НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ МГТУ ИМ. Н. Э. БАУМАНА

НАУКА и ОБРАЗОВАНИЕ

Эл № ФС77 - 48211. Государственная регистрация №0421200025. ISSN 1994-0408

электронный научно-технический журнал

Отслеживание программного изменения угла атаки для продольной динамики ракеты класса «воздух-воздух» с помощью метода обхода интегратора

11, ноябрь 2013

DOI: 10.7463/1113.0622518

Голубев А. Е.

УДК 519.71

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

mathmod@bmstu.ru

Введение

Задаче синтеза автоматического управления летательными аппаратами на основе нелинейных моделей в последние десятилетия уделяется большое внимание. Учет нелинейностей модели при моделировании полетных режимов современных самолетов и ракет часто играет принципиальную роль [1]. Так, например, для перехвата быстро движущейся и высоко маневренной воздушной цели от системы автоматического управления ракеты в любом полетном режиме требуется быстро и с высокой точностью отслеживать сигналы, генерируемые системой наведения на цель, что приводит к необходимости использования нелинейных моделей и алгоритмов управления [1, 2, 3, 4].

Для перехвата движущейся цели системе автоматического управления ракеты класса «воздух-воздух» необходимо отслеживать программное изменение ускорения, направленного в направлении нормали к вектору скорости ракеты, формируемое системой наведения на цель. Для продольной динамики ракеты задача отслеживания ускорения, нормального к вектору скорости, как правило, решается при помощи отслеживания соответствующего программного изменения угла атаки [3, 4, 5, 6].

В настоящей работе для продольной динамики ракеты класса «воздух-воздух» представлено решение задачи отслеживания программного изменения угла атаки при помощи метода обхода интегратора [7]. В отличие от работы [4] рассмотрена более подробная модель продольной динамики, учитывающая динамику управляющих органов ракеты, а также зависимость аэродинамических коэффициентов от модуля угла атаки.

В разд. 1 описывается нелинейная модель продольной динамики ракеты, выводятся уравнения, характеризующие динамику угла атаки, и формулируется задача отслеживания программного изменения угла атаки. В разд. 2 осуществлен синтез нелинейного управления с использованием метода обхода интегратора. В разд. 3 приводятся результаты численного моделирования замкнутой управлением системы.

1. Модель движения и постановка задачи

Рассматривается продольная динамика ракеты как твердого тела при условии, что центр давления совпадает с центром масс, масса ракеты постоянна, сила тяги двигателя равна нулю, органы управления расположены в хвостовой части ракеты. Предполагается, что угол крена, угол бокового скольжения, а также угловые скорости по крену и рысканью равны нулю. Силы, действующие на корпус ракеты, и используемые для описания движения системы координат приведены на рис. 1. Уравнения движения ракеты записываются следующим образом [1, 2]:

$$
\begin{cases}
\dot{u} = \dfrac{1}{m}\big(L\sin\alpha - D\cos\alpha\big) - g\sin\theta - qw, \\
\dot{w} = -\dfrac{1}{m}\big(L\cos\alpha + D\sin\alpha\big) + g\cos\theta + qu, \\
\dot{q} = \dfrac{M_y}{I_y}, \\
\dot{\theta} = q, \\
\dot{x} = V\cos\gamma, \\
\dot{z} = V\sin\gamma,
\end{cases} \tag{1}
$$

где u и w — проекции вектора скорости $\bar{V}$ на оси O_bx_b и O_bz_b системы координат $x_bO_bz_b$, жестко связанной с корпусом ракеты и началом в центре масс; $V = \sqrt{u^2 + w^2}$ — скорость ракеты; α — угол атаки, определяемый равенством $\operatorname{tg}\alpha = w/u$; $\gamma = \theta - \alpha$ — угол наклона траектории; θ — угол тангажа; q —

угловая скорость по тангажу; L — аэродинамическая подъемная сила; D — аэродинамическая сила сопротивления; M_y — аэродинамический момент; x, z — координаты центра масс корпуса ракеты в земной системе координат xOz; m — масса ракеты; I_y — момент инерции ракеты; g — ускорение свободного падения; δ — угол отклонения хвостовых стабилизаторов.

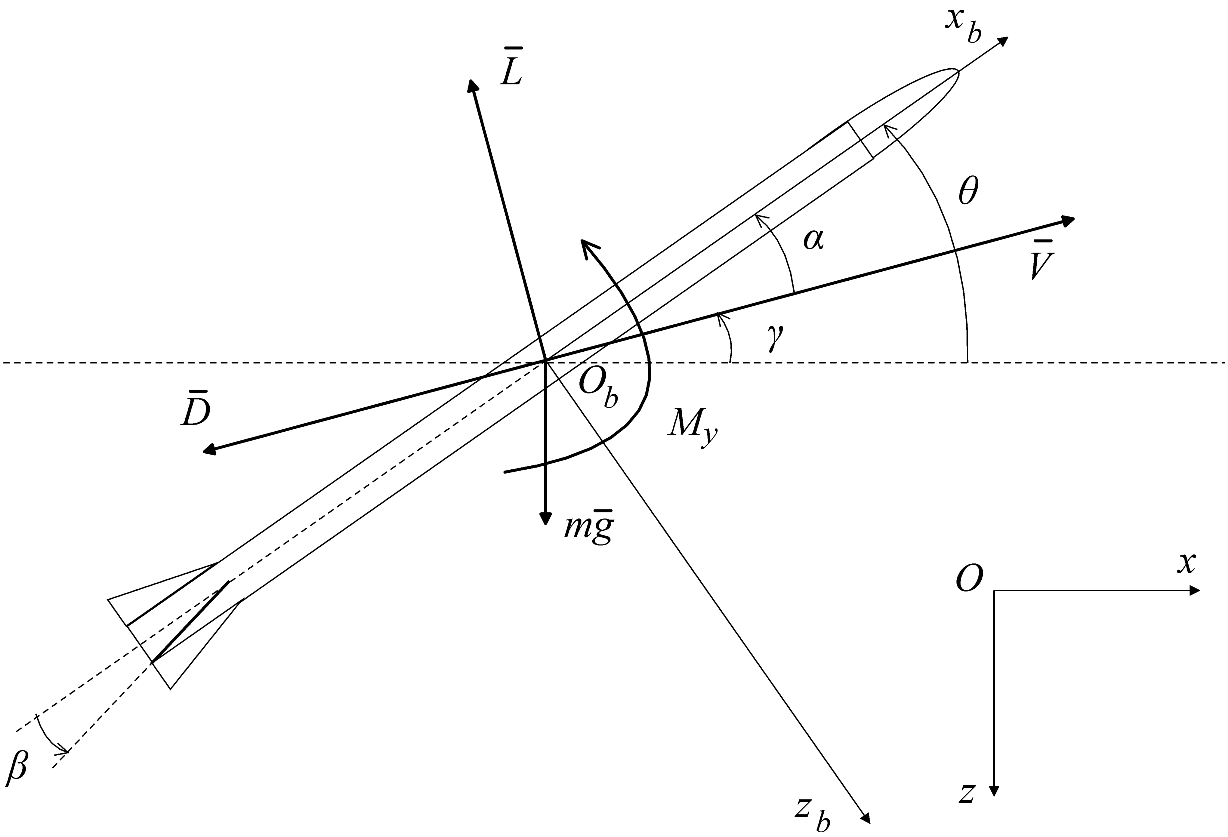

Рис. 1. Силы и момент, действующие на корпус ракеты

Аэродинамические силы и момент, действующие на корпус ракеты, имеют вид

$$L = QSC_L(\alpha, M, \delta), \quad D = QSC_D(\alpha, M, \delta), \quad M_y = QSdC_m(\alpha, M, \delta, q), \quad (2)$$

где $Q = \frac{1}{2}\varrho V^2$ — динамическое давление; ϱ — плотность атмосферы, как функция высоты; $M = \frac{V}{a}$ — число Маха; a — скорость звука; S — расчетная площадь; d — расчетное расстояние. Аэродинамические коэффициенты $C_L(\alpha, M, \delta)$, $C_D(\alpha, M, \delta)$, $C_m(\alpha, M, \delta, q)$ записываются следующим образом [2, 5, 6]:

$$\begin{aligned} &C_L = -C_z \cos\alpha, \quad C_D = C_{D_0} - C_z \sin\alpha, \\ &C_m = a_m\alpha^3 + b_m\alpha|\alpha| + c_m\Big(-7 + \frac{8M}{3}\Big)\alpha + d_m\delta + e_m q, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$C_z = a_n\alpha^3 + b_n\alpha|\alpha| + c_n\Big(2 - \frac{M}{3}\Big)\alpha + d_n\delta,$$

а C_{D_0}, a_n, b_n, c_n, d_n, a_m, b_m, c_m, d_m, e_m — некоторые постоянные.

В качестве управляющего воздействия рассмотрим угол δ отклонения хвостовых стабилизаторов ракеты. Уравнение, описывающее динамику органов управления, имеет вид [1, 5]:

$$\dot{\delta} = \frac{1}{\tau_a}(\delta_c - \delta), \tag{4}$$

где τ_a — некоторая положительная константа; δ_c — управление.

Требуется найти закон управления δ_c, при котором отслеживается задаваемое системой наведения на цель программное изменение $\alpha_r(t)$ угла атаки,т.е.

$$|\alpha(t) - \alpha_r(t)| \to 0 \ \text{ при } \ t \to +\infty.$$

Предположим, что функция $\alpha_r(t)$, а также функции $\dot{\alpha}_r(t)$ и $\ddot{\alpha}_r(t)$ кусочно гладкие и ограничены при всех $t \geq 0$. С учетом соотношений

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{w}{u}, \quad \sin\alpha = \frac{w}{\sqrt{u^2 + w^2}}, \quad V = \sqrt{u^2 + w^2}, \quad M = \frac{V}{a}, \quad \gamma = \theta - \alpha$$

производная по времени функции $z_1 = \alpha - \alpha_r(t)$ в силу системы (1) имеет вид

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 = \frac{1}{1 + \frac{w^2}{u^2}}\,\frac{\dot{w}u - \dot{u}w}{u^2} - \dot{\alpha}_r(t) = \\
= \frac{ua_z - wa_x + ug\cos\theta + wg\sin\theta + q(u^2 + w^2)}{u^2 + w^2} - \dot{\alpha}_r(t) = \\
= \frac{a_z\cos\alpha - a_x\sin\alpha}{Ma} + \frac{g\cos\alpha\cos\theta + g\sin\alpha\sin\theta}{Ma} + q - \dot{\alpha}_r(t) = \\
= \frac{a_z\cos\alpha - a_x\sin\alpha}{Ma} + \frac{g\cos\gamma}{Ma} + q - \dot{\alpha}_r(t) = \\
= -\frac{L}{mMa} + \frac{g\cos\gamma}{Ma} + q - \dot{\alpha}_r(t),
\end{aligned} \tag{5}$$

где

$$a_z = -\frac{1}{m}\big(L\cos\alpha + D\sin\alpha\big), \quad a_x = \frac{1}{m}\big(L\sin\alpha - D\cos\alpha\big).$$

Отметим, что величины a_x и a_z представляют собой соответственно ускорения вдоль осей координат $O_b x_b$ и $O_b z_b$ без учета силы тяжести.

Стандартной моделью динамического давления является следующее соотношение [2, 5, 6]:

$$Q = 0{,}7 P_0 M^2, \tag{6}$$

где P_0 — статическое давление. С учетом равенств (2), (3) и (6) из (5) получаем

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 = -\frac{QSC_L(\alpha, M, \delta)}{mMa} + \frac{g\cos\gamma}{Ma} + q - \dot{\alpha}_r(t) = \\
= \frac{QSC_z(\alpha, M, \delta)\cos\alpha}{mMa} + \frac{g\cos\gamma}{Ma} + q - \dot{\alpha}_r(t) = \\
= \frac{0{,}7P_0S}{ma} C_z(\alpha, M, \delta) M\cos\alpha + \frac{g\cos\gamma}{Ma} + q - \dot{\alpha}_r(t) = \\
= \frac{0{,}7P_0S}{ma}\left(a_n\alpha^3 + b_n\alpha|\alpha| + c_n\left(2 - \frac{M}{3}\right)\alpha\right) M\cos\alpha + \\
+ \frac{0{,}7P_0Sd_n}{ma} M\delta\cos\alpha + \frac{g\cos\gamma}{Ma} + q - \dot{\alpha}_r(t).
\end{aligned}$$

Таким образом, динамика ошибки $z_1 = \alpha - \alpha_r(t)$ отслеживания заданного программного изменения угла атаки описывается уравнением

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 = \frac{0{,}7P_0S}{ma}\left(a_n\alpha^3 + b_n\alpha|\alpha| + c_n\left(2 - \frac{M}{3}\right)\alpha\right) M\cos\alpha + \\
+ \frac{0{,}7P_0Sd_n}{ma} M\delta\cos\alpha + \frac{g\cos\gamma}{Ma} + q - \dot{\alpha}_r(t).
\end{aligned} \tag{7}$$

Отметим, что в этом уравнении слагаемые

$$\frac{0.7P_0Sd_n}{ma} M\delta\cos\alpha, \qquad \frac{g\cos\gamma}{Ma} \tag{8}$$

описывают непосредственное воздействие соответственно управляющих органов ракеты и силы тяжести на динамику угла атаки.

В силу физического смысла [3, 4, 5, 6] для простоты синтеза далее будем рассматривать уравнение (7) без слагаемых (8), а также предполагать, что скорость V ракеты и, следовательно, число Маха M являются постоянными. Тогда динамика угла атаки определяется следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \dfrac{0{,}7P_0S}{ma}\Big(a_n\alpha^3 + b_n\alpha|\alpha| + c_n\Big(2 - \dfrac{M}{3}\Big)\alpha\Big)M\cos\alpha + q, \\ \dot{q} = \dfrac{0{,}7P_0Sd}{I_y}M^2\Big(a_m\alpha^3 + b_m\alpha|\alpha| + c_m\Big(-7 + \dfrac{8M}{3}\Big)\alpha + e_mq\Big) + \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad + \dfrac{0{,}7P_0Sdd_m}{I_y}M^2\delta, \\ \dot{\delta} = \dfrac{1}{\tau_a}(\delta_c - \delta). \end{cases} \tag{9}$$

2. Синтез стабилизирующего управления

Для решения задачи отслеживания программного изменения угла атаки воспользуемся методом обхода интегратора [7]. Основная идея метода состоит в построении функции Ляпунова замкнутой системы одновременно с синтезом обратной связи, используя нижнетреугольный вид уравнений системы [7].

Для синтеза управления рассмотрим сначала функцию

$$V_1(z_1) = \frac{1}{2}z_1^2,$$

где $z_1 = \alpha - \alpha_r(t)$. Введем обозначение $z_2 = q - \nu_1(\alpha, \alpha_r(t), \dot{\alpha}_r(t))$, где $\nu_1(\cdot)$ — некоторая непрерывно дифференцируемая функция своих аргументов, определяемая далее. Производная по времени функции $V_1(z_1)$ в силу системы (9) имеет вид

$$\dot{V}_1 = z_1\dot{z}_1 = z_1\Big(\frac{0{,}7P_0S}{ma}\Big(a_n\alpha^3 + b_n\alpha|\alpha| + c_n\Big(2 - \frac{M}{3}\Big)\alpha\Big)\cos\alpha + q - \dot{\alpha}_r(t)\Big) =$$
$$= z_1\Big(\frac{0{,}7P_0S}{ma}\Big(a_n\alpha^3 + b_n\alpha|\alpha| + c_n\Big(2 - \frac{M}{3}\Big)\alpha\Big)M\cos\alpha + z_2 + \nu_1 - \dot{\alpha}_r(t)\Big).$$

Выбрав

$$\nu_1(\alpha, \alpha_r(t), \dot{\alpha}_r(t)) =$$
$$= -\frac{0{,}7P_0S}{ma}\Big(a_n\alpha^3 + b_n\alpha|\alpha| + c_n\Big(2 - \frac{M}{3}\Big)\alpha\Big)M\cos\alpha + \dot{\alpha}_r(t) - c_1z_1,$$

где $c_1 > 0$ — произвольная положительная константа, получим

$$\dot{V}_1 = -c_1z_1^2 + z_1z_2.$$

Далее рассмотрим функцию

$$V_2(z_1, z_2) = V_1(z_1) + \frac{1}{2} z_2^2.$$

Для удобства используем обозначение $z_3 = \delta - \nu_2(\alpha, q, \alpha_r(t), \dot{\alpha}_r(t), \ddot{\alpha}_r(t))$, где $\nu_2(\cdot)$ — некоторая непрерывно дифференцируемая функция своих аргументов, определяемая далее. Производная по времени функции $V_2(z_1, z_2)$ в силу системы (9) имеет вид

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + z_2 \dot{z}_2 = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 +{}\\ + z_2 \Big(\frac{0{,}7 P_0 S d}{I_y} M^2 \Big(a_m \alpha^3 + b_m \alpha |\alpha| + c_m \Big(-7 + \frac{8M}{3} \Big) \alpha + e_m q \Big) +{}\\ + \frac{0{,}7 P_0 S d d_m}{I_y} M^2 \delta - \frac{\partial \nu_1}{\partial \alpha} \dot{\alpha} - \ddot{\alpha}_r(t) - c_1 \dot{\alpha}_r(t) \Big) = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 +{}\\ + z_2 \Big(\frac{0{,}7 P_0 S d}{I_y} M^2 \Big(a_m \alpha^3 + b_m \alpha |\alpha| + c_m \Big(-7 + \frac{8M}{3} \Big) \alpha + e_m q \Big) +{}\\ + \frac{0{,}7 P_0 S d d_m}{I_y} M^2 z_3 + \frac{0{,}7 P_0 S d d_m}{I_y} M^2 \nu_2 - \frac{\partial \nu_1}{\partial \alpha} \dot{\alpha} - \ddot{\alpha}_r(t) - c_1 \dot{\alpha}_r(t) \Big). \quad (10)\end{aligned}$$

Заметим, что слагаемое $-\frac{\partial \nu_1}{\partial \alpha} \dot{\alpha}$ в выражении (10) может быть записано следующим образом:

$$-\frac{\partial \nu_1}{\partial \alpha} \dot{\alpha} = \Phi(\alpha) + \frac{1{,}4 P_0 S b_n}{m a} M |\alpha| q \cos \alpha,$$

где функция $\Phi(\alpha)$ непрерывно дифференцируема всюду, где определена, а оставшаяся часть не является дифференцируемой по α в точке $\alpha = 0$.

Выберем

$$\begin{aligned}\nu_2(\alpha, q, \alpha_r(t), \dot{\alpha}_r(t), \ddot{\alpha}_r(t)) ={}\\ = \frac{I_y}{0{,}7 P_0 S d d_m M^2} \Big(-\frac{0{,}7 P_0 S d}{I_y} M^2 \Big(a_m \alpha^3 + b_m \alpha |\alpha| + c_m \Big(-7 + \frac{8M}{3} \Big) \alpha + e_m q \Big) -{}\\ - \Phi(\alpha) - \frac{1{,}4 P_0 S b_n}{m a} M \Gamma(\alpha) q \cos \alpha + \ddot{\alpha}_r(t) + c_1 \dot{\alpha}_r(t) - z_1 - c_2 z_2 -{}\\ - d_1 \Big(\frac{1{,}4 P_0 S b_n}{m a} M q \cos \alpha \Big)^2 z_2 \Big),\end{aligned}$$

где $c_2 > 0$ и $d_1 > 0$ — произвольные положительные константы, а функция $\Gamma(\alpha)$ имеет вид

$$\Gamma(\alpha) = \begin{cases} |\alpha|, & |\alpha| \geq \varepsilon; \\ \dfrac{\alpha^2}{2\varepsilon} + \dfrac{\varepsilon}{2}, & |\alpha| < \varepsilon. \end{cases}$$

Здесь $\varepsilon > 0$ — произвольный фиксированный положительный параметр. Заметим, что функция $\Gamma(\alpha)$ является непрерывно дифференцируемой всюду, где определена.

Тогда для производной по времени функции $V_2(z_1, z_2)$ в силу системы (9) справедлива следующая оценка:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \frac{0{,}7 P_0 S d d_m}{I_y} M^2 z_2 z_3 - d_1 \Big(\frac{1{,}4 P_0 S b_n}{ma} M q \cos\alpha\Big)^2 z_2^2 + \\
&+ \frac{1{,}4 P_0 S b_n}{ma} M z_2 (|\alpha| - \Gamma(\alpha)) q \cos\alpha = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \frac{0{,}7 P_0 S d d_m}{I_y} M^2 z_2 z_3 - \\
&- \Bigg(d_1 \Big(\frac{1{,}4 P_0 S b_n}{ma} M q \cos\alpha\Big)^2 z_2^2 - \frac{1{,}4 P_0 S b_n}{ma} M z_2 (|\alpha| - \Gamma(\alpha))\, q \cos\alpha + \\
&+ \frac{(|\alpha| - \Gamma(\alpha))^2}{4 d_1} \Bigg) + \frac{(|\alpha| - \Gamma(\alpha))^2}{4 d_1} = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \frac{0{,}7 P_0 S d d_m}{I_y} M^2 z_2 z_3 - \\
&- \Bigg(\sqrt{d_1} \Big(\frac{1{,}4 P_0 S b_n}{ma} M q \cos\alpha\Big) z_2 - \frac{|\alpha| - \Gamma(\alpha)}{2\sqrt{d_1}} \Bigg)^2 + \frac{(|\alpha| - \Gamma(\alpha))^2}{4 d_1} \leq \\
&\leq -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \frac{07{,}P_0 S d d_m}{I_y} M^2 z_2 z_3 + \frac{(|\alpha| - \Gamma(\alpha))^2}{4 d_1}.
\end{aligned}$$

Чтобы найти стабилизирующее управление δ_c, рассмотрим функцию

$$V_3(z_1, z_2, z_3) = V_2(z_1, z_2) + \frac{1}{2} z_3^2 > 0.$$

Оценка сверху для производной по времени функции $V_3(z_1, z_2, z_3)$ в силу системы (9) имеет вид

$$\begin{aligned}
\dot{V}_3 &\leq -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \frac{0{,}7 P_0 S d d_m}{I_y} M^2 z_2 z_3 + \frac{(|\alpha| - \Gamma(\alpha))^2}{4 d_1} + z_3 \dot{z}_3 = \\
&= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \frac{0{,}7 P_0 S d d_m}{I_y} M^2 z_2 z_3 + \frac{(|\alpha| - \Gamma(\alpha))^2}{4 d_1} + \\
&+ z_3 \Big(\frac{1}{\tau_a} \delta_c - \frac{1}{\tau_a} \delta - \frac{\partial \nu_2}{\partial \alpha} \dot{\alpha} - \frac{\partial \nu_2}{\partial q} \dot{q} - \frac{\partial \nu_2}{\partial \alpha_r} \dot{\alpha}_r(t) - \frac{\partial \nu_2}{\partial \dot{\alpha}_r} \ddot{\alpha}_r(t) - \frac{\partial \nu_2}{\partial \ddot{\alpha}_r} \alpha_r^{(3)}(t) \Big).
\end{aligned}$$

Выбрав

$$\delta_c = \tau_a\left(\frac{1}{\tau_a}\delta + \frac{\partial\nu_2}{\partial\alpha}\dot{\alpha} + \frac{\partial\nu_2}{\partial q}\dot{q} + \frac{\partial\nu_2}{\partial\alpha_r}\dot{\alpha}_r(t) + \frac{\partial\nu_2}{\partial\dot{\alpha}_r}\ddot{\alpha}_r(t) + \right.$$
$$\left. + \frac{\partial\nu_2}{\partial\ddot{\alpha}_r}\alpha_r^{(3)}(t) - \frac{0{,}7P_0Sdd_m}{I_y}M^2z_2 - c_3z_3\right), \quad (11)$$

где $c_3 > 0$ — произвольная положительная константа, получим

$$\dot{V}_3 = -c_1z_1^2 - c_2z_2^2 - c_3z_3^2 + \frac{(|\alpha| - \Gamma(\alpha))^2}{4d_1} =$$
$$= -c_1z_1^2 - c_2z_2^2 - c_3z_3^2 + \frac{|\Delta|^2}{4d_1}, \quad (12)$$

где $\Delta = |\alpha| - \Gamma(\alpha)$.

В переменных

$$\begin{cases} z_1 = \alpha - \alpha_r(t), \\ z_2 = q - \nu_1(\alpha, \alpha_r(t),\ \dot{\alpha}_r(t)), \\ z_3 = \delta - \nu_2(\alpha, q, \alpha_r(t), \dot{\alpha}_r(t), \ddot{\alpha}_r(t)) \end{cases} \quad (13)$$

система (9) запишется следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -c_1z_1 + z_2, \\ \dot{z}_2 = -c_2z_2 - z_1 + \dfrac{0{,}7P_0Sdd_m}{I_y}M^2z_3 - \\ \qquad -d_1\Big(\dfrac{1{,}4P_0Sb_n}{ma}Mq\cos\alpha\Big)^2z_2 + \dfrac{1{,}4P_0Sb_n}{ma}M\Delta q\cos\alpha, \\ \dot{z}_3 = -\dfrac{07{,}P_0Sdd_m}{I_y}M^2z_2 - c_3z_3. \end{cases} \quad (14)$$

Из неравенства (12) следует, что динамическая система (14) обладает свойством устойчивости по отношению к возмущениям входа Δ [7, 8]. Тогда согласно работам [7, 8], если для некоторого положительного числа $D > 0$ при всех $t \geq 0$ выполнено неравенство $|\Delta(t)| \leq D$, то справедлива оценка $\|z(t)\| \leq E$ при всех $t \geq 0$. Здесь $E > 0$ — некоторая положительная постоянная, $z(t) = (z_1(t), z_2(t), z_3(t))^{\mathrm{T}}$ — произвольное решение динамической системы (14), $\|z(t)\| = \sqrt{z_1^2(t) + z_2^2(t) + z_3^2(t)}$. Кроме того, если $|\Delta(t)| \to 0$ при $t \to +\infty$, то, согласно работам [7, 8], имеет место асимптотическое поведение $\|z(t)\| \to 0$ при $t \to +\infty$ решений системы (14).

Заметим, что при всех ε, $0 < \varepsilon < +\infty$, и $\alpha \in \mathbb{R}$ справедливо неравенство

$$|\Delta| = ||\alpha| - \Gamma(\alpha)| \leq 2\varepsilon.$$

Следовательно, для любого $\alpha \in \mathbb{R}$ при $\varepsilon \to 0$ имеем $\Delta \to 0$. Тогда в силу свойства устойчивости системы (14) по отношению к возмущениям входа Δ из соотношений (13) следует, что при любом положительном ε для любого ограниченного при всех $t \geq 0$ программного изменения угла атаки $\alpha_r(t)$ такого, что $\dot{\alpha}_r(t)$ и $\ddot{\alpha}_r(t)$ ограничены при всех $t \geq 0$, и любого решения системы (9) с управлением (11) значение ошибки $z_1(t) = \alpha(t) - \alpha_r(t)$ отслеживания, а также значения переменных $q(t)$ и $\delta(t)$ ограничены при всех $t \geq 0$. Более того, при $\varepsilon \to 0$ выполнено $|\alpha(t) - \alpha_r(t)| \to 0$ при $t \to +\infty$.

3. Численное моделирование замкнутой системы

Результаты численного моделирования системы (1) с управлением (11) представлены на рис. 2 при следующих значениях параметров рассматриваемой системы и управления: $I_y = 247{,}43662\,\text{кг}\cdot\text{м}^2$; $d = 0{,}2286\,\text{м}$; $S = 0{,}0409\,\text{м}^2$; $m = 204{,}108$ кг; $g = 9{,}81\,\text{м/с}^2$; $a = 315{,}89472\,\text{м/с}$; $P_0 = 46600{,}284\,\text{Н/м}^2$; $\tau_a = 1/150\,\text{с}$; $a_n = 19{,}373$; $b_n = -31{,}023$; $c_n = -9{,}717$; $d_n = -1{,}948$; $C_{D_0} = 0{,}3$; $a_m = 40{,}440$; $b_m = -64{,}015$; $c_m = 2{,}922$; $d_m = -11{,}803$; $e_m = -1{,}719$; $c_1 = 5$; $c_2 = 5$; $c_3 = 5$; $d_1 = 1$; $\varepsilon = 0{,}01$. Отметим, что числовые значения параметров рассматриваемой модели соответствуют некоторой гипотетической ракете и приводятся, например, в работах [2, 5, 6, 3].

По результатам моделирования можно сделать вывод о высокой точности отслеживания рассмотренного программного изменения угла атаки, несмотря на использование для синтеза управления упрощенной модели без учета слагаемых, описывающих непосредственное воздействие управляющих органов и силы тяжести на динамику угла атаки.

Заключение

В настоящей работе для продольной динамики ракеты класса «воздух-воздух» рассмотрена задача отслеживания задаваемого системой наведения на цель программного изменения угла атаки. Синтез нелинейного управления

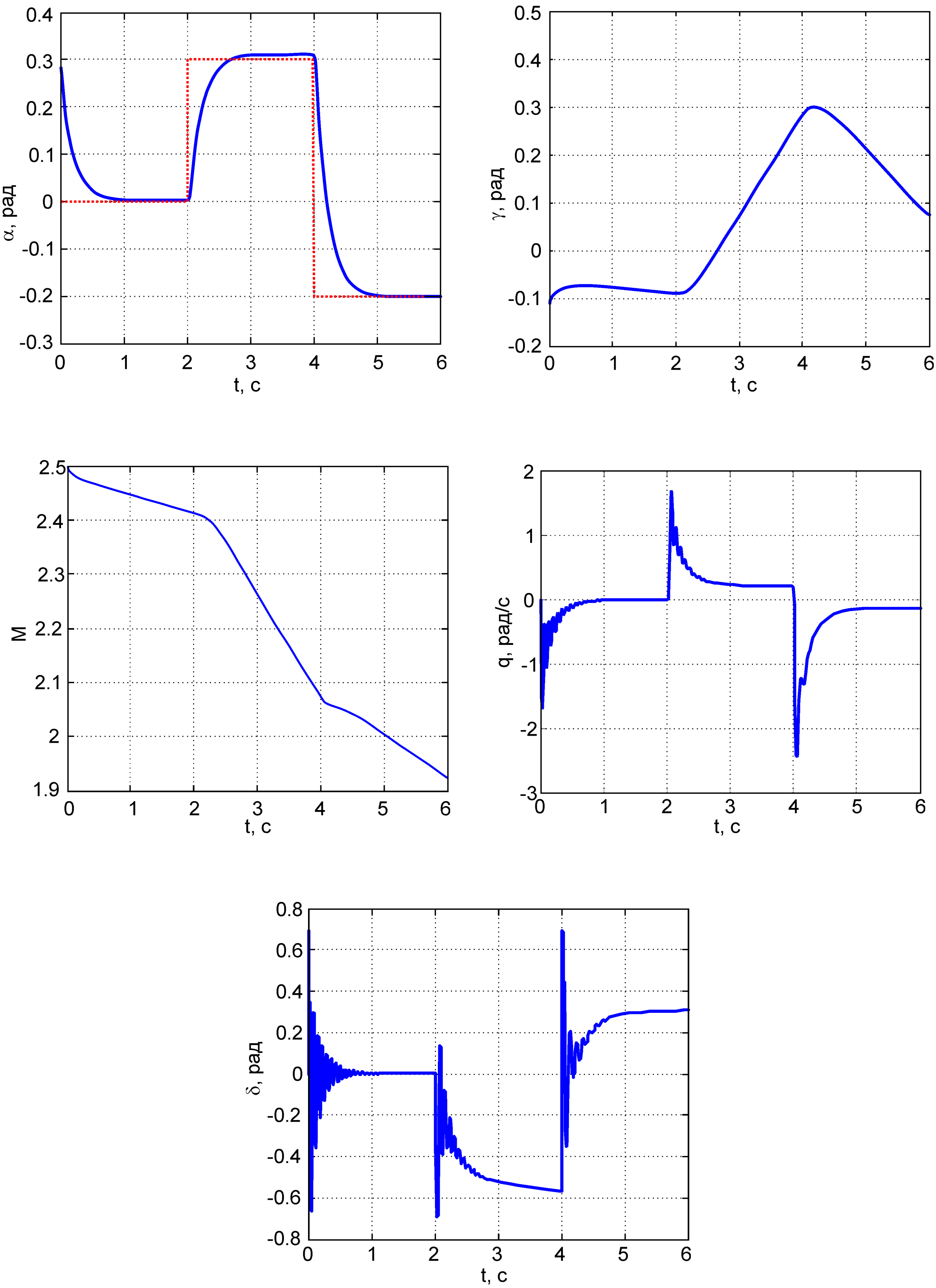

Рис. 2. Программное изменение угла атаки (пунктир) и переходные процессы системы (сплошная линия)

осуществлен при помощи метода обхода интегратора. В отличие от работы [4] решение задачи отслеживания получено для более подробной модели продольной динамики, учитывающей динамику управляющих органов ракеты, а также зависимость аэродинамических коэффициентов от модуля угла атаки.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 11-01-00733, 13-07-00736, 12-07-00267).

Список литературы

1. Menon P., Yousefpor M. Design of nonlinear autopilots for high angle of attack missiles // Guidance, Navigation, and Control Conference (San Diego, CA, July 29-31, 1996). AIAA, 1996. DOI:10.2514/6.1996-3913.
2. Xin M., Balakrishnan S.N. Missile longitudinal autopilot design using a new suboptimal nonlinear control method // IEEE Proc. Control Theory and Application. 2003. Vol. 150, no.6. P. 577–584. DOI: 10.1049/ip-cta:20030966.
3. Bahrami M., Ebrahimi B., Ansarifar G.R., Roshanian J. Sliding mode autopilot and observer design for a supersonic flight vehicle // Proc. 2nd International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics (ISSCAA 2008) (Shenzhen, 10-12 Dec. 2008). IEEE, 2008. P. 1–5. DOI: 10.1109/ ISSCAA.2008.4776375.
4. Fan J., Su Z. Missile longitudinal autopilot design using backstepping approach // Proc. 2010 IEEE Aerospace Conference (Big Sky, MT, 6-13 March 2010). IEEE, 2010. P. 1–8. DOI: 10.1109/AERO.2010.5446743.
5. Reichert R.T. Robust autopilot design using ?-synthesis // Proc. American Control Conference (San Diego, CA, 23-25 May 1990). IEEE, 1990. P. 2368–2373.
6. Reichert R.T. Dynamic scheduling of modern-robust-control autopilot designs for missiles // IEEE Control Systems. 1992. Vol. 12, no. 5. P. 35–42. DOI: 10.1109/37.158896.
7. Krstić M., Kanellakopoulos I., Kokotović P.V. Nonlinear and adaptive control design. New York: John Wiley & Sons, 1995. 563 p.
8. Sontag E.D. Smooth stabilization implies coprime factorization // IEEE Trans. on Autom. Control. 1989. Vol. 34, no. 4. P. 435–443. DOI: 10.1109/9.28018.

SCIENTIFIC PERIODICAL OF THE BAUMAN MSTU

SCIENCE and EDUCATION

EL № FS77 - 48211. №0421100025. ISSN 1994-0408

electronic scientific and technical journal

Tracking a process of scheduled change in the angle of attack for longitudinal dynamics of an air-to-air missile with the use of an integrator back-stepping method

11, November 2013

DOI: 10.7463/1113.0622518

Golubev A. E.

Bauman Moscow State Technical University
105005, Moscow, Russian Federation
mathmod@bmstu.ru

This paper deals with missile longitudinal dynamics control. The angle of attack tracking problem is considered. The stabilizing control law is synthesized using the integrator backstepping approach. The simplified missile dynamics model used for control synthesis include actuator dynamics. The aerodynamic polynomials dependence on absolute values of angle of attack is considered from a perspective of applying integrator backstepping. The reference angle of attack tracking is shown through simulation.

References

1. Menon P., Yousefpor M. Design of nonlinear autopilots for high angle of attack missiles. *Guidance, Navigation, and Control Conference*, San Diego, CA, July 29-31, 1996. AIAA, 1996. DOI: 10.2514/6.1996-3913.
2. Xin M., Balakrishnan S.N. Missile longitudinal autopilot design using a new suboptimal nonlinear control method. *IEEE Proc. Control Theory and Application*, 2003, vol. 150, no. 6, pp. 577–584. DOI: 10.1049/ip-cta:20030966.
3. Bahrami M., Ebrahimi B., Ansarifar G.R., Roshanian J. Sliding mode autopilot and observer design for a supersonic flight vehicle. *Proc. 2nd International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics (ISSCAA*

2008), Shenzhen, 10–12 Dec. 2008. IEEE, 2008, pp. 1–5. DOI: 10.1109/ISS-CAA.2008.4776375.

4. Fan J., Su Z. Missile longitudinal autopilot design using backstepping approach. *Proc. 2010 IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, MT, 6–13 March 2010. IEEE, 2010, pp. 1–8. DOI: 10.1109/AERO.2010.5446743.
5. Reichert R.T. Robust autopilot design using ?-synthesis. *Proc. American Control Conference*, San Diego, CA, 23–25 May 1990. IEEE, 1990, pp. 2368–2373.
6. Reichert R.T. Dynamic scheduling of modern-robust-control autopilot designs for missiles. *IEEE Control Systems*, 1992, vol. 12, no. 5, pp. 35–42. DOI: 10.1109/37.158896.
7. Krstić M., Kanellakopoulos I., Kokotović P.V. *Nonlinear and adaptive control design*. New York, John Wiley & Sons, 1995. 563 p.
8. Sontag E.D. Smooth stabilization implies coprime factorization. *IEEE Trans. on Autom. Control*, 1989, vol. 34, no. 4, pp. 435–443. DOI: 10.1109/9.28018.