

УДК 533.2

**Разработка математической модели и компьютерного кода прогнозирования
распространения пожаров в помещениях**

К.С Мельникова

Студент, кафедра «Физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия

*Научный руководитель: Иванов М.Ф., д.ф.-м.н., проф. кафедры «Техническая физика»
МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия*

ОИВТ РАН

ksusha_melnikova1992@mail.ru

В последние годы, математическое моделирование пожаров стало важной и неотъемлемой задачей для обеспечения пожарной безопасности различных объектов, с учетом их индивидуальных особенностей.

Особое значение приобретают способы проверки моделей и обоснованность их применения для оценки той или иной ситуации. С помощью такого рода математических моделей и результатов вычислительных экспериментов, полученных с применением этих моделей, можно отрабатывать систему противопожарной защиты определенных объектов, а также оценивать пожарную безопасность различных создаваемых конструктивных (архитектурных) зданий.

По степени детализации описания термогазодинамических параметров пожара можно выделить три типа моделей: интегральные, зонные (зональные) и полевые.

Интегральный метод, его еще называют однозонным, является наиболее простым среди существующих методов моделирования пожаров. Его суть заключается в том, что состояние газовой среды оценивается через осредненные по всему объему помещения термодинамические параметры. Температура ограждающих поверхностей и другие подобные параметры, оцениваются как средние по поверхности.

Если газовая среда характеризуется значительной неоднородностью, то используя интегральный метод, мы получим объем данных, недостаточный для решения практических задач.

Область применения интегрального метода, ограничивается объемными пожарами, когда за счет интенсивного перемешивания газовой среды локальные значения параметров близки к среднеобъемным. За пределами данного метода остается моделирование пожаров, которые не достигли стадии объемного горения, и особенно моделирование процессов, определяющих пожарную опасность при локальных пожарах. Но даже при объемных пожарах нельзя пренебрегать распределением локальных значений параметров.

Чтобы более детально описать развитие пожара используют зонные (зональные) модели, которые основаны на предположении о формировании в помещении двух слоев: верхнего слоя продуктов горения (задымленная зона) и нижнего слоя невозмущенного воздуха (свободная зона). Состояние среды, в данной модели оценивается через осреднение термодинамических параметров не одной, а нескольких зон, причем межзонные границы считаются подвижными. Данная модель не применима для более подробного описания пожара.

Полевые модели, обозначаемые в зарубежной литературе аббревиатурой CFD (computational fluid dynamics, расчет динамики жидкости), являются более мощным и универсальным инструментом, чем приведенные выше. Основной принцип полевых моделей заключается в том, что вместо одной или нескольких больших зон выбирают большое количество (тысячи или десятки тысяч) малых контрольных объемов (расчетных ячеек), никак не связанных с предполагаемой структурой потока. Для каждого из этих объемов с помощью численных методов решается системы уравнений в частных производных, в которых выражены принципы локального сохранения массы, импульса, энергии и масс компонентов. Таким образом, мы полностью получаем динамику развития процесса. Современный уровень развития вычислительной техники и вычислительной математики позволяет разработать достаточно точные численные методы, в которых реализуются различные конечно-разностные схемы исходной системы уравнений [8].

Целью данного исследования является разработка математической модели, численного метода трехмерного моделирования процесса горения в помещении и соответствующего компьютерного кода, который реализует задачу прогнозирования распространения пожара на основе выбранной нами полевой физико-математической модели.

Газодинамическая модель

Естественным подходом к описанию динамики газовой фазы является полевая газодинамическая модель сжимаемой, вязкой, теплопроводной среды, параметры которой в каждой точке пространства в каждый момент времени определяются путем решения нестационарных уравнений Навье-Стокса. Система гидродинамических уравнений в совокупности с уравнениями состояния среды позволяют получить решения, содержащие в себе информацию обо всех процессах, протекающих в газовой фазе при развитии пожара.

Уравнения динамики вязкой жидкости с учётом энерговыведения в зоне химических реакций и теплопроводности, описывающие развитие пожара в эйлеровых координатах в плоской симметрии будут иметь следующий вид [1, 2]:

Закон сохранения массы:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho W)}{\partial z} = 0 \quad (1.1.1)$$

Законы сохранения масс отдельных компонент смеси:

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_i}{\partial t} + U \frac{\partial X_i}{\partial x} + V \frac{\partial X_i}{\partial y} + W \frac{\partial X_i}{\partial z} = & \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho D_i \frac{\partial X_i}{\partial x} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho D_i \frac{\partial X_i}{\partial y} \right) + \\ & + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho D_i \frac{\partial X_i}{\partial z} \right) + (m_i)_{\text{хим}} \end{aligned} \quad (1.1.2)$$

Закон сохранения импульса:

$$\rho \left(\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \quad (1.1.3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \quad (1.1.4)$$

$$\rho \left(\frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \quad (1.1.5)$$

Закон сохранения полной энергии:

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial E}{\partial t} + U \frac{\partial E}{\partial x} + V \frac{\partial E}{\partial y} + W \frac{\partial E}{\partial z} \right) = & - \left(\frac{\partial(pU)}{\partial x} + \frac{\partial(pV)}{\partial y} + \frac{\partial(pW)}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xx}U + \sigma_{xy}V + \\ & \sigma_{xz}W) + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_{xy}U + \sigma_{yy}V + \sigma_{yz}W) + \frac{\partial}{\partial z} (\sigma_{xz}U + \sigma_{yz}V + \sigma_{zz}W) + \\ & \frac{\partial}{\partial x} \left(k(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q_{\text{хим}} \end{aligned} \quad (1.1.6)$$

x, y, z – координаты в трехмерном декартовом пространстве; t – время; U, V, W – компоненты массовой скорости соответственно по направлениям x, y, z ; ρ – плотность; $E = e + 0.5(U^2 + V^2 + W^2)$ – удельная полная энергия; e – удельная внутренняя энергия; $X_i = \rho_i / \rho$ – массовые концентрации компонент газовой смеси; p – давление; T –

температура; σ_{AB} – компоненты тензора вязких напряжений; $\kappa(T)$ – коэффициент теплопроводности; D_i – коэффициент диффузии i -ого компонента; $(m_i)_{\text{хим}}$ – источниковый член, отвечающий за поглощение и выделение i -ого компонента в результате химической реакции в зоне горения; $Q_{\text{хим}}$ – удельное энергосодержание в зоне химической реакции.

Для замыкания системы уравнений сохранения используют уравнения состояния, задаваемые для газовой смеси следующим образом:

$$p = \tilde{R} T n = \left(\sum_i \frac{\tilde{R}}{m_i} X_i \right) \rho T = \rho T \sum_i R_i X_i \quad (1.1.7)$$

$$e = c_v T + \sum_k \frac{h_k \rho_k}{\rho} = c_v T + \sum_k h_k X_k \quad (1.1.8)$$

$\tilde{R}$ – универсальная газовая постоянная, $R_i = \tilde{R}/m_i$; m_i – масса моля i -ого компонента; c_v – удельная теплоемкость смеси при постоянном объеме; h_i – удельная энтальпия образования компонент смеси. Зависимость теплоемкостей смеси и удельных энтальпий от температуры предлагается задавать из хорошо зарекомендовавших себя и доступных теплофизических таблиц JANAF путем интерполяции полиномами пятого порядка [3].

Коэффициенты переноса в представленной модели определялись, исходя из молекулярно-кинетической теории газов, которая дает следующие выражения для этих коэффициентов [5]:

Коэффициент вязкости смеси:

$$\mu = \frac{1}{2} \left[\sum_i \alpha_i \mu_i + \left(\sum_i \frac{\alpha_i}{\mu_i} \right)^{-1} \right]$$

$$\alpha_i = \frac{n_i}{n} \quad \text{– молярная доля,}$$

$$\mu_i = \frac{5}{16} \frac{\sqrt{\pi \hat{m}_i k T}}{\pi \Sigma_i^2 \tilde{\Omega}^{(2,2)}} \quad \text{– коэффициент вязкости } i \text{ -ой компоненты,}$$

$\tilde{\Omega}^{(2,2)}$ – приведенный интеграл столкновений, зависящий от приведенной температуры $T^* = kT/\varepsilon^*$ и вычисляемый для потенциала Ленарда-Джонса (ε^* – константа в потенциале Ленарда-Джонса),

$$\hat{m}_i \text{ – масса молекулы } i \text{ -ой компоненты,}$$

$$\Sigma_i \text{ – эффективный размер молекулы.}$$

Коэффициент теплопроводности:

$$\kappa = \frac{1}{2} \left[\sum_i \alpha_i \kappa_i + \left(\sum_i \frac{\alpha_i}{\kappa_i} \right)^{-1} \right]$$

$\kappa_i = \frac{\mu_i c_{pi}}{\text{Pr}}$ - коэффициент теплопроводности i -ой компоненты, число Прандтля

по определению: $\text{Pr} = \frac{\mu_i c_{pi}}{\kappa_i}$, и для газовых смесей $\text{Pr} \approx 0.71 \div 0.75$.

Модель турбулентности

Согласно [5, 6] фактор турбулентности будем учитывать через коэффициенты вязкости и теплопроводности:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_T \quad k_{eff} = k + k_T \quad (1.2.1)$$

Компоненты тензора турбулентных вязких напряжений задаются в виде [4, 5]:

$$\sigma_{ij} = (\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \quad (1.2.2)$$

$$\mu_T = C_\mu \rho \frac{K^2}{\varepsilon} \quad (1.2.3)$$

Здесь $x_j = \{X, Y, Z\}$, $u_j = \{U, V, W\}$, K - удельная кинетическая энергия турбулентных пульсаций, ε - скорость диссипации кинетической энергии турбулентности. Уравнения для кинетической энергии K и диссипации энергии ε были взяты из работы [4], где они представлены в наиболее полном виде:

$$\frac{\partial(\rho K)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho K u_j - \frac{\mu_T}{\sigma_K} \frac{\partial K}{\partial x_j} \right) = P - \rho \varepsilon \quad (1.2.4)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho \varepsilon u_j - \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) = (C_1 P - C_2 \rho \varepsilon) \frac{\varepsilon}{K} \quad (1.2.5)$$

$$P = \mu_T \left[2 \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right)^2 + \sum_{i \neq j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \left[\rho K \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) + \mu_T \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right)^2 \right] \quad (1.2.6)$$

Входящие в уравнения (1.2.3)-(1.2.6) эмпирические константы равны:

$$C_\mu = 0.09; C_1 = 1.44; C_2 = 1.92; \sigma_K = 1.0; \sigma_\varepsilon = 1.3$$

С учетом турбулентности уравнения для импульса имеют тот же вид, что и уравнения (1.1.3-1.1.5) с тензором вязких напряжений, задаваемым уравнением (1.2.2) и коэффициентом вязкости, задаваемым уравнениями (1.2.1), (1.2.3). Уравнение для энергии имеет тот же вид (1.1.6), если рассматривается полная энергия, либо видоизменяется, если рассматривается внутренняя энергия. В последнем случае в правую часть уравнения добавляется вклад от диссипации турбулентной энергии и опускаются члены с тензором вязких напряжений.

Определение турбулентной вязкости в пристеночных ячейках уточняется путём введения «пристеночных» функций. В [5] условия в пристеночных ячейках получены аналитическим путём и имеют вид:

Производная от кинетической энергии по нормали к поверхности равна нулю

$$\frac{\partial K}{\partial n} = 0 \quad (1.2.7)$$

Скорость диссипации энергии в пристеночной ячейке задаётся формулой

$$\varepsilon = \frac{2c_\varepsilon^{\frac{3}{4}} K^{\frac{3}{2}}}{\kappa \Delta} \quad (1.2.8)$$

где $c_\varepsilon=0.09$; $\kappa=0.4327$; Δ - размер (по нормали к стенке) пристеночной ячейки.

Сформулированная модель носит название К-ε модели турбулентности и является наиболее распространенной при решении задач о развитии трехмерных газодинамических потоков на относительно крупных расчетных сетках. Более простой с точки зрения компьютерной реализации является алгебраическая модель турбулентности, широко развиваемая при решении задач о развитии крупномасштабных пожаров [6-9]. Согласно [6] алгебраическая модель формулируется следующим образом:

$$\mu_T = \rho \frac{\alpha^2}{2} \left\{ \sum_{i \neq j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (1.2.9)$$

где α определяется из локальных особенностей течения.

В зависимости от постановки задачи выбранная модель может давать неудовлетворительные результаты, когда как другая модель окажется более приспособленной для ее решения. Прежде чем проводить расчеты с использованием той или иной модели целесообразно тестировать выбираемую модель на решении конкретной задачи.

Модель горения

В работе [2] предложено в газодинамических расчетах использовать результаты точечных моделей, разработанных для интегральной оценки обстановки при пожарах в помещениях [10, 11]. Горючая нагрузка (в жидкой или твердотельной фазе) располагается в определенной подобласти расчетной области. В определенный момент времени в определенной точке (точках) на поверхности горючей нагрузки задается горение. Далее от заданного очага начинается распространение волны горения с постоянной скоростью, задаваемой для каждой горючей нагрузки (см. справочные таблицы в работах [2, 10]). В случае точечного источника волна горения будет расходиться с одинаковой скоростью по

всем направлениям вдоль поверхности горючей нагрузки $R_F = W_F t$ (радиус очага пропорционален времени с коэффициентом W_F – нормальной скоростью горения). При этом площадь, охваченная горением, будет расти пропорционально квадрату радиуса очага, а соответственно и квадрату времени.

Помимо скорости распространения волны горения в модели необходим учет выделения продуктов горения и энергии в зоне очага. Здесь авторы [2, 10] предлагают использовать известные эмпирические зависимости на основе скоростей выгорания для различных горючих нагрузок. Соответственно изменение массы горючей нагрузки можно представить через известную скорость выгорания:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -\Psi \quad (1.3.1)$$

Согласно [10] скорость выгорания для жидкой горючей нагрузки:

$$\Psi(t) = \begin{cases} \Psi_0 F \sqrt{t/\tau_{st}}, & t \leq \tau_{st} \\ \Psi_0 F, & t \geq \tau_{st} \end{cases} \quad (1.3.2)$$

где Ψ_0 – удельная скорость выгорания горючего материала; F – площадь открытой поверхности горючей жидкости; t – время от начала процесса выгорания; τ_{st} – время стабилизации горения. Для твердого горючего материала зависимость от времени содержится только косвенно через изменение площади выгорания F :

$$\Psi(t) = \Psi_0 F(t) \quad (1.3.3)$$

Стоки (поглощение) кислорода и источники (выделение) продуктов горения локально определяются через известную скорость выгорания, задаваемые таблично коэффициенты потребления кислорода и выделения продуктов по массе при сгорании 1 кг горючего материала L_{Xi} и полноту сгорания η :

$$(m_i)_{хим} = \frac{\eta \Psi L_{Xi}}{\Delta V} \quad (1.3.4)$$

Согласно [11] полнота сгорания может быть задана по формуле:

$$\eta = 0.63 + 0.2X_{O_2} + 1500X_{O_2}^6 \quad (1.3.5)$$

где X_{O_2} – среднеобъемная массовая концентрация кислорода в рассматриваемом объеме ΔV , который в случае использования точечной модели в газодинамических расчетах соответствует объему расчетной ячейки, в которой находится зона реакции, выделяется энергия и продукты горения и поглощается кислород. В виду того, что при расчете крупногабаритных помещений ожидается использовать для расчета довольно крупные расчетные ячейки, превосходящие по линейным размерам расстояние от поверхности горючей нагрузки до фронта пламени, ΔV представляет объем ячейки, граничащей с

горючей нагрузкой. Соответственно вклад энергии и продуктов горения следует рассчитывать только в прилегающих к горючему ячейках. Удельный энерговклад от зоны горения в расчетную ячейку рассчитывается по формуле

$$(Q)_{\text{хим}} = \frac{\eta \Psi Q_0}{\rho \Delta V} \quad (1.3.6)$$

где Q_0 – низшая рабочая теплота сгорания горючего, ΔV – масса газа в ячейке, на которую приходится выделившаяся энергия.

Для анализа обстановки в задымленном помещении, в котором развивается пожар, в работе [2] предложено решать уравнение для газодинамического переноса частиц дыма, в среднем меньших 5-10 мкм и переносимых совместно с потоком газа. Уравнение переноса частиц дыма в такой ситуации представляет уравнение, аналогичное (1.1.2). Так как выходным параметром, необходимым для анализа является оптическая плотность дыма, прямо пропорциональная его массовой концентрации, то уравнение в виде (1.1.2) можно записать непосредственно для оптической плотности дыма $D_{\text{оп}}$:

$$\frac{\partial D_{\text{оп}}}{\partial t} + U \frac{\partial D_{\text{оп}}}{\partial x} + V \frac{\partial D_{\text{оп}}}{\partial y} + W \frac{\partial D_{\text{оп}}}{\partial z} = m_{\text{оп}} \quad (1.3.7)$$

Где $m_{\text{оп}}$ – источниковый член, описывающий дымообразование в зоне горения, определяемый по формуле, аналогичной формуле (1.3.4):

$$m_{\text{оп}} = \frac{\eta \Psi L_{\text{опг}}}{\Delta V} \quad (1.3.8)$$

Где $L_{\text{опг}}$ – дымообразующая способность горючего материала.

Численный алгоритм

Система уравнений (1.1.1-1.1.8), описывающая математическую модель, решалась численно на основе эйлера-лагранжева метода [12], модифицированного с целью повышения точности расчета по пространственным переменным. Основная идея метода, часто называемого «методом крупных частиц» состоит в расщеплении по отдельным физическим процессам нестационарной системы уравнений Навье-Стокса. Расчет каждого временного шага (вычислительного цикла) разбивается на три этапа. Метод был реализован в ОИВТ РАН на равномерной прямоугольной сетке с постоянным шагом по пространству.

На первом этапе пренебрегаем всеми эффектами, связанными с перемещением вещества через границы элементарной ячейки (нет конвективных потоков через ячейки), и учитываем эффекты ускорения лишь за счет давления. На этом этапе определяются

промежуточные значения искомых параметров потока мольной концентрации i -ой компоненты, полной удельной (на единицу массы) энергии и компоненты скорости.

Далее согласно [13], производится учет, исключенных ранее, конвективных членов. Вычисляются потоки плотности, импульса, энергии и концентрации (количества вещества), через границы ячеек. Значение плотности на границе выбирается против потока.

На третьем этапе (заключительном) определяются в новый момент времени окончательные значения гидродинамических параметров потока плотности, мольной концентрации, всех компонентов вектора скорости, удельную энергию на основе законов сохранения массы, импульса и энергии для каждой ячейки и для всей системы в целом на фиксированной расчетной сетке.

В [13] показано, что устойчивый счет получается, когда перенос через границу ячеек производится со скоростью, равной полусумме скоростей в соседних ячейках. В этом случае второй этап, а, следовательно, и весь алгоритм, имеет первый порядок точности по пространству. Предложенный в [13] способ построения лагранжевого этапа со вторым порядком точности по пространству делает схему в большинстве случаев неустойчивой. Вместо этого можно использовать другой метод повышения точности второго этапа. Считается, что скорость между центрами соседних ячеек изменяется по линейному закону. При этом за скорость переноса вещества между соседними ячейками принимается скорость в точке, из которого масса за выбранный шаг по времени достигает границы ячейки. В этом случае перенос массы, скорости и энергии из ячейки i в ячейку $(i+1)$ в выбранном направлении выполняется со скоростью

$$u = \frac{u_i + u_{i+1}}{2} \left/ \left(1 + \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta} \tau \right) \right.,$$

где Δ - размер ячейки, τ - шаг по времени.

Модифицированный таким образом метод «крупных частиц» использовался для решения широкого круга задач горения газообразных горючих смесей и дал хорошее согласие с экспериментами при численном моделировании таких тонких эффектов, как развитие нелинейных неустойчивостей фронта пламени и перехода режимов медленного горения в детонацию [13-15].

Структура компьютерной программы, реализующей алгоритм численного решения уравнений трехмерной газодинамики пожара.

Блок-схема компьютерного кода представлена на Рис. 1.

Структура алгоритма решения задач газодинамики пожара должна предусматривать наличие следующих базовых блоков:

- 1) Блок задания начальных данных;
- 2) Блок расчета термодинамических параметров среды (давления, температуры) согласно задаваемым уравнениям состояния и расчета кинетических коэффициентов среды (вязкости, теплопроводности);
- 3) Блоки решения системы уравнений газодинамики с привлечением эйлерово-лагранжева алгоритма "крупных частиц";
- 4) Блок учета влияния турбулентности согласно выбранной модели;
- 5) Блок расчета модели горения;
- 6) Блок обработки выходных данных

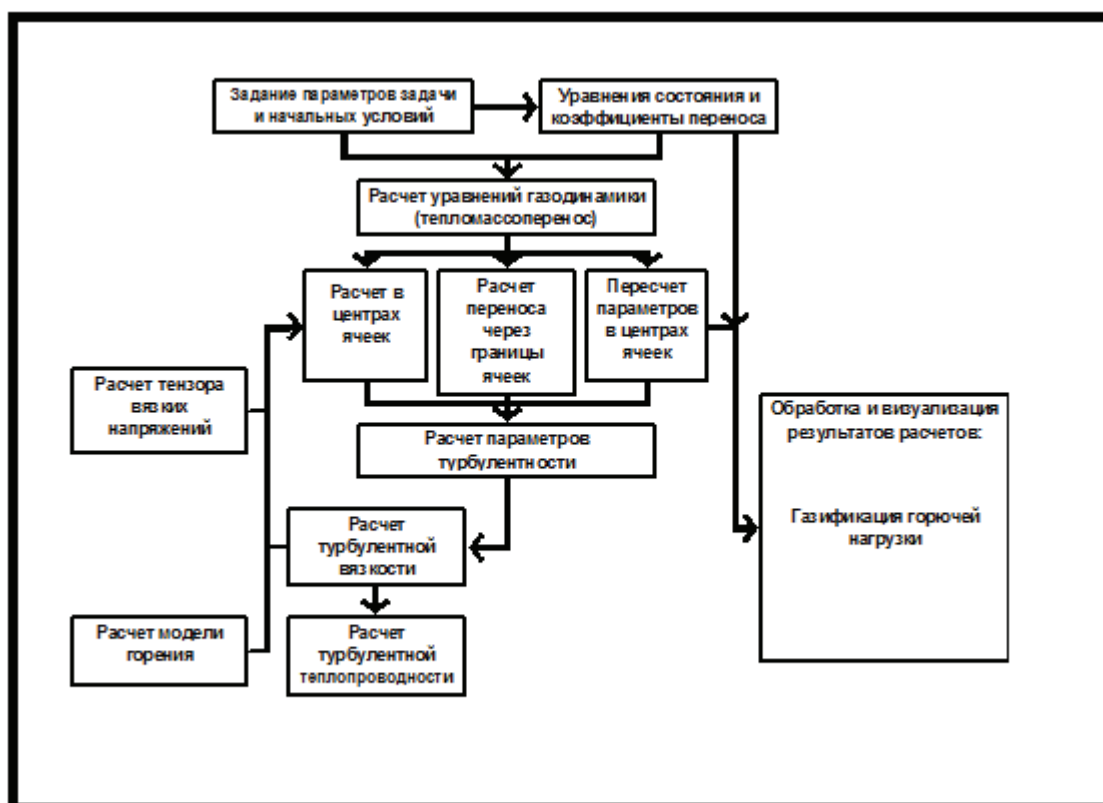


Рис. 1. Блок-схема компьютерного кода

Заключение

В данной работе построена математическая модель, численного метода трехмерного моделирования процесса горения в помещении и соответствующий компьютерный код, который реализует задачу прогнозирования распространения пожара на основе выбранной нами полевой физико-математической модели. Лежащий в основе вычислительного метода численный алгоритм «крупных частиц» неоднократно использовался при решении сложных газодинамических задач, связанных с развитием нестационарных процессов горения и взрыва, и зарекомендовал себя как один из наиболее быстрых и надежных методов, позволяющих с хорошей точностью решать широкий спектр газодинамических задач. Разрабатываемый компьютерный код моделирования распространения пожаров позволит проводить прогнозирование пожаров в помещениях и отрабатывать систему противопожарной защиты определенных объектов, а также оценивать пожарную безопасность различных создаваемых конструкционных (архитектурных) зданий.

Список литературы

1. Горение / Ю.Варнатц [и др.] М.: Физматлит, 2003.
2. Пузач С.В. Математическое моделирование тепломассообмена при решении задач пожаровзрывобезопасности. Монография. М.: Академия ГПС МЧС России, 2003.
3. Stull, D.R., Prophet, H.: Thermochemical Tables. 2nd ed. - Washington: Department of Commerce, National Bureau of Standards, 1971.
4. Молекулярная теория газов и жидкостей / Дж. Гиршфельдер [и др.]
5. М.: Изд. Иностранной Литературы, 1961.
6. Amsden A.A., O'Rourke P.J., Butler T.D. A Computer Program for Chemically Reactive Flows with Spray / Los Alamos National Laboratory Report LA-11560-MS. 1989.
7. Конюхов А.В., Мещеряков М.В., Утюжников С.В. Движение крупномасштабного турбулентного термика в стратифицированной атмосфере.// ТВТ, 1994, Т.32, №2, С. 236-241.
8. Музафаров И.Ф., Утюжников С.В. Численное моделирование конвективных колонок над большим пожаром в атмосфере.// ТВТ, 1995, Т. 33, №4, С. 594-601.
9. Применение полевого метода математического моделирования пожаров в помещениях / А.М. Рыжов [и др.]
10. М.:ВНИИПО,2003. 5 с.

11. Гостинцев Ю.А., Рыжов А.М. Численное моделирование динамики пламен, огненных вихрей и штормов при пожарах на открытом пространстве.// МЖГ, 1994, №6, С. 52-61.
12. Кошмаров Ю.А. Прогнозирование опасных факторов пожара в помещении: Учебное пособие. - М.: Академия ГПС МВД России, 2000.
13. Термогазодинамика пожаров в помещениях / В.М. Астапенко [и др.] М.: Стройиздат, 1988.
14. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М., Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982.
15. Иванов М.Ф., Киверин А.Д., Либерман М.А., Фортов В.Е. Механизм ускорения пламени и переход в детонацию водородно-кислородной смеси в канале.// Доклады Академии наук. 2010. Т.434. №6. с. 756-759.
16. Ivanov M.F., Kiverin A.D., Liberman M.A. Hydrogen-oxygen flame acceleration and transition to detonation in channels with no-slip walls for a detailed chemical reaction model.// Phys. Rev. E. 2011. 83. 056313.
17. Liberman M.A., Kiverin A.D., Ivanov M.F. Regimes of chemical reaction waves initiated by nonuniform initial conditions for detailed chemical reaction models.// Phys. Rev. E. 2012. 85. 056312.