НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ МГТУ ИМ. Н. Э. БАУМАНА
НАУКА и ОБРАЗОВАНИЕ
Эл № ФС77 - 48211. Государственная регистрация №0421200025. ISSN 1994-0408
электронный научно-технический журнал

Синтез робастных регуляторов минимального порядка

02, февраль 2013
DOI: 10.7463/0213.0533324

Козлов О. С., Скворцов Л. М.

УДК 681.5.013

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана
os.kozlov@gmail.com
lm_skvo@rambler.ru

Введение

Регуляторы, обеспечивающие устойчивое и качественное управление при изменении параметров объекта в достаточно широких пределах, получили название робастных. Интерес к робастному управлению существенно возрос после появления статьи В.Л. Харитонова [1] об устойчивости интервальных полиномов, т.е. полиномов, коэффициенты которых могут изменяться в заданных пределах. Вслед за этой статьей появилось большое число публикаций по робастной устойчивости. Отметим, однако, что робастная система должна быть не только устойчивой, но и должна обладать заданным качеством при любых допустимых значениях параметров объекта.

В работах [2, 3] отмечалось, что многие современные методы синтеза регуляторов не получили широкого практического применения. Это объясняется рядом причин, среди которых: отсутствие простой и понятной связи между минимизируемым функционалом и применяемыми на практике показателями качества, чувствительность системы к изменениям параметров объекта, необоснованная сложность синтезированного регулятора. В то же время в промышленности востребованы простые регуляторы низкого порядка (такие как ПИ, ПД, ПИД).

Робастное качество систем управления можно оценить показателями, которые рассматривались в [4–8], и имеют простую зависимость от коэффициентов характеристического полинома. Простые показатели качества характеристических полиномов предложил P. Naslin еще в 1963 г. [4], однако эта работа осталась практически незамеченной. Начиная с 1965 г. вопросами построения простых критериев устойчивости и качества по коэффициентам полинома занимался

В.С. Воронов, но ранние его работы остались неизвестными, поскольку были опубликованы в труднодоступных изданиях. В сжатом виде полученные В.С. Вороновым основные результаты изложены в [5]. Аналогичные результаты приведены в работах Н.И. Соколова и А.В. Липатова, обобщенных в [6].

Приведем основные результаты, следуя работе [5]. Рассмотрим непрерывную линейную систему управления с характеристическим полиномом

$$P(s) = p_0 + p_1 s + \cdots + p_n s^n . \tag{1}$$

Предположим, что все коэффициенты полинома имеют одинаковый знак (пусть они положительны), что является простейшим необходимым условием устойчивости.

Устойчивость и качество системы управления с характеристическим полиномом (1) можно оценить с помощью следующих показателей [5]:

1) приближенные сопрягающие частоты

$$\omega_i = p_{i-1}/p_i , \quad i = 1, \ldots, n ;$$

2) показатели (меры) качества

$$\Omega_i = \frac{\omega_{i+1}}{\omega i} = \frac{p_i^2}{p_{i-1}\, p_{i+1}}, \quad i = 1, \ldots, n-1 ;$$

3) показатели (меры) устойчивости

$$W_i = \frac{\omega_{i+2}}{\omega_i} = \Omega_i\, \Omega_{i+1} = \frac{p_i\, p_{i+1}}{p_{i-1}\, p_{i+2}}, \quad i = 1, \ldots, n-2 .$$

Выполнение неравенств $W_i > 1, \quad i = 1, \ldots, n-2$ является необходимым условием устойчивости, а простейшее достаточное условие устойчивости запишется в виде

$$W_i > W^* = 2{,}147899, \quad i = 1, \ldots, n-2 , \tag{2}$$

где W^* – вещественный корень уравнения $x^3 - x^2 - 2x - 1 = 0$. Условие (2) будет всегда выполняться, если

$$\Omega_i > \sqrt{W^*} = 1{,}465571 , \quad i = 1, \ldots, n-1 . \qquad , \tag{3}$$

Таким образом, (3) – простейшее достаточное условие устойчивости, сформированное через показатели качества.

Для робастных систем условия (2) или (3) должны выполняться с запасом. В [5] такие условия с запасом рекомендуется принимать в виде

$$W_i > 3, \quad i = 1, \ldots, n-2, \tag{4}$$

$$\Omega_i > \sqrt{3} = 1,732051, \quad i = 1, \ldots, n-1. \tag{5}$$

Условие $\Omega_i > 4, \quad i = 1, \ldots, n-1$ является достаточным для того, чтобы все корни полинома были вещественными. В [5, 6] приведены также и более сложные достаточные условия устойчивости, практически приближающиеся к необходимому и достаточному условию. Однако наиболее удобны для синтеза самые простые условия вида (2)–(5), поэтому ограничимся их рассмотрением.

Связь между Ω_i и другими показателями качества исследовалась в [6, 7]. Значения Ω_i определяют качество переходных процессов. Уменьшение этих показателей приводит к увеличению перерегулирования и уменьшению запасов устойчивости. Выполнение для некоторого i неравенства $\Omega_i < 1$ является достаточным условием наличия комплексно сопряженных корней (это следует из [6, теорема 5.2]). Малое значение Ω_i обычно свидетельствует о колебательности переходного процесса, при этом, чем больше i, тем выше частота колебаний, которую можно приближенно оценить величиной $\sqrt{\omega_i \omega_{i+1}}$. Качество системы определяется в большей степени первыми двумя-тремя значениями Ω_i, поэтому при синтезе регуляторов низкого порядка следует корректировать именно эти значения. Некоторые преимущества дает задание равных или примерно равных значений Ω_i.

Рассмотрим теперь семейство полиномов (1), коэффициенты которых удовлетворяют неравенствам $\underline{p}_i \le p_i \le \overline{p}_i, \quad i = 0, \ldots, n$. Условия вида (2)–(5) для такого семейства получаем заменой Ω_i и W_i на значения

$$\underline{\Omega}_i = \frac{\underline{p}_i^2}{\overline{p}_{i-1}\overline{p}_{i+1}}, \quad \underline{W}_i = \frac{\underline{p}_i \underline{p}_{i+1}}{\overline{p}_{i-1}\overline{p}_{i+2}}. \tag{6}$$

Значения $\underline{W}_i$ показателей устойчивости можно получить, рассматривая четыре полинома Харитонова, которые дают наихудшие (с точки зрения устойчивости) сочетания коэффициентов. А для показателей качества Ω_i наихудшими являются два полинома, в которых чередуются минимальные и максимальные значения коэффициентов.

В статье предложен новый подход к синтезу регуляторов, основанный на использовании рассмотренных выше показателей. На конкретных примерах показано, что этот подход позволяет синтезировать регуляторы минимального порядка, обеспечивающие заданное качество системы управления при неопределенности параметров объекта.

1 Постановка задачи

Рассмотрим линейную одномерную систему, структурная схема которой показана на рисунке. Объект описывается дробно-рациональной передаточной функцией $G(s) = B(s)/A_G(s)$, а передаточную функцию регулятора зададим в виде $C(s) = K(s)/A_C(s)$, где $B(s) = 1 + b_1 s + \cdots + b_l s^l$, $K(s) = k_0 + k_1 s + \cdots + k_{m-1} s^{m-1}$. Примем также $A(s) = A_C(s) A_G(s) = a_0 + a_1 s + \cdots + a_n s^n$. Характеристический полином замкнутой системы имеет вид

$$P(s) = B(s)K(s) + A(s). \tag{7}$$

Как правило, корректирующие свойства регулятора определяются коэффициентами числителя его передаточной функции. Поэтому будем искать коэффициенты полинома $K(s)$, предполагая, что полином $A_C(s)$ задан исходя из условий обеспечения заданного порядка астатизма и фильтрующих свойств регулятора. Подбором значений неизвестных параметров регулятора $k_0, \ldots, k_{m-1}$ можно добиться заданных значений m показателей. В зависимости от того, какие показатели используются при синтезе, возможны следующие постановки задачи.

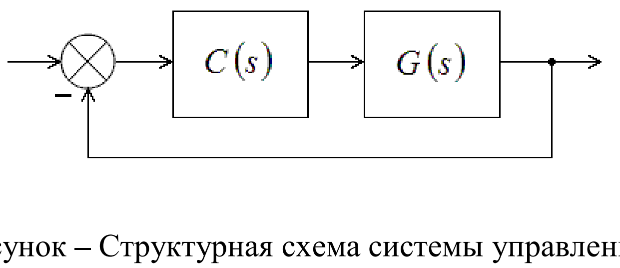

Рисунок – Структурная схема системы управления

Задача 1. Найти значения параметров регулятора, при которых показатели качества $\Omega_1, \ldots, \Omega_m$ принимают заданные значения.

Значения $\Omega_1, \ldots, \Omega_{n-1}$ не изменятся, если каждый из коэффициентов p_i полинома (1) умножить на α^i. Число α задает временной масштаб, но не влияет на качество переходных процессов (чем меньше α, тем быстрее протекают процессы в системе). Поэтому при синтезе систем заданного быстродействия следует добавить показатель, оценивающий быстродействие системы. В качестве такого показателя можно использовать значение $\omega_1 = p_0 / p_1$.

Задача 2. Найти значения параметров регулятора, при которых приближенная сопрягающая частота ω_1 и показатели качества $\Omega_1, \ldots, \Omega_{m-1}$ принимают заданные значения.

Для следящих систем важным показателем является точность отработки задающего воздействия. Ошибка следящей системы определяется в значительной степени положением низкочастотной асимптоты логарифмической амплитудно-частотной характеристики разомкнутой системы. Передаточная функция разомкнутой системы равна $B(s)K(s)/A(s)$. Низкочастотная асимптота однозначно задается значениями порядка астатизма r и низкочастотного коэффициента усиления (добротности) K_r. Для системы, имеющей порядок астатизма r, коэффициенты $a_0, \ldots, a_{r-1}$ полинома $A(s)$ равны 0, а $K_r = k_0/a_r = (p_0 - a_0)/a_r$.

Задача 3. Найти значения параметров регулятора, при которых добротность K_r и показатели качества $\Omega_1, \ldots, \Omega_{m-1}$ принимают заданные значения.

В результате расчета регулятора низкого порядка можно получить систему, которая не удовлетворяет некоторым требованиям либо даже окажется неустойчивой. Поэтому следует, начиная с минимально возможного порядка, последовательно повышать порядок регулятора до тех пор, пока не будут выполнены все требования. Такая процедура позволяет синтезировать регуляторы минимального порядка.

2 Решение задачи

В приведенных постановках решение задачи синтеза сводится к решению системы нелинейных алгебраических уравнений относительно неизвестных параметров регулятора. Решение задачи 2, а также решение задач 1 и 3 при $B(s)=1$ (т.е. при $l=0$) можно представить в виде конечных формул. Решение задач 1 и 3 при $l>0$ следует производить итерационным методом. Уравнения для итераций можно сформировать таким образом, что при любом m они будут содержать две неизвестные при решении задачи 1 и одну неизвестную при решении задачи 3.

Запишем соотношение (7) через коэффициенты полиномов:

$$\sum_{j=\max(0,i-l)}^{i-1} b_{i-j}k_j + k_i + a_i = p_i, \quad i = 0, \ldots, n.$$

Если коэффициенты $p_0, \ldots, p_{m-1}$ известны, то параметры регулятора можно найти с помощью рекуррентных формул

$$k_i = p_i - a_i - \sum_{j=\max(0,i-l)}^{i-1} b_{i-j}k_j, \quad i = 0, \ldots, m-1. \tag{8}$$

Решение задачи 1. Если известны p_m и p_{m+1}, то коэффициенты $p_0, \ldots, p_{m-1}$ можно найти по формулам

$$p_{i-1} = p_i^2 \big/ \left(\Omega_i p_{i+1}\right), \quad i = m, m-1, \ldots, 1. \tag{9}$$

Таким образом, решение задачи сводится к нахождению p_m и p_{m+1} из уравнений

$$\sum_{j=\max(0,i-l)}^{m-1} b_{i-j}k_j + a_i - p_i = 0, \quad i = m, m+1, \tag{10}$$

где значения k_j рассчитываем по формулам (9), (8). Если $l = 0$, то уравнения (10) превращаются в равенства $p_m = a_m$, $p_{m+1} = a_{m+1}$. Эти же значения рекомендуется задавать в качестве начальных при итерационном решении уравнений (10).

Решение задачи 2. Если известно значение p_m, то коэффициенты $p_0, \ldots, p_{m-1}$ можно найти по формулам

$$\begin{aligned} &q_1 = \omega_1, \quad q_i = \Omega_{i-1}q_{i-1}, \quad i = 2, \ldots, m; \\ &p_{i-1} = q_i p_i, \quad i = m, m-1, \ldots, 1. \end{aligned} \tag{11}$$

Уравнение относительно p_m запишется в виде

$$\sum_{j=\max(0,m-l)}^{m-1} b_{m-j}k_j + a_m - p_m = 0, \tag{12}$$

где значения k_j находим из (11), (8). Уравнение (12) является линейным и может быть решено следующим образом. Задав $p_m = 0$, вычислим по формулам (11), (8), (12) левую часть (невязку) δ_0 уравнения (12). Аналогичным образом вычислим невязку δ_1 этого уравнения при $p_m = 1$. Тогда решение уравнения (12) будет $p_m = \delta_0 / (\delta_0 - \delta_1)$. Зная p_m, из (11) и (8) находим искомые параметры регулятора.

Решение задачи 3. Если известно значение p_m, то коэффициенты $p_0, \ldots, p_{m-1}$ можно найти по формулам

$$p_0 = K_r a_r - a_0, \quad q_1 = \Omega_1 p_0, \quad q_i = \Omega_i q_{i-1}^{(i-1)/i}, \quad i = 2, \ldots, m-1;$$
$$p_i = (q_i p_{i+1})^{i/i+1}, \quad i = m-1, m-2, \ldots, 1. \tag{13}$$

Уравнение относительно p_m запишется в виде (12), где значения k_j находим из (13), (8). В качестве начального значения для итераций рекомендуется задавать $p_m = a_m$. Решив уравнение (12), находим параметры регулятора из (13), (8).

3 Примеры

Все примеры были реализованы и решены с помощью программного комплекса (ПК) "МВТУ" [9, 10], который является аналогом пакета Simulink, входящего в состав системы MATLAB. Модели в ПК "МВТУ" формируются в виде структурных схем, состоящих из типовых блоков, соединенных линиями связи (в том числе и векторными). Встроенный паскале-подобный язык программирования позволяет в удобном виде задавать дифференциальные и алгебраические уравнения. С помощью этого языка были записаны уравнения синтеза. Для решения этих уравнений применялись реализованные в ПК "МВТУ" методы Ньютона-Рафсона и Бройдена.

Пример 1. Объект задан передаточной функцией

$$G(s) = \frac{\beta_0 + \beta_1 s}{\alpha_1 s + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s^3} = \frac{1+s}{s + 1{,}6s^2 + 0{,}8s^3}. \tag{14}$$

Проведем синтез ПИ-регулятора с передаточной функцией $C(s) = k_0/s + k_1$ на основе заданных значений Ω_1 и Ω_2. Результаты, полученные при $\Omega_1 = \Omega_2$, представлены в таблице 1. Приведены следующие показатели: λ_1 – наиболее близкий к мнимой оси корень характеристического полинома, T – время переходного процесса, σ – перерегулирование, $\Delta\varphi$ – запас устойчивости по фазе. Как меру робастности приводим $\gamma_{\max}$ – максимальное значение γ, при котором все объекты с параметрами, удовлетворяющими ограничениям $\alpha_{i0}/\gamma \le \alpha_i \le \gamma\alpha_{i0}$, $\beta_{i0}/\gamma \le \beta_i \le \gamma\beta_{i0}$, стабилизируются данным регулятором. Здесь α_{i0} и β_{i0} – номинальные значения, приведенные в (14). В качестве времени переходного процесса принимаем минимальное время, по истечении которого ошибка при единичном входном воздействии не превышает 0,02. Добротность по ускорению K_2 совпадает с коэффициентом k_0 регулятора.

При увеличении значений Ω_i робастность системы повышается, что видно также по увеличению запаса по фазе и уменьшению перерегулирования, но некоторые другие показатели ухудшаются. Время T сначала уменьшается, а затем увеличивается, что вполне объясняется характером изменения корня λ_1. Наиболее приемлемым является значение $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = 2$, которое обеспечивает максимальную степень устойчивости $\eta = -\mathrm{Re}(\lambda_1) = 0,5$ и компромисс между другими показателями.

Таблица 1 – Результаты решения примера 1

Ω_1=Ω_2	Ω_3	k_0, k_1	λ_1	T	σ, %	Δφ, °	γ_{max}
1,5	2,02	0,46, 0,59	$-0,12 + j0,78$	32,9	75,7	15,0	1,12
2,0	2,00	0,20, 0,60	$-0,50 + j0,50$	12,5	42,4	38,3	1,34
2,5	2,21	0,076, 0,45	$-0,28 + j0,16$	16,6	25.0	52,9	1,49
3,0	2,39	0,035, 0,34	$-0,20 + j0,06$	26,7	18,4	61,1	1,60

Пример 2. Объект задан передаточной функцией

$$G(s) = \frac{1}{\alpha_1 s + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s^3 + \alpha_4 s^4} = \frac{1}{s + 2s^2 + 1,5s^3 + 0,1s^4}. \quad (15)$$

Необходимо найти регулятор минимального порядка, обеспечивающий время переходного процесса $T \le 4$. Для обеспечения заданного быстродействия значение ω_1 должно быть не меньше $1/T$. А чтобы регулятор был робастным, значения Ω_i должны быть достаточно большими. Потребуем, чтобы выполнялись неравенства $\Omega_i \ge 2,5$ для $i \le 2$ и $\Omega_i \ge 2$ для $i > 2$. При синтезе задаем показатели ω_1 и Ω_i, по которым находим параметры регулятора.

Использование регуляторов 0-го и 1-го порядка не позволило обеспечить $T < 9,4$, поэтому остановимся на регуляторе 2-го порядка с передаточной функцией

$$C(s)=\frac{k_0+k_1s+k_2s^2}{1+\sqrt{2}\tau s+\tau^2s^2}. \qquad (16)$$

Знаменатель в (16) такой же, как у фильтра Баттерворта 2-го порядка, что позволяет обеспечить хорошую фильтрацию помех. Первоначально задаем $\tau=10^{-3}$. Принимая $\Omega_1=\Omega_2$ и рассчитав несколько вариантов, мы нашли значения $\omega_1=0,6$, $\Omega_1=\Omega_2=2,8$, при которых требования выполняются с некоторым запасом. Оставляя неизменными эти значения, увеличиваем τ пока требования еще выполняются. В результате получили следующие значения параметров регулятора (16):

$$k_0=7,383,\quad k_1=11,3,\quad k_2=5,296,\quad \tau=0,02. \qquad (17)$$

Таблица 2 – Результаты решения примера 2

γ	$\alpha_1,\ldots,\alpha_4$	$\Omega_1,\ldots,\Omega_5$	η	T	σ, %
1,0	$\alpha_{10},\alpha_{20},\alpha_{30},\alpha_{40}$	2,80, 2,80, 2,31, 3,84, 2,05	1,24	1,75	14,3
1,5	$\underline{\alpha}_1,\ \overline{\alpha}_2,\ \underline{\alpha}_3,\ \overline{\alpha}_4$	3.32, 1,52, 6,00, 2,69, 2,22	0.81	3.75	19,7
2,0	$\overline{\alpha}_1,\ \underline{\alpha}_2,\ \underline{\alpha}_3,\ \overline{\alpha}_4$	3,77, 3,89, 0.43, 10,6, 2,00	0.30	12,8	70,4

Исследуем робастность синтезированной системы. Для этого предположим, что параметры объекта (15) является интервальными числами, удовлетворяющими ограничениям $\underline{\alpha}_i\le\alpha_i\le\overline{\alpha}_i$. Примем $\underline{\alpha}_i=\alpha_{i0}/\gamma$, $\overline{\alpha}_i=\gamma\alpha_{i0}$, где α_{i0} – номинальные значения, приведенные в (15). Для $\gamma=1,5$ и $\gamma=2$ мы нашли значения параметров объекта, удовлетворяющие заданным ограничениям, при которых время переходного процесса T принимает максимальное значение (для расчета использовался режим "Оптимизация" ПК "МВТУ"). Полученные результаты приведены в таблице 2, где η – степень устойчивости. Отметим, что максимальные значения T были достигнуты в вершинных точках области допустимых значений параметров. Было найдено также максимальное значение $\gamma_{\max}=2,213$, при котором интервальный объект стабилизируется регулятором (16), (17).

Пример 3. Рассмотрим построение робастного регулятора при интервальной неопределенности параметров объекта. Объект задан передаточной функцией

$$G(s)=\frac{1}{\alpha_1s+\alpha_2s^2+\alpha_3s^3+\alpha_4s^4},\quad \underline{\alpha}_i\le\alpha_i\le\overline{\alpha}_i,\quad i=1,\ldots,4,$$

где $\underline{\alpha}_i = 0,7\alpha_{i0}$, $\overline{\alpha}_i = 1,3\alpha_{i0}$, $\alpha_{10} = 1$, $\alpha_{20} = 4$, $\alpha_{30} = 0,5$, $\alpha_{40} = 0,03$. Требуется найти регулятор минимального порядка, обеспечивающий второй порядок астатизма и добротность по ускорению $K_2 \ge 2$. Кроме этого потребуем, выполнения неравенств $\Omega_i \ge 1,7$ для $i \le 2$ и неравенств $W_i \ge 3$ для всех i.

Второй порядок астатизма обеспечивает ПИ-регулятор, но он не позволяет обеспечить заданные требования даже при номинальных значениях параметров объекта. Поэтому будем использовать ПИД-регулятор с передаточной функцией

$$C(s) = \frac{k_0 + k_1 s + k_2 s^2}{s(1 + \tau s)}.$$

Представим нашу задачу как задачу математического программирования

$$\begin{gathered} f(k_0, k_1, k_2) = \min(\underline{\Omega}_1, \underline{\Omega}_2) \to \max, \\ K_2 = k_0/\alpha_1 \ge 2, \quad g(k_0, k_1, k_2) = \min_i(\underline{W}_i) \ge 3, \end{gathered} \tag{18}$$

где $\underline{\Omega}_i$ и $\underline{W}_i$ – минимальные значения соответствующих показателей в области допустимых значений параметров объекта. При $\tau = 0$ значения $\underline{\Omega}_i$ и $\underline{W}_i$ можно рассчитать по формулам (6). Для этого достаточно найти значения $\underline{\Omega}_i$ в двух точках области: $(\underline{\alpha}_1, \overline{\alpha}_2, \underline{\alpha}_3, \overline{\alpha}_4)$ и $(\overline{\alpha}_1, \underline{\alpha}_2, \overline{\alpha}_3, \underline{\alpha}_4)$, а значения $\underline{W}_i$ – в четырех точках, соответствующих полиномам Харитонова. Этот же прием можно использовать и при малых значениях τ.

В результате решения задачи (18) с помощью ПК "МВТУ" получены значения параметров регулятора $k_0 = 2,6$, $k_1 = 6,25$, $k_2 = 7,015$, $\tau = 0,1$, при которых $\underline{\Omega}_1 = \underline{\Omega}_2 = 1,81$, $\underline{K}_2 = 2$, $\min_i(\underline{W}_i) = 3$. Для полученного регулятора с помощью поисковой оптимизации мы нашли наихудшие значения ряда показателей во всей допустимой области изменения параметров объекта. Результаты при номинальных, а также наиболее неблагоприятных сочетаниях параметров приведены в таблице 3. Наихудшие значения показателей выделены жирным шрифтом.

Таблица 3 – Результаты решения примера 3

$\alpha_1, \ldots, \alpha_4$	Ω_1	Ω_2	$\min\limits_i \Omega_i$	$\min\limits_i W_i$	η	T	σ, %
$\alpha_{10}, \alpha_{20}, \alpha_{30}, \alpha_{40}$	1,87	2,51	1,87	4,70	0,501	7,51	35,5
$\overline{\alpha}_1,\ \underline{\alpha}_2,\ \overline{\alpha}_3,\ \underline{\alpha}_4$	**1,81**	3,78	**1,11**	3,81	0,440	4,17	49,0
$\overline{\alpha}_1,\ \underline{\alpha}_2,\ \underline{\alpha}_3,\ \overline{\alpha}_4$	**1,81**	3,78	1,64	**3,00**	0,436	4,38	36,2
$\overline{\alpha}_1,\ \overline{\alpha}_2,\ \underline{\alpha}_3,\ \overline{\alpha}_4$	**1,81**	2,08	1,61	3,10	**0,405**	8,43	34,6
$\underline{\alpha}_1,\ \overline{\alpha}_2,\ \underline{\alpha}_3,\ \underline{\alpha}_4$	1,95	**1,81**	1,72	3,52	0,406	**10,4**	40,6
$\underline{\alpha}_1,\ \underline{\alpha}_2,\ \overline{\alpha}_3,\ \overline{\alpha}_4$	1,95	3,32	1,15	3,33	0,495	5,31	**62,6**

Заключение

Использование рассмотренных показателей устойчивости и качества позволяет синтезировать регуляторы минимального порядка, обеспечивающие устойчивость и заданные динамические свойства системы управления при любых допустимых значениях параметров объекта. Простая связь этих показателей с другими показателями качества и коэффициентами характеристического полинома делает процедуру синтеза простой и понятной.

Список литературы

1. Харитонов В.Л. Асимптотическая устойчивость семейства систем линейных дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения. 1978. Т. 14, № 11. С. 2086-2088.
2. Киселев О.Н., Поляк Б.Т. Синтез регуляторов низкого порядка по критерию H^{∞} и по критерию максимальной робастности // Автоматика и телемеханика. 1999. № 3. С. 119-130.
3. Гончаров В.И., Лиепиньш А.В., Рудницкий В.А. Синтез робастных регуляторов низкого порядка // Известия РАН. Теория и системы управления. 2001. № 4. С. 36-43.
4. Naslin P. Polynomes normaux et critere algebrique d'amortissement // Automatisme. 1963. Vol. 8, no. 6. P. 215-233.
5. Воронов В.С. Показатели устойчивости и качества робастных систем управления // Известия РАН. Теория и системы управления. 1995. № 6. С. 49-54.

6. Системы автоматического управления объектами с переменными параметрами: Инженерные методы анализа и синтеза / Б.Н. Петров, Н.И. Соколов, А.В. Липатов, Л.А. Носов, Ф.Р. Садыков, Г.В. Серпионов, П.А. Фролов, Ш.Г. Альтшулер. М.: Машиностроение, 1986. 256 с.
7. Скворцов Л.М., Федосов Б.Т. Об алгебраических критериях В.С. Воронова устойчивости и качества линейных систем. 2005. Режим доступа: http://model.exponenta.ru/bt/bt_00118.html (дата обращения 18.12.2012).
8. Опейко О.Ф. Синтез линейной системы на основании упрощенной модели объекта // Автоматика и телемеханика. 2005. № 1. С. 29-36.
9. Козлов О.С., Кондаков Д.Е., Скворцов Л.М., Тимофеев К.А., Ходаковский В.В. Программный комплекс "Моделирование в технических устройствах". 2005. Режим доступа: http://model.exponenta.ru/mvtu/20050615.html (дата обращения 18.12.2012).
10. Козлов О.С., Скворцов Л.М. Исследование и проектирование автоматических систем с помощью программного комплекса "МВТУ" // Информационные технологии. 2006. № 8. С. 9-15.

SCIENTIFIC PERIODICAL OF THE BAUMAN MSTU
SCIENCE and EDUCATION
EL № FS77 - 48211. №0421200025. ISSN 1994-0408
electronic scientific and technical journal

Synthesis of minimal-order robust controllers

 # 02, February 2013
DOI: 10.7463/0213.0533324
Kozlov O.S., Skvorcov L.M.

Bauman Moscow State Technical University, 105005, Moscow, Russian Federation
os.kozlov@gmail.com
lm_skvo@rambler.ru

Many modern methods of synthesis of controllers haven't become widely applied. It is explained by a variety of reasons, among which one can list lack of simple and clear communication between the minimized functional and quality indicators put into practice, and also unreasonable complexity of the synthesized controller. At the same time in industry simple controllers of low order are in demand. In this article the problem of synthesis of minimal order controllers is considered. These controllers provide the given quality of a linear continuous system at uncertainty of object parameters. Synthesis is carried out with the use of quality indicators which are very simply expressed through coefficients of a characteristic polynomial.

Publications with keywords: characteristic polynomial, indicators of stability and quality, robust control
Publications with words: characteristic polynomial, indicators of stability and quality, robust control

References

1. Kharitonov V.L. Asimptoticheskaia ustoichivost' semeistva sistem lineinykh differentsial'nykh uravnenii [Asymptotic stability of a family of systems of linear differential equations]. *Differentsial'nye uravneniia*, 1978, vol. 14, no 11, pp. 2086-2088.

2. Kiselev O.N., Poliak B.T. Sintez reguliatorov nizkogo poriadka po kriteriiu H^{∞} i po kriteriiu maksimal'noi robastnosti [Synthesis of low-order controllers in the H^{∞} criterion and the criterion of maximal robustness]. *Avtomatika i telemekhanika*, 1999, no. 3, pp. 119-130.

3. Goncharov V.I., Liepin'sh A.V., Rudnitskii V.A. Sintez robastnykh reguliatorov nizkogo poriadka [Synthesis of low-order robust controllers]. *Izvestiia RAN. Teoriia i sistemy*

upravleniia, 2001, no. 4, pp. 36-43. (Trans. version: *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2001, vol. 40, no. 4, pp. 542-548.).

4. Naslin P. Polynomes normaux et critere algebrique d'amortissement . *Automatisme*, 1963, vol. 8, no. 6, pp. 215-233. (In French)

5. Voronov V.S. Pokazateli ustoichivosti i kachestva robastnykh sistem upravleniia [Indicators of sustainability and quality of robust control systems]. *Izvestiia RAN. Teoriia i sistemy upravleniia*, 1995, no. 6, pp. 49-54.

6. Petrov B.N., Sokolov N.I., Lipatov A.V., Nosov L.A., Sadykov F.R., Serpionov G.V., Frolov P.A., Al'tshuler Sh.G. *Sistemy avtomaticheskogo upravleniia ob"ektami s peremennymi parametrami: Inzhenernye metody analiza i sinteza* [Automatic control system of objects with variable parameters: Engineering methods of analysis and synthesis]. Moscow, Mashinostroenie, 1986. 256 p.

7. Skvortsov L.M., Fedosov B.T. *Ob algebraicheskikh kriteriiakh V.S. Voronova ustoichivosti i kachestva lineinykh sistem* [On algebraic criteria V.S. Voronov sustainability and quality of linear systems]. 2005. Available at: http://model.exponenta.ru/bt/bt_00118.html , accessed 18.12.2012.

8. Opeiko O.F. Sintez lineinoi sistemy na osnovanii uproshchennoi modeli ob"ekta [Linear system design based on a simplified model of the plant]. *Avtomatika i telemekhanika*, 2005, no. 1, pp. 29-36.

9. Kozlov O.S., Kondakov D.E., Skvortsov L.M., Timofeev K.A., Khodakovskii V.V. *Programmnyi kompleks "Modelirovanie v tekhnicheskikh ustroistvakh"* [Software package "Simulation in technical devices"]. 2005. Available at: http://model.exponenta.ru/mvtu/20050615.html , accessed 18.12.2012.

10. Kozlov O.S., Skvortsov L.M. *Issledovanie i proektirovanie avtomaticheskikh sistem s pomoshch'iu programmnogo kompleksa "MVTU"* [Research and design of control systems by software "MVTU"']. *Informatsionnye tekhnologii*, 2006, no. 8, pp. 9-15.