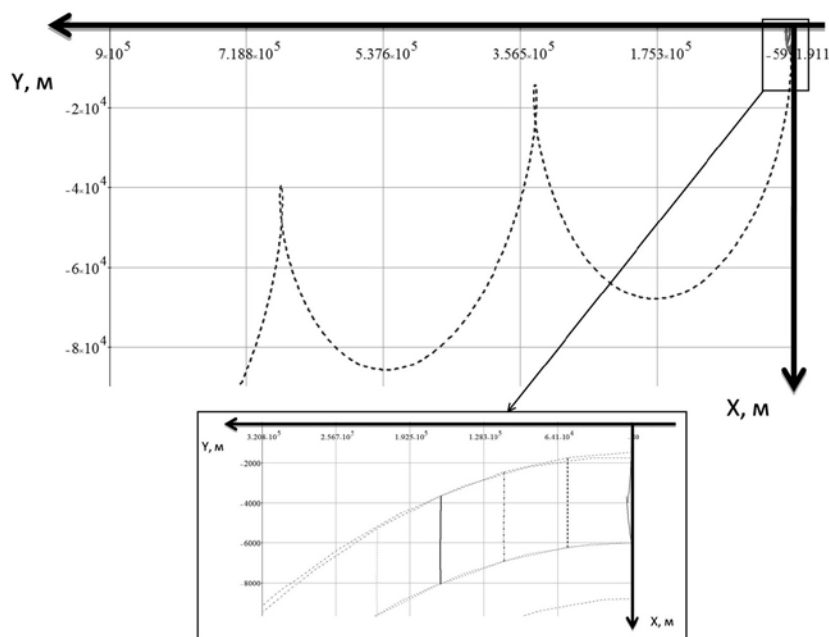


Рис. 7: Форма и движение тросовой системы после обрыва, в системе координат, связанной с верхним концевым телом

Рассмотренные в статье нештатные ситуации при внесении конструктивных дополнений, (добавление участка троса с тарированной силой разрыва) не приводят к столкновению концевых тел тросовой системы при ее разворачивании и орбитальном полете. Кроме того, разработанная методика расчёта орбитального движения позволяет оценить траектории движения концевых тел после отделения в течение длительного промежутка времени.

Список литературы

1. Коровин В.В., Попов А.В., Усюкин В.И. Динамика неуправляемого разворачивания космической тросовой связки // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2012. Спец. вып. С. 33-40.
2. Коровин В.В., Попов А.В., Усюкин В.И. Кватернионные параметры Родрига-Гамильтона в модели космической тросовой связки // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2012. Спец. вып. С. 41-48.
3. Лукьянов Л.Г., Ширмин Г.И. Лекции по небесной механике: учеб. пособ. для вузов. Алматы: Эверо, 2009. 277 с.

4. Солодов А. В. Инженерный справочник по космической технике. М.: Воениздат, 1969. С. 87-92.
5. Шаргоровский С.А., Темнов А.Н. Траектории неуправляемого зонда с демпфирующим тросом // Инженерно-физический журнал. 2000. Т. 73, № 1. С. 86-89.
6. Иванов В.А., Ситарский Ю.С. Динамика полета системы гибко связанных космических объектов. М.: Машиностроение, 1986. 248 с.
7. Белецкий В.В., Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. М.: Наука, 1990. 336 с.
8. Bekey I. Tethers open new space options // Astronautics and Aeronautics. 1983. Vol. 21, no. 4. P. 32-40.
9. Bekey I. Applications of space tethers // Proc. of the 35th Int. Astronautical Congr. (Lausanne, Switzerland, 7-13 October 1984). Paper No. 84-436.
10. Carroll J.A. Tether application in space transportation // Astra Astronautica. 1986. Vol.13, no. 4. P. 165-174.
11. Tethers in space handbook / M.L. Cosmo, E.C. Lorenzini, eds. 3rd ed. Smithsonian Astrophysical Observatory, December 1997.
12. Феоктистов К.П. Космическая техника. Перспективы развития. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997. 172 с.
13. Усюкин В.И. Строительная механика конструкций космической техники: учебник для студентов втузов. М.: Машиностроение, 1988. 392 с.
14. Светлицкий В.А. Механика гибких стержней и нитей. М.: Машиностроение. 1978. 221 с.

Analysis and modeling of worst-case situations during uncontrolled deployment of space cable system

12, December 2013

DOI: 10.7463/1213.0633253

Popov A.V.

Bauman Moscow State Technical University, 105005, Moscow, Russian Federation

bbee-popov@yandex.ru

Different variants of worst-case situations involving space cable systems of small length during uncontrolled deployment were considered in this paper. As a rule, these situations are caused by an abrupt change in the tensile force of the cable. This leads, depending on the flick, to a springing of the end-bodies and their return motion with the risk of collision, or to a break of the cable system, followed by independent movement of the end-bodies. In addition, worst-case situations may be caused by collisions of the cable with micrometeorites or debris objects that are likely to lead to a sudden breakage. In examples, development of the discussed situations was analyzed; absence of collisions in cases of dangerous approaching of end-bodies was demonstrated. It was proposed to introduce design features for increasing safety of uncontrolled deployment in potentially dangerous situations. Analytical and numerical methods were used for solving the motion problem after separation. Analytical solution of simultaneous motion of two bodies in orbit was used for extracting information about the distance between bodies during their motion. Numerical solution uses a model of the cable system in the form of a chain of weighty material points connected by viscoelastic links. In this model there are solid end-bodies; presence of end friction dampers is also simulated; influence of the Earth non-sphericity and atmospheric drag was taken into account. With the use of numerical solutions a set of trajectories was obtained; cases of dangerous approaching of end-bodies were demonstrated. For such situations it was suggested that cable sections with regulated break force should be used. Forms and motion trajectories of developed cable systems were presented. Methods used in this paper can be applied to planning and justifying safety of spacecraft flights with uncontrolled deployment of the space cable system.

Publications with keywords: [space tether system](#), [space tether system distraction](#), [worst-case situations](#)

Publications with words: [space tether system](#), [space tether system distraction](#), [worst-case situations](#)

References

1. Korovin V.V., Popov A.V., Usyukin V.I. Dinamika neupravlyаемого razvertyvaniya kosmicheskoy trosovoy svyazki [Dynamics of uncontrollable deployment of a tethered satellite system]. *Vestnik MGTU im. Baumana. Ser. Mashinostroenie*. [Bulletin of the Bauman MSTU. Ser. Mechanical Engineering], 2012, spec. iss., pp. 33-40.
2. Korovin V.V., Popov A.V., Usyukin V.I. Kvaternionnye parametry Rodriga-Gamil'tona v modeli kosmicheskoy trosovoy svyazki [Rodrigue–Hamilton quaternion parameters in a model of tethered satellite system]. *Vestnik MGTU im. Baumana. Ser. Mashinostroenie*. [Bulletin of the Bauman MSTU. Ser. Mechanical Engineering], 2012, spec. iss., pp. 41-48.
3. Luk'yanov L.G., Shirmin G.I. *Lektsii po nebesnoy mekhanike* [Lectures on celestial mechanics]. Almaty, Evero, 2009. 277 p.
4. Solodov A. V. *Inzhenernyy spravochnik po kosmicheskoy tekhnike* [Engineering Handbook of Space Technology]. Moscow, Voenizdat, 1969, pp. 87-92.
5. Shargorovskiy S.A., Temnov A.N. Traektorii neupravlyаемого zonda s dempfiruyushchim trosom [Trajectories of an unguided probe with a damping cable]. *Inzhenerno-fizicheskyy zhurnaly*, 2000, vol. 73, no. 1, pp. 86-89. (English translation: *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2000, vol. 73, iss. 1, pp. 83-86. DOI: 10.1007/BF02681681).
6. Ivanov V.A., Sitarskiy Yu.S. *Dinamika poleta sistemy gibko svyazannykh kosmicheskikh ob"ektov* [Flight dynamics of system of flexibly connected space objects]. Moscow, Mashinostroenie, 1986. 248 p.
7. Beletskiy V.V., Levin E.M. *Dinamika kosmicheskikh trosovykh sistem* [Dynamics of space tether systems]. Moscow, Nauka, 1990. 336 p.
8. Bekey I. Tethers open new space options. *Astronautics and Aeronautics*, 1983, vol. 21, no. 4, pp. 32-40.
9. Bekey I. Applications of space tethers. In: *Proc. of the 35th Int. Astronautical Congr.*, Lausanne, Switzerland, 7-13 October 1984, paper no. 84-436.
10. Carroll J.A. Tether application in space transportation. *Astra Astronautica*, 1986, vol.13, no. 4, pp. 165-174.
11. Cosmo M. L., Lorenzini E.C., eds. *Tethers in Space Handbook*. 3rd ed. Smithsonian Astrophysical Observatory, December 1997.
12. Feoktistov K.P. *Kosmicheskaya tekhnika. Perspektivy razvitiya* [Space technology. Prospects of development]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 1997. 172 p.
13. Usyukin V.I. *Stroitel'naya mekhanika konstruksiy kosmicheskoy tekhniki* [Structural mechanics of constructions of space technology]. Moscow, Mashinostroenie, 1988. 392 p.
14. Svetlitskiy V.A. *Mekhanika gibkikh sterzhney i nitey* [Mechanics of flexible rods and filaments]. Moscow, Mashinostroenie. 1978. 221 p.