

## **Эффект «застревания» и особенности движения ротора с маятниковыми автобалансирами**

# 08, август 2013

DOI: 10.7463/0813.0603673

Артюнин А. И.

УДК 62-752

Россия, Иркутский государственный университет путей сообщения  
[hunterr1@mail.ru](mailto:hunterr1@mail.ru)

**Введение.** В числе проблем, активно обсуждаемых в теоретических и инженерных аспектах, большое внимание уделяется разнообразным формам проявления вибрационных процессов, сопровождающих работу многих технологических машин [1, 2]. Поиск и разработка способов и средств устранения вибраций вращающихся деталей и силовых передач привели к созданию автоматизированных и автоматических технологий устранения статической и динамической неуравновешенности до заданного уровня [3÷5]. В меньшей степени внимание уделялось вопросам оценки форм и физическим особенностям синергетического плана и самоорганизации движений. Вместе с тем существуют многие виды технологических машин, в которых динамическая неуравновешенность является неотъемлемой формой взаимодействия исполнительных органов с рабочей средой [2,3÷6], что характерно, например, для оборудования по добыче и переработке полезных ископаемых, сельскохозяйственных и строительно-дорожных машин. В последние годы заметно возрос интерес к направлениям автобалансировки с использованием вращающихся маятниковых систем, обладающих проявлениями ряда динамических особенностей. Теоретической основой рассмотрения возникающих колебательных процессов в маятниковых системах стали работы [7÷9] отечественных ученых, предложивших методы исследования маятниковых систем в сложных динамических взаимодействиях.

### **I. Постановка задачи исследования**

Использование вращающихся маятников для уравнивания роторов, в частных проявлениях, освещалось в упомянутых выше работах, в том числе в работе [10], посвященной исследованиям ротора со статической неуравновешенностью и двумя

маятниками. Отметим, что при изучении динамических свойств были обнаружены особые режимы, которые могли бы быть названы эффектом «застревания». Жесткий ротор машины в этом случае вращается с рабочей скоростью, а маятники приобретают частоту вращения, совпадающую с одной из собственных частот колебаний ротора на упругих опорах. Целью настоящего исследования является изучение возможности существования эффекта при вращении жесткого ротора на упругих опорах, имеющего статическую и моментную неуравновешенность с четырьмя автобалансирами маятникового типа.

## **II. Особенности проведения эксперимента.**

Схема экспериментальной установки представлена на Рис. 1 и состоит из массивного ротора 1, закрепленного в корпусе 2 на упругих опорах 3. Каждая из опор представляет собой призматический резиновый элемент с запрессованной втулкой для размещения подшипников ротора. На корпусе упругие элементы фиксируются с помощью специальных металлических обойм. Жесткости опор в горизонтальном и вертикальном направлениях выбраны равными. Ротор приводится во вращение электродвигателем постоянного тока 4 с помощью муфты 5, допускающей возможности компенсации несовпадения осей вращения.

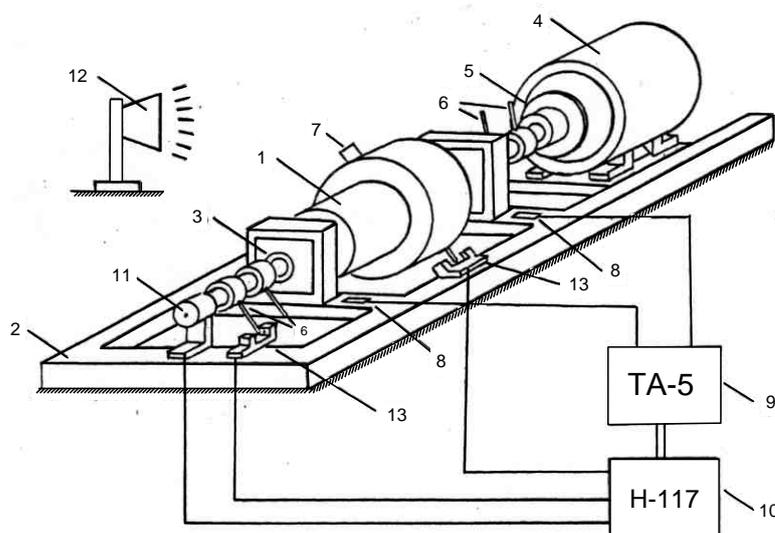


Рисунок 1. - Экспериментальный стенд для исследования автобалансира жесткого ротора на упругих опорах:

- 1 – ротор; 2 – корпус; 3 – резиновые опоры; 4 – двигатель; 5 – муфта; 6 – маятники; 7 – добавочный груз; 8 – тензорезисторы; 9 – тензоусилитель; 10 – осциллограф; 11 – тахогенератор; 12 – стробоскопический тахометр; 13 – фотодатчики

Электродвигатель жестко крепится в корпусе, расположенном на бетонном основании. Неуравновешенность ротора создается путем установки на роторе добавочного груза 7. На вале ротора, вблизи упругих опор, с их внешних сторон попарно устанавливались, с возможностью свободного вращения, четыре одинаковых маятника 6. Такое число маятников вызвано необходимостью компенсации динамической неуравновешенности ротора с четырьмя степенями свободы. Каждый маятник состоит из подшипника качения, втулки и стержня с резьбой для установки грузов с целью изменения моментов инерции маятников. Эффективность балансировки оценивается по нагрузкам в опорах, для измерения которых использованы тензодатчики 8, наклеенные на поперечины крепления опор ротора, тензоусилитель 9 и светолучевой осциллограф 10. Тарировка осуществлялась с помощью нагрузочного устройства и динамометра (на рис. 1 не показаны). Частота вращения маятников и ротора фиксировалась фотодатчиками 13. Для наблюдения за положением маятников и измерения угловых скоростей ротора и маятников применялся стробоскопический тахометр 12.

Масса и моменты инерции ротора, жесткости его опор, моменты инерции маятников подобраны таким образом, чтобы обеспечить устойчивость автобалансирующего режима движения. В частности, таковым является условие, согласно которому угловая скорость вращения ротора должна быть больше его критических скоростей [9].

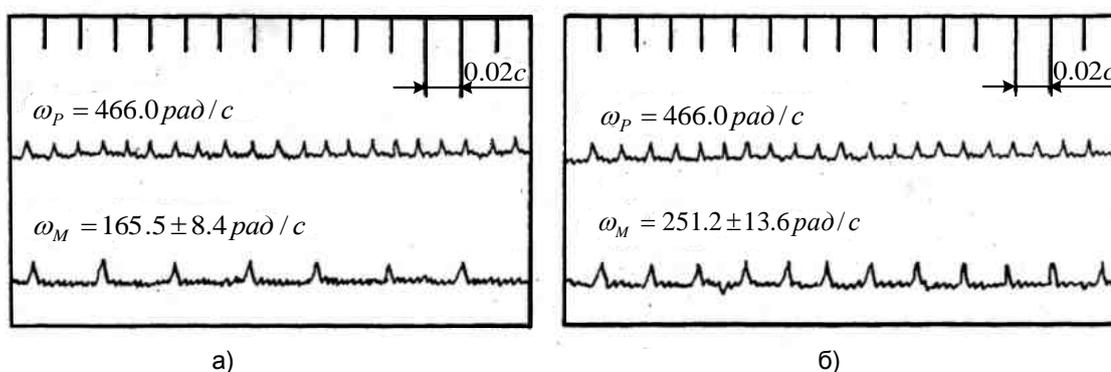


Рисунок 2. - Осциллограммы, на которых зафиксированы частоты вращения маятников, соответствующие первой (а) и второй (б) критическим скоростям ротора

### III. Физические эффекты

1. Как показали исследования движения ротора с маятниками при выбранных параметрах имеет место автобалансирующий процесс. Нагрузки в опорах ротора с автобалансиром становились существенно меньше, чем у обычного ротора, а маятники в необходимых пределах реагировали на изменение дисбаланса.

Для реализации автобалансирующего процесса, при увеличении дисбаланса ротора изменялись моменты инерции маятников. При этом в процессе разгона до рабочей частоты вращения и определенных соотношениях дисбаланса ротора и моментов инерции маятников, последние начинали вращаться с некоторой постоянной угловой скоростью, которая значительно отличалась от угловой скорости ротора. Неоднократные измерения с помощью стробоскопического тахометра показали, что частота такого вращения маятников близка к значениям критических скоростей ротора. С целью проверки данного эффекта первоначально, за счет изменения массы груза на стержнях маятников, был увеличен момент инерции каждого маятника до значения  $J = 1,55 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . В этом случае, после разгона ротора до угловой скорости  $\omega_p = 466,0 \text{ рад/с}$ , маятники совершали только колебания относительно своего положения равновесия. Этот же режим движения имел место при моментах инерции маятников  $J > 1,45 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . Когда моменты инерции каждого из маятников составляли значения  $J = 1,45 \pm 0,84 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , ротор после разгона вращался с заданной угловой скоростью, а угловая скорость маятников, достигнув первой критической скорости ротора, оставалась в дальнейшем неизменной. На рис. 2 приведены осциллограммы, где с помощью фотодатчиков зафиксированы частоты вращения ротора и крайнего маятника.

Из осциллограммы (рис. 2а), полученной для последнего случая, видно, что угловая скорость маятников составила  $\omega_m = 165,5 \text{ рад/с}$ . С учетом погрешности эксперимента эта величина близка к значению его первой критической скорости  $\omega_1 = 176,69 \text{ рад/с}$ . При моментах инерции в пределах  $J = 0,84 \pm 0,4050 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$  угловые скорости маятников все время изменялись и измерить их было затруднительно. При значениях моментов инерции маятников в пределах  $J = 0,4050 \pm 0,3060 \text{ кг}\cdot\text{см}^2$  маятники стали вращаться с постоянной угловой скоростью  $\omega_m = 251,2 \text{ рад/с}$  (рис. 2б). Эта величина с практической точностью эксперимента совпадает со значением второй критической скорости  $\omega_2 = 274,76 \text{ рад/с}$ . После того, как моменты инерции маятников за счет уменьшения массы грузов ( $m < 0,050 \text{ кг}$ ) стали меньше  $J = 0,03060 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , все маятники разогнались до рабочей скорости ротора и начался автобалансирующий режим движения.

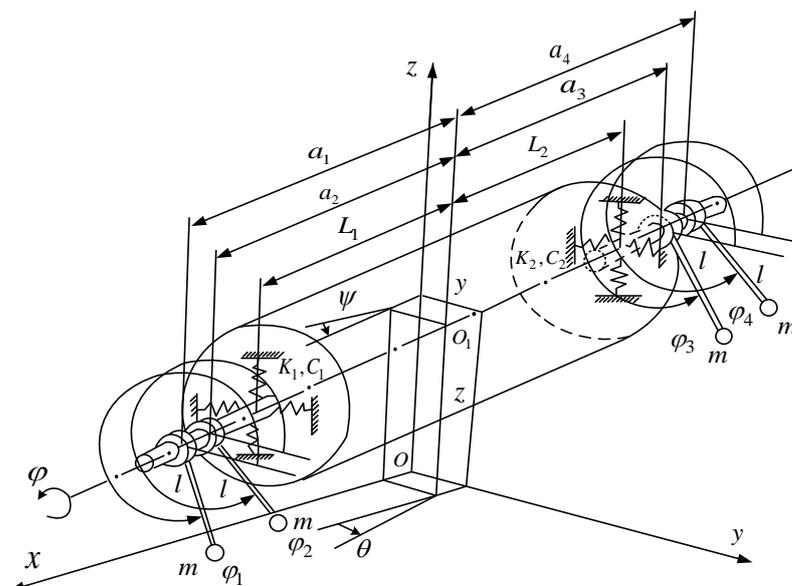


Рисунок 3. - Динамическая модель жесткого ротора на упругих опорах с автобаланси́ром маятниково́го типа

Отметим, что нет такой резкой границы значений масс и моментов инерции маятников, когда, например, при моменте инерции маятников меньше  $0,4050 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$  имеет место один режим движения, а больше  $0,4050 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$  – другой не проявляется из-за неидеальности опор, сложного характера сил сопротивления и других причин, на границах значений имеются зоны неустойчивости, в которых вероятен и тот и другой режим движения. В этих зонах или очень медленно устанавливается определенный режим движения, или, после установки одного из режимов движения, следует срыв и начинается другой.

2. Особый интерес представляют результаты наблюдений с помощью стробоскопического тахометра за положением маятников по отношению друг к другу при их вращении с угловыми скоростями, близких к критическим скоростям ротора. Когда ротор достигает заданной рабочей частоты вращения, а угловая скорость маятников близка к его первой критической скорости, обусловленной линейными колебаниями ротора, то все четыре маятника направлены при движении в одну сторону и их положение по отношению к ротору одинаково. Когда же маятники вращаются с угловой скоростью, близкой ко второй критической скорости, на которой в основном происходят угловые колебания, то маятники в разных парах направлены при движении противоположно друг другу. При этом, как показало тензометрирование, в обоих случаях амплитуды колебаний и реакции в опорах ротора возрастают значительно (практически до резонансных значений) и носят характер незатухающих биений, возникающих вследствие наложения колебаний с частотами, равными частотам вращения ротора и маятников.

Описанное выше явление или эффект «застывания» маятников обнаруживается также, если при постоянных моментах инерции маятников изменять трение в их опорах (в эксперименте это осуществлялось путем замены смазки в подшипниках опор маятников). Это свидетельствует о зависимости обнаруженного явления от соотношения между моментами трения в опорах маятников и их моментами инерции.

#### **IV. Построение математической модели**

Для аналитического исследования была выбрана динамическая модель в виде жесткого горизонтального ротора, установленного на упругих изотропных опорах (рис. 3).

При составлении уравнений движения модели во время разгона и в установившемся режиме выбирались следующие обобщенные координаты:  $y, z$  – перемещения точки  $O_1$  от положения статического равновесия ротора в направлении осей  $O_y$  и  $O_z$  ( $O_1$  – точка пересечения оси ротора с плоскостью, проходящей через его центр масс перпендикулярно оси);  $\theta, \psi$  – углы между осью  $x$  и проекциями оси ротора на координатные плоскости  $xy$  и  $xz$ ;  $\varphi$  – угол поворота ротора вокруг своей оси;  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$  – углы поворота маятников. Учет сил сопротивления проведен, исходя из предположения, что рассеивание энергии происходит в основном в упругих опорах и демпфирование носит характер «вязкого» трения. Использовалось также допущение, что двигатель имеет достаточно большую мощность и разгон ротора происходит с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon$ . При этих предположениях и выбранных обобщенных координатах, используя уравнение Лагранжа второго рода, были получены уравнения модели, которые записывались в виде:

$$A \cdot \ddot{q} = F, \text{ или } \ddot{q} = A^{-1} \cdot F, \quad (1)$$

$$\text{где } \ddot{q} = [\ddot{y}, \ddot{z}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}, \ddot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_2, \ddot{\varphi}_3, \ddot{\varphi}_4]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_2^T & A_3 \end{bmatrix} A_1 = \begin{bmatrix} M^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A^* \end{bmatrix}; A_3 = ml^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$A_2 = ml \begin{bmatrix} -\sin \varphi_1 & -\sin \varphi_2 & -\sin \varphi_3 & -\sin \varphi_4 \\ \cos \varphi_1 & \cos \varphi_2 & \cos \varphi_3 & \cos \varphi_4 \\ -a_1 \sin \varphi_1 & -a_2 \sin \varphi_2 & a_3 \sin \varphi_3 & a_4 \sin \varphi_4 \\ a_1 \cos \varphi_1 & a_2 \cos \varphi_2 & -a_3 \cos \varphi_3 & -a_4 \cos \varphi_4 \end{bmatrix};$$

$$F = \begin{bmatrix} Me\dot{\varphi}^2 \cos \varphi + Me\ddot{\varphi} \sin \varphi - b_1\dot{y} - b_2\dot{\theta} - c_1y - c_2\theta + ml \cdot \sum_{k=1}^4 \dot{\varphi}_k^2 \cos \varphi_k ; \\ Me\dot{\varphi}^2 \sin \varphi - Me\ddot{\varphi} \cos \varphi - b_1\dot{z} - b_2\dot{\varphi} - c_1z - c_2\dot{\varphi} + ml \cdot \sum_{k=1}^4 \dot{\varphi}_k^2 \sin \varphi_k ; \\ (A - C)\delta\dot{\varphi}^2 \cos(\varphi - \gamma) + (A - C)\delta\ddot{\varphi}^2 \sin(\varphi - \gamma) - C\dot{\varphi}\dot{\theta} - b_2\dot{y} - b_3\dot{\theta} - \\ - c_2y - c_3\theta + ml \cdot \sum_{k=1}^4 a_k \sigma_k \dot{\varphi}_k^2 \cos \varphi_k ; \\ (A - C)\delta\dot{\varphi}^2 \sin(\varphi - \gamma) + A\delta\ddot{\varphi}^2 \cos(\varphi - \gamma) + C\dot{\varphi}\dot{\theta} - b_2\dot{z} - b_3\dot{\varphi} - c_2z - \\ - c_3\varphi + ml \cdot \sum_{k=1}^4 a_k \sigma_k \dot{\varphi}_k^2 \sin \varphi_k ; \\ M_1 - mgl \cos \varphi_1 ; M_2 - mgl \cos \varphi_2 ; M_3 - mgl \cos \varphi_3 ; M_4 - mgl \cos \varphi_4 ; \end{bmatrix}$$

Здесь обозначено:  $M^* = M + 4m$ ;  $A^* = A + m \cdot \sum_{k=1}^4 a_k^2$ ;  $M, A, C$  – масса, экваториальный и

полярный моменты инерции ротора;  $m$  – масса маятника,  $a_1, a_2, a_3, a_4$  – расстояния от точки  $O_1$  до точек подвеса маятников;  $\sigma_k = 1$  при  $k=1, 2$ ;  $\sigma_k = -1$  при  $k=3, 4$ ;  $b_1, b_2, b_3$  – коэффициенты сопротивления;  $c_1, c_2, c_3$  – коэффициенты жесткости ( $c_1 = k_1 + k_2$ ;  $c_2 = k_1 L_1 - k_2 L_2$ ;  $c_3 = k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2$ , где  $k_1, k_2$  – коэффициенты жесткости опор);  $e, \delta, \gamma$  – характеристики неуравновешенности ротора;  $M_1, M_2, M_3, M_4$  – моменты сопротивления вращению маятников;  $\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$  – угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение ротора. При разгоне принималось:  $\ddot{\varphi} = \varepsilon$ ;  $\dot{\varphi} = \varepsilon t$ ;  $\varphi = \varepsilon t^2 / 2$ , а при вращении с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ :  $\ddot{\varphi} = 0$ ;  $\dot{\varphi} = \Omega$ ;  $\varphi = \Omega(t - t_1 / 2)$ , где  $\varepsilon$  – угловое ускорение ротора при разгоне;  $t_1$  – время разгона. При составлении математической модели принималась гипотеза о том, что сопротивление вращению маятников пропорционально скорости, т.е.:

$$M_1 = \mu(\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_1), \quad M_2 = \mu(\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_2), \quad M_3 = \mu(\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_3), \quad M_4 = \mu(\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_4),$$

где  $\mu$  – коэффициент пропорциональности.

Для приведения системы (1) к стандартной форме вводились переменные  $u_1 = \dot{y}$ ,  $u_2 = \dot{z}$ ,  $u_3 = \dot{\theta}$ ,  $u_4 = \dot{\varphi}$ ,  $u_5 = \dot{\varphi}_1$ ,  $u_6 = \dot{\varphi}_2$ ,  $u_7 = \dot{\varphi}_3$ ,  $u_8 = \dot{\varphi}_4$  и уравнения (1) преобразовывались к виду:

$$\dot{x} = Q, \quad (2)$$

где  $\dot{x} = [\dot{y}, \dot{z}, \dot{\theta}, \dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3, \dot{\varphi}_4, \dot{u}_1, \dot{u}_2, \dot{u}_3, \dot{u}_4, \dot{u}_5, \dot{u}_6, \dot{u}_7, \dot{u}_8]^T$ ;

$$Q = [Q_1, Q_2]^T; \quad Q_1 = [u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8]^T; \quad Q_2 = A^{-1} \cdot F$$

Численное интегрирование системы (2) проводилось методом Рунге-Кутты. Особенностью используемого алгоритма расчета являлось обращение на каждом шаге

интегрирования матрицы инерции  $A$ . При расчете принимались следующие параметры ротора и маятниковых балансиров экспериментального стенда:

$\Omega=460 \text{ рад/с}; \quad \varepsilon=230 \text{ рад/с}^2; \quad e=25 \cdot 10^{-1} \text{ м}^2; \quad \delta=\gamma=0; \quad m=5 \cdot 10^{-2} \text{ кг}; \quad L_1=L_2=0,8 \text{ м};$   
 $a_1=a_4=0,28 \text{ м}; \quad a_2=a_3=0,25 \text{ м}; \quad a=0,265 \text{ м}; \quad b_1=843,17 \text{ Н} \cdot \text{с/м}; \quad b_2=-0,47 \text{ Н} \cdot \text{с}; \quad b_3=10,41 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с};$   
 $M=37 \text{ кг}; \quad A=0,479 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad C=0,093 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad L_1=0,165 \text{ м}; \quad L_2=0,155 \text{ м}; \quad k_1=0,604 \cdot 10^6 \text{ Н/м};$   
 $k_2=0,555 \cdot 10^6 \text{ Н/м}.$

### У. Сравнительный анализ результатов

Полученные в результате расчетов значения критических скоростей соответственно составили:  $\omega_1 = 176,69 \text{ рад/с}; \quad \omega_2 = 274,76 \text{ рад/с}.$

В отличие от экспериментальных исследований при моделировании движения ротора с маятниками изменялись не моменты инерции маятников, а моменты сопротивления в их опорах за счет изменения коэффициента  $\mu$ , который варьировал в диапазоне значений от  $0,5 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$  до  $3 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ . По результатам расчета построены кривые, показывающие как изменяются угловые скорости маятников при разгоне (рис. 4). При величине  $\mu < 1 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$  ротор разгоняется до заданной угловой скорости, а маятники колеблются около положения равновесия.

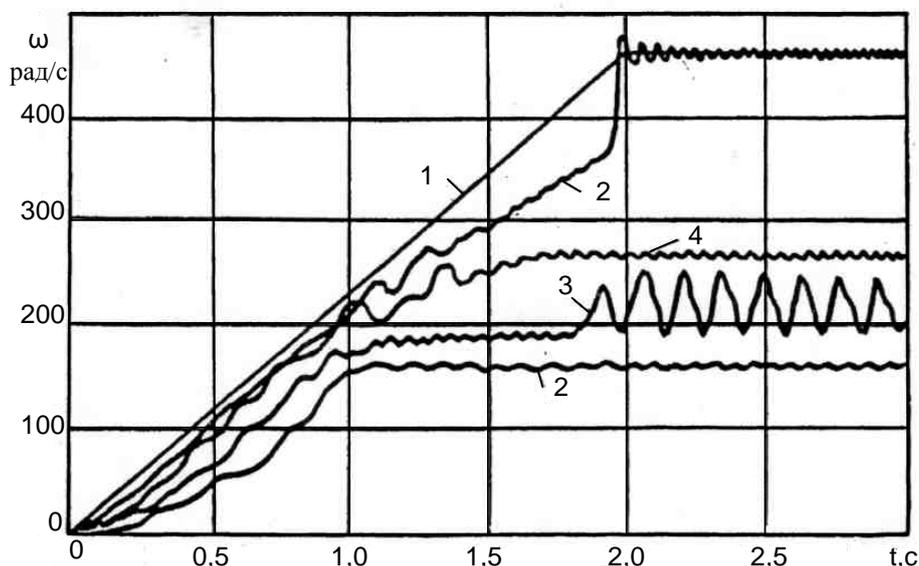


Рисунок 4. - Законы изменения угловой скорости маятника при различных моментах сопротивления в его опоре

Если величина  $\mu = (0,5 \cdot 10^{-3} \div 1,0 \cdot 10^{-3}) \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ , то ротор после разгона вращается с заданной угловой скоростью, а угловая скорость маятников (кривая 2, рис. 4) колеблется с малой амплитудой  $\Delta\omega=3,1 \text{ рад/с}$  около значения  $\omega_m=169,6 \text{ рад/с}$ , которое близко к значениям

первой критической скорости  $\omega_1 = 176,69$  рад/с. При изменении величины  $\mu$  от  $1,0 \cdot 10^{-3}$  Номс до  $1,5 \cdot 10^{-2}$  Номс угловая скорость маятников (кривая 3, рис. 4) непостоянна, её значение колеблется между величинами первой и второй критических скоростей ротора и маятники в разных парах движутся, располагаясь противоположно друг другу.

При величине  $\mu = (1,5 \cdot 10^{-2} \div 2,0 \cdot 10^{-2})$  Номс в процессе разгона угловая скорость маятников (кривая 4, рис. 4) колеблется с малой амплитудой  $\Delta\omega = 4,6$  рад/с около значения  $\omega_m = 271,1$  рад/с, совпадающего с величиной второй критической скорости  $\omega_2 = 274,76$  рад/с. В установившемся режиме движения маятники в разных парах направлены противоположно друг другу, образуя как бы вращающуюся по отношению к ротору пару сил. И в том, и в другом случаях «застревания» маятников колебания ротора носят характер незатухающих биений, возникающих в результате наложения собственных и вынужденных колебаний, а амплитуды колебаний и реакции в опорах ротора намного больше, чем у ротора без маятников. Если величина  $\mu = (2,0 \cdot 10^{-2} \div 4,0 \cdot 10^{-2})$  Номс, то угловые скорости маятников (кривая 5, рис. 4) после разгона становятся равными угловой скорости ротора и происходит процесс автоматической балансировки. Если же  $\mu > 4,0 \cdot 10^{-2}$  Номс, то ротор и маятники после разгона имеют одинаковые угловые скорости, но автоматической балансировки не происходит. Из-за большого трения маятники не могут найти «легкое» место и раздвинуться, чтобы компенсировать дисбаланс. Они занимают каждый раз по отношению к ротору случайное положение и угол между ними равен нулю.

**Заключение.** Установлено, что у жесткого ротора с четырьмя степенями свободы на упругих изотропных опорах с маятниками для автобалансировки при определенных значениях моментов инерции маятников и моментов сопротивления их вращению также имеет место, ранее обнаруженное [10], явление, когда ротор вращается с рабочей частотой, а угловая скорость маятников близка к одной из двух критических скоростей ротора, обусловленных, его соответственно линейными или угловыми движениями (эффект «застревания»).

Особенности динамических процессов наблюдаемых в режимах изменения форм самоорганизации движений маятников, связаны с проявлениями закономерностей, характерных для перераспределения механической энергии между парциальными системами.

### Список литературы

1. Фролов К.В., Фурман Ф.А. Прикладная теория виброзащитных систем. М.: Машиностроение, 1985. 286 с.
2. Бессонов А.П. Основы динамики механизмов с переменной массой звеньев. М.: Наука, 1967. 268 с.

3. Щепетильников В.А. Уравновешивание механизмов. М.: Машиностроение, 1982. 256 с.
4. Рагульскис К.М. Механизмы на вибрирующем основании (Вопросы динамики и устойчивости). Каунас: Ин-т энергетики и электротехники АН Лит. ССР, 1963. 232 с.
5. Левитский Н.И. Колебания в механизмах. М.: Наука, 1988. 358 с.
6. Артюнин А.И. Исследование движения ротора с автобалансировкой // Известия ВУЗов. Машиностроение. 1993. № 1. С. 15-19.
7. Кобринский А.Е. Механизмы с упругими связями. М.: Наука. 1964, 392 с.
8. Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Динамика неавтономных систем. М.: Наука, 1967. 520 с.
9. Блехман И.И. Синхронизация динамических систем. М.: Наука, 1971. 894 с.
10. Артюнин А.И. Новые явления в автоматической балансировке роторов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2011. № 5. С. 207-213.

**The phenomenon of crawling and peculiarities of motion of a rotor with pendular self-balancers**

# 08, August 2013

DOI: 10.7463/0813.0603673

Artyunin A.I.

Russia, Irkutsk State Transport University

[hunterr1@mail.ru](mailto:hunterr1@mail.ru)

Results of the investigation of a new phenomenon in revolving of a rigid rotor in elastic supports with four pendular self-balancers were presented in this article. The rotor revolves with a working speed but pendulums move with a rotation frequency which is equal to one of two critical rotor's velocities; these velocities are conditional upon, respectively, linear or angular parameters of motion. An experimental apparatus used for obtaining the dynamical phenomenon was described; data on physical parameters of the system were also provided. A current hypothesis of emergent interactions as the fundamental of creating a mathematical model of the processes of locking was proposed. A procedure of creating a mathematical model for a system with eight degrees of freedom was also proposed. Properties of dynamical links between partial systems which could be set only for stated forms of self-organization of motion of a group of freely suspended pendulums were discussed.

---

**Publications with keywords:** [automatical balancing](#), [pendulum balancers](#), [critical velocities of revolve](#), [dynamics of rotor systems](#)

**Publications with words:** [automatical balancing](#), [pendulum balancers](#), [critical velocities of revolve](#), [dynamics of rotor systems](#)

---

**References**

1. Frolov K.V., Furman F.A. *Prikladnaya teoriya vibrozashchitnykh system* [Applied theory of vibroprotection systems]. Moscow, Mashinostroenie, 1985. 286 p.
2. Bessonov A.P. *Osnovy dinamiki mekhanizmov s peremennoy massoy zven'ev* [Dynamics mechanisms bases with variable of links mass]. Moscow, Nauka, 1967. 268 p.
3. Shchepetil'nikov V.A. *Uravnovesivanie mekhanizmov* [Balancing of mechanisms]. Moscow, Mashinostroenie, 1982. 256 p.
4. Ragul'skis K.M. *Mekhanizmy na vibriruyushchem osnovanii (Voprosy dinamiki i ustoychivosti)* [Mechanisms on vibratory base (Questions of dynamics and stability)]. Kaunas, Inst. Energetics and Electrical Equipment AS Lit. SSR Publ., 1963. 232 p.

5. Levitskiy N.I. *Kolebaniya v mekhanizmakh* [Oscillations in mechanisms]. Moscow, Nauka, 1988. 358 p.
6. Artyunin A.I. Issledovanie dvizheniya rotora s avtobalansirovkoy [Development of movement of rotor with autobalancing]. *Izvestiya VUZov. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building], 1993, no. 1, pp. 15-19.
7. Kobrinskiy A.E. *Mekhanizmy s uprugimi svyazyami* [Mechanisms with elastic ties]. Moscow, Nauka. 1964, 392 p.
8. Neymark Yu.I., Fufaev N.A. *Dinamika negolonomnykh system* [Dynamics of nonholonomic systems]. Moscow, Nauka, 1967. 520 p.
9. Blekhman I.I. *Sinkhronizatsiya dinamicheskikh system* [Synchronization of dynamical systems]. Moscow, Nauka, 1971. 894 p.
10. Artyunin A.I. Novye yavleniya v avtomaticheskoy balansirovke rotorov [New phenomenons in automation balancing of rotors]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyy analiz. Modelirovanie* [Modern technologies. System analysis. Modelling], 2011, no. 5, pp. 207-213.