НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ МГТУ ИМ. Н. Э. БАУМАНА

НАУКА и ОБРАЗОВАНИЕ

Эл № ФС77 - 48211. Государственная регистрация №0421200025. ISSN 1994-0408

электронный научно-технический журнал

О выборе базиса для моделирования движения провода ЛЭП методом Галеркина

09, сентябрь 2013

DOI: 10.7463/0913.0602290

Иванова О. А.

УДК 533.6.011

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

ivanovaolgaal@mail.ru

Введение

Известно, что провода воздушных линий электропередачи (ЛЭП), находящиеся под воздействием поперечного ветра, подвержены пляске (галопированию) — высокоамплитудным низкочастотным колебаниям [1]. Высокие динамические нагрузки, действующие на провода и арматуру ЛЭП при пляске, могут привести к их повреждению, поэтому в последние десятилетия активно разрабатываются алгоритмы и программы для численного моделирования аэроупругих колебаний проводов. Наиболее распространенным методом решения данной задачи является метод конечных элементов [2, 3], однако применяются также метод конечных разностей [4] и метод Галеркина [5].

Характер движения провода ЛЭП во многом определяется собственными формами и частотами его малых свободных колебаний. Поэтому при моделировании движения проводов решение часто ищется в виде разложения по собственным формам, при этом нахождение числа собственных форм, которые необходимо учитывать для получения качественно и количественно верного результата, является актуальной задачей. Известно [6], что в зависимости от тяжения первой собственной частоте колебаний провода в плоскости его начального провисания отвечает либо симметричная собственная форма, либо антисимметричная. По этой причине можно ожидать, что поведение провода в воздушном потоке в зависимости от тяжения будет иметь качественно различный характер. Однако в некоторых работах (например, [2]) в расчете используется лишь одна собственная форма, при этом неясно, каков будет результат расчета при использовании большего числа форм. В данной работе исследована зависимость параметров пляски провода ЛЭП в воздушном потоке от числа используемых базисных функций при решении задачи методом Галеркина.

1. Постановка задачи

В качестве модели провода принята модель абсолютно гибкого стержня (нити) [7], линейно упругого по отношению к растяжению. Его движение описывается уравнениями

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial \xi}\left(\dfrac{Q(\xi,\tau)}{1+Q(\xi,\tau)\alpha^{-1}}\dfrac{\partial x_i(\xi,\tau)}{\partial \xi}\right) + C_i + q_i^a(\xi,\tau) - \delta_{i3} - \dfrac{\partial^2 x_i(\xi,\tau)}{\partial \tau^2} = 0, \quad i = 1,2,3, \\ \left(\dfrac{\partial x_1(\xi,\tau)}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial x_2(\xi,\tau)}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial x_3(\xi,\tau)}{\partial \xi}\right)^2 = \left(1 + \dfrac{Q(\xi,\tau)}{\alpha}\right)^2. \end{cases} \tag{1}$$

Здесь введены следующие безразмерные параметры: $\xi \in [-0{,}5; 0{,}5]$ — дуговая координата на нерастянутом проводе; τ — время; $Q(\xi,\tau)$ — тяжение; α — жесткость на растяжение; $x_i(\xi,\tau)$, $i = 1,2,3$, — декартовы координаты точки провода (рис. 1); C_i — функция, зависящая от скорости движения провода и задающая внутреннее демпфирование; $q_i^a(\xi,\tau)$, $i = 1,2,3,$ — распределенная аэродинамическая сила. Ускорение свободного падения g направлено противоположно оси Ox_3 и его влияние в уравнениях (1) представлено слагаемым δ_{i3} (δ_{ij} — дельта Кронекера). При приведении к безразмерному виду величины, имеющие размерности длины, массы и силы, отнесены соответственно к длине, массе и весу провода; время отнесено к $\sqrt{L/g}$, где L — длина нерастянутого провода.

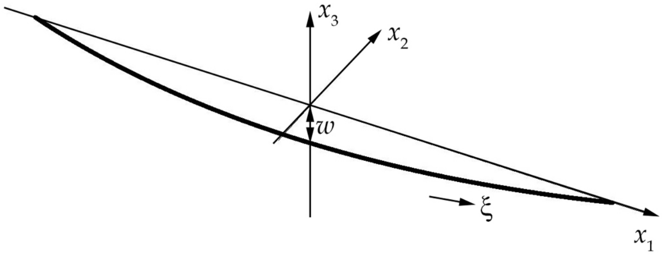

Рис. 1. Расчетная схема

В качестве начального условия для системы (1) принимается равновесное положение провода $x_{i0}(\xi)$, $i = 1,2,3$, и равновесное тяжение $Q_0(\xi)$ [8]. В дальнейшем будем искать решение в виде

$$x_i(\xi,\tau) = x_{i0}(\xi) + u_i(\xi,\tau), \quad i = 1,2,3, \quad Q(\xi,\tau) = Q_0(\xi) + \Delta Q(\xi,\tau),$$

где $u_i(\xi,\tau)$ и $\Delta Q(\xi,\tau)$ — отклонения от равновесной формы провода и равновесного тяжения соответственно. Концы провода считаются закрепленными неподвижно:

$$u_i(\pm 0{,}5,\tau) = 0, \quad i = 1,2,3.$$

2. Решение уравнений движения провода методом Галеркина

В соответствии с методом Галеркина отклонения провода от положения равновесия представляются в виде линейной комбинации некоторого набора базисных функций, в качестве которых целесообразно выбрать собственные формы малых свободных колебаний провода:

$$u_i(\xi,\tau) = \sum_{k=1}^{S_i} a_k^{(i)}(\tau)\varphi_k^{(i)}(\xi), \quad i = 1,2,3. \tag{2}$$

Здесь S_1, S_2, S_3 — число базисных функций. Такой подход позволяет, во-первых, корректно моделировать динамику провода, а во-вторых, задать внутреннее демпфирование в соответствии с общепринятым подходом пропорциональным частоте колебаний в виде

$$C_i(\xi, \tau) = 2\beta \sum_{k=1}^{S_i} \omega_k^{(i)} \frac{\partial a_k^{(i)}(\tau)}{\partial \tau} \varphi_k^{(i)}(\xi),$$

где β — коэффициент демпфирования; $\omega_k^{(i)}$ — k-я собственная частота колебаний в направлении оси Ox_i.

Изменение тяжения $\Delta Q(\xi, \tau)$ также представляется в виде линейной комбинации некоторого набора базисных функций, например, тригонометрических:

$$\Delta Q(\xi, \tau) = \sum_{k=1}^{S_Q} a_k^{(Q)}(\tau) \varphi_k^{(Q)}(\xi),$$

$$\varphi_1^{(Q)} = 1, \quad \varphi_2^{(Q)} = \sqrt{2} \sin 2\pi\xi, \quad \varphi_3^{(Q)} = \sqrt{2} \cos 2\pi\xi \quad \text{и т. д.}$$

Здесь S_Q — число базисных функций. Отметим, что при $S_Q = 1$ изменение тяжения будет постоянным вдоль пролета, как это предполагается, например, в работах [4, 5]: $\Delta Q(\xi, \tau) = a_1^{(Q)}(\tau)$. Заметим также, что в работе [4] равновесное тяжение Q_0 тоже считалось постоянным вдоль пролета.

3. Определение аэродинамической нагрузки

Для определения величины распределенной аэродинамической силы, действующей на провод, применим общепринятый подход, в соответствии с которым обтекание всех сечений провода считается плоскопараллельным, а удельная нагрузка в каждом конкретном сечении равна

$$(0, q_a^2, q_a^3)^{\mathrm{T}} = \frac{1}{2} \rho_{\text{возд}} b V_{\text{отн}}^2 (\boldsymbol{\tau}_V C_{xa}(\vartheta) + \boldsymbol{\nu}_V C_{ya}(\vartheta)),$$

где $\rho_{\text{возд}}$ — плотность воздуха; b — хорда (диаметр) провода; $V_{\text{отн}}$ — относительная скорость ветра для данного сечения; $\boldsymbol{\tau}_V$, $\boldsymbol{\nu}_V$ — орты, направленные вдоль $\boldsymbol{V}_{\text{отн}}$ и перпендикулярно ему; $C_{xa}(\vartheta)$, $C_{ya}(\vartheta)$ — стационарные аэродинамические коэффициенты профиля сечения, известные из эксперимента или расчета, зависящие от угла атаки ϑ — угла между вектором $\boldsymbol{V}_{\text{отн}}$ и хордой профиля.

Далее в расчетах приняты следующие зависимости аэродинамических коэффициентов профиля сечения провода от угла атаки (рис. 2): $C_{xa}(\vartheta) = 2{,}0 + 0{,}2 \cos \vartheta$, $C_{ya}(\vartheta) = -1{,}5 \sin 2\vartheta$. Данные зависимости в окрестности $\vartheta = 0$ количественно и качественно соответствуют аэродинамическим коэффициентам профиля с U-образным обледенением [3]. Кроме того, для выбранных зависимостей $C_{xa}(\vartheta)$ и $C_{ya}(\vartheta)$ в области $\vartheta \in [-0{,}37; 0{,}37]$ выполнено условие неустойчивости Глауэрта — Ден-Гартога $C_{xa}(\vartheta) + C'_{ya}(\vartheta) < 0$.

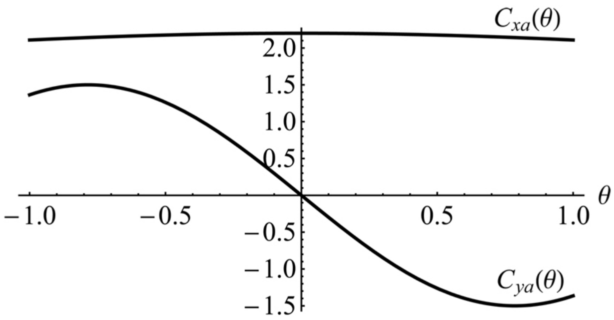

Рис. 2. Зависимости аэродинамических характеристик от угла атаки

4. Собственные частоты и формы малых колебаний провода

На рис. 3 приведены зависимости квадратов безразмерных собственных частот малых колебаний провода в плоскости начального провисания от стрелы провеса $w = |x_{30}(0)|$, обратно пропорциональной тяжению, при значении $\alpha = 6906$. Из графика видно, что при значении стрелы провеса $w \approx 0{,}022$ первая собственная форма меняется с симметричной (четной функции ξ) на антисимметричную (нечетная функция ξ). На рис. 4 для примера приведены две первые собственные формы колебаний в направлении оси Ox_3 при значениях стрелы провеса $w = 0{,}018$ и $w = 0{,}030$. Собственные формы найдены методом сагиттарной функции [9].

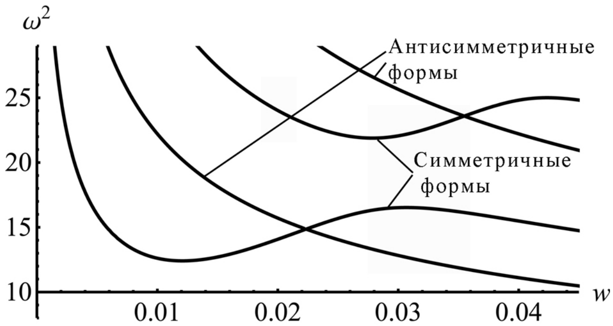

Рис. 3. Зависимость квадратов собственных частот от стрелы провеса

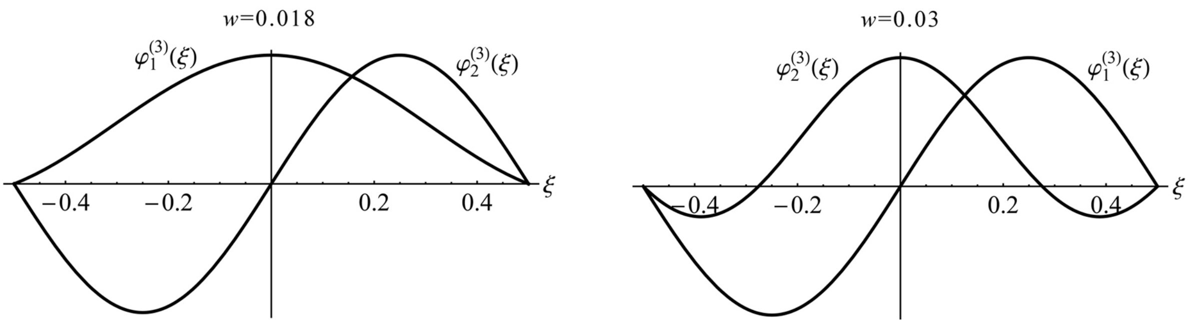

Рис. 4. Собственные формы $\varphi_1^{(3)}$ и $\varphi_2^{(3)}$

10.7463/0913.0602290

5. Результаты расчетов и их анализ

В расчетах с различным числом базисных функций для отклонений провода и его тяжения принималось, что жесткость провода на растяжение $\alpha = 6906$; стрела провеса принимала значения $w = 0{,}018$ и $w = 0{,}030$; число базисных функций для всех перемещений было одинаковым: $S_1 = S_2 = S_3 = S$.

В случае сравнительно малой стрелы провеса $w = 0{,}018$, когда тяжение велико и первая форма колебаний является симметричной, во всех расчетах была получена периодическая траектория движения провода; колебания представляли собой стоячую волну. В табл. 1 приведены значения удвоенной амплитуды (размаха) колебаний провода. Частота колебаний во всех расчетах была приближенно равна $13{,}2$, за исключением расчета при $S = S_Q = 1$, в котором она была близка к $13{,}1$.

Таблица 1. **Размах колебаний провода при малой стреле провеса**

	$S = 1$	$S = 2$	$S = 4$	$S = 6$	$S = 8$
$S_Q = 1$	0,0086	0,0086	0,0084	0,0083	0,0083
$S_Q = 3$	–	0,0086	0,0084	0,0084	0,0083

Приведенные в таблице данные показывают, что увеличение числа базисных функций приводит к незначительному, на 2-3 процента, уменьшению размаха колебаний. Частота колебаний практически не меняется. Проведенные расчеты демонстрируют, что при моделировании колебаний сильно натянутого провода достаточно использовать по одной базисной функции в каждом направлении.

В случае стрелы провеса $w = 0{,}030$ движение провода имеет качественно другой характер (табл. 2). Проведя расчет с одной базисной функцией в каждом направлении, можно, как и в предыдущем примере, получить движение в форме стоячей волны. Увеличение числа базисных функций до двух приводит к решению в форме бегущей волны. Дальнейшее увеличение числа базисных функций вид решения качественно не меняет, добавление третьей и четвертой форм колебаний приводит к уточнению решения на 38 %, пятой и шестой — еще на 7 %. Использование большего числа базисных функций представляется нецелесообразным, поскольку оно практически не оказывает влияния на решение. Количество S_Q базисных функций для тяжения провода должно быть согласовано с числом S базисных функций для перемещений.

Таблица 2. **Размах колебаний провода при увеличенной стреле провеса**

	$S = 2$	$S = 4$	$S = 6$	$S = 8$
$S_Q = 1$	0,0115	0,0086	0,0083	0,0054
$S_Q = 3$	0,0112	0,0086	0,0086	0,0073
$S_Q = 5$	0,0110	0,0081	0,0076	0,0076

Заключение

Проведенные расчеты показывают, что для корректного моделирования движения провода ЛЭП методом Галеркина одной базисной функции, как это делается во многих известных работах, в общем случае недостаточно. Это особенно актуально для пролетов ЛЭП с большими стрелами провеса и сравнительно малым тяжением. В этом случае колебания представляют собой суперпозицию бегущих волн и установившееся движение отдельных сечений провода не является периодическим. В то же время для сильно натянутых проводов колебания имеют вид стоячей волны, установившееся движение сечений провода — периодическое, и для описания колебаний провода достаточно использовать по одной базисной функции (собственной форме малых колебаний) в каждом направлении.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых — кандидатов наук (проект МК–6482.2012.8) и гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ (проект НШ-255.2012.8).

Список литературы

1. EPRI. Transmission Line Reference Book, Wind Induced Conductor Motion. Palo Alto (California): Electrical Power Research Institute, 1979. 255 p.
2. Desai Y.M., Yu P., Popplewell N., Shah A.H. Finite Element Modelling Of Transmission Line Galloping // Comp. and Struct. 1995. Vol. 57. P. 407–420.
3. Wang X., Lou W.-J. Numerical Approach to Galloping of Conductor // Proc. of the 7th Asia-Pacific Conference on Wind Engineering. Taipei, Taiwan, 2009. 8 p.
4. Сергей И.И., Виноградов А.А. Численное моделирование эксплуатационных статических и динамических режимов проводов ВЛ и кабелей // Электрические станции. 1998. № 1. С. 41–49.
5. Luongo A., Zulli D., Piccardo G. Analytical and Numerical Approaches to Nonlinear Galloping of Internally Resonant Suspended Cables // Journal of Sound and Vibration. 2008. Vol. 315, no. 3. P. 375–393.
6. Irvine H.M., Caughey T.K. The Linear Theory of Free Vibrations of a Suspended Cable // Proceedings of the Royal Society of London. Ser. A. 1974. Vol. 341. P. 299–315.
7. Светлицкий В.А. Механика абсолютно гибких стержней / Под ред. А.Ю. Ишлинского. М.: Изд-во МАИ, 2001. 432 с.
8. Иванова О.А. Приближенные методы определения собственных частот колебаний проводов многопролетных линий электропередач // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки. 2011. Спец. выпуск ««Прикладная математика»». С. 34–44.
9. Akulenko L., Nesterov S. High-precision methods in eigenvalue problems and their applications. Boca Raton, CRC Press, 2004. 235 p.

SCIENTIFIC PERIODICAL OF THE BAUMAN MSTU

SCIENCE and EDUCATION

EL № FS77 - 48211. №0421200025. ISSN 1994-0408

electronic scientific and technical journal

Choice of basis for simulation of ETL wire by the Galerkin method

09, September 2013

DOI: 10.7463/0913.0602290

Ivanova O. A.

Bauman Moscow State Technical University
105005, Moscow, Russian Federation
ivanovaolgaal@mail.ru

A problem of building a system of base functions suitable for solving motion equations of a wire by the Galerkin method was considered in this paper. Dependence of the peak-to-peak amplitude of oscillations on the number of base functions was studied by a test example. Two sets of wire parameters were considered; wire motion is qualitatively different for these sets. Use of one base function in each direction is reasonable for a taut wire and it leads to an error less than 4 %. For a slack wire usage of not less than six base functions is required for correct simulation of wire motion.

References

1. *EPRI Transmission Line Reference Book: Wind Induced Conductor Motion*. Palo Alto, California, Electrical Power Research Institute (EPRI), 1979. 255 p.
2. Desai Y.M., Yu P., Popplewell N., Shah A.H. Finite Element Modelling of Transmission Line Galloping. *Computers and Structures*, 1995, vol. 57, no. 3, pp. 407–420. DOI: 10.1016/0045-7949(94)00630-L.
3. Wang X., Lou W.-J. Numerical Approach to Galloping of Conductor. *Proc. of the 7th Asia-Pacific Conference on Wind Engineering*. Taipei, Taiwan, 2009. 8 p.
4. Sergey I.I., Vinogradov A.A. Chislennoe modelirovanie ekspluatatsionnykh staticheskikh i dinamicheskikh rezhimov provodov VL i kabeley [Numerical simulation of static and dynamic operation condition of wires of overhead lines and cables]. *Elektricheskie stantsii*, 1998, no. 1, pp. 41–49.
5. Luongo A., Zulli D., Piccardo G. Analytical and Numerical Approaches to Nonlinear Galloping of Internally Resonant Suspended Cables. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, vol. 315, no. 3, pp. 375–393.

6. Irvine H.M., Caughey T.K. The Linear Theory of Free Vibrations of a Suspended Cable. *Proceedings of the Royal Society of London. Ser. A*, 1974, vol. 341, pp. 299–315.
7. Svetlitskiy V.A. *Mekhanika absolyutno gibkikh sterzhney* [Mechanics of absolutely flexible rods]. Moscow, MAI Publ., 2001. 432 p.
8. Ivanova O.A. Priblizhennye metody opredeleniya sobstvennykh chastot kolebaniy provodov mnogoproletnykh liniy elektroperedach [Approximate methods to determine eigenfrequencies of wire oscillations in multi-span transmission lines]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennye nauki* [Herald of the Bauman MSTU. Ser. Natural science], 2011, spets. vyp. “Prikladnaya matematika” [spec. iss. “Applied mathematics”], pp. 34–44.
9. Akulenko L., Nesterov S. *High-precision methods in eigenvalue problems and their applications*. Boca Raton, CRC Press, 2004. 235 p.